

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии
наук (ФИАН РАН)

На правах рукописи

Каркарьян Евгений Карапетович

**Рождение заряженных лептонов в протон-протонных
столкновениях на БАК**

1.3.3 —
теоретическая физика

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН, профессор
Высоцкий М.И.

Москва — 2026

Оглавление

Оглавление	2
Введение	4
1 Квазиупругие процессы $pp \rightarrow p\mu^+\mu^-p$ через фотон-фотонную аннигиляцию $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$	13
1.1 Приближение эквивалентных фотонов	14
1.2 Сечение рассеяния $p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p$	18
1.3 Экспериментальные ограничения ATLAS	20
1.4 Учет форм-фактора протона F_1 и фактора выживания	21
1.5 Вклад скалярного резонанса X	24
1.6 Численные результаты и заключение по главе	29
2 Полуэксклюзивный процесс $pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X$ через фотон-фотонную аннигиляцию	31
2.1 Кинематические ограничения на конечный фазовый объем	32
2.2 Сечение упругой части полуэксклюзивного процесса	36
2.3 Дифференциальное сечение процесса $p(\gamma\gamma)q \rightarrow p\mu^+\mu^-q$	38
2.4 Матрица плотности $\rho_{\mu\nu}^{(2)}$ фотона, излученного кварком	42
2.5 Матрица плотности $\rho_{\mu\nu}^{(1)}$ фотона, излученного квазиупруго рассеянным протоном	46
2.6 Амплитуды $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ в спиральном представлении	50
2.7 Вычисление сечения $p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-X$	57
2.8 Численные результаты и заключение по главе	61

3 Вклад Z бозона в $pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X$	63
3.1 Неупругий процесс, идущий через фотон-фотонную аннигиляцию	66
3.2 Вклад процесса $\gamma Z \rightarrow \mu^+\mu^-$	72
3.3 Численные результаты и заключение по главе	77
Заключение	83
Список литературы	86

Введение

Актуальность работы

На данный момент Стандартная Модель является наиболее точной и всеобъемлющей теорией взаимодействия элементарных частиц. Эталонным примером точности обычно служит величина аномального магнитного момента электрона: совпадение теоретического вычисления [1] и экспериментального значения [2] на уровне 10^{-12} . Однако существует ряд явлений, выходящих за рамки Стандартной Модели. Такие явления составляют Новую Физику, которая сейчас активно исследуется как экспериментально, так и теоретически [3–9]. В связи с этим особую важность представляет детальный анализ процессов в рамках Стандартной Модели. Если будет обнаружено расхождение теоретического расчета с экспериментальным измерением, то это может быть указанием на Новую Физику и стимулировать исследования в этом направлении.

Ускорительные эксперименты представляют собой отличный полигон для тестирования Стандартной Модели [10–13]. Текущий Run 3 Большого Адронного Коллайдера (БАК) настроен на столкновения протонов рекордно высоких энергий (в системе центра инерции протонов энергия $\sqrt{s} = 13.6$ ТэВ), что позволяет проводить более прецизионные эксперименты по проверке Стандартной Модели и искать возможные проявления Новой Физики. Имеются некоторые указания на возможную физику за пределами Стандартной Модели, одним из которых является аномальный магнитный момент мюона. Эксперимент коллаборации Фермилаб по измерению аномального магнитного момента мюона показывает [14], что имеется некоторое отклонение от предсказания Стандартной Модели [15]. Если это про-

явление Новой Физики, то во взаимодействиях мюонов при высоких энергиях эффект может быть еще более заметен.

БАК является хорошим источником высокоэнергетических мюонов, которые рождаются в столкновениях ультрарелятивистских протонов. Особый интерес представляют так называемые ультрапериферические столкновения, в которых протоны (или ядра свинца) рассеиваются квазиупруго и выживают после столкновения [16, 17]. Такие события обладают низкой адронной активностью и хорошей сигнатурой. Рождение новых частиц в ультрапериферических столкновениях, в том числе гипотетических частиц темной материи, широко экспериментально исследуется всеми коллаборациями БАК: ATLAS [18–20], CMS [21–23], LHCb [24, 25] и ALICE [26, 27]. Для анализа подобных процессов обычно используются методы Монте-Карло моделирования: STARLight [28], SuperChic [29], HERWIG [30] и т.д. Изложенный в диссертации подход позволяет выполнять простое численное интегрирование полученных аналитически выражений, не прибегая к Монте-Карло симуляциям. Такой независимый анализ обеспечивает более глубокое понимание физики рассматриваемого процесса.

Не меньший интерес представляют полуэксклюзивные процессы. В таких реакциях только один протон выживает после столкновения, в то время как другой может разрушиться, образуя другие адроны. Полуэксклюзивные процессы обладают большим сечением и являются лабораторией для исследования эффектов сильных взаимодействий [31–34] и могут быть чувствительны к Новой физике [35, 36]. Их экспериментальное исследование также проводилось на БАК [37–39]. Теоретический анализ таких процессов представляет собой более сложную, но не менее важную задачу. Развитие метода, примененного к рождению мюонов в квазиупругом протон-протонном столкновении, позволит вывести аналитическое выражение для сечения рассеяния и сравнить численный результат с экспериментальными данными без использования метода Монте-Карло. Поскольку с учетом неупругих процессов экспериментальных дан-

ных становится больше, мы можем рассчитывать на дальнейшее широкое применение наших теоретических расчетов к анализу данных.

Таким образом, детальное исследование процессов рождения мюонов в столкновениях протонов на БАК представляет собой крайне актуальную и в то же время перспективную задачу. Полученные формулы могут быть использованы для исследований более тяжелых лептонов (например, τ -лептонов или суперсимметричных чарджино) как в других экспериментах на БАК, так и на будущих ускорителях еще более высоких энергий [40] (например, HL-LHC, SPPC, FCC). В то же время данное исследование служит дополнительной проверкой теоретических предсказаний СМ.

Цель работы

Целью данной работы является вычисление сечений процессов рождения мюонных пар в протон-протонных столкновениях на БАК с учетом экспериментальных ограничений, накладываемых на фазовый объем конечных продуктов данных процессов.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **Задачи**:

1. Рассмотреть процесс ультрапериферического рассеяния $pp \rightarrow p\mu^+\mu^-p$, который экспериментально исследовался коллаборацией ATLAS [41].
2. Получить аналитические выражения для полуэксклюзивных процессов $pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X$, идущих через промежуточную двухфотонную аннигиляцию $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$, и применить их к данным эксперимента ATLAS [42], в котором измерялся подобный процесс.
3. Теоретически оценить вклад слабого взаимодействия в полуэксклюзивный процесс рождения мюонной пары в протон-протонном столкновении.

Методы исследования

Основным аналитическим методом исследования является диаграммная техника Фейнмана, позволяющая вычислять матричные элементы процессов в рамках теории возмущений. С ее помощью были получены формулы для сечений рассеяния всех процессов, рассматриваемых в данной работе. Для дальнейшего численного вычисления с учетом экспериментальных ограничений, накладываемых на фазовый объем конечных продуктов, была использована и дорабатывалась библиотека *libepa* [43].

Теоретическая и практическая значимость

Полученные в данной работе результаты представляют теоретическую и практическую значимость, поскольку позволяют сравнить теоретические предсказания Стандартной Модели с экспериментальными данными и сделать вывод о том, насколько точно описывает Стандартная Модель физику в данной области энергий и соответственно насколько большое окно есть для Новой Физики. Разработанный метод позволяет анализировать как эксклюзивные (ультрапериферические столкновения), так и полуэксклюзивные (например, когда один из протонов не детектируется) процессы на БАК, и может быть обобщен для применения к подобным процессам на будущих коллайдерах более высоких энергий, которые являются основным перспективным инструментом исследования физики элементарных частиц. Выведенные аналитические формулы позволяют рассматривать не только процессы аннигиляции калибровочных бозонов в пару мюонов в рамках Стандартной Модели, но и процессы, включающие частицы вне ее рамок (например, аннигиляцию через гипотетический скалярный резонанс X (28 ГэВ), рассмотренную в одной из работ диссертации), что расширяет область применения используемого в работе подхода.

Научная новизна

1. Впервые получены аналитические выражения для сечений процессов рождения пары заряженных лептонов в протон-протонных столкновениях на БАК с учетом экспериментальных ограничений. Рассмотрены как эксклюзивные, так и полуэксклюзивные

процессы, доступные на эксперименте ATLAS.

2. Показано, что результат вычисления в рамках СМ совпадает в пределах 2 — 3 стандартных отклонений с экспериментальными данными. Вычисление проведено без использования Монте-Карло моделирования, как делалось ранее в литературе.
3. Впервые установлено, что поправка от слабого взаимодействия к доминирующему электромагнитному может быть значительной в определенной кинематической области и быть обнаружена на эксперименте.

Положения, выносимые на защиту

1. Развитый теоретический метод позволяет выводить аналитическое выражение для сечения рождения мюонной пары в протон-протонном столкновении через фотон-фотонное слияние на БАК, когда один из протонов попадает в передний детектор ATLAS, а другой может разрушиться, с учетом экспериментальных ограничений на конечный фазовый объем.
2. Подход, основанный на представлении амплитуд рассеяния в спиральном базисе, позволяет существенно упростить вычисления и приводит к ответу, согласующемуся на уровне 2 — 3 стандартных отклонений с экспериментальными данными коллаборации ATLAS.
3. Вычисленный с помощью изложенного в тексте диссертации метода теоретический вклад поправки от слабого взаимодействия в сечение полуэксклюзивного процесса рождения мюонной пары в протон-протонном столкновении может достигать 20% при определенных кинематических ограничениях на конечную мюонную пару.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность результатов диссертационного исследования обуславливается использованием в нем апробированных в научной практике методов теоретической физики, а также их сравнением с уже известными результатами. Все результаты были опубликованы в рецензируемых научных изданиях, а также изложены на семинарах и международных конференциях:

1. The Physics of the Dimuons at the LHC. Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна, Россия. Июнь 2022.
2. The XXVI International Scientific Conference of Young Scientists and Specialists (AYSS-2022), Объединенный институт ядерных исследований, г.Дубна, Россия. Октябрь 2022.
3. Семинар лаборатории квантовой теории поля ОТФ ФИАН. Март 2023.
4. Twenty-First Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, МГУ им. Ломоносова, г.Москва, Россия. Август 2023.
5. Молодежная конференция «Физика элементарных частиц и космология», Высшая школа экономики, г.Москва, Россия. Октябрь 2023.
6. Московская международная школа по физике 2024. Учебный центр ВШЭ "Вороново", с.Вороново, Россия. Февраль-март 2024.
7. Научная сессия секции ядерной физики ОФН РАН. ОИЯИ, Дубна, Россия. Апрель 2024.
8. Международная конференция "QUARKS-2024". Переславль-Залесский, Россия. Май 2024.

Личный вклад автора

Все результаты, выносимые на защиту, получены лично автором или при его непосредственном участии.

Публикации по теме диссертации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 7 печатных изданиях, рекомендованных ВАК.

1. S. I. Godunov, E. K. Karkaryan, V. A. Novikov, A. N. Rozanov, M. I. Vysotsky, E. V. Zhemchugov. LHC as a photon-photon collider: bounds on $\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma}$. Phys.Rev.D., 103, 035016 (2021).
2. S. I. Godunov, E. K. Karkaryan, V. A. Novikov, A. N. Rozanov, M. I. Vysotsky, E. V. Zhemchugov. Forward proton scattering in association with muon pair production via the photon fusion mechanism at the LHC. Jetp Lett. 115, 59–62 (2022).
3. S. I. Godunov, E. K. Karkaryan, V. A. Novikov, A. N. Rozanov, M. I. Vysotsky, E. V. Zhemchugov. pp scattering at the LHC with the lepton pair production and one proton tagging. Eur.Phys.J.C 82 (2022) 11, 1055
4. S. I. Godunov, E. K. Karkaryan, V. A. Novikov, A. N. Rozanov, M. I. Vysotsky, E. V. Zhemchugov. Weak interaction corrections to muon pair production via the photon fusion at the LHC. Phys.Rev.D 108 (2023) 9, 093006.
5. E. K. Karkaryan. Muon Production in Elastic Proton-Proton Scattering. Phys.Part.Nucl.Lett. 20 (2023) 6, 1449-1451.
6. E. K. Karkaryan. The Approach of Helicity Amplitudes to Calculation of the Muon Pair Production in Proton-Proton Scattering at the LHC. Phys.Part.Nucl. 55 (2024) 1, 176-179.
7. E. K. Karkaryan. Z Boson Contribution into the Muon Pair Production in Proton–Proton Collisions. Moscow Univ.Phys.Bull. 79 (2024) Suppl 1, 154-157.

Объем и структура работы.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения. Полный объём диссертации составляет 94 страницы, включая 9 рисунков и 1 таблицу. Список литературы содержит 72 наименования.

Благодарности

Автор выражает особую благодарность Высоцкому Михаилу Иосифовичу за многолетнее научное руководство, введение в мир теоретической физики частиц и совместную работу над интересными задачами.

Автор выражает благодарность научному коллективу, внутри которого проходила работа над диссертацией: С.И. Годунову, Е.В. Жемчугову, В.А. Новикову и А.Н. Розанову. Также автор выражает благодарность всем сотрудникам Отделения теоретической физики ФИАН и в частности Лаборатории квантовой теории поля за ту рабочую и творческую атмосферу, которая была создана, а также преподавателям программы физики элементарных частиц и фундаментальных взаимодействий, в которой автор познакомился с физикой элементарных частиц.

1 Квазиупругий процесс

$pp \rightarrow p\mu^+\mu^-p$ через фотон-фотонную аннигиляцию $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$

В данной Главе будет рассмотрен эксклюзивный процесс рождения мюонной пары через двухфотонное слияние в столкновении протонов на БАК. Подобные квазиупругие столкновения называют ультрапериферическими, поскольку взаимодействие протонов своими электромагнитными полями происходит на достаточно большом расстоянии. Такие события представляют большой экспериментальный интерес, так как являются достаточно чистыми: в конечном состоянии остается пара лептонов и два упруго рассеянных протона без вторичных частиц от процессов сильного взаимодействия. На примере подобного процесса будет продемонстрирован хорошо известный метод эквивалентных фотонов [44–46], который и в дальнейшем будет использоваться для квазиупругой части полуэксклюзивных процессов. Важным элементом точного вычисления сечений, в которых протоны рассеиваются упруго, является учет форм-факторов протонов. Необходимо также учитывать так называемый ”фактор выживания” (survival factor) [47–49], который приводит к эффективному уменьшению числа событий за счет возможного сильного взаимодействия между протонами, пролетающими на достаточно близком прицельном расстоянии, когда столкновение уже нельзя считать ультрапериферическим. Полученное теоретическое выражение для дифференциального сечения рассеяния позволяет естественным образом наложить экспериментальные ограничения на фа-

зовый объем, которые использовались в эксперименте ATLAS, исследовавшем данный процесс [41]. В рамках данного подхода будет также поставлено ограничение на константу взаимодействия резонанса $X(28 \text{ ГэВ})$ с фотонами.

Данная Глава написана на основе работы [50].

1.1 Приближение эквивалентных фотонов

Метод эквивалентных фотонов нашел широкое применение в том числе в двухфотонной физике. В частности было указано, что такой метод можно с успехом применить к ультрапериферическим процессам на БАК, рассматривая последний как фотон-фотонный коллайдер [51]. Получим основные формулы, необходимые для дальнейшего вычисления. Рассмотрим процесс взаимодействия частицы 1 с зарядом Ze с частицей 2 через обмен фотоном.

Суть метода заключается в факторизации ”мягкой” и ”жесткой” частей процесса. Под ”мягкой” частью подразумевается испускание так называемого ”квазиреального” фотона, т.е. фотона с достаточно маленькой виртуальностью. ”Жесткая” же часть отвечает за дальнейшее взаимодействие излученного фотона с частицей 2. Таким образом, дифференциальное сечение полного процесса $d\sigma$ принимает вид [52]:

$$d\sigma = d\sigma_r n(\vec{q}) d^3p', \quad (1.1)$$

где \vec{p}' - конечный импульс частицы 1, $\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'$ - импульс фотона, \vec{p} - начальный импульс частицы 1, $d\sigma_r$ - дифференциальное сечение ”жесткого” подпроцесса взаимодействия испущенного фотона с частицей 2 и $n(\vec{q})$ - спектр эквивалентных фотонов. Величина $n(\vec{q})$ может быть представлена в виде [51]

$$n(\vec{q}) = \frac{Z^2 \alpha}{\pi^2 \omega} \frac{\vec{q}_\perp^2}{(\vec{q}_\perp^2 + (\omega/\gamma)^2)^2}, \quad (1.2)$$

где α - постоянная тонкой структуры, ω - энергия фотона, \vec{q}_\perp - импульс фотона, поперечный к импульсу частицы 1, γ - лоренц-фактор частицы 1.

Получить формулу (1.2) можно в рамках нековариантной теории возмущений. Предположим, что заряженная ультрарелятивистская частица a с массой m и зарядом Z излучает фотон γ с маленькой виртуальностью $|q^2| \ll m^2$ и переходит в состояние a' . Далее фотон испытывает взаимодействие с частицей b , которая переходит в состояние b' . Характерное время подпроцесса с излучением в таком случае существенно больше времени взаимодействия фотона после излучения. Тогда элемент S -матрицы полного процесса может быть факторизован следующим образом:

$$\langle a' b' | \hat{S} | a b \rangle \approx \langle b' | \hat{S} | \gamma b \rangle \langle \gamma a' | \hat{U}(0; -\infty) | a \rangle, \quad (1.3)$$

где унитарный оператор $\hat{U}(t_1, t_2)$ есть оператор эволюции от времени t_1 до t_2 и $\hat{S} \equiv \hat{U}(-\infty, +\infty)$. Поскольку теперь в элементе U -матрицы интегрирование ведется не по всему интервалу времени, а до $t = 0$, то при вычислении квадрата матричного элемента вместо дельта-функции, отвечающей закону сохранения энергии возникнет фактор

$$2\pi\delta(E - E' - \omega) \rightarrow \frac{i}{E - E' - \omega}, \quad (1.4)$$

где E, E', ω - энергии частицы a в начальном и конечном состоянии и фотона соответственно. Квадрат элемента U -матрицы определяет спектр эквивалентных фотонов n . После исключения тривиального символа Кронекера δ_{ij} , выделения нормировок $1/\sqrt{2E}$ волновых функций и дельта-функции, описывающей закон сохранения трехмерного импульса, получим из элемента U -матрицы матричный элемент M , для которого формулируются стандартные правила Фейнмана квантовой электродинамики. Тогда для дифференциального спектра эквивалентных фотонов dn имеем:

$$dn = \frac{1}{2E} \frac{\sum |M|^2}{(E - E' - \omega)^2} d\Phi_2 (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}' - \vec{k}), \quad (1.5)$$

где \vec{p} , \vec{p}' , \vec{k} - трехмерные импульсы соответственно, M - амплитуда излучения частицей a фотона γ (усредненная и просуммированная по поляризациям) и $d\Phi_2$ - двухчастичный фазовый объем системы $|a'\gamma\rangle$:

$$d\Phi_2 \equiv \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega} \frac{d^3p'}{(2\pi)^3 2E'}. \quad (1.6)$$

подчеркнем, что в процессе $a \rightarrow a'\gamma$ энергия не сохраняется, все частицы предполагаются на массовой поверхности. Суммирование по поляризациям фотона выполняется только по физическим степеням свободы, поскольку калибровочная инвариантность нарушена (учитывается только диаграмма с излучением фотона в конечном состоянии).

Будем работать в следующей кинематике: $p = (E, \vec{0}, p)$, $p' = (E', -\vec{p}_\perp, (1-z)p)$ и $k = (\omega, \vec{p}_\perp, zp)$, где $0 \leq z \leq 1$. В ультрарелятивистском пределе $|p_\perp|, m \ll E$ имеем

$$\begin{aligned} E' &\approx p(1-z) + \frac{p_\perp^2 + m^2}{2(1-z)p}; \\ \omega &\approx zp + \frac{p_\perp^2}{2zp}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Тогда для разности энергий имеем

$$E - \omega - E' \approx -\frac{p_\perp^2 + z^2 m^2}{2z(1-z)E}. \quad (1.8)$$

С учетом интегрирования с трехмерной дельта-функцией фазовый объем можно переписать в виде:

$$d\Phi_2 \approx \frac{d\omega d^2 p_\perp}{32\pi^3 \omega (1-z)E}. \quad (1.9)$$

Квадрат амплитуды вычисляется по стандартным правилам Фейнма-

на:

$$\begin{aligned}
\sum |\overline{M}|^2 &= \frac{Ze^2}{2} Sp \left[(\hat{p}' + m) \gamma_i (\hat{p} + m) \gamma_j \right] \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{\vec{k}^2} \right) = \quad (1.10) \\
&= 4Ze^2 [EE' - \frac{(\vec{k}\vec{p})(\vec{p}')}{\vec{k}^2} - m^2] \approx \\
&\approx \frac{2Ze^2}{z(1-z)} \left[p_{\perp}^2 (z^2 - 2z + 2) + m^2 z^4 \right].
\end{aligned}$$

Подставляя выражения (1.8), (1.9) и (1.10), обратно в (1.5), получаем ($e^2 = 4\pi\alpha$)

$$dn = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{d\omega}{\omega} \frac{p_{\perp}^2 (z^2 - 2z + 2) + m^2 z^4}{(p_{\perp}^2 + z^2 m^2)^2} d^2 p_{\perp}. \quad (1.11)$$

Поскольку $z \approx \omega/E \ll 1$ в ультрарелятивистском случае, то в пренебрежении слагаемыми $\sim z, z^2, z^4$ воспроизводится формула (1.2).

Чтобы перейти к энергетическому спектру необходимо проинтегрировать выражение (1.2) по q_{\perp} . Нижний предел диктуется применимостью метода: $|\vec{q}_{\perp}| \geq \omega/\gamma^2$. Действительно интеграл по \vec{q}_{\perp} до ω/γ^2 ведет себя как константа по энергии мягкого фотона ω :

$$n(\omega) \sim \int^{\omega/\gamma^4} dq_{\perp}^2 \frac{q_{\perp}^2}{\omega^4/\gamma^4} \sim \frac{1}{\gamma^4}, \quad (1.12)$$

в то время как для $\omega^2/\gamma^4 \ll q_{\perp}^2 \ll m^2$ (m - масса излучающей частицы) имеется логарифмическое усиление при малых ω :

$$n(\omega) \sim \int^{m^2} dq_{\perp}^2 \frac{q_{\perp}^2}{q_{\perp}^4} \sim \ln \frac{\gamma m}{\omega}. \quad (1.13)$$

Верхний предел определяется не только точностью приближения, но и условиями конкретной задачи, о чем будет сказано в следующем пункте.

1.2 Сечение рассеяния $p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p$

Как уже говорилось выше, данное столкновение называется ультрапериферическим. Диаграммы Фейнмана, дающие вклад, приведены на Рис.1.1. В таком процессе протон ”выживает” после рассе-

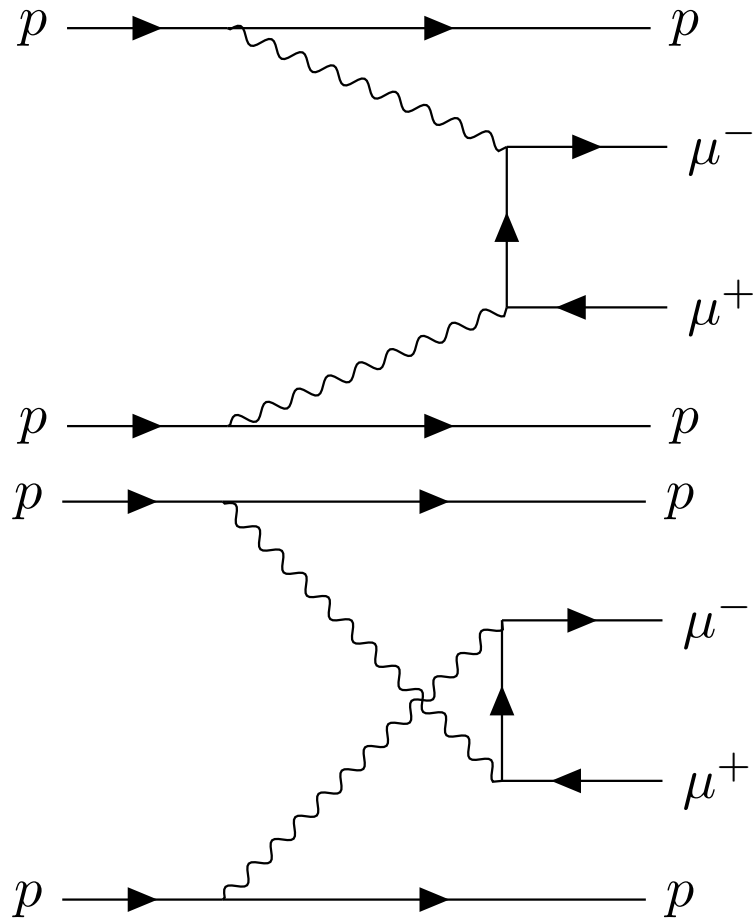


Рис. 1.1: Диаграммы Фейнмана, дающие вклад в процесс $pp \rightarrow p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p$

яния, а не превращается в адроны. Тогда в качестве верхнего предела при интегрировании выражения (1.2) можно взять величину $\hat{q} = 0.2$ ГэВ [51]. Тогда окончательное выражение для энергетического

спектра эквивалентных фотонов принимает вид:

$$n(\omega) = \frac{2\alpha}{\pi\omega} \ln \frac{\hat{q}\gamma}{\omega}, \quad (1.14)$$

где для протона подставлено $Z = 1$. Величина $\gamma = 6.93 \times 10^3$ для протонов на БАК.

В рамках метода эквивалентных фотонов сечение ультрапериферического процесса $pp \rightarrow p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p$ факторизуется следующим образом:

$$\sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow p\mu^+\mu^-p) = \int_{m_\mu^2/\hat{q}\gamma}^{\hat{q}\gamma} d\omega_1 \int_{m_\mu^2/\omega_1}^{\hat{q}\gamma} d\omega_2 \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu\mu) n(\omega_1) n(\omega_2), \quad (1.15)$$

где m_μ - масса мюона. Явное обрезание на верхнем пределе обеспечивает сходимость интеграла и диктуется критерием применимости приближения эквивалентных фотонов [52]. Нижние пределы интегрирования получаются из рассмотрения закона сохранения 4-импульса "жесткого" процесса $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$: $(q_1+q_2)^2 = (k_1+k_2)^2$, где $q_{1,2}$ и $k_{1,2}$ - 4-импульсы фотонов и мюонов соответственно. С учетом $q_{1,2}^2 \approx 0$, $k_{1,2}^2 = m_\mu^2$ и $2k_1k_2 \leq 2m_\mu^2$ получим $\omega_1\omega_2 \leq m_\mu^2$. Удобно для дальнейшего наложения экспериментальных ограничений и численного интегрирования перейти к следующим переменным: $s = 4\omega_1\omega_2$ - квадрат инвариантной массы мюонной пары, и $x = \omega_1/\omega_2$. В таких переменных формула (1.15) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-) &= \int_{(2m_\mu)^2}^{\infty} \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) ds \times \\ &\times \int_0^{\infty} \frac{dx}{8x} n\left(\sqrt{\frac{sx}{4}}\right) n\left(\sqrt{\frac{s}{4x}}\right). \end{aligned} \quad (1.16)$$

1.3 Экспериментальные ограничения ATLAS

Рассматриваемый процесс изучался коллаборацией ATLAS [41] при энергии в системе центра инерции сталкивающихся протонов 13 ТэВ. В Таблице 1.1 приводятся кинематические ограничения на пару конечных мюонов, используемые в эксперименте: ограничение на инвариантную массу пары конечных мюонов s , на поперечный импульс мюона относительно протонного пучка p_T и псевдобыстроту мюона $\eta = -\ln \tan \theta/2$.

Инвариантная масса	p_T	$ \eta $
$22 \text{ ГэВ} < \sqrt{s} < 30 \text{ ГэВ}$	$> 6 \text{ ГэВ}$	< 2.4

Таблица 1.1: Ограничения, накладываемые экспериментом ATLAS на фазовый объем мюонной пары [41]. p_T - поперечный импульс мюона по отношению к протонному пучку, $\eta = -\ln \tan \theta/2$ - псевдобыстрота мюона.

Для того, чтобы имплементировать в формулу (1.16) приведенные в Таблице 1.1 ограничения необходимо ввести интегрирование по p_T и η . Дифференциальное по поперечному импульсу сечение $d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)/dp_T$ дается формулой [52]:

$$d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} \left(\frac{s+t}{t} + \frac{t}{s+t} \right) dt = \frac{8\pi\alpha^2}{sp_T} \frac{1 - 2p_T^2/s}{\sqrt{1 - 4p_T^2/s}} dp_T. \quad (1.17)$$

Путем прямых кинематических преобразований можно получить [51]:

$$\frac{1}{\hat{x}} < x < \hat{x}, \quad \text{where } \hat{x} = \exp(2\hat{\eta}) \frac{1 - \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}{1 + \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}, \quad (1.18)$$

где $\hat{\eta} = 2.4$.

Таким образом, окончательно получаем для сечения $pp(\gamma\gamma) \rightarrow p\mu^+\mu^-p$:

$$\sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-) = \int_{\hat{s}_{min}}^{\hat{s}_{max}} ds \int_{\hat{p}_T}^{\sqrt{s}/2} \frac{d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)}{dp_T} dp_T \times \quad (1.19)$$

$$\times \int_{1/\hat{x}}^{\hat{x}} \frac{dx}{8x} n\left(\sqrt{\frac{sx}{4}}\right) n\left(\sqrt{\frac{s}{4x}}\right),$$

где $\hat{s}_{min} = 22$ ГэВ, $\hat{s}_{max} = 30$ ГэВ, $\hat{p}_T = 6$ ГэВ согласно данным из Таблицы 1.1. Верхний предел по p_T можно получить в системе центра инерции мюонной пары в ультрарелятивистском приближении. Подстановка выражения (1.14) в (1.19) приводит к следующему окончательному выражению [50]

$$\sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-) = \frac{\alpha^2}{\pi^2} \int_{\hat{s}_{min}}^{\hat{s}_{max}} \ln^2 \frac{(2\hat{q}\gamma)^2}{s} \frac{ds}{s} \int_{\hat{p}_T}^{\sqrt{s}/2} \frac{d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)}{dp_T} \times \quad (1.20)$$

$$\times \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\ln \hat{x}}{\ln \frac{(2\hat{q}\gamma)^2}{s}} \right)^2 \right] \ln \hat{x} dp_T.$$

В пренебрежении вторым слагаемым в квадратных скобках, которое мало, можно провести интегрирование до конца аналитически: $\sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-) = 0.73$ пбн. Численное интегрирование выражения (1.20) приводит к меньшему значению 0.68 пбн.

1.4 Учет форм-фактора протона F_1 и фактора выживания

При упругом рассеянии протона его пространственная структура учитывается феноменологически путем введения форм-факторов в

вершину электромагнитного взаимодействия Γ_μ [52]:

$$\Gamma_\mu = F_1(Q^2)\gamma_\mu - \frac{F_2(Q^2)}{2m_p}\sigma_{\mu\nu}q^\nu, \quad (1.21)$$

где $F_{1,2}(Q^2)$ - форм-факторы Дирака и Паули, $Q^2 = -q^2 > 0$ (поскольку в процессе рассеяния $q^2 < 0$), q - 4-импульс излученного фотона,

$$\sigma_{\mu\nu} = (1/2)(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu), \quad (1.22)$$

m_p - масса протона. Удобнее от форм-факторов Дирака и Паули перейти к форм-факторам Сакса:

$$G_E(Q^2) = F_1(Q^2) - \frac{Q^2}{4m_p^2}F_2(Q^2), \quad (1.23)$$

$$G_M(Q^2) = F_1(Q^2) + F_2(Q^2).$$

Зависимость форм-факторов от Q^2 дается так называемым дипольным приближением [53]:

$$G_E(Q^2) = \frac{1}{(1 + Q^2/\Lambda^2)^2}, \quad G_M(Q^2) = \frac{\mu_p}{(1 + Q^2/\Lambda^2)^2}, \quad \Lambda^2 = 0.66 \text{ ГэВ}^2, \quad (1.24)$$

где $\mu_p = 2.79$ - магнитный момент протона [54].

Спектр эквивалентных фотонов $n(\omega)$ пропорционален квадрату матричного элемента протонного тока с испусканием фотона. Поэтому в выражение для спектра войдет некоторая квадратичная комбинация из форм-факторов. При вычислении квазиупругого процесса, рассматриваемого в этой Главе, мы учитывали только форм-фактор $F_1(Q^2)$, однако в Главе 2 для более точного вычисления будет учтен также и $F_2(Q^2)$. Окончательный ответ имеет следующий вид [51]:

$$n(\omega) = \frac{\alpha}{\pi^2\omega} \int \frac{\vec{q}_\perp^2 F_1^2(\vec{q}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{(\vec{q}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)^2} d^2q_\perp, \quad (1.25)$$

где величина $F_1(Q^2)$ дается следующим из (1.23) выражением:

$$F_1(Q^2) = G_E(Q^2) \left[1 + \frac{(\mu_p - 1)\tau}{1 + \tau} \right], \quad (1.26)$$

где $\tau = Q^2/4m_p^2$. Стоит отметить, что присутствие форм-фактора в формуле (1.25) делает интеграл сходящимся и позволяет проводить интегрирование до бесконечности.

Обсудим влияние фактора выживания на величину сечения. Данный фактор определяет вероятность того, что не произойдет сильного взаимодействия между протонами, и эффективно уменьшает сечение, вычисленное только при учете электромагнитного взаимодействия. Его можно определить как следующее отношение:

$$S_{\gamma\gamma}^2 = \frac{\int_{b_1>0} \int_{b_2>0} n(b_1, \omega_1) n(b_2, \omega_2) P(|\vec{b}_1 - \vec{b}_2|) d^2b_1 d^2b_2}{n(\omega_1) n(\omega_2)}, \quad (1.27)$$

где $\vec{b}_{1,2}$ - прицельный параметр первого и второго протона, а функция $P(|\vec{b}_1 - \vec{b}_2|)$ - вероятность того, что протон "выживет" при столкновении [48]:

$$P(b) = \left(1 - e^{-\frac{b^2}{2B}}\right)^2. \quad (1.28)$$

Параметр $B = 19.7 \text{ ГэВ}^{-2}$ [55]. В данной Главе мы явно учтем вероятность "выживания" $P(b)$ в формуле для сечения (1.19). Для этого выделим интегрирование по прицельному параметру в формуле для спектра эквивалентных фотонов:

$$n(\omega) = \int n(b, \omega) d^2b. \quad (1.29)$$

С учетом дополнительного интегрирования формула (1.19) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-) &= \int_{\hat{s}_{min}}^{\hat{s}_{max}} ds \int_{\hat{p}_T}^{\sqrt{s}/2} dp_T \frac{d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)}{dp_T} \times \\ &\times \int_{1/\hat{x}}^{\hat{x}} \frac{dx}{8x} \int_{b_1>0} d^2b_1 \int_{b_2>0} d^2b_2 n\left(b_1, \sqrt{\frac{sx}{4}}\right) n\left(b_2, \sqrt{\frac{s}{4x}}\right) P(|\vec{b}_1 - \vec{b}_2|). \end{aligned} \quad (1.30)$$

Результат численного интегрирования приводит к следующей величине сечения [50]

$$\sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow p\mu^+\mu^-p) = 0.68 \text{ пбн.} \quad (1.31)$$

1.5 Вклад скалярного резонанса X

В том же году, когда вышла работа ATLAS по измерению сечения ультрапериферического столкновения $pp(\gamma\gamma) \rightarrow p\mu^+\mu^-p$, коллаборация CMS указала на возможное существование резонанса X с массой $M_X = (28.3 \pm 0.4) \text{ ГэВ}$ [56]. В работе [57] изучался возможный вклад данной частицы в аномальный магнитный момент мюона, и были получены константы взаимодействия X с мюонами в скалярном и векторном случае. В рассматриваемом нами диапазоне инвариантной массы мюонной пары $22 \text{ ГэВ} < \sqrt{s} < 30 \text{ ГэВ}$, может произойти резонансное рождение X , если мы предположим взаимодействие с фотонами. В таком случае X не может быть вектором, поскольку не существует состояния двух фотонов с полным моментом единица (знаменитая теорема Ландау-Янга). Ниже рассмотрим соответствующий процесс $pp(\gamma\gamma) \rightarrow p\mu^+\mu^-p$, идущий через промежуточный скалярный резонанс $\gamma\gamma \rightarrow X \rightarrow \mu^+\mu^-$.

Диаграмма Фейнмана для данного процесса изображена на Рис.1.2. Эффективная вершина взаимодействия скаляра X с мюонами записывается в виде:

$$\Delta\hat{\mathcal{L}}_{X\mu\mu} = Y\hat{\mu}\hat{\mu}\hat{X}, \quad (1.32)$$

где $\hat{X}, \hat{\mu}$ - скалярное поле и мюонное поле соответственно, величина константы $Y = 0.041 \pm 0.006$ была получена в работе [57]. Тогда нетрудно получить для ширины распада $X \rightarrow \mu^+\mu^-$:

$$\Gamma_{X \rightarrow \mu^+\mu^-} = \frac{Y^2}{8\pi} M_X \left(1 - \frac{4m_\mu^2}{M_X^2}\right)^{3/2} = (1.8 \pm 0.5) \text{ МэВ.} \quad (1.33)$$

Экспериментальное значение ширины пика согласно [56]:

$$\Gamma_X^{exp} = (1.8 \pm 0.8) \text{ ГэВ.} \quad (1.34)$$

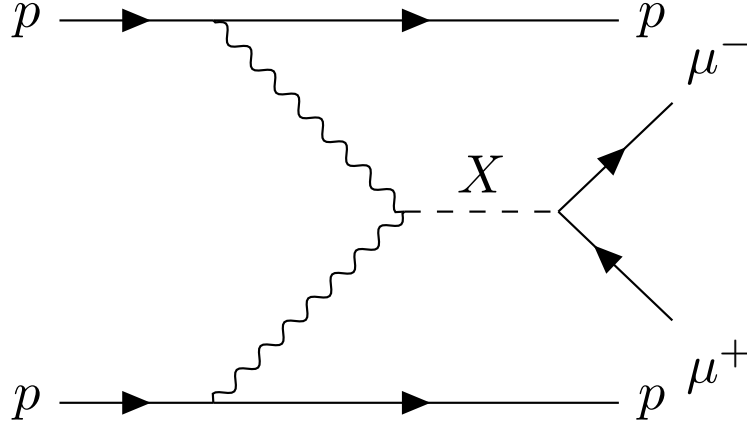


Рис. 1.2: Вклад резонанса X в квазиупругий процесс $pp(\gamma\gamma) \rightarrow p\mu^+\mu^-p$

Эта величина близка к разрешению детектора для мюонной системы $\sigma = 0.45$ ГэВ. Поэтому мы рассмотрим еще случай, когда полная ширина определяется шириной распада в мюоны (1.34).

Эффективная калибровочно-инвариантная вершина взаимодействия скаляра X с фотонами может быть представлена в виде:

$$\Delta\hat{\mathcal{L}}_{X\gamma\gamma} = \kappa\hat{X}\hat{F}_{\mu\nu}\hat{F}^{\mu\nu}, \quad [\kappa] = [1/m], \quad (1.35)$$

где $\hat{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\hat{A}_\nu - \partial_\nu\hat{A}_\mu$, \hat{A}_μ - оператор фотонного поля. Отсюда несложно получить ширину распада $X \rightarrow \gamma\gamma$:

$$\Gamma_{X\rightarrow\gamma\gamma} = (\kappa^2 M_X^3)/(16\pi). \quad (1.36)$$

Пропагатор G нестабильной скалярной частицы с учетом радиационных поправок может быть записан в виде:

$$G(P^2) = \frac{1}{P^2 - M_0^2 - \Pi(P^2)}, \quad (1.37)$$

где P - 4-импульс частицы, M_0 - "голая" масса частицы, $\Pi(P^2)$ - поляризационный оператор. В окрестности перенормированной массы частицы M имеем $M^2 = M_0^2 + \text{Re}\Pi(M^2)$ и $\text{Im}\Pi(M^2) = -M\Gamma$, где

Γ - полная ширина распада частицы. Таким образом для амплитуды подпроцесса $\gamma\gamma \rightarrow X \rightarrow \mu^+\mu^-$ с промежуточной нестабильной скалярной частицей X имеем

$$A = \kappa F_{\mu\nu}^1 F_{\mu\nu}^2 \frac{1}{s - M_X^2 + i\Gamma_X M_X} \bar{\mu}\mu Y, \quad (1.38)$$

где как и ранее в данной Главе $s = 4\omega_1\omega_2$ - квадрат инвариантной массы мюонной пары. Для вычисления соответствующего сечения необходимо вычислить просуммированный и усредненный по поляризациям квадрат модуля амплитуды (1.38):

$$|A|^2 = \kappa^2 Y^2 M_X^6 \frac{1}{(s - M_X^2)^2 + \Gamma_X^2 M_X^2}. \quad (1.39)$$

Выражая Y и κ из формул (1.34) и (1.36) через соответствующие ширины (в (1.34) используем предел $m_\mu/M_X = 0$) получим выражение для сечения $\gamma\gamma \rightarrow X \rightarrow \mu^+\mu^-$ вида резонансного сечения Брейта-Вигнера [50]:

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X \rightarrow \mu^+\mu^-} = 8\pi \frac{\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma} \Gamma_{X \rightarrow \mu^+\mu^-}}{(s - M_X^2)^2 + \Gamma_X^2 M_X^2}. \quad (1.40)$$

Обсудим интерференцию между $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $\gamma\gamma \rightarrow X \rightarrow \mu^+\mu^-$. Можно показать, что ее вклад мал по сравнению с вкладом собственно скаляра X из следующих соображений. Проанализируем в ультрарелятивистском пределе $s \gg m_\mu^2$ вклад диаграммы Рис.1.1. В этом пределе киральность совпадает со спиральностью частицы. Электромагнитное взаимодействие с фермионами вида $\sim \bar{u}\gamma_\mu u = \bar{u}_L\gamma_\mu u_L + \bar{u}_R\gamma_\mu u_R$ сохраняет киральность. Поэтому мюонная пара будет рождаться либо $\mu_L^-\mu_R^+$, либо $\mu_R^-\mu_L^+$. Вклад от таких конфигураций подавлен как m_μ/\sqrt{s} . Вклад же диаграммы Рис.1.2 не приводит к такому у подавлению, поскольку вершина $X\bar{\mu}\mu$ Юкавского типа, и не сохраняет киральность $\sim \bar{u}u = \bar{u}_L u_R + \bar{u}_R u_L$. Рассмотрим область $s \approx M_X^2$. В таком случае фазы диаграмм Рис.1.1 (A_0) и Рис.2.2 (A_X)

отличаются на $\pi/2$ (A_0 вещественная, а A_X чисто мнимая), и интерференционный член $\sim \text{Re}(A_0 A_X) = 0$. Таким образом, для отношения интерференционного вклада $\sim \text{Re}(A_0 A_X)$ и вклада только от резонанса $|A_X|^2$ получаем следующую безразмерную оценку

$$\frac{\text{Re}(A_0 A_X)}{|A_X|^2} \sim \frac{\alpha \Gamma_X}{\sqrt{\Gamma_{X \rightarrow \mu^+ \mu^-} \Gamma_{X \rightarrow \gamma \gamma}}} \frac{m_\mu}{M_X} \left(1 - \frac{M_X^2}{s}\right), \quad (1.41)$$

где мы учли константы связи в вершинах и $s \approx M_X^2$. Стоит отметить, что эта оценка может быть получена и прямым анализом выражения для амплитуды, написанного по соответствующим диаграммам Фейнмана. Численно это отношение меньше 1% как для $\Gamma_X = 1.8$ ГэВ, так и для 1.8 МэВ.

Вычислим теперь искомый вклад резонанса X в полное сечение рассматриваемого ультрапериферического процесса. Для этого подставим формулу (1.40) в (1.19) и воспользуемся логарифмическим приближением для спектров эквивалентных фотонов (1.14). Тогда интегралы по x и по p_T можно взять аналитически и получить следующее выражение:

$$\begin{aligned} \sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-)(X) &= \frac{8\alpha^2 \Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma} \Gamma_{X \rightarrow \mu^+\mu^-}}{\pi M_X^2} \times \\ &\int_{\hat{s}_{min}}^{\hat{s}_{max}} \frac{ds}{(s - M_X^2)^2 + \Gamma_X^2 M_X^2} \ln^2 \frac{(2\hat{q}\gamma)^2}{s} \left[\sqrt{1 - \frac{4\hat{p}_T^2}{s}} \times \right. \\ &\times \left. \left(2\hat{\eta} + \ln\left(\frac{1 - \sqrt{1 - 4\hat{p}_T^2/s}}{1 + \sqrt{1 - 4\hat{p}_T^2/s}}\right) \right) - \ln \frac{4\hat{p}_T^2}{s} \right]. \end{aligned} \quad (1.42)$$

Для узкого резонанса интегрирование выражения (1.42) может быть далее выполнено аналитически благодаря известному соотношению:

$$\frac{\Gamma_X M_X}{\pi[(s - M_X^2)^2 + \Gamma_X^2 M_X^2]} \rightarrow \delta(s - M_X^2), \quad \Gamma_X \ll s - M_X^2 \quad (1.43)$$

Результат имеет следующий вид:

$$\sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-)(X) = \frac{8\alpha^2\Gamma_{X\rightarrow\gamma\gamma}\Gamma_{X\rightarrow\mu^+\mu^-}}{\Gamma_X M_X^3} \ln^2 \frac{(2\hat{q}\gamma)^2}{M_X^2} \times \quad (1.44)$$

$$\times \left[\sqrt{1 - \frac{4\hat{p}_T^2}{M_X^2}} \left(2\hat{\eta} + \ln\left(\frac{1 - \sqrt{1 - 4\hat{p}_T^2/M_X^2}}{1 + \sqrt{1 - 4\hat{p}_T^2/M_X^2}}\right) \right) - \ln \frac{4\hat{p}_T^2}{M_X^2} \right].$$

Численно сечение в (1.44) равно [50]

$$\sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-)(X) = 6.1 \times 10^4 \frac{\Gamma_{X\rightarrow\mu^+\mu^-}}{M_X} \frac{\Gamma_{X\rightarrow\gamma\gamma}}{\Gamma_X} \text{ пбн.} \quad (1.45)$$

Для случая широкого резонанса $\Gamma_X = 1.8 \text{ ГэВ}$ интегрирование в (1.42) необходимо проводить численно. Получается следующий результат:

$$\sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-)(X) \approx 49 \frac{\Gamma_{X\rightarrow\gamma\gamma}}{M_X} \text{ пбн.} \quad (1.46)$$

Заметим, что распад X в фотоны может быть осуществлен и без введения вершины $X\gamma\gamma$. Ограничиваясь только взаимодействием скаляра с мюонами, имеем следующую треугольную диаграмму Рис.1.3: Амплитуда такого процесса есть [58]:

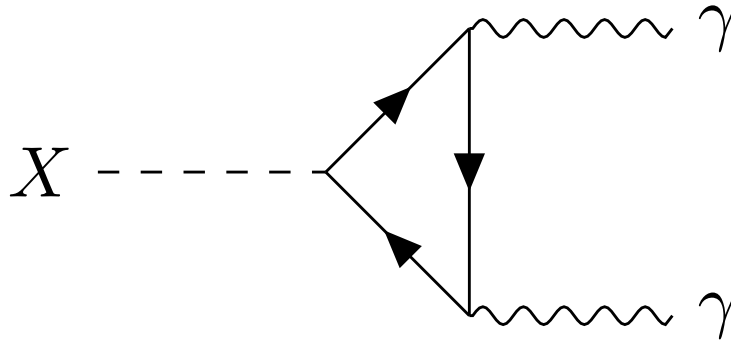


Рис. 1.3: Распад X через фермионную петлю.

$$A = \frac{\alpha F}{4\pi} Y_{Xff} \frac{1}{m_f} X F_{\mu\nu}^1 F_{\mu\nu}^2, \quad (1.47)$$

а ширина распада соответственно:

$$\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{\alpha^2 F^2}{256\pi^3} Y_{Xff}^2 \left(\frac{M_X}{m_f} \right)^2 M_X, \quad (1.48)$$

где

$$F = -2\beta[(1 - \beta)\varkappa^2 + 1], \quad \beta = \frac{4m_f^2}{M_X^2}, \quad (1.49)$$

$$\varkappa = \begin{cases} \arctan(\frac{1}{\sqrt{\beta-1}}), & \beta > 1 \\ \frac{1}{2} \left[i \ln\left(\frac{1+\sqrt{1-\beta}}{1-\sqrt{1-\beta}}\right) + \pi \right], & \beta < 1, \end{cases}$$

где Y_{Xff} - константа связи X с фермионами, m_f - масса фермиона бегущего в петле. Для мюона получаем $\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma} \approx 10^{-11} M_X$, что много меньше полученных выше значений (1.45) и (1.46).

1.6 Численные результаты и заключение по главе

Экспериментальная величина сечения $pp(\gamma\gamma) \rightarrow p\mu^+\mu^-p$ в интересующем нас интервале $22 \text{ ГэВ} < m_{\mu^+\mu^-} < 30 \text{ ГэВ}$ из данных эксперимента ATLAS [41]:

$$\frac{d\sigma^{\text{эксп.}}}{dm_{\mu^+\mu^-}} = (0.076 \pm 0.005) \frac{\text{пбн}}{\text{ГэВ}}, \quad \rightarrow \quad \sigma^{\text{эксп.}} = (0.61 \pm 0.04) \text{ пбн}. \quad (1.50)$$

Приведем еще раз величину сечения того же процесса (1.31), которая была вычислена в рамках СМ:

$$\sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow p(\mu^+\mu^-)p) = 0.68 \text{ пбн}. \quad (1.51)$$

Отсюда получаем следующее ограничение на величину вклада скалярного резонанса X :

$$\sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-)(X) \lesssim 0.10 \text{ пбн} \quad (1.52)$$

на 95 % уровне достоверности.

Из сравнения с (1.45) для узкого резонанса получаем следующее верхнее ограничение:

$$Br(X \rightarrow \gamma\gamma) < 2.6 \times 10^{-2}, \quad \Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma} < 46 \text{ кэВ} \approx 1.6 \times 10^{-6} M_X \quad (1.53)$$

на 95 % уровне достоверности.

Для случая широкого резонанса получаем

$$Br(X \rightarrow \gamma\gamma) < 3.2 \times 10^{-2}, \quad \Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma} < 58 \text{ МэВ} \approx 2 \times 10^{-3} M_X \quad (1.54)$$

на 95 % уровне достоверности.

Таким образом, в данной Главе на основе метода эквивалентных фотонов было получено аналитическое выражение для дифференциального сечения рождения заряженных лептонов в ультрапериферическом столкновении протонов. Выведенное выражение позволяет естественным образом наложить экспериментальные ограничения и в логарифмическом приближении провести интегрирование аналитически.

При учете форм-фактора протона и фактора выживания вычисление необходимо проводить численно. Было показано, что учет вышеуказанных факторов приводит к более точному результату, отличающемуся от вычисленного аналитически на несколько процентов.

В предположении существования скалярного резонанса было получено аналитическое выражение для сечения $p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p$ через промежуточный резонанс $\gamma\gamma \rightarrow X \rightarrow \mu^+\mu^-$. Для узкого резонанса в логарифмическом приближении результат также может быть получен аналитически. Из сравнения вычисления в рамках Стандартной Модели и экспериментального значения, мы ограничили ширину распада $X \rightarrow \gamma\gamma$.

2 Полуэксклюзивный процесс $pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X$ через фотон-фотонную аннигиляцию

В данной Главе будет рассмотрен более сложный процесс рождения пары заряженных лептонов в протон-протонном столкновении, когда один из протонов "не выживает" после столкновения и распадается в некоторое конечное адронное состояние X . Подобный процесс наряду с уже рассмотренным в предыдущей главе квазиупругим столкновением $p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p$ вносит вклад в сечение полуэксклюзивной реакции. Следуя работе [59], амплитуда процесса будет получена в спиральном базисе. Такой подход позволяет факторизовать квадрат матричного элемента на неинтерферирующие слагаемые с заданной поляризацией и исследовать вклад каждой из них. Квазиупругая часть рассеяния будет вычислена также в рамках приближения эквивалентных фотонов с учетом электрического и магнитного форм-факторов. Чтобы протон разрушился, испущенный фотон должен обладать достаточно большой виртуальностью, поэтому мягкофотонное приближение здесь неприменимо. Вычисление такой неупругой части процесса будет проведено в рамках партонной модели. Как упоминалось выше, в полуэксклюзивном процессе фактор выживания играет более существенную роль, что будет учтено при вычислении полного сечения. Выведенные таким образом теоретические формулы для сечения будут использованы для анализа данных эксперимента ATLAS по измерению такого полуэксклюзивного процесса, когда один из протонов попадает в передний

детектор [42]. Будет получено окончательное численное значение для сечения процесса $p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-X$ с учетом экспериментальных ограничений.

Ниже индекс (1) отвечает фотону, испущенному квазиупруго рассеянным протоном, а индекс (2) отвечает фотону, испущенному кварком. В данной Главе переменная s отвечает квадрату энергии сталкивающихся протонов в системе центра инерции.

Данная Глава написана на основе работ [60] и [61]. Обсуждение киральной аномалии в Главе 2.6 основано на работе [62]

2.1 Кинематические ограничения на конечный фазовый объем

Как уже отмечалось аналитические выражения, полученные в данной Главе, будут применяться для анализа данных коллаборации ATLAS [42]. В эксперименте измерялся процесс рождения пары заряженных лептонов в столкновении протонов с энергией в системе центра инерции протонов $\sqrt{s} = 13$ ТэВ через фотон-фотонную аннигиляцию. При этом один из протонов регистрировался передним детектором (ATLAS Forward Proton spectrometer), то есть испытал квазиупругое рассеяние. Это приводит к дополнительному подавлению фазового объема, наряду с ограничениями по инвариантной массе мюонной пары, поперечному импульсу и псевдобыстроте лептона, которые были рассмотрены в Главе 1. Знание характерных и допустимых величин энергий и импульсов частиц в эксперименте позволяет сделать определенные приближения и тем самым упростить аналитические выражения. Перейдем к соответствующим оценкам.

Нас будут интересовать мюоны. Выпишем соответствующие огра-

ничения на фазовый объем мюонной пары:

$$20 \text{ ГэВ} < W < 70 \text{ ГэВ}, \quad W > 105 \text{ ГэВ} \quad (2.1)$$

$$p_{(1,2),T} > \hat{p}_T = 18 \text{ ГэВ},$$

$$p_T^{\mu\mu} < \hat{p}_T^{\mu\mu} = 5 \text{ ГэВ},$$

$$|\eta_{(1,2)}| < \hat{\eta} = 2.47,$$

$$0.035 < \xi < 0.08$$

где W - инвариантная масса мюонной пары $W^2 = (k_1 + k_2)^2$, $k_{(1,2)}$ - четырехимпульс мюона, $p_{(1,2),T}$ - поперечный импульс и $\eta_{(1,2)}$ - псевдобыстрота мюона, $p_T^{\mu\mu} = |\vec{p}_{1T} + \vec{p}_{2T}|$ - поперечный импульс пары, ξ - потеря энергии протона на излучение.

Начнем с последнего ограничения на попадание квазиупруго рассеянного протона в передний детектор. Величина ξ дается формулой:

$$\xi_{\pm} = \frac{E - E'}{E} = \frac{W}{\sqrt{s}} e^{\pm y}, \quad (2.2)$$

где \pm отвечает попаданию протона в передний детектор со стороны, отвечающий положительному (сторона A) или отрицательному (сторона C) направлению оси пучка соответственно, E и E' - энергии протона, попавшего в передний детектор, до и после излучения. Величина y - быстрота пары мюонов определяется как

$$y_i = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + p_{1,z} - p_{2,z}}{\epsilon_1 + \epsilon_2 - p_{1,z} + p_{2,z}}, \quad (2.3)$$

где ϵ_i - энергия i -го мюона, $p_{i,z}$ - компонента его импульса вдоль оси z , которая определяется как ось столкновения протонов. Подчеркнем, что быстрота не является лоренц-инвариантной величиной и определяется в лабораторной системе, то есть системе центра инерции сталкивающихся протонов. Присвоим индекс 1 протону, который попадает в передний детектор со стороны A , а индекс 2 - тому, который попадает со стороны C . Тогда с учетом $E_{(1,2)} - E'_{(1,2)} = \omega_{1,2}$ из (2.2) нетрудно получить следующее соотношение:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{\omega_1}{\omega_2}. \quad (2.4)$$

Таким образом, мы имеем ограничения на энергию фотона, излученного протоном:

$$227 \text{ ГэВ} \equiv \omega_{\min} < \omega_1 < \omega_{\max} \equiv 520 \text{ ГэВ}. \quad (2.5)$$

Перейдем к остальным ограничениям. Вырезанная область по инвариантной массе пары $70 \text{ ГэВ} < W < 105 \text{ ГэВ}$ исключает резонансный вклад Z бозонов. С учетом $W > 20 \text{ ГэВ} \gg m_\mu$ мы можем считать мюоны ультрарелятивистскими. Верхнее ограничение на p_T дается следующим равенством:

$$W^2 = (k_1 + k_2)^2 > 2k_1 k_2 > 4p_T^2 \rightarrow p_T < \frac{W}{2}. \quad (2.6)$$

Ограничения по псевдобыстроте мюона переводятся в ограничения по быстроте пары аналогично тому, как это было сделано в Главе 1:

$$\hat{y} = \hat{\eta} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 - \sqrt{1 - 4p_T^2/W^2}}{1 + \sqrt{1 - 4p_T^2/W^2}}, \quad (2.7)$$

где дополнительно следует потребовать $p_T > W/2 \cosh \hat{\eta}$, чтобы $\hat{y} > 0$. Однако теперь имеется дополнительное ограничение по быстроте, вытекающее из формулы (2.4) и неравенства (2.5). Отсюда вытекают следующие дополнительные пределы по быстроте:

$$\tilde{y} = \ln \max \left(\frac{2\omega_{1,\min}}{W}, \frac{W}{2\omega_{2,\max}} \right), \quad (2.8)$$

$$\tilde{Y} = \ln \min \left(\frac{2\omega_{1,\max}}{W}, \frac{W}{2\omega_{2,\min}} \right). \quad (2.9)$$

Вывод этих оценок основан на формуле (2.2). Предположим, что фотон с энергией ω_1 излучен протоном, попавшим в передний детектор. Тогда выбираем знак $+$ и получаем

$$y = \ln \frac{\omega_1 \sqrt{s}}{WE} = \ln \frac{2\omega_1}{W}, \quad (2.10)$$

где мы учли $\sqrt{s} = 2E$. Для фотона с энергией ω_2 , испущенного протоном, попавшим в передний детектор со стороны C , необходимо выбрать в (2.2) знак минус.

Для протона, рассеянного квазиупруго, мы имеем естественное ограничение на виртуальность излученного фотона: $\sqrt{Q_1^2} \leq \hat{q}^2 = (0.2 \text{ ГэВ})^2$. Данное ограничение уже возникало в Главе 1 при обсуждении спектра эквивалентных фотонов. Из сравнения с (2.1) мы можем заключить, что $Q_1^2 \ll W^2$, и данный фотон квазиреальный с двумя поперечными поляризациями. Фотон, испущенный неупруго рассеянным протоном, может обладать большой виртуальностью, следовательно вклад от продольной поляризации может быть более значителен. Однако сечение $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ уменьшается степенным образом с ростом Q_2^2 как W^2/Q_2^2 (что будет показано ниже в данной Главе). Более того в силу ограничения на поперечный импульс мюонной пары $p_T^{\mu\mu}$ имеем

$$|\vec{q}_{1\perp} + \vec{q}_{2\perp}| \sim q_{2\perp} < \hat{p}_T^{\mu\mu}, \quad (2.11)$$

поэтому $Q_2^2/W^2 \leq (p_T^{\mu\mu})^2/W^2 \ll 1$. Следовательно при сделанных кинематических ограничениях, мы можем считать и второй фотон квазиреальным и поперечно поляризованным.

Обсудим кварковую часть. Согласно партонной модели мы рассматриваем рассеяние на свободном кварке внутри протона (валентном или морском), вычисляем сечение и суммируем по всем кваркам. Кварк q несет долю импульса протона x с вероятностью $f_q(x, Q_2^2)$. Переменную x называют переменной Бьеркена, а функции $f_q(x, Q_2^2)$ - партонными функциями распределения. Поскольку $x \sim 1/3$, то лоренц-фактор $\gamma_q = xE/m_q \gg 1$ даже для морского b -кварка. Поскольку кварки связаны внутри протона, то будем использовать конститuentную массу кварка $m_q = m_p/3 \approx 300 \text{ МэВ}$. Наконец поставим ограничение на энергию излученного кварком фотона ω_2 . Для квадрата инвариантной массы мюонной пары имеем:

$$W^2 = (q_1^2 + q_2^2) \approx 2q_1q_2 - q_2^2 \approx 4\omega_1\omega_2 - Q_2^2, \quad (2.12)$$

где мы воспользовались тем, что $q_1^2 \ll W^2$. Далее с учетом $Q_2^2 \ll W^2$ имеем

$$\omega_2 \approx \frac{W^2}{4\omega_1}. \quad (2.13)$$

С учетом (2.4) заключаем, что $\omega_2 \ll xE$ порядка нескольких ГэВ.

Приведем здесь также формулу для Q^2 фотона, испущенного как протоном, так и кварком в лабораторной системе. Поскольку мы в канале рассеяния, то $q^2 = -Q^2 < 0$. Поэтому в системе покоя протона имеем $q = (0, \vec{q}_\perp, q_z)$. Далее совершим буст вдоль направления z с фактором $\gamma = E/m_p$ для протона или $\gamma = xE/m_q$ для кварка. Для фотона в лабораторной системе (индекс 0) имеем

$$\begin{aligned} \omega &= \gamma v q_z, \\ \vec{q}_{0\perp} &= \vec{q}_\perp, \\ q_{0z} &= \gamma q_z, \end{aligned} \quad (2.14)$$

где v - скорость частицы $v = \sqrt{1 - 1/\gamma^2}$. Виртуальность тогда принимает вид

$$q^2 = \omega^2 - q_{0\perp}^2 - q_{0z}^2 = \omega^2(1 - \frac{1}{v^2}) - q_\perp^2 = -\frac{\omega^2}{\gamma^2} - q_\perp^2 \equiv -Q^2. \quad (2.15)$$

2.2 Сечение упругой части полуэксклюзивного процесса

Вычислим квазиупругий вклад в полуэксклюзивный процесс. Для этого вновь воспользуемся методом эквивалентных фотонов, поскольку в обоих случаях виртуальности ограничены $\sqrt{Q_{1,2}^2} \leq \hat{q}$. Спектр эквивалентных фотонов, учитывающий форм-факторы в дипольном

приближении (1.24) дается следующей формулой [61]:

$$n_p(\omega) = \frac{\alpha}{\pi\omega} \left\{ \left(1 + 4u - (\mu_p^2 - 1)\frac{u}{v} \right) \ln \left(1 + \frac{1}{u} \right) - \frac{24u^2 + 42u + 17}{6(u+1)^2} \right. \\ \left. - \frac{\mu_p^2 - 1}{(v-1)^3} \left[\frac{1+u/v}{v-1} \ln \frac{u+v}{u+1} - \frac{6u^2(v^2 - 3v + 3) + 3u(3v^2 - 9v + 10) + 2v^2 - 7v + 11}{6(u+1)^2} \right] \right\}, \quad (2.16)$$

где

$$u = \left(\frac{\omega}{\Lambda\gamma} \right)^2, \quad v = \left(\frac{2m_p}{\Lambda} \right)^2. \quad (2.17)$$

Сечение определяется аналогично (1.16):

$$\frac{d\sigma(p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p)}{dW} = \int_{\max(\hat{p}_T, \frac{W}{2\cosh\tilde{\eta}})}^{W/2} dp_T \frac{d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)}{dp_T} \frac{d\hat{L}}{dW}, \quad (2.18)$$

где $W = \sqrt{\omega_1\omega_2}$ (формула (2.12) при $Q_2^2 \approx 0$),

$$\frac{d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)}{dp_T} = \frac{8\pi\alpha^2}{W^2 p_T} \cdot \frac{1 - 2p_T^2/W^2}{\sqrt{1 - 4p_T^2/W^2}} \quad (\text{формула (1.16) из Главы 1}), \quad (2.19)$$

а величина $\frac{d\hat{L}}{dW}$ может быть интерпретирована как фотон-фотонная светимость:

$$\frac{d\hat{L}}{dW} = \frac{W}{2} \int_{\max(-\hat{y}, \tilde{y})}^{\min(\hat{y}, \tilde{Y})} n_p\left(\frac{W}{2} e^y\right) n_p\left(\frac{W}{2} e^{-y}\right) dy. \quad (2.20)$$

Вычисление в пределах

$$\omega_{1,\min} = \omega_{\min}, \quad \omega_{2,\min} = 0, \\ \omega_{1,\max} = \omega_{\max}, \quad \omega_{2,\max} = \infty \quad (2.21)$$

соответствует случаю, когда первый протон попадает в передний детектор. Вычисление же в пределах

$$\begin{aligned}\omega_{1,\min} &= \omega_{\min}, & \omega_{2,\min} &= \omega_{\min}, \\ \omega_{1,\max} &= \omega_{\max}, & \omega_{2,\max} &= \omega_{\max}\end{aligned}\quad (2.22)$$

соответствует случаю, когда оба протона попадают в передний детектор. Чтобы вычислить интересующее нас сечение необходимо удвоить сечение, проинтегрированное в пределах (2.21), и вычесть сечение, взятое в пределах (2.22), чтобы исключить двойной счет:

$$\begin{aligned}\sigma(p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p) &= 2\sigma(p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p)|_{(2.21)} - \\ &- \sigma(p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p)|_{(2.22)}.\end{aligned}\quad (2.23)$$

Выполняя численное интегрирование по y , p_T и W в пределах (2.1) получим следующее значение сечения квазиупругого процесса [61]

$$\sigma(p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p) = 8.6 \text{ фб.} \quad (2.24)$$

2.3 Дифференциальное сечение процесса

$p(\gamma\gamma)q \rightarrow p\mu^+\mu^-q$

Прежде всего приведем основное выражение для дифференциального сечения процесса неупругого рассеяния протона на кварке с рождением мюонной пары через фотон-фотонную аннигиляцию $p(\gamma\gamma)q \rightarrow p\mu^+\mu^-q$ (Рис.2.4.) [60]

$$\begin{aligned}d\sigma_{pq \rightarrow p\mu^+\mu^-q} &= \frac{Q_q^2(4\pi\alpha)^2}{(q_1^2)^2(q_2^2)^2} (q_1^2 \rho_{\mu\nu}^{(1)}) (q_2^2 \rho_{\alpha\beta}^{(2)}) M_{\mu\alpha} M_{\nu\beta}^* \times \\ &\times \frac{(2\pi)^4 \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - k_1 - k_2) d\Gamma}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_p^4}} \frac{d^3 p'_1}{(2\pi)^3 2E'_1} \frac{d^3 p'_2}{(2\pi)^3 2E'_2},\end{aligned}\quad (2.25)$$

где α - постоянная тонкой структуры, Q_q - электрический заряд кварка q , $\rho^{(1)}$ и $\rho^{(2)}$ - матрицы плотности фотонов, $M_{\mu\alpha}$ - амплитуда процесса аннигиляции $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$, p_1 , p'_1 , p_2 , p'_2 - четыре-импульсы

протона и кварка до и после столкновения соответственно, E'_1, E'_2 - энергии протона и кварка в конечном состоянии, $d\Gamma$ - фазовый объем мюонной пары и m_p - масса протона. Данное выражение может быть получено напрямую по стандартным правилам. Действительно, выражение для дифференциального сечения записывается в общем виде как

$$d\sigma = \frac{1}{4I} \sum |\overline{A}|^2 dV_4, \quad (2.26)$$

где A - амплитуда рассматриваемого процесса, dV_4 - четырехчастичный фазовый объем конечной системы $p\mu^+\mu^-q$, а I - инвариант Меллера, описывающий поток начальных частиц, равный по определению:

$$I = \sqrt{(p_1 p_2)^2 - p_2^2 p_1^2}. \quad (2.27)$$

Четырехчастичный фазовый объем можно представить в виде, который представлен в формуле (2.25):

$$dV_4 = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - k_1 - k_2) d\Gamma \frac{d^3 p'_1}{(2\pi)^3 2E'_1} \frac{d^3 p'_2}{(2\pi)^3 2E'_2}. \quad (2.28)$$

Мы явно выделили часть, отвечающую протон-кварковой подсистеме и часть, соответствующую мюонной подсистеме.

Для вывода оставшейся динамической части сечения (2.25) воспользуемся диаграммной техникой Фейнмана и запишем амплитуду процесса A в виде::

$$A = -ie^2 j_\mu^p \frac{1}{q_1^2} M^{\mu\nu}_{\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-} \frac{1}{q_2^2} j_\nu^q, \quad (2.29)$$

где $e^2 = 4\pi\alpha$. Протонный и кварковый токи j_μ^p и j_ν^q есть:

$$j_\mu^p = \bar{u}(p'_1) \Gamma_\mu(q_1^2) u(p_1), \quad (2.30)$$

$$j_\nu^q = Q_q \bar{u}(p'_2) \gamma_\nu u(p_2), \quad (2.31)$$

где $\Gamma_\mu(q_1^2)$ - вершинная функция (1.21), учитывающая форм-факторы протона, то есть внутреннюю структуру, $u(p'_i), u(p_i)$ - биспинорные

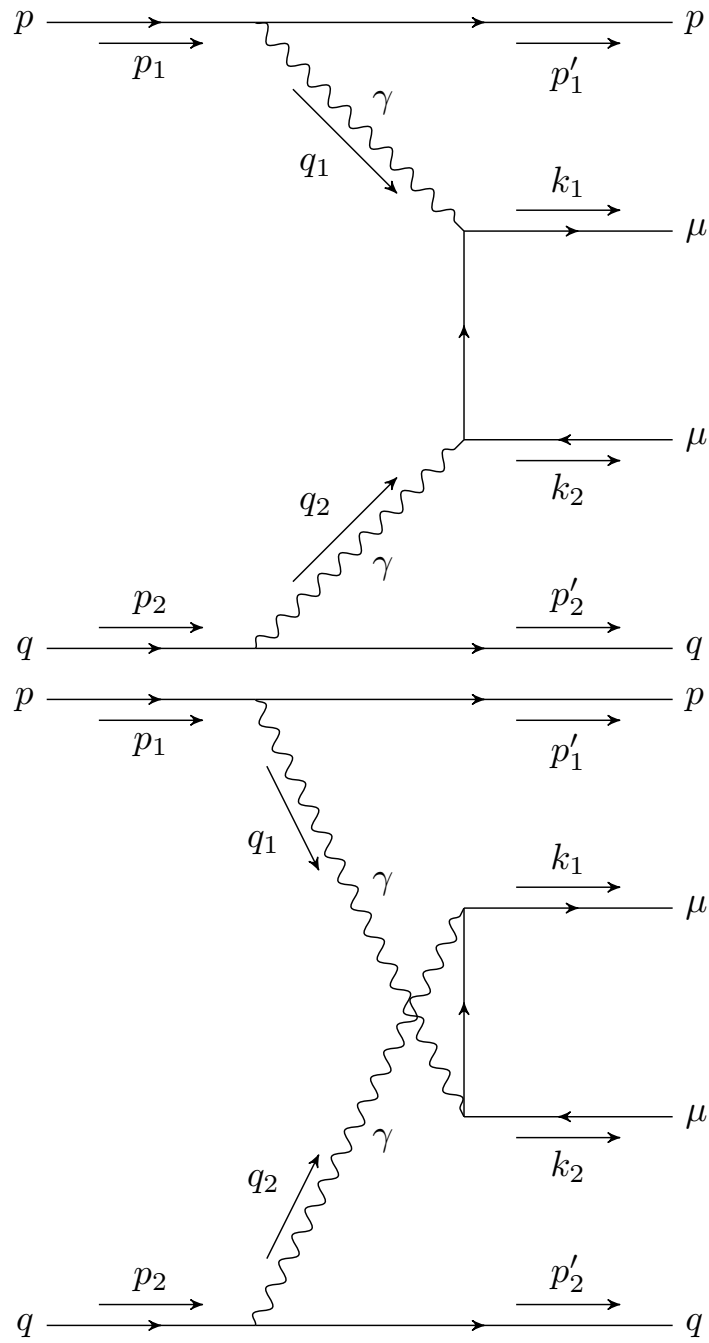


Рис. 2.4: Рождение лептонной пары в полуклассическом процессе

волновые функции протона и кварка до и после рассеяния, $\bar{u} = \gamma^0 u^\dagger$.

Амплитуда аннигиляции фотонов в мюоны $M^{\mu\nu}$:

$$M^{\mu\nu} = \bar{u}(k_1)\gamma_\mu \frac{e^2}{\hat{k}_1 - \hat{q}_1 - m_\mu} \gamma_\nu v(k_2) + \bar{u}(k_1)\gamma_\nu \frac{e^2}{\hat{k}_1 - \hat{q}_2 - m_\mu} \gamma_\mu v(k_2), \quad (2.32)$$

где m_μ - масса мюона и для четырехвектора a_μ использовано обозначение $\hat{a} = \gamma_\mu a^\mu$. Функции $u(k_1)$, $v(k_2)$ - биспинорные волновые функции мюона и антимюона соответственно. Сумма появляется вследствие наличия двух диаграмм, отличающихся перестановкой фотонов. Далее квадратируем амплитуду, усредняя по поляризациям начальных протона и кварка и суммируя по поляризациям конечных протона, кварка и мюонов:

$$\begin{aligned} \sum \overline{|A|^2} = e^4 \frac{1}{2(q_1^2)^2} \sum j_\mu^p (j_\alpha^p)^\dagger \frac{1}{2(q_2^2)^2} \sum j_\nu^q (j_\beta^q)^\dagger \times \\ \times \sum M^{\mu\nu} (M^{\alpha\beta})^\dagger, \end{aligned} \quad (2.33)$$

где знак \sum отвечает суммированию по соответствующим поляризациям. Суммы по поляризациям от произведений токов протона и кварка определяют матрицы плотности излученных фотонов.

2.4 Матрица плотности $\rho_{\mu\nu}^{(2)}$ фотона, излученного кварком

Получим сначала соответствующее выражение для бесструктурного кварка:

$$\begin{aligned}
 \rho_{\mu\nu}^{(2)} &\equiv - \sum j_{\mu}^q (j_{\nu}^q)^{\dagger} = - \frac{1}{2q_2^2} Sp\{(\hat{p}'_2 + m_q)\gamma_{\mu}(\hat{p}_2 + m_q)\gamma_{\nu}\} = \quad (2.34) \\
 &= - \frac{2}{q_2^2} (p'_{2\mu} p_{2\nu} + p'_{2\nu} p_{2\mu} - g_{\mu\nu} (p'_2 p_2) + m_q^2 g_{\mu\nu}) = \\
 &= -g_{\mu\nu} + \frac{q_{2\mu} q_{2\nu}}{q_2^2} - \frac{2}{q_2^2} (2p_{2\mu} p_{2\nu} - q_{2\mu} p_{2\nu} - q_{2\nu} p_{2\mu} + \frac{q_{2\mu} q_{2\nu}}{2}) = \\
 &= - \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_{2\mu} q_{2\nu}}{q_2^2} \right) - \frac{(2p_2 - q_2)_{\mu} (2p_2 - q_2)_{\nu}}{q_2^2}.
 \end{aligned}$$

При выводе было использовано, что $p_2 - p'_2 = q_2$ и $p_2^2 = p'^2_2 = m_q^2$, где m_q - масса кварка. Проверим условие поперечности по отношению к четырехимпульсу фотона $q_{2\mu}$:

$$q_{2\mu} \rho_{\mu\nu}^{(2)} = -0 - \frac{(2p_2 q_2 - q_2^2)(2p_2 - q_2)_{\nu}}{q_2^2} = 0, \quad (2.35)$$

так как

$$2p_2 q_2 = -(p_2 - q_2)^2 + m_q^2 + q_2^2 = q_2^2. \quad (2.36)$$

Стоит отметить, что результаты полученные в (2.34) и (2.35) не зависят от того, токовая или конституентная масса у кварка. Нормировка дается следом:

$$\rho_{\mu}^{\mu(2)} = -3 - \frac{4m_q^2 - 4p_2 q_2 + q_2^2}{q_2^2} = -2 + \frac{4m_q^2}{q_2^2} \approx -2, \quad (2.37)$$

в приближении $m_q^2 \ll q_2^2$.

Полученное выражение удовлетворяет условиям для матрицы плотности фотона с четырехимпульсом $q_{2\mu}$. Поэтому мы можем разложить выражение (2.34) по базисным векторам поляризации фотона.

Приведем их вид в системе центра инерции сталкивающихся фотонов, где их четырехимпульсы есть $q_1 = (\tilde{\omega}_1, 0, 0, \tilde{q}_1)$ и $q_2 = (\tilde{\omega}_2, 0, 0, -\tilde{q}_1)$:

$$\begin{aligned} e_{+\mu}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -1, -i, 0), \quad e_{-\mu}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i, 0), \\ e_{0\mu}^{(1)} &= \frac{i}{\sqrt{-q_1^2}}(\tilde{q}_1, 0, 0, \tilde{\omega}_1), \\ e_{+\mu}^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i, 0), \quad e_{-\mu}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -1, -i, 0), \\ e_{0\mu}^{(2)} &= \frac{i}{\sqrt{-q_2^2}}(-\tilde{q}_1, 0, 0, \tilde{\omega}_2), \end{aligned} \quad (2.38)$$

где \tilde{q}_1 - проекция импульса фотона на ось их столкновения, $\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2$ - энергии фотонов. Поскольку фотоны виртуальные ($q_{1,2}^2 \neq 0$), то их энергии не равны в системе центра инерции. Аргументы в скобках отвечают спиральностям фотонов: ± 1 соответствует поперечным поляризациям, а 0 - продольной. Легко убедиться, что векторы поляризации ортогональны и нормированы условием $|e_{\pm}^{(2)}|^2 = -1$, $|e_0^{(2)}|^2 = +1$. Искомое разложение матрицы плотности по векторам поляризации имеет тогда следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho_{\mu\nu}^{(2)} &= \sum_{a,b} [e_{a\mu}^{(2)}]^* e_{b\nu}^{(2)} \rho_{ab}^{(2)}, \quad a, b = \pm 1, 0, \\ \rho_{ab}^{(i)} &= (-1)^{a+b} e_{a\mu}^{(i)} [e_{b\nu}^{(i)}]^* \rho^{(i)\mu\nu}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Коэффициенты $\rho_{ab}^{(2)}$ в разложении (2.4) соответствуют матрицам плотности в спиральном базисе.

Приступим к вычислению величин $\rho_{ab}^{(2)}$. Начнем с поперечных поляризаций без интерференции $\rho_{++}^{(2)}, \rho_{--}^{(2)}$. Для этого рассмотрим их вид в системе центра инерции сталкивающихся фотонов, в которой мы выписали вектора поляризации (2.38):

$$\rho_{++}^{(2)} = e_{+\mu}^{(2)} [e_{+\nu}^{(2)}]^* \rho^{(2)\mu\nu} = 1 + 0 - \frac{4|p_2 e_+^{(2)}|^2}{q_2^2} = 1 + \frac{2}{q_2^2} p_{2\perp}^2, \quad (2.40)$$

где мы воспользовались ортогональностью вектора поляризации к четырехимпульсу фотона $q_2^\mu e_\mu^{(2)}(+)=0$ и $p_{2\perp}$ - поперечная компонента импульса кварка в системе центра инерции сталкивающихся фотонов. Легко понять, что $\rho_{++}^{(2)} = \rho_{--}^{(2)}$. Далее перейдем к инвариантному выражению для спиральной матрицы плотности. Для этого сконструируем симметричный тензор второго ранга, определяющий ортогональное к q_1, q_2 подпространство. В самом общем виде его можно записать как:

$$R^{\mu\nu}(q_1, q_2) = -g^{\mu\nu} + A(q_1^\mu q_2^\nu + q_1^\nu q_2^\mu) + Bq_1^\mu q_2^\nu + Cq_1^\nu q_2^\mu. \quad (2.41)$$

Коэффициенты A, B и C зависят только от квадратов q_1^2 и q_2^2 и могут быть определены из соотношений ортогональности $q_{1\mu}q_{1\nu}R^{\mu\nu} = q_{2\mu}q_{2\nu}R^{\mu\nu} = q_{1\mu}q_{2\nu}R^{\mu\nu} = 0$:

$$\begin{cases} -q_1q_2 + A(q_1^2q_2^2 + q_1q_2) + Bq_1^2(q_1q_2) + Cq_2^2(q_1q_2) = 0 \\ -q_1^2 + 2Aq_1^2(q_1q_2) + B(q_1^2)^2 + C(q_1q_2)^2 = 0 \\ -q_2^2 + 2Aq_2^2(q_1q_2) + C(q_2^2)^2 + B(q_1q_2)^2 = 0. \end{cases}$$

Решение данной системы уравнений приводит к следующей тройке коэффициентов:

$$A = \frac{q_1q_2}{(q_1q_2)^2 - q_1^2q_2^2}, \quad B = -\frac{q_1^2}{(q_1q_2)^2 - q_1^2q_2^2}, \quad C = -\frac{q_2^2}{(q_1q_2)^2 - q_1^2q_2^2}. \quad (2.42)$$

Таким образом, окончательный вид тензора $R^{\mu\nu}$ есть [59]:

$$R^{\mu\nu}(q_1, q_2) = -g^{\mu\nu} + \frac{(q_1q_2) \cdot (q_1^\mu q_2^\nu + q_1^\nu q_2^\mu) - q_1^2 q_2^\mu q_2^\nu - q_2^2 q_1^\mu q_1^\nu}{(q_1q_2)^2 - q_1^2q_2^2}. \quad (2.43)$$

Тот факт, что при метрическом тензоре $g^{\mu\nu}$ в (2.41) стоит коэффициент -1 приводит к следующему условию нормировки:

$$R^{\mu\nu}R_{\mu\nu} = 2. \quad (2.44)$$

Поперечная компонента импульса кварка $p_{2\perp}^\mu = -R^{\mu\nu}p_{2\nu}$. Квадрат поперечного импульса будет иметь вид:

$$p_{2\perp}^2 = m_q^2 + 2 \frac{2(q_1 q_2)(p_2 q_2)(p_2 q_1) - q_1^2(q_2 p_2)^2 - q_2^2(p_2 q_1)^2}{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2} + \quad (2.45)$$

$$+ \frac{2(q_1 q_2)^3(q_2 p_2)(q_1 p_2) - (q_1 q_2)^2(q_1^2(q_1 p_2)^2 + q_2^2(q_1 p_2)^2) -}{((q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2)^2}$$

$$\frac{-2q_1^2 q_2^2(q_1 q_2)(q_2 p_2)(q_1 p_2) + q_1^4 q_2^2(q_2 p_2)^2 + q_2^4 q_1^2(q_1 p_2)^2}{((q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2)^2}.$$

Это довольно громоздкое выражение существенно упрощается после приведения к общему знаменателю второго и третьего слагаемого и с учетом $2p_2 q_2 = q_2^2$:

$$p_{2\perp}^2 = m_q^2 + \frac{q_2^2}{4((q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2)^2} (-4(q_1 q_2)^3(q_1 p_2) + 4q_1^2 q_2^2(q_1 q_2)(q_1 p_2) + \quad (2.46)$$

$$+ q_1^2 q_2^2(q_1 q_2)^2 + 4(q_1 q_2)^2(q_1 p_2)^2 - q_1^4 q_2^4 - 4q_2^2 q_1^2(q_1 p_2)^2).$$

Выделяя полные квадраты в этом выражении и подставляя в (2.40) окончательно получаем:

$$\rho_{++}^{(2)} = 1 + 2 \frac{m_q^2}{q_2^2} + \frac{1}{2((q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2)^2} (((q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2) \times \quad (2.47)$$

$$\times (2(q_1 p_2) - q_1 q_2)^2) - ((q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2)^2) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2m_q^2}{q_2^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{(2p_2 q_1 - q_1 q_2)^2}{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2}.$$

Это выражение может быть далее упрощено в лабораторной системе, в которой

$$q_1^2 q_2^2 \ll (q_1 q_2)^2 \approx 2\omega_1 \omega_2 \ll x E^2 \quad (2.48)$$

$$p_2 q_1 = 2x E \omega_1.$$

Окончательно имеем

$$\rho_{++}^{(2)} = 2 \left[\frac{m_q^2}{q_2^2} + \frac{x^2 E^2}{\omega_2^2} \right] = 2x^2 E^2 \left(-\frac{1}{\gamma_q^2 q_{2\perp}^2 + \omega_2^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) = 2 \frac{x^2 E^2 q_{2\perp}^2}{\omega_2^2 Q_2^2}, \quad (2.49)$$

где мы воспользовались соотношением (2.15).

Выражение для $\rho_{--}^{(2)}$ полностью совпадает с $\rho_{++}^{(2)}$.

2.5 Матрица плотности $\rho_{\mu\nu}^{(1)}$ фотона, излученного квазиупруго рассеянным протоном

В отличие от кварка протон обладает внутренней структурой, поэтому в вершине электромагнитного взаимодействия $\Gamma_\mu(q^2)$ стоят форм-факторы (1.21). Матрица плотности испущенного протоном фотона определяется аналогично (2.34):

$$\rho_{\mu\nu}^{(1)} \equiv - \sum j_\nu^p (j_\mu^p)^\dagger. \quad (2.50)$$

С учетом (2.30) и (1.21) получим

$$\begin{aligned} \rho_{\mu\nu}^{(1)} = & -\frac{1}{2q_1^2} Sp \left((\hat{p}'_1 + m_p) \left(F_1(q_1^2) \gamma^\mu + F_2(q_1^2) \frac{\sigma^{\mu\alpha} q_1^\alpha}{2m_p} \right) \times \right. \\ & \left. \times (\hat{p}_1 + m_p) \left(F_1(q_1^2) \gamma^\nu - F_2(q_1^2) \frac{\sigma^{\nu\alpha} q_1^\alpha}{2m_p} \right) \right). \end{aligned} \quad (2.51)$$

Вычислим данный след. Он естественным образом разбивается на три слагаемых:

$$-2q_1^2 \rho_{\mu\nu}^{(1)} = F_1^2(q_1^2) \rho_{1\mu\nu}^{(1)} + \frac{F_1(q_1^2) F_2(q_1^2)}{2m_p} \rho_{2\mu\nu}^{(1)} - \frac{F_2^2(q_1^2)}{4m_p^2} \rho_{3\mu\nu}^{(1)}, \quad (2.52)$$

где мы ввели:

$$\begin{aligned}\rho_{1\mu\nu}^{(1)} &= Sp((\hat{p}'_1 + m_p)\gamma^\mu(\hat{p}_1 + m_p)\gamma^\nu), \\ \rho_{2\mu\nu}^{(1)} &= q_1^\alpha Sp\left((\hat{p}'_1 + m_p)\sigma^{\mu\alpha}(\hat{p}_1 + m_p)\gamma^\nu - (\hat{p}'_1 + m_p)\gamma^\mu(\hat{p}_1 + m_p)\sigma^{\nu\alpha}\right), \\ \rho_{3\mu\nu}^{(1)} &= q_1^\alpha q_1^\beta Sp((\hat{p}'_1 + m_p)\sigma^{\mu\alpha}(\hat{p}_1 + m_p)\sigma^{\nu\beta}).\end{aligned}\quad (2.53)$$

Первое и самое простое слагаемое $\rho_{1\mu\nu}^{(1)}$ с точностью до фактора $F_1^2(q_1^2)$ аналогично (2.34):

$$F_1^2(q_1^2)\rho_{1\mu\nu}^{(1)} = -F_1^2(q_1^2)\left(g_{\mu\nu} - \frac{q_{1\mu}q_{1\nu}}{q_1^2}\right) - F_1^2(q_1^2)\frac{(2p_1 - q_1)_\mu(2p_1 - q_1)_\nu}{q_1^2}.\quad (2.54)$$

Для вычисления второго слагаемого прежде всего заметим, что

$$Sp(\hat{p}'_1\sigma^{\mu\alpha}\hat{p}_1\gamma^\nu) = m^2 Sp(\sigma^{\mu\alpha}\gamma^\nu) = 0,\quad (2.55)$$

так как количество гамма-матриц под следом нечетно. Далее воспользуемся тем, что

$$\sigma^{\mu\nu} = \gamma^\mu\gamma^\nu - g^{\mu\nu},\quad (2.56)$$

и известными соотношениями для следов от четного числа гамма-матриц:

$$\begin{aligned}Sp(\gamma^\mu\gamma^\nu) &= 4g^{\mu\nu}, \\ Sp(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\alpha\gamma^\beta) &= 4(g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta} + g^{\mu\beta}g^{\nu\alpha} - g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}),\end{aligned}\quad (2.57)$$

и получим следующее выражение для второго слагаемого $\rho_{2\mu\nu}^{(1)}$:

$$\rho_{2\mu\nu}^{(1)} = 4mq_{1\alpha}(2q_1^\alpha g^{\mu\nu} - q_1^\mu g^{\nu\alpha} - q_1^\nu g^{\mu\alpha}).\quad (2.58)$$

Мы учли также, что $p_1 - p'_1 = q_1$. Окончательно имеем

$$\frac{F_1(q_1^2)F_2(q_1^2)}{2m_p}\rho_{2\mu\nu}^{(1)} = 4F_1(q_1^2)F_2(q_1^2)(q_1^2 g^{\mu\nu} - q_1^\mu q_1^\nu).\quad (2.59)$$

Перейдем к третьему и самому сложному слагаемому. Снова воспользуемся тем, что след нечетого числа гамма-матриц равен нулю:

$$mSp(\hat{p}'_1\sigma^{\mu\alpha}\sigma^{\nu\beta}) = mSp(\sigma^{\mu\alpha}\hat{p}_1\sigma^{\nu\beta}) = 0. \quad (2.60)$$

Далее снова воспользуемся (2.56):

$$\begin{aligned} Sp((\hat{p}'_1 + m_p)\sigma^{\mu\alpha}(\hat{p}_1 + m_p)\sigma^{\nu\beta}) = & Sp(\hat{p}'_1(\gamma^\mu\gamma^\alpha - g^{\mu\alpha})\hat{p}(\gamma^\nu\gamma^\beta - g^{\nu\beta}) + \\ & + m^2(\gamma^\mu\gamma^\alpha - g^{\mu\alpha})(\gamma^\nu\gamma^\beta - g^{\nu\beta})). \end{aligned} \quad (2.61)$$

След от двух и четырех гамма-матриц берется с помощью формул (2.57). След же от шести гамма-матриц возьмем с помощью антикоммутационного соотношения

$$\gamma^\mu\gamma^\nu = 2g^{\mu\nu} - \gamma^\nu\gamma^\mu, \quad (2.62)$$

и соотношения $\hat{q}_1\hat{q}_1 = q_1^2$:

$$\begin{aligned} q_1^\alpha q_1^\beta Sp(\hat{p}'_1\gamma^\mu\gamma^\alpha\hat{p}\gamma^\nu\gamma^\beta) = & Sp(2q_1^\nu\hat{p}'\gamma^\mu\hat{q}_1\hat{p}_1 - 2(q_1p_1)\hat{p}'\gamma^\mu\hat{q}_1\gamma^\nu + \\ & + q_1^2\hat{p}'_1\gamma^\mu\hat{p}_1\gamma^\nu). \end{aligned} \quad (2.63)$$

Собирая все слагаемые вместе и приводя подобные члены получим

$$\begin{aligned} \rho_{3\mu\nu}^{(1)} = & 4\left(2(q_1p_1)(p'_1q_1)g^{\mu\nu} + q_1^\nu q_1^\mu(p'_1p_1) - q_1^\nu p_1'^\mu(q_1p_1) - q_1^\nu p_1^\mu(q_1p'_1) - \right. \\ & - q_1^\mu p_1'^\nu(q_1p_1) - q_1^\mu p_1^\nu(q_1p'_1) + q_1^2(p_1'^\mu p_1^\nu + p_1'^\nu p_1^\mu - (p_1p'_1)g^{\mu\nu}) + \\ & \left. + m^2(q^\mu q^\nu - q^2 g^{\mu\nu})\right). \end{aligned} \quad (2.64)$$

Далее учтем, что $p_1 - p'_1 = q_1$ и $2p_1q_1 = q_1^2$, и после алгебраических преобразований выпишем окончательное выражение для $\rho_{3\mu\nu}^{(1)}$:

$$\rho_{3\mu\nu}^{(1)} = 2\left(q_1^2(2p_1 - q_1)^\mu(2p_1 - q_1)^\nu + 4m^2(q_1^\mu q_1^\nu - q_1^2 g^{\mu\nu})\right). \quad (2.65)$$

Соберем все слагаемые вместе:

$$\begin{aligned} \rho_{\mu\nu}^{(1)} = & - \left(F_1^2(q_1^2) + 2F_1(q_1^2)F_2(q_1^2) + F_2^2 \right) \left(g^{\mu\nu} - \frac{q_1^\mu q_1^\nu}{q_1^2} \right) - \\ & - \left(F_1^2(q_1^2) - \frac{q_1^2}{4m_p^2} F_2^2(q_1^2) \right) \left(\frac{(2p_1 - q_1)_\mu (2p_1 - q_1)_\nu}{q_1^2} \right). \end{aligned} \quad (2.66)$$

Вспоминая определения форм-факторов Сакса (1.23) и вводя вновь (см. Главу 1) величину

$$\tau = -q_1^2/4m_p^2 = Q_1^2/4m_p^2, \quad (2.67)$$

имеем:

$$\rho_{\mu\nu}^{(1)} = -G_M^2(Q_1^2) \left(g^{\mu\nu} - \frac{q_1^\mu q_1^\nu}{q_1^2} \right) - D(Q_1^2) \left(\frac{(2p_1 - q_1)_\mu (2p_1 - q_1)_\nu}{q_1^2} \right), \quad (2.68)$$

где мы определили $D(Q_1^2)$ следующим образом:

$$D(Q_1^2) = \frac{G_E^2(Q_1^2) + \tau G_M^2(Q_1^2)}{1 + \tau}. \quad (2.69)$$

Абсолютно аналогично тому, как было выведено соотношение (2.40), мы получим выражение для матрицы плотности фотона, излученного квазиупруго рассеянным протоном, в спиральном базисе $\rho_{++}^{(1)}$:

$$\rho_{++}^{(1)} = G_M^2 + \frac{2p_{1\perp}^2}{q_1^2} D(Q_1^2), \quad (2.70)$$

где $p_{1\perp}$ - компонента импульса протона, ортогональная импульсу фотона q_1 в системе центра инерции сталкивающихся фотонов. Выражение для квадрата поперечной компоненты импульса (2.45) остается для протона таким же, как и для кварка, с точностью до замены у всех четырехимпульсов индекса 2 на 1. Вспоминая вывод выражения (2.47), несложно получить инвариантное выражение для $\rho_{++}^{(1)}$:

$$\rho_{++}^{(1)} = G_M^2(Q_1^2) + D(Q_1^2) \left[\frac{2m_p^2}{q_1^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{(2p_1 q_2 - q_1 q_2)^2}{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2} - 1 \right) \right]. \quad (2.71)$$

В приближении $\omega_1 \ll E$ и $\omega_2 \ll xE$ имеем

$$\rho_1^{++} = G_M^2(Q_1^2) + 2D(Q_1^2) \left[\frac{m_p^2}{q_1^2} + \left(\frac{E}{\omega_1} \right)^2 \right] \approx D(Q_1^2) \cdot \frac{2E^2 q_{1\perp}^2}{\omega_1^2 Q_1^2}, \quad (2.72)$$

аналогично тому, как было получено выражение (2.49).

Как и в кварковом случае выражение для $\rho_{--}^{(1)}$ полностью совпадает с $\rho_{++}^{(1)}$.

2.6 Амплитуды $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ в спиральном представлении

Как видно из формулы (2.25) матрицы плотности свертываются с амплитудами $M_{\mu\alpha}$ процесса $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$. Разложение матриц плотности по базису векторов поляризации фотонов (2.4) одновременно определяет разложение амплитуд по состояниям с определенной спиральностью:

$$\rho_{\mu\nu}^{(1)} \rho_{\alpha\beta}^{(2)} M_{\mu\alpha} M_{\nu\beta}^* = (-1)^{a+b+c+d} \rho_{ab}^{(1)} \rho_{cd}^{(2)} M_{ac} M_{bd}^*. \quad (2.73)$$

Как было сказано выше, вклад от продольных поляризаций фотонов подавлен в используемых коллаборацией ATLAS кинематических ограничениях на фазовый объем. Поэтому остаются только два типа вкладов: с одинаковой поляризацией $\pm\pm$ и интерференционные $\pm\mp$.

Покажем, что интерференционные слагаемые в данном выражении не будут давать вклад в конечное выражение для сечения, что является несомненным преимуществом подхода к вычислению матричных элементов в спиральном базисе [59, 63]. Таких слагаемых два вида: $\rho_{\pm\mp}^{(1,2)}$. Без ограничения общности приведем результаты для кваркового случая: из (2.68) и (2.71) видно, что в случае протона отличие лишь в коэффициентах, поэтому сделанное утверждение остается в силе и в этом случае. Аналогично вычислению, приведенному

к формуле (2.40), получаем:

$$\rho_{+-}^{(2)} = \rho_{-+}^{(2)} = 0 + \frac{4}{q_2^2} (p_2 e_+^{(2)})^2 = \frac{4}{q_2^2} p_{2\perp}^2 e^{2i\phi_2}, \quad (2.74)$$

где мы воспользовались взаимной ортогональностью векторов поляризации $e_{+\mu}^{(2)} e_{-\mu}^{(2)*} = 0$ и $e_{-\mu}^{(2)*} = -e_{+\mu}^{(2)}$. Азимутальный угол ϕ_2 - угол между плоскостями рассеяния кварка и двухфотонного столкновения. В окончательном выражении для сечения (2.25) необходимо выполнить интегрирование по фазовому объему кварка, в который входит интегрирование по азимутальному углу в интервале $[0, 2\pi]$. Интегралы от соответствующих экспонент (2.74) по такому интервалу дадут ноль, что и доказывает сделанное выше утверждение о занулении интерференционных слагаемых.

Таким образом, остались вклады амплитуд процесса $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$ для следующих поляризаций: M_{++} , M_{--} и $M_{\pm\mp}$. Выражение (2.73) тогда принимает следующий вид:

$$\rho_{++}^{(1)} \rho_{++}^{(2)} |M_{++}|^2 + \rho_{++}^{(1)} \rho_{--}^{(2)} |M_{+-}|^2 + \rho_{--}^{(1)} \rho_{++}^{(2)} |M_{-+}|^2 + \rho_{--}^{(1)} \rho_{--}^{(2)} |M_{--}|^2. \quad (2.75)$$

Перейдем к вычислению соответствующих квадратов амплитуд $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$. Начнем с амплитуды M_{++} :

$$\begin{aligned} M_{++} &= e_{+\mu}^{(1)} e_{+\nu}^{(2)} M_{\mu\nu} = e^2 \bar{u}(k_1) \hat{e}_+^{(1)} \frac{\hat{k}_1 - \hat{q}_1 + m_\mu}{(k_1 - q_1)^2 - m_\mu^2} \hat{e}_+^{(2)} v(k_2) \\ &\quad + e^2 \bar{u}(k_1) \hat{e}_+^{(2)} \frac{\hat{k}_1 - \hat{q}_2 + m_\mu}{(k_1 - q_2)^2 - m_\mu^2} \hat{e}_+^{(1)} v(k_2), \end{aligned} \quad (2.76)$$

где выражение для $M_{\mu\nu}$ дается формулой (2.32). Далее воспользуемся антикоммутационным соотношением для гамма-матриц (2.62) и уравнением Дирака в числителе и соотношением $k_1^2 = m_\mu^2$ для мюо-

на на массовой оболочке в знаменателе:

$$M_{++} = e^2 \bar{u}(k_1) \frac{2k_1 e_+^{(1)} - \hat{e}_+^{(1)} \hat{q}_1}{q_1^2 - 2k_1 q_1} \hat{e}_+^{(2)} v(k_2) + \quad (2.77)$$

$$+ e^2 \bar{u}(k_1) \frac{2k_1 e_+^{(1)} - \hat{e}_+^{(1)} \hat{q}_2}{q_2^2 - 2k_1 q_2} \hat{e}_+^{(1)} v(k_2).$$

Далее необходимо просуммировать по поляризациям мюонов квадрат модуля матричного элемента. В результате возникнет выражение следующего вида:

$$|M_{++}|^2 = e^4 \left[\frac{I_1}{4(k_1 q_1)^2} + 2 \frac{I_2}{4(k_1 q_1)(k_1 q_2)} + \frac{I_3}{(q_2^2 - 2k_1 q_2)^2} \right], \quad (2.78)$$

где I_1 , I_2 и I_3 - следы гамма-матричных выражений, происходящие от суммирования по поляризациям квадрата модуля выражения (2.77). Все три слагаемых в выражении (2.78) даются похожими следами. Рассмотрим I_1 . Будем работать в системе центра инерции мюонов. Имеем

$$I_1 = Sp \left[(\hat{k}_1 + m_\mu) (2k_1 e_+^{(1)} - \hat{e}_+^{(1)} \hat{q}_1) \hat{e}_-^{(1)} (\hat{k}_2 + m_\mu) \hat{e}_+^{(1)} \times \right. \quad (2.79)$$

$$\left. \times (2k_1 e_-^{(1)} - \hat{q}_1 \hat{e}_-^{(1)}) \right],$$

где мы использовали, что $e_{+\mu}^{(2)*} = -e_{+\mu}^{(1)}$, $e_{+\mu}^{(1)*} = -e_{-\mu}^{(1)}$. Следы от четырех гамма-матриц вычисляются по известным формулам (2.57). След от шести и восьми гамма-матриц сводится к следу от четырех следующим образом. Для шести гамма-матриц имеем

$$Sp[\hat{k}_1 \hat{e}_+^{(1)} \hat{q}_1 \hat{e}_-^{(1)} \hat{k}_2 \hat{e}_+^{(1)}] = \quad (2.80)$$

$$= 2(k_1 e_+^{(1)}) Sp[\hat{e}_+^{(1)} \hat{q}_1 \hat{e}_-^{(1)} \hat{k}_2] - [e_+^{(1)}]^2 Sp[\hat{k}_1 \hat{q}_1 \hat{e}_-^{(1)} \hat{k}_2] = -8(k_1 e_+^{(1)})(q_1 k_2),$$

где учтено, что $\hat{e}_+^{(1)} \hat{e}_+^{(1)} = (e_+^{(1)})^2 = 0$, $(e_+^{(1)} e_-^{(1)}) = 1$ и $q_1 e_\pm^{(1)} = 0$. Для восьми гамма-матриц поступаем аналогично:

$$Sp[\hat{k}_1 \hat{e}_+^{(1)} \hat{q}_1 \hat{e}_-^{(1)} \hat{k}_2 \hat{e}_+^{(1)} \hat{q}_1 \hat{e}_-^{(1)}] = -2(k_1 q_1) Sp[\hat{e}_+^{(1)} \hat{q}_1 \hat{e}_-^{(1)} \hat{k}_2 \hat{e}_+^{(1)} \hat{e}_-^{(1)}] + \quad (2.81)$$

$$+ q_1^2 Sp[\hat{e}_+^{(1)} \hat{e}_-^{(1)} \hat{k}_2 \hat{e}_+^{(1)} \hat{e}_-^{(1)}] = -4(k_1 q_1) Sp[\hat{q}_1 \hat{e}_-^{(1)} \hat{k}_2 \hat{e}_+^{(1)}] = 16(k_1 q_1)(q_1 k_2),$$

где применено $q_1^2 \approx 0$. В итоге получаем следующее выражение

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{16} = & (k_1 e_+^{(1)})(k_1 e_+^{(2)}) \left[(k_1 e_+^{(1)})(k_2 e_+^{(1)}) + (k_1 e_+^{(2)})(k_2 e_+^{(1)}) - k_1 k_2 - m_\mu^2 \right] + \\ & + (q_1 k_1)(q_1 k_2) + 2(k_1 e_+^{(1)})(k_1 e_+^{(2)})(k_2 q_1). \end{aligned} \quad (2.82)$$

В системе центра инерции мюонной пары для четырехимпульсов мюонов имеем

$$\begin{aligned} k_1 &= (\epsilon, k \cos \phi \sin \theta, k \sin \phi \sin \theta, k \sin \theta), \\ k_2 &= (\epsilon, -k \cos \phi \sin \theta, -k \sin \phi \sin \theta, -k \sin \theta), \end{aligned} \quad (2.83)$$

где ϵ и k - энергия и трехмерный импульс мюона, ϕ и θ - азимутальный и полярный углы в сферической системе координат. Четырехимпульсы фотонов имеют вид

$$q_1 = (\tilde{q}_1, 0, 0, \tilde{q}_1), \quad q_2 = (\tilde{\omega}_2, 0, 0, -\tilde{q}_1), \quad (2.84)$$

а вектора поляризации представляются в виде (2.38). Скалярные произведения имеют вид

$$\begin{aligned} k_1 e_\pm^{(1)} &= \pm \frac{1}{\sqrt{2}} k \sin \theta e^{\pm i\phi}, \quad k_2 e_\pm^{(1)} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} k \sin \theta e^{\pm i\phi}, \\ k_1 k_2 &\approx 2\epsilon^2, \quad k_1 q_1 = \epsilon q(1 - v \cos \theta), \quad k_1 q_2 = \epsilon \omega_2 + k q \cos \theta, \end{aligned} \quad (2.85)$$

где мы ввели $v = \sqrt{1 - m_\mu^2/\epsilon^2}$. Тогда для I_1 получаем

$$I_1 = 8\epsilon^2 \sin^2 \theta (\epsilon^2(1 + \cos^2 \theta) + 2\epsilon q(1 + v \cos \theta)) + 8q^2(1 - v^2 \cos^2 \theta). \quad (2.86)$$

В инвариантном виде входящие в (2.85) величины записываются как

$$\epsilon = \frac{W}{2}, \quad q = \frac{W^2 + Q_2^2}{2W}. \quad (2.87)$$

После выполнения тригонометрических преобразований и приведения подобных слагаемых придем к следующему результату для I_1 :

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{8} = v^2 \sin^2 \theta & \left[1 - v^2 + (1 + v \cos \theta)^2 + 2 \frac{Q_2^2}{W^2} \left(1 + \frac{Q_2^2}{W^2} + v \cos \theta \right) \right] + \\ & + 2 \left(1 + \frac{Q_2^2}{W^2} \right) (1 - v^2). \end{aligned} \quad (2.88)$$

Аналогично вычисляются I_2 и I_3 :

$$\frac{I_2}{8} = -v^2 \sin^2 \theta (v^2 \sin^2 \theta + 2 \frac{Q_2^2}{W^2}), \quad (2.89)$$

$$\begin{aligned} \frac{I_3}{8} = v^2 \sin^2 \theta & \left[1 - v^2 + (1 - v \cos \theta)^2 + 2 \frac{Q_2^2}{W^2} \left(1 + \frac{Q_2^2}{W^2} - v \cos \theta \right) \right] + \\ & + 2 \left(1 + \frac{Q_2^2}{W^2} \right) (1 - v^2). \end{aligned} \quad (2.90)$$

Видно, что I_1 отличается от I_3 заменой $\theta \rightarrow -\theta$. После подстановки полученных выражений для следов в (2.78) и выполнения очередных алгебраических преобразований получим окончательно

$$\begin{aligned} |M_{++}|^2 = & \frac{8e^4}{(1 + Q_2^2/W^2)^2 (1 - v^2 \cos^2 \theta)^2} \\ & \left[Q_2^4/W^4 v^2 \sin^2 \theta + (1 - v^2)(1 + Q_2^2/W^2)^2 \right] (1 + v^2 \cos^2 \theta) + \\ & + (1 - v^2) v^2 \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (2.91)$$

Квадрат матричного элемента $|M_{--}|^2$ дается точно таким же выражением.

Обсудим интересный эффект, который проявляется именно в такой спиральной конфигурации и может быть наблюден на эксперименте. Для этого перепишем полученную формулу (2.91), выделяя

слагаемые с разной угловой зависимостью:

$$|M_{++}|^2 = 4e^4 \left\{ \sin^2 \theta \frac{Q_2^4/W^4}{(1 + Q_2^2/W^2)^2} \left[\frac{1}{(1 - v \cos \theta)^2} + \frac{1}{(1 + v \cos \theta)^2} \right] + \frac{1 - v^2}{(1 - v \cos \theta)^2} + \frac{1 - v^2}{(1 + v \cos \theta)^2} \right\}. \quad (2.92)$$

Спиральность начального состояния двух фотонов равна нулю. В случае безмассовых мюонов спиральность была бы строго равна ± 1 . Поэтому в квантовой электродинамике с безмассовыми фермионами амплитуда рассеяния на угол 0 и π занулялась бы в силу закона сохранения спиральности. Фактор $\sin^2 \theta$ перед квадратными скобками обеспечивает это:

$$\lim_{m \rightarrow 0} \sin^2 \theta \frac{1}{(1 - v \cos \theta)^2} \Big|_{\theta=0} = \frac{W^2}{4m_\mu^2} \sin^2 \theta \Big|_{\theta=0} = 0. \quad (2.93)$$

Поскольку мюон массивный, то за счет переворота спина спиральность мюонной пары может обратиться в 0. Тогда процесс при $\theta = 0, \pi$ возможен. Этому соответствуют два последних члена в фигурных скобках. Однако более внимательный анализ показывает, что эти два слагаемых не зануляются при рассеянии вперед-назад и в безмассовом пределе:

$$\lim_{m \rightarrow 0} \frac{1 - v^2}{(1 - v \cos \theta)^2} \Big|_{\theta=0} = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{4m_\mu^2/W^2}{(1 - \sqrt{1 - 4m_\mu^2/W^2})^2} = 1. \quad (2.94)$$

Таким образом мы получим конечный вклад в полное сечение при интегрировании по углам от областей $\theta \sim \frac{m}{W}$ и $\theta \sim \pi - m/W$. Это проявление так называемой киральной аномалии [64, 65]. Напомним ее суть. Рассмотрим аксимально-векторный ток J_μ^5 , получаемый по теореме Нётер из классического лагранжиана:

$$J_\mu^5(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \gamma^5 \psi(x), \quad (2.95)$$

где $\psi(x)$ - биспинор, описывающий мюон. В киральном пределе ($m_\mu \rightarrow 0$) наряду с векторным током сохраняется и аксиально-векторный ток. Действительно:

$$\partial_\mu J_\mu^5(x) = 2m_\mu \bar{\psi}(x) \gamma^5 \psi(x). \quad (2.96)$$

Данное соотношение нарушается после квантования петлевыми поправками, что и приводит к возникновению так называемой киральной аномалии:

$$\partial_\mu J_\mu^5(x) \sim \alpha F_{\alpha\beta} \tilde{F}^{\alpha\beta}, \quad m_\mu \rightarrow 0, \quad (2.97)$$

где α - постоянная тонкой структуры, F , \tilde{F} - тензор электромагнитного поля и дуальный к нему соответственно. В нашем процессе этот эффект проявляется в том, что даже в безмассовом пределе рождение мюонов при $\theta = 0, \pi$ разрешено.

Перейдем к амплитуде рождения пары в аннигиляции фотонов с противоположными поляризациями M_{+-} :

$$\begin{aligned} M_{+-} = & e^2 \bar{u}(k_1) \frac{2k_1 e_+^{(1)} - \hat{e}_+^{(1)} \hat{q}_1}{q_1^2 - 2k_1 q_1} \hat{e}_-^{(2)} v(k_2) + \\ & + e^2 \bar{u}(k_1) \frac{2k_1 e_-^{(2)} - \hat{e}_-^{(2)} \hat{q}_2}{q_2^2 - 2k_1 q_2} \hat{e}_+^{(1)} v(k_2). \end{aligned} \quad (2.98)$$

Вычисление значительно упростится, если заметить, что

$$\hat{e}_+^{(1)} \hat{q}_1 \hat{e}_-^{(2)} = -\hat{q}_1 [\hat{e}_+^{(1)}]^2 = 0, \quad (2.99)$$

где мы воспользовались антикоммутируемостью гамма-матриц (2.62). В результате имеем

$$M_{+-} = 2(k_1 e_+^{(1)}) e^2 \bar{u}(k_1) \hat{e}_+^{(1)} v(k_2) \left[\frac{1}{-2k_1 q_1} + \frac{1}{q_2^2 - 2k_1 q_2} \right]. \quad (2.100)$$

Выполняя аналогичные вычисления, которые привели к выражению (2.91) получим для квадрата амплитуды

$$|M_{+-}|^2 = \frac{8e^4 v^2 \sin^2 \theta}{(1 - v^2 \cos^2 \theta)^2 (1 + Q_2^2/W^2)^2} [2 - v^2 + v^2 \cos^2 \theta]. \quad (2.101)$$

Укажем, что $|M_{+-}|^2 = |M_{-+}|^2$. Мы можем переписать данное выражение в виде, похожем на (2.92):

$$|M_{+-}|^2 = \frac{2e^4 \sin^2 \theta (1 + \cos^2 \theta)}{(1 + Q_2^2/W^2)^2} \left[\frac{1}{1 - v \cos \theta} + \frac{1}{1 + v \cos \theta} \right]^2. \quad (2.102)$$

Видно, что в данном случае рождение лептонов при $\theta = 0, \pi$ всегда запрещено - за это снова отвечает фактор $\sin^2 \theta$. Поскольку в данном случае спиральность аннигилирующих фотонов равна двум, а спиральность мюонной пары не превышает единицы, рассеяние вперед-назад запрещено сохранением спиральности.

2.7 Вычисление сечения $p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-X$

Поскольку мы работаем в рамках партонной модели, то для получения полного сечения необходимо просуммировать сечения для отдельных кварков, проинтегрированные с партонными функциями распределения:

$$d\sigma(p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-X) = \sum_q \int dx d\sigma(p(\gamma\gamma)q \rightarrow p\mu^+\mu^-q) f_q(x, Q_2^2), \quad (2.103)$$

где $d\sigma(p(\gamma\gamma)q \rightarrow p\mu^+\mu^-q)$ определяется формулой (2.25). Интегрирование надо провести в пределах, указанных в Разделе 2.1. Преобразуем фазовый объем протона и кварка следующим образом:

$$\frac{d^3 p'_1}{E'_1} \cdot \frac{d^3 p'_2}{E'_2} \approx \frac{d^2 q_{1\perp} d\omega_1}{E} \cdot \frac{d^2 q_{2\perp} d\omega_2}{xE}, \quad (2.104)$$

поскольку $p'_i = p_i - q_i$. С учетом (2.75) в формуле (2.25) образуется сечение процесса $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$:

$$\begin{aligned} \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) = & \int \frac{1}{4} [|M_{++}|^2 + |M_{+-}|^2 + |M_{-+}|^2 + |M_{--}|^2] \times \\ & \times \frac{(2\pi)^4 \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - k_1 - k_2) d\Gamma}{4q_1 q_2}, \end{aligned} \quad (2.105)$$

где фактор $1/4$ отвечает усреднению по поляризациям фотона, а $q_1 q_2$ - потоковый фактор. Для каждой конфигурации поляризаций фотонов имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{++}(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) + \sigma_{--}(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) &= \\ &= \frac{4\pi\alpha^2}{W^2(1 + Q_2^2/W^2)} \left[\frac{Q_2^4/W^4}{(1 + Q_2^2/W^2)^2} \left(\ln \frac{W^2}{m_\mu^2} - 2 \right) + 1 \right], \\ \sigma_{+-}(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) + \sigma_{-+}(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) &= \\ &= \frac{4\pi\alpha^2}{W^2(1 + Q_2^2/W^2)^3} \left[\ln \frac{W^2}{m_\mu^2} - 2 \right]. \end{aligned} \quad (2.106)$$

Мы видим, что оба сечения в пределе $Q_2^2 \gg W^2$ ведут себя как

$$\sigma \sim \frac{W^2}{Q_2^2} \ln \frac{W^2}{m_\mu^2} \rightarrow 0. \quad (2.107)$$

Такое поведение оправдывает наше приближение $Q_2^2 \ll W^2$.

С учетом (2.72) и (2.49) сечение принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} d\sigma(pq \rightarrow p\mu^+\mu^-q) &\approx \left(\frac{2Q_q\alpha}{\pi} \right)^2 \frac{q_1 q_2}{p_1 p_2} x E^2 \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-) D(Q_1^2) \times \\ &\times \frac{q_{1\perp}^3 dq_{1\perp}}{Q_1^4} \frac{d\omega_1}{\omega_1^2} \frac{q_{2\perp}^3 dq_{2\perp}}{Q_2^4} \frac{d\omega_2}{\omega_2^2} \cdot f_q(x, Q_2^2) dx, \end{aligned} \quad (2.108)$$

Видно, что сечение факторизовалось, как и в случае приближения эквивалентных фотонов в Главе 1. Перейдем к новым переменным:

$$\begin{aligned} W^2 &= 4\omega_1\omega_2 - Q_2^2, \\ y &= \ln \frac{\omega_1}{\omega_2}. \end{aligned} \quad (2.109)$$

Тогда

$$d\omega_1 d\omega_2 = \frac{W}{2} dW dy, \quad (2.110)$$

и для сечения получаем

$$\begin{aligned} d\sigma(pq \rightarrow p\mu^+\mu^-q) \approx & \frac{2Q_q^2\alpha}{\pi} n_p \left(\frac{W}{2} e^y \right) \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) e^y \frac{q_{2\perp}^3 dq_{2\perp}}{Q_2^4} \times \\ & \times dW dy f_q(x, Q_2^2) dx, \end{aligned} \quad (2.111)$$

где мы ввели спектр эквивалентных фотонов, испущенных протоном с учетом его форм-факторов:

$$n_p(\omega) = \frac{2\alpha}{\pi\omega} \int_0^\infty \frac{D(Q^2)}{Q^4} q_\perp^3 dq_\perp. \quad (2.112)$$

Похожим образом мы можем ввести спектр эквивалентных фотонов, испущенных кварком:

$$n_q(\omega) = \frac{2Q_q^2\alpha}{\pi\omega} \int_{\omega/E}^1 dx \int_0^{p_T^{\ell\ell}} dq_{2\perp} \frac{q_{2\perp}^3}{Q_2^4} f_q(x, Q_2^2), \quad (2.113)$$

где верхний предел по $q_{2\perp}$ указан в (2.11). Верхний предел по x вытекает из смысла переменной Бьеркена: максимальный импульс кварка есть полный импульс протона. Нижний предел определяется тем, что кварк излучает фотон с энергией ω . Накладывая кинематические ограничения из Раздела 2.2 имеем окончательно [61]

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(pp \rightarrow p + \ell^+\ell^- + X)}{dW} = & \sum_q \int_{\max(\hat{p}_T, \frac{W}{2 \cosh \hat{\eta}})}^{W/2} dp_T \frac{d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-)}{dp_T} \times \\ & \frac{W}{2} \int_{\max(-\hat{y}, \hat{y})}^{\min(\hat{y}, \tilde{Y})} dy n_p \left(\frac{W}{2} e^y \right) n_q \left(\frac{W}{2} e^{-y} \right). \end{aligned} \quad (2.114)$$

Чтобы учесть процесс, когда второй протон попадает в передний детектор, а первый выживает, умножим выражение (2.114) на 2.

Для численного интегрирования используются партонные функции распределения $f_q(x, Q_2^2)$ MSHT20nn1o_as118 [66] из LHAPDF [67]. Вычисление выполняется с помощью библиотеки *libepa* [43]. В результате имеем

$$\sigma(pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X) = 9.6 \text{ фб.} \quad (2.115)$$

Приведем также результат вычисления для электронов, который может быть легко получен из наших формул

$$\sigma(pp \rightarrow pe^+e^-X) = 11.4 \text{ фб.} \quad (2.116)$$

Для оценки неопределенности полученных выражений вычислим их со сдвинутым аргументом у партонной функции распределения:

$$f_q(x, Q_2^2/2) : \quad \begin{cases} \sigma(pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X) = 7.7 \text{ фб,} \\ \sigma(pp \rightarrow pe^+e^-X) = 9.1 \text{ фб,} \end{cases} \quad (2.117)$$

$$f_q(x, 2Q_2^2) : \quad \begin{cases} \sigma(pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X) = 11.5 \text{ фб,} \\ \sigma(pp \rightarrow pe^+e^-X) = 13.6 \text{ фб.} \end{cases} \quad (2.118)$$

При малых Q_2^2 партонные функции распределения известны с меньшей точностью. Вклад от таких масштабов может быть проверен путем наложения более сильного ограничения на поперечный импульс: $Q_2^2 \approx q_\perp^2 < 1 \text{ ГэВ}^2$. Имеем тогда 2.2 фб для случая рождения мюонов и 2.6 фб для случая электронов. Это примерно 20% от неупругого сечения (2.115), (2.116), что как раз порядка неопределенности от партонных функций распределения (2.117). Стоит добавить, что помимо партонных функций распределения вклад в неупругое сечение могут давать также низкоэнергетические явления, в том числе резонансы [68–70]. Вклад от таких эффектов $\sim 10 - 15\%$. Однако мы не стремимся к такому уровню точности, и учитываем только лидирующие вклады.

2.8 Численные результаты и заключение по главе

Сравним полученные результаты с данными эксперимента ATLAS. Согласно [42]

$$\sigma_{\mu\mu+p}^{\text{эксп.}} = 7.2 \pm 1.6 \text{ (stat.)} \pm 0.9 \text{ (syst.)} \pm 0.2 \text{ (lumi.) фб,} \quad (2.119)$$

$$\sigma_{ee+p}^{\text{эксп.}} = 11.0 \pm 2.6 \text{ (stat.)} \pm 1.2 \text{ (syst.)} \pm 0.3 \text{ (lumi.) фб.} \quad (2.120)$$

Складывая вклады упругого сечения из Раздела 2.2 и неупругого из Раздела 2.7 получим

$$\sigma_{\mu\mu+p}^{\text{теор.}} = 18 \pm 3 \text{ фб,} \quad (2.121)$$

$$\sigma_{ee+p}^{\text{теор.}} = 22 \pm 3 \text{ фб,} \quad (2.122)$$

где неопределенности были получены сравнением (2.115), (2.116) с (2.117) и включают вклад от малых Q_2^2 .

Обсудим влияние фактора выживания S . Данный фактор приводит к эффективному уменьшению сечения вследствие влияния сильных взаимодействий при столкновении протонов с малым прицельным параметром b . Значение $S = 1$ означало бы, что все события произошли только за счет электромагнитного взаимодействия, и вычисленное нами сечение отвечает экспериментальному. Для упругого вклада с ростом инвариантной массы мюонной пары этот фактор уменьшается: так для $W \sim 100$ ГэВ $S = 0.9$ [49]. В работе [42] приведены значения сечения полуэксклюзивного процесса, вычисленные путем Монте-Карло симуляций для значения фактора выживания $S = 1$ и $S < 1$ из работ [29, 47]. Использовались комбинированные результаты генераторов LPAIR и HERWIG. Видно, что сечение уменьшается за счет фактора выживания в ≈ 1.5 раза. Результаты вычисления с помощью SUPERCHIC4 [71] отличаются в пределах одного стандартного отклонения.

Таким образом, для упругого процесса имеем уменьшение сечения на 10 %, а для полуэксклюзивного, в который входит как упругая часть, так и неупругая, уменьшение на 50 % [69]. Мы видим,

что с учетом фактора выживания вычисленные по нашим теоретическим формулам сечения согласуются с экспериментальными данными ATLAS в пределах 2 — 3 стандартных отклонений. При этом фактор выживания для случая упругого процесса может быть легко учтен без использования Монте-Карло моделирования.

В данной Главе был рассмотрен полуэксклюзивный процесс $p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-X$. Мы вывели аналитическое выражение для сечения данного процесса. Для квазиупруго рассеиваемого протона были учтены как электрический, так и магнитный форм-факторы. С неупругой частью процесса мы работали в рамках партонной модели. Были получены матрицы плотности и амплитуды фотон-фотонной аннигиляции в мюоны в спиральном представлении. В конфигурации с фотонами одинаковой поляризации была продемонстрирована киральная аномалия, что может быть наблюдено на эксперименте. Далее с помощью библиотеки *libera* [43] было проведено численное интегрирование выведенных теоретических выражений для сечений как упругого, так и неупругого вклада в полуэксклюзивный процесс. В рамках нашего подхода экспериментальные ограничения накладываются естественным образом, что позволяет проводить вычисления без использования Монте-Карло. Полученный результат с учетом фактора выживания находится в согласии с экспериментальным результатом ATLAS на уровне 2-3 стандартных отклонений.

3 Вклад Z бозона в реакцию

$$pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X$$

В данной Главе мы рассмотрим поправку к полуэксклюзивному электромагнитному процессу $p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-X$ от слабого взаимодействия. Древесные поправки описываются процессами с одним и двумя калибровочными бозонами: $p(ZZ)p \rightarrow p\mu^+\mu^-X$ (Рис.3.5) и $p(\gamma Z)p \rightarrow p\mu^+\mu^-X$ (Рис.3.6). Мы также предполагаем, что в возможном эксперименте будут отбираться события, в которых из инвариантного объема мюонной пары исключена область около пика Z , как это было в экспериментах ATLAS, используемых в предыдущих Главах.

Излучение калибровочного бозона может происходить как из упругого рассеянного протона, так и из развалившегося. Рассмотрим первый случай. Тогда имеем ограничение на виртуальность излученного Z : $\sqrt{Q^2} \leq \hat{q} = 200$ МэВ. При интегрировании по виртуальности калибровочного бозона получим следующий вклад в сечение:

$$\int^{\hat{Q}^2} \frac{Q^2 dQ^2}{(Q^2 + M_Z^2)^2} \approx \frac{\hat{q}^2}{M_Z^4} \sim 10^{-5}, \quad (3.1)$$

поскольку пропагатор фотона заменится на пропагатор калибровочного бозона. Видно, что излучение массивного бозона выжившим протоном сильно подавлено. Следовательно вклад, изображенный на Рис.3.5, всегда подавлен. Однако в процессе, изображенном на Рис.3.6, Z бозон может быть излучен протоном, который не выживает в столкновении. Такая поправка может оказаться значительной, поскольку в этом случае Q^2 ограничена только квадратом инвариант-

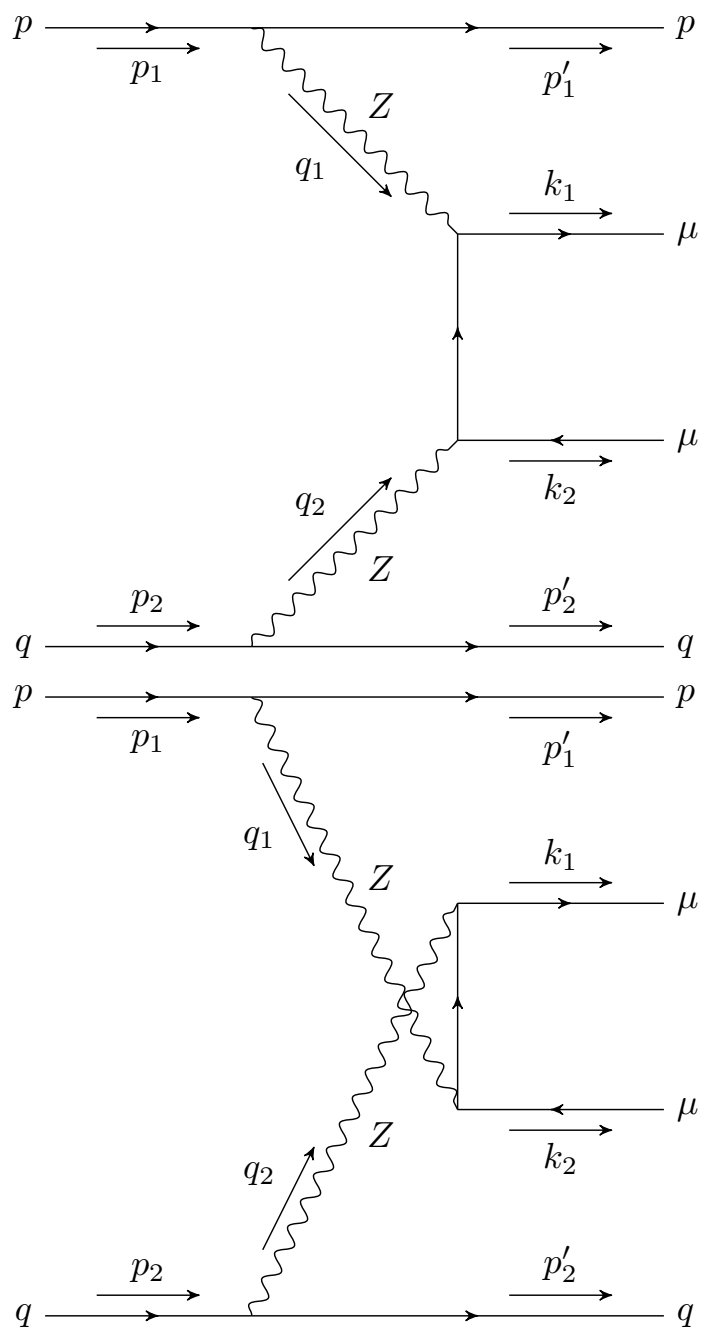


Рис. 3.5: Рождение мюонной пары в ZZ слиянии

ной массы рожденной пары W^2 .

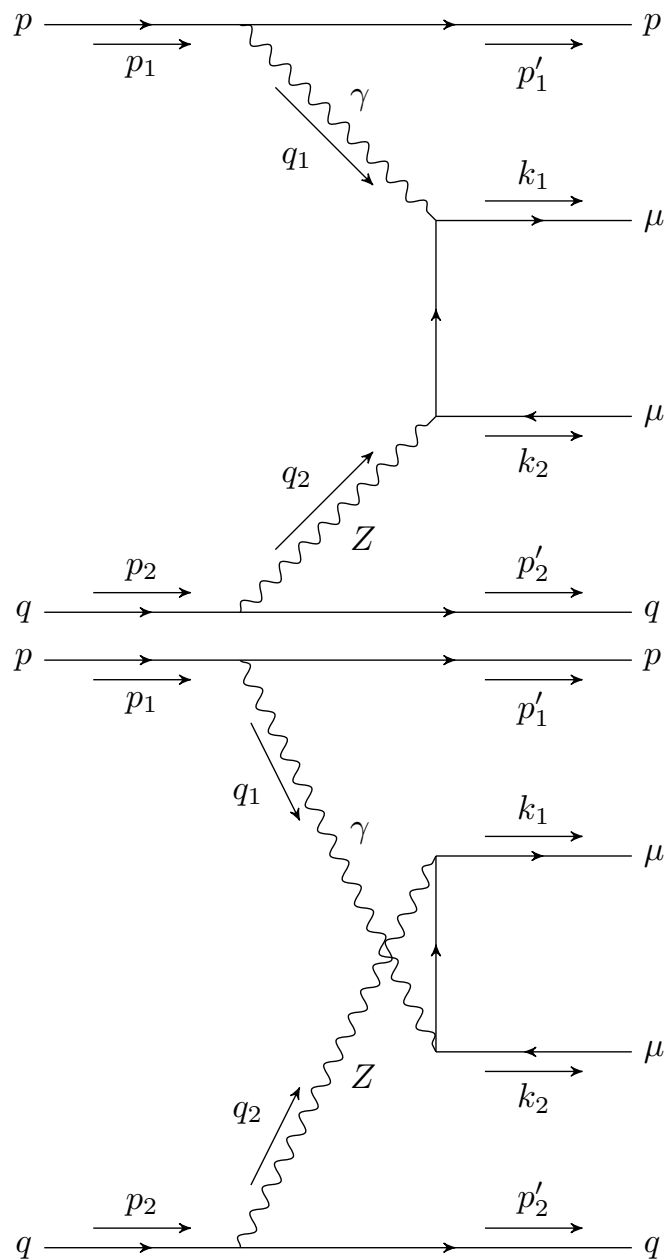


Рис. 3.6: Рождение мюонной пары в γZ слиянии

Тогда

$$\int^{W^2} \frac{Q^2 dQ^2}{(Q^2 + M_Z^2)^2} \sim \frac{W^2}{M_Z^2} \sim 1, \quad (3.2)$$

для $W^2 \geq M_Z^2$.

Вычисление вклада Z будем проводить в рамках подхода, развитого в предыдущей Главе. Будет получено аналитическое выражение для дифференциального сечения полуэксклюзивного процесса с учетом поправки от слабого взаимодействия. Для фотона или Z бозона, излученного неупруго рассеянным протоном, матрица плотности будет содержать дополнительный вклад от продольных поляризаций фотона ρ_{00} . Соответственно в спиральном представлении амплитуд необходимо учитывать вклад $|M_{\pm 0}|^2$ в сечение. Численное интегрирование будет выполнено с помощью библиотеки *libera*.

Данная Глава основана на работе [62].

3.1 Неупругий процесс, идущий через фотон-фотонную аннигиляцию

Данный процесс уже рассматривался нами в Главе 2. Теперь отсутствует ограничение на Q_2^2 связанное с поперечным импульсом мюонной пары. Вклад от поперечных поляризаций фотонов нами уже был вычислен. Рассмотрим вклад от продольных поляризаций.

По определению матрица плотности ρ_{00} есть

$$\begin{aligned} \rho_{00}^{(2)} &= e_{0\mu}^{(2)} [e_{0\nu}^{(2)}]^* \rho^{(2)\mu\nu} = -1 - \frac{4}{q_2^2} |p_2 e^{(2)}(0)|^2 = \\ &= -1 + \frac{4}{(q_2^2)^2} (\tilde{q}_2 \tilde{E}_2 - \tilde{\omega}_2 \tilde{p}_{2z})^2, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где \tilde{E}_2 - энергия кварка и \tilde{p}_{2z} - продольная компонента импульса кварка в системе центра инерции сталкивающихся фотонов. Сконструируем единичные векторы $Q_{1\mu}$, $Q_{2\mu}$, которые определяют простран-

ство двух фотонов с четырехимпульсами q_1, q_2 [63]

$$\begin{aligned} Q_{1\mu} &= Aq_{1\mu} + Bq_{2\mu}, \\ Q_{2\mu} &= Cq_{1\mu} + Dq_{2\mu}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Неизвестные коэффициенты найдем из условия ортогональности векторам $q_{1\mu}$, $q_{2\mu}$ и нормировки:

$$\begin{aligned} Q_1 q_1 &= Q_2 q_2 = 0, \\ Q_1^2 &= Q_2^2 = 1. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Разрешая эти уравнения, найдем выражения для коэффициентов A , B , C и D и окончательно получим:

$$\begin{aligned} Q_{1\mu} &= \frac{-q_1^2}{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2} (q_{2\mu} - q_{1\mu} \frac{q_1 q_2}{q_1^2}), \\ Q_{2\mu} &= \frac{-q_2^2}{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2} (q_{1\mu} - q_{2\mu} \frac{q_1 q_2}{q_2^2}). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Отметим, что размерность полученных векторов $[1/m]$. Прямым вычислением несложно проверить ортогональность $Q_{2\mu}$ (и точно так же $Q_{1\mu}$) полученному ранее тензору $R_{\mu\nu}$ (2.41):

$$Q_{2\mu} R_{\mu\nu} = 0, \quad (3.7)$$

как и должно быть. Рассмотрим далее вектор $Q_{2\mu}$ в системе центра инерции фотонов. Учитывая, что

$$\begin{aligned} (q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2 &= \tilde{q}_1^2 (\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2)^2, \\ \tilde{\omega}_1 - \tilde{\omega}_2 \frac{q_1 q_2}{q_2^2} &= -\tilde{q}_1^2 \frac{\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2}{\tilde{\omega}_2^2 - \tilde{q}_1^2}, \\ \tilde{q}_1 - \tilde{q}_2 \frac{q_1 q_2}{q_2^2} &= \tilde{q}_1 \tilde{\omega}_2 \frac{\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2}{\tilde{\omega}_2^2 - \tilde{q}_1^2}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

получим следующее простое соотношение:

$$Q_{2\mu} = i e_{0\mu}^{(2)}. \quad (3.9)$$

Окончательно $\rho_{00}^{(2)}$ в инвариантном виде имеет вид:

$$\rho_{00}^{(2)} = -1 - \frac{4}{q_2^2} (p_2 Q_2)^2. \quad (3.10)$$

Раскроем скобки в выражении (3.10):

$$\rho_{00}^{(2)} = -1 + \frac{4}{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2} (p_2 q_1 - \frac{q_1 q_2}{2})^2. \quad (3.11)$$

В лабораторной системе остаются справедливыми неравенства (2.48).

Тогда имеем

$$\rho_{00}^{(2)} = 4 \frac{x^2 E^2}{\omega_2^2}. \quad (3.12)$$

Интерференционные вклады $\rho_{\pm 0}^{(2)}$, $\rho_{0\pm}^{(2)}$ зануляется при интегрировании по азимутальному углу ϕ_2 рассеянного кварка. Действительно для $\rho_{\pm 0}^{(2)}$, например

$$\rho_{+0}^{(2)} = \rho_{0+}^{(2)} = -\frac{4}{q_2^2} (p_2 e_+^{(2)}) (p_2 e_0^{(2)}) = -\frac{4}{q_2^2} \sqrt{p_{2\perp}^2} e^{-i\phi_2} (p_2 e_0^{(2)}). \quad (3.13)$$

Аналогичную зависимость от азимутального угла имеем для $\rho_{0-}^{(2)} = \rho_{-0}^{(2)}$. Экспонента при интегрировании по ϕ_2 от 0 до 2π даст ноль.

По определению матричный элемент M_{+0} есть

$$M_{+0} = e_{+\mu}^{(1)} e_{0\nu}^{(2)} M_{\mu\nu}, \quad (3.14)$$

где $M_{\mu\nu}$ определяется выражением (2.32), а вид $e_{0\mu}^{(2)}$ указан в (2.38). Вычисление суммированного по поляризациям конечных мюонов квадрата модуля $|M_{+0}|^2$ опирается на те же соотношения между гамма-матрицами и скалярные произведения между четырехвекторами, которые использовались в Разделе 2.6. Приведем один из следов, фигурирующий в $|M_{+0}|^2$. В тех же обозначениях для четырехимпульсов фотонов и мюонов и для следов (формула (2.78)), которые использовались в Разделе 2.6, имеем:

$$I_1 = Sp \left[(\hat{k}_1 + m_\mu) (2k_1 e_+^{(1)} - \hat{e}_+^{(1)} \hat{q}_1) \hat{e}_{20} (\hat{k}_2 + m_\mu) \hat{e}_{20} \times \right. \\ \left. \times (2k_1 e_-^{(1)} - \hat{q}_1 \hat{e}_-^{(1)}) \right]. \quad (3.15)$$

Упрощая следы с помощью коммутационных соотношений и в приближении $q_1^2 \ll W^2$ получим

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{8} = & 2(k_1 e_{1+})(k_1 e_{1-}) \left(2(k_1 e_{20})(k_2 e_{20}) + (k_1 k_2) \right) - \\ & - 4(k_1 e_{1+})(k_1 e_{1-})(k_2 e_{20})(q_1 e_{20}) - 2(k_1 e_{1+})(k_1 e_{1-})(k_2 q_1) + \\ & + (k_1 q_1) \left((k_1 e_{1+})(k_2 e_{1-}) + (k_1 e_{1-})(k_2 e_{1+}) \right) - \\ & - 16(k_2 e_{20})(q_1 e_{20})(k_1 q_1) - (q_1 k_2)(k_1 q_1), \end{aligned} \quad (3.16)$$

где также было использовано, что $e_{20}^2 = -1$ и $(e_{1+} e_{1-}) = 1$. Наряду со скалярными произведениями (2.85) для вычисления данного следа потребуются также следующие:

$$k_1 e_0^{(2)} = -\frac{i}{\sqrt{-q_2^2}}(\tilde{q}_1 \epsilon + k \tilde{\omega}_2), \quad q_1 e_0^{(2)} = -\frac{i}{\sqrt{-q_2^2}}\tilde{q}_1(\tilde{q}_1 + \tilde{\omega}_2). \quad (3.17)$$

С учетом также соотношения

$$\tilde{\omega}_2 = \frac{W^2 - Q_2^2}{2W}, \quad (3.18)$$

окончательно можно записать след I_1 в виде:

$$\begin{aligned} I_1 = & \frac{W^6}{4Q_2^2} v^2 \sin^2 \theta \left((1 + v \cos \theta) \left(1 - \frac{Q_2^2}{W^2} \right)^2 - \right. \\ & \left. - 2 \left(1 + \frac{Q_2^4}{W^4} \right) \right). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Вычисление I_2 и I_3 аналогично с точностью до замены $k_1 \rightarrow k_2$ и знака перед слагаемыми с множителем $\hat{q}_1 \hat{e}_{1-}$. Просуммированные по поляризациям квадраты амплитуд $|M_{+0}|^2$ и $|M_{-0}|^2$ совпадают. После довольно громоздких тригонометрических преобразований и приведения подобных для вклада в сечение $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$ имеем

$$\sigma_{+0}(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-) + \sigma_{-0}(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-) = \frac{16\pi\alpha^2 W^2 Q_2^2}{(W^2 + Q_2^2)^3}. \quad (3.20)$$

Данное сечение подавлено в пределе $Q_2^2 \ll W^2$, как и должно быть.

Запишем сечение с учетом новых вкладов:

$$\begin{aligned} \sigma_{pq \rightarrow p\mu^+\mu^-q} &= \frac{\alpha}{2\pi} Q_q^2 n_p(\omega_1) \sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)(W^2, Q_2^2) \frac{Q_2^2 - (\omega_2/3x\gamma)^2}{\omega_2 Q_2^4} \times \\ &\times dW^2 dy Q_2^2 f_q(x, Q_2^2) dx, \end{aligned} \quad (3.21)$$

где γ^* обозначает виртуальный фотон,

$$d\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{|M|^2 d\cos\theta}{32\pi W^2 (1 + Q_2^2/W^2)}, \quad (3.22)$$

$$|M|^2 = \frac{1}{4} \left[|M_{++}|^2 + |M_{+-}|^2 + |M_{-+}|^2 + |M_{--}|^2 + 2|M_{+0}|^2 + 2|M_{-0}|^2 \right],$$

и

$$\omega_1 = \sqrt{W^2 + Q_2^2} \cdot e^y/2, \quad \omega_2 = \sqrt{W^2 + Q_2^2} \cdot e^{-y}/2. \quad (3.23)$$

Вводя вновь спектр эквивалентных фотонов протона $n_p(\omega)$ согласно (2.112) и определяя

$$\frac{dn_q(\omega_2)}{dQ_2^2} = \frac{\alpha Q_q^2}{\pi \omega_2} \int_{x_{min}}^1 \frac{Q_2^2 - (\omega_2/3x\gamma)^2}{Q_2^4} f_q(x, Q_2^2) dx, \quad (3.24)$$

запишем проинтегрированное сечение $p(\gamma\gamma)q \rightarrow p\mu^+\mu^-q$:

$$\begin{aligned} \sigma_{pq \rightarrow p\mu^+\mu^-q} &= \frac{1}{2} \int_{\hat{W}^2}^s dW^2 \int_{\frac{W^4}{36\gamma^2 s}}^{s-W^2} \sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)(W^2, Q_2^2) dQ_2^2 \\ &\times \int_{\frac{1}{2} \ln(\frac{s}{W^2+Q_2^2})}^{\frac{1}{2} \ln(\frac{s}{W^2+Q_2^2} \cdot \max(1, \frac{m_p^2}{9Q_2^2}))} n_p(\omega_1) \frac{dn_q(\omega_2)}{dQ_2^2} dy. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Для получения полуклассического сечения необходимо просуммировать по валентным u , d и морским кваркам:

$$\sigma_{pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X} = \sum_q \sigma_{pq \rightarrow p\mu^+\mu^-q}. \quad (3.26)$$

Обсудим пределы интегрирования, которые мы использовали. Нижний предел по x определяется условием, что у кварка должно хватить энергии xE излучить фотон с ω_2 :

$$xE \geq \omega_2 = \sqrt{W^2 + Q_2^2} \cdot e^{-y}/2 \rightarrow x \geq \sqrt{\frac{W^2 + Q_2^2}{s}} \cdot e^{-y}, \quad (3.27)$$

где $s = 4E^2$. С другой стороны из $q_{2\perp}^2 \geq 0$ имеем

$$Q_2^2 - \frac{\omega_2^2}{3x\gamma} \geq 0 \rightarrow x \geq \sqrt{\frac{W^2 + Q_2^2}{s}} \cdot e^{-y} \frac{m_p}{3\sqrt{Q_2^2}}, \quad (3.28)$$

где мы использовали (2.15) и

$$\gamma_q = \frac{E_q}{m_q} = \frac{3xE}{m_p} = 3x\gamma. \quad (3.29)$$

Поэтому нижний предел по $x_{min} = \max\{x|_{(3.27)}, x|_{(3.28)}\}$.

Верхний предел по y получается из условия $\omega_1 < E$ и $W^2 = 4\omega_1\omega_2 + Q_2^2$:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2} \ln \frac{4\omega_1^2}{W^2 + Q_2^2} \leq \frac{1}{2} \ln \frac{s}{W^2 + Q_2^2} \quad (3.30)$$

Нижний предел определяется аналогично и с учетом $q_2^2 \geq 0$.

Для Q_2^2 имеем

$$Q_2^2 = W^2 + 4\omega_1\omega_2 \leq W^2 + s, \quad Q_2^2 \geq \frac{\omega_2^2}{9x^2\gamma^2} \geq \frac{W^4}{36\gamma^2 s}, \quad (3.31)$$

где мы использовали, что $x \leq 1$. Нижний предел для W^2 мы взяли $\hat{W} \geq 10$ ГэВ.

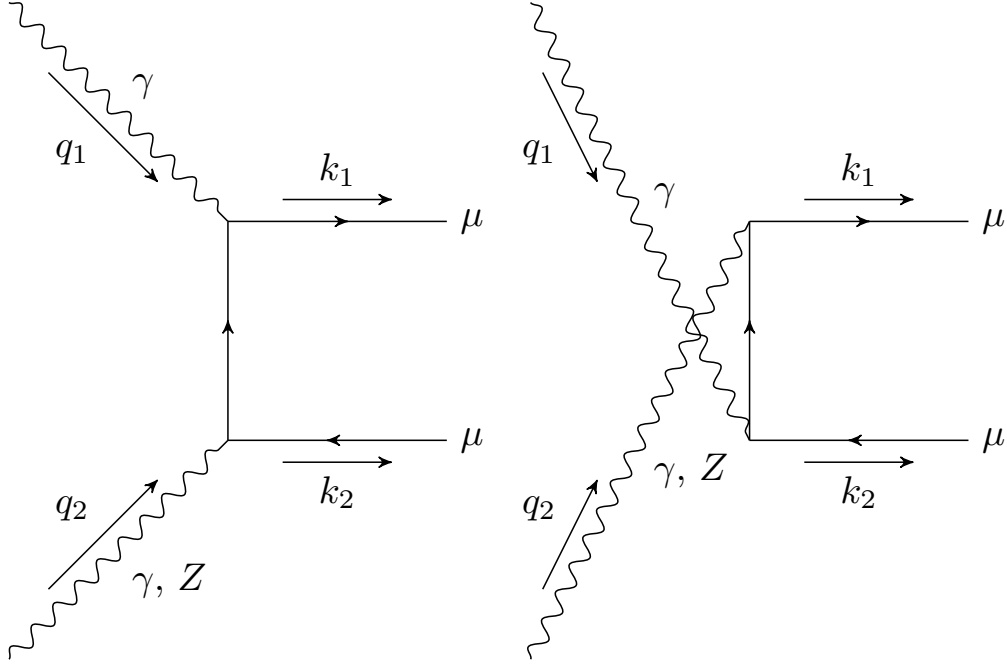


Рис. 3.7: Рождение мюонной пары в $\gamma\gamma + \gamma Z$

3.2 Вклад процесса $\gamma Z \rightarrow \mu^+ \mu^-$

Поправки к лидирующему электромагнитному $\gamma\gamma^* \rightarrow \mu^+ \mu^-$ процессу происходят от интерференции с процессом $\gamma Z \rightarrow \mu^+ \mu^-$ и от квадрата амплитуды $\gamma Z \rightarrow \mu^+ \mu^-$:

$$|A|^2 = |A^{\gamma\gamma}|^2 + 2\text{Re}A^{\gamma\gamma}A^{\gamma Z*} + |A^{\gamma Z}|^2. \quad (3.32)$$

Лидирующий вклад $|A^{\gamma\gamma}|^2$ был вычислен выше. Поскольку

$$|A|^2 \sim \rho_{aa}^{(1)} \rho_{bb}^{(2)} |M_{ab}|^2, \quad (3.33)$$

где $a = \pm, b = \pm, 0$, учет процесса с Z приведет к изменению матрицы плотности и амплитуды.

Начнем с матриц плотности [62]. Выпишем лагранжиан, описывающий взаимодействие Z с кварками:

$$\Delta L_{qqZ} = \frac{e}{s_W c_W} \left[\frac{g_V^q}{2} \bar{q} \gamma_\alpha q + \frac{g_A^q}{2} \bar{q} \gamma_\alpha \gamma_5 q \right] Z_\alpha, \quad (3.34)$$

где

$$s_W \equiv \sin \theta_W, \quad c_W \equiv \cos \theta_W, \quad (3.35)$$

$$g_V^q = T_3^q - 2Q_q s_W^2, \quad g_A^q = T_3^q,$$

$e = \sqrt{4\pi\alpha}$, θ_W - угол Вайнберга, $s_W^2 \approx 0.231$ [72], T_3^q - слабый изоспин кварка. Вспоминая определения матриц плотности (2.31), имеем

$$\begin{aligned} \rho_{\alpha\beta}^{\gamma Z, (2)} = & -\frac{1}{2q_2^2} \left[\frac{g_V^q}{2} Sp\{(\hat{p}_2' + m_q) \gamma_\alpha (\hat{p}_2 + m_q) \gamma_\beta\} + \right. \\ & \left. + \frac{g_A^q}{2} Sp\{(\hat{p}_2' + m_q) \gamma_\alpha (\hat{p}_2 + m_q) \gamma_\beta \gamma_5\} \right], \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \rho_{\alpha\beta}^{ZZ, (2)} = & \\ = & -\frac{1}{2q_2^2} Sp\{(\hat{p}_2' + m_q) \left(\frac{g_V^q}{2} \gamma_\alpha + \frac{g_A^q}{2} \gamma_\alpha \gamma_5 \right) (\hat{p}_2 + m_q) \left(\frac{g_V^q}{2} \gamma_\beta + \frac{g_A^q}{2} \gamma_\beta \gamma_5 \right)\}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Матрица $\rho_{\alpha\beta}^{\gamma Z, (2)}$ - матрица плотности, описывающая интерференцию γZ , а матрица $\rho_{\alpha\beta}^{ZZ, (2)}$ описывает собственно вклад ZZ . Начнем с $\rho_{\alpha\beta}^{\gamma Z, (2)}$. Видно, что с точностью до второго слагаемого с аксиальной константой связи оно совпадает с вычисленной нами матрицей плотности (2.34). Слагаемое $\Delta\rho$, пропорциональное аксиальной константе $\sim g_A^q$, в лабораторной системе в ультрарелятивистском пределе имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta\rho = & -\frac{1}{2q_2^2} Sp\{(\hat{p}_2' + m_q) \gamma_\alpha (\hat{p}_2 + m_q) \gamma_\beta \gamma_5\} = \\ = & \frac{-2i}{q_2^2} \epsilon^{\mu\alpha\nu\beta} q_{2\mu} \epsilon_{+\alpha}^{(2)} p_{2\nu} \epsilon_{+\beta}^{(2)*} \approx \frac{-2}{q_2^2} (Eq - \omega_2 p), \end{aligned} \quad (3.38)$$

где учтено, что $p'_2 = p_2 - q_2$ и что свертка симметричного тензора $p_{2\mu}p_{2\nu}$ с полностью антисимметричным тензором $\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta}$ равна нулю. Далее воспользуемся тем, что $\omega_2 = (xE/p)q$ (формула (2.14)) и получим окончательно

$$\Delta\rho \approx -\frac{2}{q_2^2} \frac{xE\omega}{\gamma^2} = \frac{2}{\omega_2^2} (\gamma^2 - 1) \frac{xE\omega_2}{\gamma^2} \approx 2 \frac{xE}{\omega_2}, \quad (3.39)$$

где мы воспользовались $m_p/p \approx 1/\gamma$, $\gamma^2 - 1 \approx \gamma^2$. Для поляризационного состояния 00 вклад, пропорциональный аксиальной константе g_A^q имеет вид $\sim \epsilon^{\mu\alpha\nu\beta} \epsilon_{0\mu}^{(2)} \epsilon_{0\nu}^{(2)} \equiv 0$. Окончательно для разных спиральностей имеем:

$$\begin{aligned} \rho_{\pm\pm}^{\gamma Z, (2)} &= \frac{g_V^q}{2} \rho_{\pm\pm}^{(2)} \pm 2g_A^q \frac{xE}{\omega_2}, \\ \rho_{00}^{\gamma Z, (2)} &= \frac{g_V^q}{2} \rho_{00}^{(2)}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

В пределе $\omega_2 \ll xE$ и с учетом $\rho_{\pm\pm} \sim (xE/\omega_2)^2$ (формула (2.49), $q_{2\perp}^2 \approx Q_2^2$) можем записать

$$\rho_{ab}^{\gamma Z, (2)} \approx \frac{g_V^q}{2} \rho_{ab}^{(2)}. \quad (3.41)$$

Для $\rho_{\alpha\beta}^{ZZ, (2)}$ аналогичным образом получим

$$\begin{aligned} \rho_{\pm\pm}^{ZZ, (2)} &\approx 1 + 2((g_V^q)^2 + (g_A^q)^2) \left(\frac{xE}{\omega_2}\right)^2 \pm 4g_V^q g_A^q \frac{xE}{\omega_2} \\ \rho_{00}^{ZZ, (2)} &\approx 1 + 2((g_V^q)^2 + (g_A^q)^2) \left(\frac{xE}{\omega_2}\right)^2. \end{aligned} \quad (3.42)$$

В приближении $\omega_2 \ll xE$ имеем

$$\rho_{\alpha\beta}^{ZZ, (2)} \approx \frac{(g_V^q)^2 + (g_A^q)^2}{4} \rho_{ab}^{(2)}. \quad (3.43)$$

Суммарная амплитуда процесса $\gamma\gamma + \gamma Z \rightarrow \mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\mu^-$:

$$(M^{\gamma\gamma} + M^{\gamma Z})_{\mu\vec{p}'} \gamma_{\mu} p, \quad (3.44)$$

где

$$(M^{\gamma\gamma} + M^{\gamma Z})_\mu = \quad (3.45)$$

$$= \frac{eQ_q}{q_2^2} \bar{q}' \gamma_\alpha q M_{\mu\alpha}^{\gamma\gamma} + \frac{e}{s_W c_W (q_2^2 - M_Z^2)} \bar{q}' \left[\frac{g_V^q}{2} \gamma_\alpha + \frac{g_A^q}{2} \gamma_\alpha \gamma_5 \right] q M_{\mu\alpha}^{\gamma Z}.$$

Выпишем входящие в эти выражения амплитуды

$$M_{\mu\alpha}^{\gamma\gamma} = e^2 [\bar{\mu} \gamma_\mu \frac{1}{\hat{k}_1 - \hat{q}_1 - m_\mu} \gamma_\alpha \mu + \bar{\mu} \gamma_\alpha \frac{1}{\hat{q}_1 - \hat{k}_2 - m_\mu} \gamma_\mu \mu], \quad (3.46)$$

$$M_{\mu\alpha}^{\gamma Z} = \quad (3.47)$$

$$= \frac{Q_\mu e^2}{s_W c_W} \left[\frac{g_V^\mu}{2} [\bar{\mu} \gamma_\mu \frac{1}{\hat{k}_1 - \hat{q}_1 - m_\mu} \gamma_\alpha \mu + \bar{\mu} \gamma_\alpha \frac{1}{\hat{q}_1 - \hat{k}_2 - m_\mu} \gamma_\mu \mu] + \right.$$

$$+ \left. \frac{g_A^\mu}{2} [\gamma_\alpha \rightarrow \gamma_\alpha \gamma_5] \right] =$$

$$= \frac{Q_\mu}{s_W c_W} \frac{g_V^\mu}{2} M_{\mu\alpha}^\gamma + \frac{Q_\mu e^2}{s_W c_W} \frac{g_A^\mu}{2} [\bar{\mu} \gamma_\mu \frac{1}{\hat{k}_1 - \hat{q}_1 - m_\mu} \gamma_\alpha \gamma_5 \mu +$$

$$+ \bar{\mu} \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{1}{\hat{q}_1 - \hat{k}_2 - m_\mu} \gamma_\mu \mu],$$

где Q_μ - электрический заряд мюона, g_V^μ и g_A^μ - векторная и аксиальная константы связи Z с мюонами. Подставим эти амплитуды в (3.45):

$$(M^{\gamma\gamma} + M^{\gamma Z})_\mu = \quad (3.48)$$

$$= [\bar{q}' \gamma_\alpha q \left(\frac{eQ_q}{q_2^2} + \frac{g_V^\mu}{2} \frac{eQ_\mu}{(s_W c_W)^2 (q_2^2 - M_Z^2)} \frac{g_V^q}{2} \right) +$$

$$+ \bar{q}' \gamma_\alpha \gamma_5 q \frac{g_V^\mu}{2} \frac{eQ_\mu}{(s_W c_W)^2 (q_2^2 - M_Z^2)} \frac{g_A^q}{2}] \times$$

$$\times e^2 [\bar{\mu} \gamma_\mu \frac{1}{\hat{k}_1 - \hat{q}_1 - m} \gamma_\alpha \mu + \bar{\mu} \gamma_\alpha \frac{1}{\hat{q}_1 - \hat{k}_2 - m} \gamma_\mu \mu] +$$

$$+ \bar{q}' \left(\frac{g_V^q}{2} \gamma_\alpha + \frac{g_A^q}{2} \gamma_\alpha \gamma_5 \right) q \frac{g_A^\mu}{2} \frac{eQ_\mu}{(s_W c_W) (q_2^2 - M_Z^2)} \frac{e^2}{s_W c_W} \times$$

$$\times [\bar{\mu} \gamma_\mu \frac{1}{\hat{k}_1 - \hat{q}_1 - m} \gamma_\alpha \gamma_5 \mu + \bar{\mu} \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{1}{\hat{q}_1 - \hat{k}_2 - m} \gamma_\mu \mu].$$

Докажем следующие утверждения [62]: 1) интерференция между аксиально-векторной и векторной частью взаимодействия в амплитуде (3.48) тождественно равна нулю; 2) в пределе, когда инвариантная масса мюонной пары много больше массы самого мюона, квадрат амплитуды аксиально-векторной части равен квадрату амплитуды истинно-векторной части (с точностью до множителя в виде соответствующих констант связи). Для доказательства первого пункта умножим выражения в квадратных скобках на вектора поляризации бозонов и обозначим слагаемые в первой и второй квадратных скобках как M_{ik}^V и M_{ik}^A соответственно. Воспользуемся тождеством

$$Sp[\gamma_A \gamma_B \dots \gamma_C \gamma_D] = Sp[\gamma_D \gamma_C \dots \gamma_B \gamma_A] \quad (3.49)$$

и распишем в спиральном представлении квадрат амплитуды (3.48), опуская общий множитель:

$$M_{++}^V [M_{++}^A]^* + M_{--}^A [M_{--}^V]^* = M_{++}^A [M_{++}^V]^* + M_{--}^V [M_{--}^A]^* = 0, \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} M_{+0}^V [M_{+0}^A]^* + M_{-0}^A [M_{-0}^V]^* &= M_{+0}^A [M_{+0}^V]^* + M_{-0}^V [M_{-0}^A]^* = 0, \\ M_{+-}^V [M_{+-}^A]^* + M_{-+}^A [M_{-+}^V]^* &= M_{+-}^A [M_{+-}^V]^* + M_{-+}^V [M_{-+}^A]^* = 0. \end{aligned}$$

Эти соотношения являются проявлением разного поведения векторной и аксиально-векторной амплитуд относительно P -преобразования: $M_{+-}^V \xrightarrow{P} -M_{-+}^V$ и $M_{+-}^A \xrightarrow{P} M_{-+}^A$. Таким образом, интерференционное слагаемое точно зануляется и не дает вклада в сечение. Перейдем ко второму пункту. Необходимо показать, что произведение векторных токов $\gamma_\mu \gamma_\alpha$ совпадает с произведением аксиально-векторных $\gamma_\mu \gamma_\alpha \gamma_5$. В безмассовом пределе $m_\mu = 0$ это утверждение очевидно. При $m_\mu \neq 0$ воспользуемся антикоммутацией гамма-матриц в числителях выражения (3.48):

$$\bar{\mu}_1 \gamma_\mu (\hat{k}_1 - \hat{q}_1 + m) = \bar{\mu}_1 (2k_{1\mu} - \gamma_\mu \hat{q}_1), \quad (3.51)$$

$$(\hat{q}_1 - \hat{k}_2 + m) \gamma_\mu \bar{\mu}_2 = (\hat{q}_1 \gamma_\mu - 2k_{2\mu}) \bar{\mu}_2. \quad (3.52)$$

Следовательно зависимость от массы остается только в матрицах плотности мюонов. Вклад $\sim \hat{k}_1 \hat{k}_2$ одинаковый для токов $\gamma_\mu \gamma_\alpha$ и $\gamma_\mu \gamma_\alpha \gamma_5$.

Вклады $\sim m^2$ отличаются знаками для векторного и аксиально-векторного случаев. Однако эти вклады пренебрежимо малы. Действительно для $|M_{\pm 0}|^2$, например, имеем:

$$|M_{\pm 0}|^2 \sim |e_{\pm\mu}^{(1)} e_{0\mu}^{(2)} M_{\mu\nu}|^2 \sim \frac{m_\mu^2}{W^2} \frac{\sin^2 \theta}{(1 \pm v \cos \theta)^2} \rightarrow 0, \quad m_\mu^2 \ll W^2. \quad (3.53)$$

Аналогичное подавление слагаемого $\sim m_\mu^2/W^2$ выполняется и для $|M_{\pm\pm}|^2$. Следовательно мы возвращаемся к безмассовому пределу, в котором утверждение очевидно.

Вышесказанное позволяет записать квадрат амплитуды с учетом поправки от слабого взаимодействия в следующем виде:

$$|M^{\gamma\gamma} + M^{\gamma Z}|^2 \equiv \varkappa |M^{\gamma\gamma}|^2, \quad (3.54)$$

$$\varkappa(Q_2^2) = 1 + 2 \cdot \frac{g_V^\mu}{Q_\mu} \cdot \frac{g_V^q}{Q_q} \cdot \lambda + \frac{(g_V^\mu)^2 + (g_A^\mu)^2}{Q_\mu^2} \cdot \frac{(g_V^q)^2 + (g_A^q)^2}{Q_q^2} \cdot \lambda^2, \quad (3.55)$$

$$\lambda \equiv \frac{1}{(2s_W c_W)^2 (1 + M_Z^2/Q_2^2)}.$$

Таким образом, вклад от обмена Z бозоном может быть учтен умножением на фактор \varkappa вычисленных нами сечений $\sigma_{\pm\pm}$, $\sigma_{\pm\mp}$ и $\sigma_{\pm 0}$ для процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-$.

3.3 Численные результаты и заключение по главе

Заменяя $\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)$ в выражении (3.25) на $\varkappa(Q_2^2)\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)$ и записывая его в дифференциальном по W^2 виде, получим

[62]

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X}}{dW} &= \frac{4\alpha W}{\pi} \sum_q Q_q^2 \times \\
&\int_{\frac{W^4}{36\gamma^2 s}}^s \frac{[\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)(W^2, Q_2^2)]}{W^2 + Q_2^2} \kappa(Q_2^2) dQ_2^2 \times \\
&\times \int_{\frac{1}{2} \ln(\frac{W^2+Q_2^2}{s} \cdot \max(1, \frac{m_p^2}{9Q_2^2}))}^{\frac{1}{2} \ln \frac{s}{W^2+Q_2^2}} \omega_1 n_p(\omega_1) dy \int_{x_{min}}^1 \frac{Q_2^2 - (\omega_2/3x\gamma)^2}{Q_2^4} f_q(x, Q_2^2) dx,
\end{aligned} \tag{3.56}$$

где мы использовали равенство

$$\omega_2 = (W^2 + Q_2^2)/4\omega_1. \tag{3.57}$$

Для лучшей сходимости численного интегрирования поменяем порядок интегрирования:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X}}{dW} &= \frac{4\alpha W}{\pi} \sum_q Q_q^2 \times \\
&\times \int_{\frac{W^4}{36\gamma^2 s}}^s \frac{[\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)(W^2, Q_2^2)]}{(W^2 + Q_2^2)Q_2^4} \kappa(Q_2^2) dQ_2^2 \times \\
&\times \int_{\frac{W^2+Q_2^2}{s} \cdot \max(1, \frac{m_p^2}{3\sqrt{Q_2^2}})}^1 f_q(x, Q_2^2) dx \int_{\frac{1}{2} \ln(\frac{W^2+Q_2^2}{x^2 s} \cdot \max(1, \frac{m_p^2}{9Q_2^2}))}^{\frac{1}{2} \ln \frac{s}{W^2+Q_2^2}} dy \times \\
&\times \omega_1 n_p(\omega_1) \left[Q_2^2 - (\omega_2/3x\gamma)^2 \right].
\end{aligned} \tag{3.58}$$

Обсудим точность полученной формулы. Нижний предел по Q_2^2 в формуле (3.58) значительно меньше, чем $(1 \text{ ГэВ})^2$. В нем учиты-

вается только кинематика. Однако при малых $Q_2^2 \leq (1 \text{ ГэВ})^2$ вносят большую неопределенность в партонные функции распределения $f_q(x, Q_2^2)$. Численно эта область виртуальности дает $\sim 15\%$ от дифференциального сечения при $W^2 = (20 \text{ ГэВ})^2$ и еще меньше при больших инвариантных массах пары. Стоит подчеркнуть, что вклад от слабой поправки почти не меняется в данной области поскольку для $Q_2^2 \leq (1 \text{ ГэВ})^2$

$$\kappa(Q_2^2) \approx 1 + \text{const}_1 \cdot \frac{Q_2^2}{M_Z^2} + \text{const}_2 \cdot \frac{Q_2^4}{M_Z^4} \approx 1. \quad (3.59)$$

По этой же причине вклад от резонансов и низкоэнергетических эффектов при $Q_2^2 \leq (1 \text{ ГэВ})^2$ в партонные функции распределения [68–70] не меняет величину слабой поправки.

Результаты численного интегрирования с помощью библиотеки *libepa* [43] показаны на Рис.3.8. Из графика видно, что поправка не дает значительного увеличения сечения. Однако мы можем усилить вклад от обмена Z бозоном, если поставим нижнее ограничение на $Q_2^2 > \hat{Q}_2^2$ ближе к электрослабой шкале, $\hat{Q}_2^2 \sim M_Z^2$. Для таких больших величин виртуальности Z необходимо более жесткое ограничение на эксперименте по поперечному импульсу пары: $p_T^{\mu\mu} > \hat{Q}_2 \gg 1 \text{ ГэВ}$. Отбор событий с такими $p_T^{\mu\mu}$ удобен как с теоретической, так и с экспериментальной точек зрения. Во-первых, мы избегаем низкоэнергетических эффектов, которые вносят большие неопределенности и достаточно плохо известны. Во-вторых, будут отбираться события с хорошо различимыми мюонами с $W^2 \geq \hat{Q}_2^2$. Величина поправки для различных \hat{Q}_2 приведена на Рис.3.9. Видно, что вклад от слабого взаимодействия может достигать 20% при $\hat{Q}_2 = 70 \text{ ГэВ}$.

В заключение рассмотрим поведение поправки от слабого взаи-

модействия в пределе $Q_2^2 \gg M_Z^2$. Тогда для фактора $\varkappa(Q_2^2)$ имеем

$$\begin{aligned} \varkappa(Q_2^2) &\approx 1 + 2 \cdot \frac{g_V^\mu}{Q_\mu} \cdot \frac{g_V^q}{Q_q} \cdot \frac{1}{(2s_W c_W)^2} + \\ &\frac{(g_V^\mu)^2 + (g_A^\mu)^2}{Q_\mu^2} \cdot \frac{(g_V^q)^2 + (g_A^q)^2}{Q_q^2} \cdot \frac{1}{(2s_W c_W)^4} \approx \\ &\approx \begin{cases} 1.35 & \text{для } q = u, \bar{u}, c, \bar{c}; \\ 2.76 & \text{для } q = d, \bar{d}, s, \bar{s}, b, \bar{b}. \end{cases} \end{aligned} \quad (3.60)$$

В отличие от обратного предела малых Q_2^2 вклад от слабой поправки достигает максимального значения и чувствителен к флэйвору кварков.

Таким образом, в данной Главе мы проанализировали вклад от обмена Z в сечение неупругой части полуэксклюзивного процесса $pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X$. Развитый в предыдущих Главах подход был модифицирован для учета слабого взаимодействия с нейтральным бозоном. Это позволило оценить величину поправки от такого взаимодействия по отношению к лидирующему электромагнитному. Мы проанализировали поведение величины $\varkappa(Q_2^2)$, содержащей вклады от Z и показали, что величина поправки может достигать 20 %. Такой вклад может быть потенциально наблюден, а кинематические ограничения на виртуальность Q_2^2 обеспечивают преимущества как с теоретической, так и с экспериментальной точек зрения.

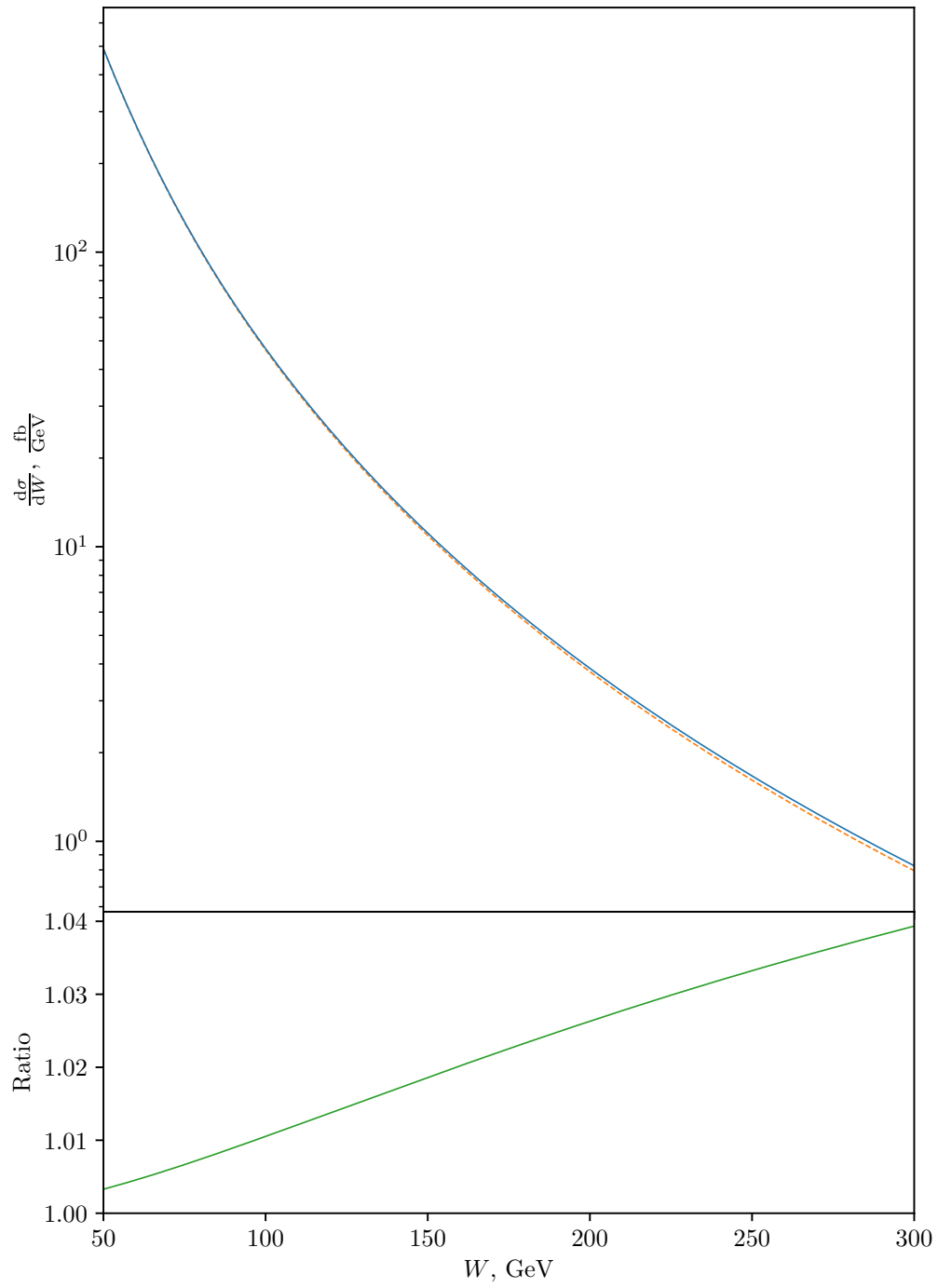
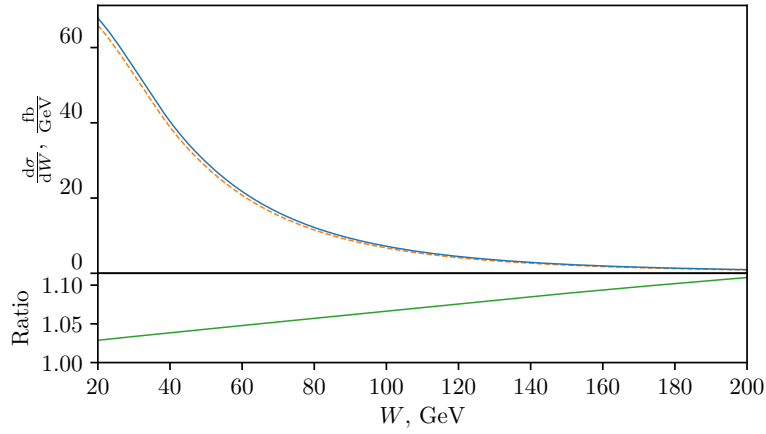
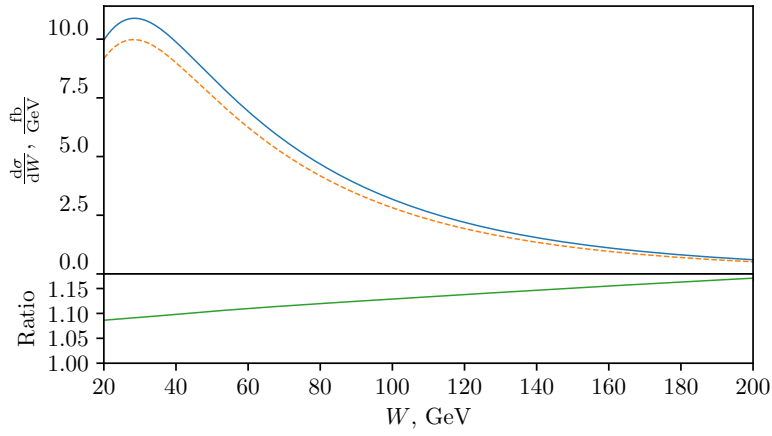


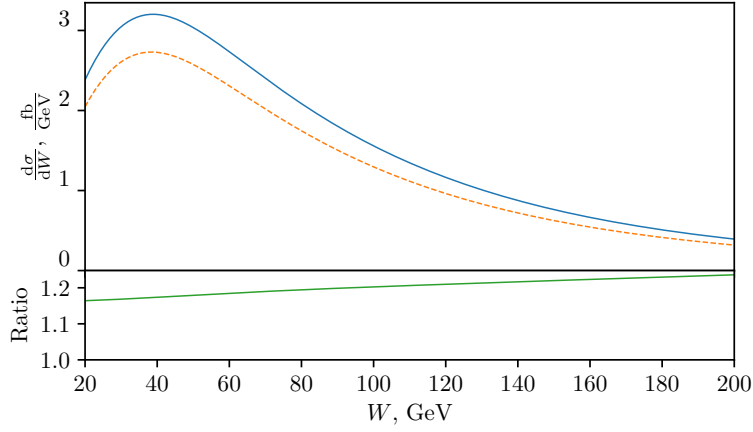
Рис. 3.8: *Верхний график*: дифференциальное сечение для $\gamma\gamma$ слияния (пунктирная линия) и для $\gamma\gamma + \gamma Z$ слияния с учетом слабого взаимодействия (сплошная линия). *Нижний график*: их отношение.



((a)) $\hat{Q}_2 = 30 \text{ ГэВ}^2$.



((b)) $\hat{Q}_2 = 50 \text{ ГэВ}^2$.



((c)) $\hat{Q}_2 = 70 \text{ ГэВ}^2$.

Рис. 3.9: Дифференциальные сечения для разных Q_2^2 . Стилль линий такой же, как на рис.3.8.

Заключение

Основные результаты

В заключение кратко перечислим основные результаты, полученные в ходе работы над диссертацией.

1. Был рассмотрен ультрапериферический процесс $p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p$. В рамках метода эквивалентных фотонов была получена аналитическая формула для сечения данной реакции. Выведенное выражение позволяет естественным образом наложить экспериментальные ограничения на фазовый объем конечных продуктов. Было получено численное значение путем прямого интегрирования без использования Монте-Карло симуляций с помощью библиотеки *libepa*. Был рассмотрен гипотетический резонанс X с массой 28 ГэВ, который наблюдался коллаборацией CMS. Из предположения о его взаимодействии с мюонами и фотонами были выведены аналитические выражения для сечения $pp \rightarrow p\mu^+\mu^-p$ через резонанс $\gamma\gamma \rightarrow X \rightarrow \mu^+\mu^-$. Из сравнения с экспериментальными данными ATLAS было поставлено ограничение на взаимодействие X с фотонами.
2. Был изучен полуэксклюзивный процесс, в котором наряду с упругим вкладом $p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-p$ имеется неупругий вклад $p(\gamma\gamma)p \rightarrow p\mu^+\mu^-X$. В рамках спирального представления были получены аналитические выражения для вкладов в сечение такого процесса от разных поляризационных конфигураций фотонов. Исследование проводилось в рамках партонной

модели. Были выведены матрицы плотности в спиральном представлении для протона с учетом его электрического и магнитного форм-факторов и для кварка с учетом партонных функций распределения. Было показано, что при аннигиляции фотонов с одинаковыми поперечными поляризациями проявляется киральная аномалия. Полученное выражение для полного сечения полужексклюзивного процесса было численно проинтегрировано с ограничениями на фазовый объем конечных продуктов, которые были наложены экспериментом ATLAS при исследовании данной реакции. С учетом фактора выживания и неопределенностей в партонных функциях распределения при низких энергиях полученный результат согласуется с экспериментальным на уровне двух-трех стандартных отклонений.

3. В неупругую часть полужексклюзивного процесса $pp \rightarrow p\mu^+\mu^-X$ дает вклад слабое взаимодействие. Лидирующий борновский вклад дается излучением Z бозона из неупруго рассеивающегося протона. Были модифицированы матрицы плотности и амплитуды в спиральном представлении с учетом слабого взаимодействия. Вклад дает как интерференция диаграмм процессов $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $\gamma Z \rightarrow \mu^+\mu^-$, так и квадрат диаграммы процесса $\gamma Z \rightarrow \mu^+\mu^-$. Было показано, что весь вклад от слабого взаимодействия факторизуется в функцию от виртуальности $\kappa(Q_2^2)$. Было вычислено дифференциальное по инвариантной массе мюонной пары сечение с учетом обмена Z . При более сильном ограничении снизу на поперечный импульс пары при отборе событий на эксперименте поправка может достигать 20 %. Такой отбор событий обладает как теоретическим, так и экспериментальным преимуществом.

Перспективы дальнейшей разработки темы

Развитый в диссертации метод вычисления сечений имеет перспективы применения ко многим ускорительным экспериментам, как текущим, так и будущим. В работе [40] было рассмотрено рождение

суперсимметричных заряженных частиц - чарджино χ^\pm , в протон-протонном столкновении через $\gamma\gamma$ аннигиляцию на планируемых ускорителях HE-LHC ($\sqrt{s} = 27$ ТэВ), SPPC ($\sqrt{s} = 70$ ТэВ) and FCC ($\sqrt{s} = 100$ ТэВ). Изложенный в диссертации способ использовался для вычисления сечения рождения как для квазиупругого, так и неупругого столкновения протонов.

Мы можем применять развитые формулы, чтобы вычислять не только лепторождение через фотон-фотонную аннигиляцию. Действительно, полученные формулы для сечения факторизуются на собственно процесс рождения лептонов через аннигиляцию фотонов и процесс излучения этих фотонов протонами. Поэтому мы можем заменить внутреннее сечения рождения лептонов в фотон-фотонном слиянии на любой другой процесс, в том числе изучать вклад возможной Новой Физики. Как уже отмечалось, выведенные аналитические выражения для сечения позволяют исследовать как квазиупругие, так и неупругие процессы. При этом мы не прибегаем к Монте-Карло симуляциям, а накладываем экспериментальные ограничения непосредственно при интегрировании теоретических формул. Пример вычисления сечения рождения аксионов в $\gamma\gamma$ аннигиляции приведен в работе [43].

Список литературы

- [1] Aoyama T., Kinoshita T., Nio M. Revised and Improved Value of the QED Tenth-Order Electron Anomalous Magnetic Moment // *Phys. Rev. D.* — 2018. — Vol. 97, no. 3. — P. 036001. — 1712.06060.
- [2] Measurement of the Electron Magnetic Moment / Fan X., Myers T. G., Sukra B. A. D., and Gabrielse G. // *Phys. Rev. Lett.* — 2023. — Vol. 130, no. 7. — P. 071801. — 2209.13084.
- [3] Crivellin A., Mueller D., Saturnino F. Correlating $h \rightarrow \mu^+ \mu^-$ to the Anomalous Magnetic Moment of the Muon via Leptoquarks // *Phys. Rev. Lett.* — 2021. — Vol. 127, no. 2. — P. 021801. — 2008.02643.
- [4] Tsai Y.-D., deNiverville P., Liu M. X. Dark Photon and Muon $g - 2$ Inspired Inelastic Dark Matter Models at the High-Energy Intensity Frontier // *Phys. Rev. Lett.* — 2021. — Vol. 126, no. 18. — P. 181801. — 1908.07525.
- [5] Fermionic portal to vector dark matter from a new gauge sector / Belyaev A., Deandrea A., Moretti S., Panizzi L., Ross D. A., and Thongyoi N. // *Phys. Rev. D.* — 2023. — Vol. 108, no. 9. — P. 095001. — 2204.03510.
- [6] Flavor probes of axion-like particles / Bauer M., Neubert M., Renner S., Schnubel M., and Thamm A. // *JHEP.* — 2022. — Vol. 09. — P. 056. — 2110.10698.

- [7] Z' models for the LHCb and $g - 2$ muon anomalies / Allanach B., Queiroz F. S., Strumia A., and Sun S. // Phys. Rev. D. — 2016. — Vol. 93, no. 5. — P. 055045. — [Erratum: Phys.Rev.D 95, 119902 (2017)]. 1511.07447.
- [8] Krasnikov N. V., Matveev V. A. The search for new physics at the LHC // Theor. Math. Phys. — 2002. — Vol. 132. — P. 1189–1200.
- [9] LHC Searches for Dark Sector Showers / Cohen T., Lisanti M., Lou H. K., and Mishra-Sharma S. // JHEP. — 2017. — Vol. 11. — P. 196. — 1707.05326.
- [10] Aaboud M. et al. Measurement of the W -boson mass in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector // Eur. Phys. J. C. — 2018. — Vol. 78, no. 2. — P. 110. — [Erratum: Eur.Phys.J.C 78, 898 (2018)]. 1701.07240.
- [11] Adachi I. et al. Search for lepton-flavor-violating $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$ decays at Belle II // JHEP. — 2024. — Vol. 09. — P. 062. — 2405.07386.
- [12] Aaij R. et al. Search for CP violation in the phase space of $D^0 \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0$ decays with the energy test // JHEP. — 2023. — Vol. 09. — P. 129. — [Erratum: JHEP 04, 040 (2024)]. 2306.12746.
- [13] Aaij R. et al. Updated determination of D^0 - \bar{D}^0 mixing and CP violation parameters with $D^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ decays // Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 97, no. 3. — P. 031101. — 1712.03220.
- [14] Aguillard D. P. et al. Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 127 ppb // Phys. Rev. Lett. — 2025. — Vol. 135, no. 10. — P. 101802. — 2506.03069.
- [15] Complete Tenth-Order QED Contribution to the Muon $g-2$ / Aoyama T., Hayakawa M., Kinoshita T., and Nio M. // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 109. — P. 111808. — 1205.5370.

- [16] Bertulani C. A., Klein S. R., Nystrand J. Physics of ultra-peripheral nuclear collisions // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2005. — Vol. 55. — P. 271–310. — nucl-ex/0502005.
- [17] Klein S., Steinberg P. Photonuclear and Two-photon Interactions at High-Energy Nuclear Colliders // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2020. — Vol. 70. — P. 323–354. — 2005.01872.
- [18] Aad G. et al. Measurement of exclusive $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$ production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector // Phys. Lett. B. — 2015. — Vol. 749. — P. 242–261. — 1506.07098.
- [19] Aad G. et al. Measurement of light-by-light scattering and search for axion-like particles with 2.2 nb^{-1} of Pb+Pb data with the ATLAS detector // JHEP. — 2021. — Vol. 03. — P. 243. — [Erratum: JHEP 11, 050 (2021)]. 2008.05355.
- [20] Aaboud M. et al. Measurement of exclusive $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ production and search for exclusive Higgs boson production in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV using the ATLAS detector // Phys. Rev. D. — 2016. — Vol. 94, no. 3. — P. 032011. — 1607.03745.
- [21] Khachatryan V. et al. Evidence for exclusive $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ production and constraints on anomalous quartic gauge couplings in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV // JHEP. — 2016. — Vol. 08. — P. 119. — 1604.04464.
- [22] Tumasyan A. et al. Search for high-mass exclusive diphoton production with tagged protons in proton-proton collisions at $\sqrt{s}=13$ TeV // Phys. Rev. D. — 2024. — Vol. 110, no. 1. — P. 012010. — 2311.02725.
- [23] Chatrchyan S. et al. Search for Exclusive or Semi-Exclusive Photon Pair Production and Observation of Exclusive and Semi-Exclusive Electron Pair Production in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV // JHEP. — 2012. — Vol. 11. — P. 080. — 1209.1666.

- [24] Aaij R. et al. Exclusive J/ψ and $\psi(2S)$ production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV // J. Phys. G. — 2013. — Vol. 40. — P. 045001. — 1301.7084.
- [25] Aaij R. et al. Central exclusive production of J/ψ and $\psi(2S)$ mesons in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV // JHEP. — 2018. — Vol. 10. — P. 167. — 1806.04079.
- [26] Abelev B. et al. Coherent J/ψ photoproduction in ultra-peripheral Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV // Phys. Lett. B. — 2013. — Vol. 718. — P. 1273–1283. — 1209.3715.
- [27] Abbas E. et al. Charmonium and e^+e^- pair photoproduction at mid-rapidity in ultra-peripheral Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}}=2.76$ TeV // Eur. Phys. J. C. — 2013. — Vol. 73, no. 11. — P. 2617. — 1305.1467.
- [28] STARlight: A Monte Carlo simulation program for ultra-peripheral collisions of relativistic ions / Klein S. R., Nystrand J., Seger J., Gorbunov Y., and Butterworth J. // Comput. Phys. Commun. — 2017. — Vol. 212. — P. 258–268. — 1607.03838.
- [29] Harland-Lang L. A., Khoze V. A., Ryskin M. G. Exclusive physics at the LHC with SuperChic 2 // Eur. Phys. J. C. — 2016. — Vol. 76, no. 1. — P. 9. — 1508.02718.
- [30] Bahr M. et al. Herwig++ Physics and Manual // Eur. Phys. J. C. — 2008. — Vol. 58. — P. 639–707. — 0803.0883.
- [31] Collins J. C. Hard scattering factorization with heavy quarks: A General treatment // Phys. Rev. D. — 1998. — Vol. 58. — P. 094002. — hep-ph/9806259.
- [32] Diffractive production of jets and weak bosons, and tests of hard scattering factorization / Alvero L., Collins J. C., Terron J., and Whitmore J. J. // Phys. Rev. D. — 1999. — Vol. 59. — P. 074022. — hep-ph/9805268.

- [33] Łuszczak M., Maciula R., Szczurek A. Single- and central-diffractive production of open charm and bottom mesons at the LHC: Theoretical predictions and experimental capabilities // *Phys. Rev. D*. — 2015. — Mar. — Vol. 91. — P. 054024. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.91.054024>.
- [34] Probabilities of rapidity gaps in high-energy interactions / Kaidalov A. B., Khoze V. A., Martin A. D., and Ryskin M. G. // *Eur. Phys. J. C*. — 2001. — Vol. 21. — P. 521–529. — [hep-ph/0105145](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0105145).
- [35] Searching for axion-like particles with proton tagging at the LHC / Baldenegro C., Fichet S., von Gersdorff G., and Royon C. // *JHEP*. — 2018. — Vol. 06. — P. 131. — [1803.10835](https://arxiv.org/abs/1803.10835).
- [36] Harland-Lang L. A., Tasevsky M. New calculation of semiexclusive axionlike particle production at the LHC // *Phys. Rev. D*. — 2023. — Vol. 107, no. 3. — P. 033001. — [2208.10526](https://arxiv.org/abs/2208.10526).
- [37] Aad G. et al. Measurement of differential cross sections for single diffractive dissociation in $\sqrt{s} = 8$ TeV pp collisions using the ATLAS ALFA spectrometer // *JHEP*. — 2020. — Vol. 02. — P. 042. — [Erratum: *JHEP* 10, 182 (2020)]. [1911.00453](https://arxiv.org/abs/1911.00453).
- [38] Abelev B. et al. Measurement of inelastic, single- and double-diffraction cross sections in proton–proton collisions at the LHC with ALICE // *Eur. Phys. J. C*. — 2013. — Vol. 73, no. 6. — P. 2456. — [1208.4968](https://arxiv.org/abs/1208.4968).
- [39] Chatrchyan S. et al. Observation of a Diffractive Contribution to Dijet Production in Proton-Proton Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV // *Phys. Rev. D*. — 2013. — Vol. 87, no. 1. — P. 012006. — [1209.1805](https://arxiv.org/abs/1209.1805).
- [40] On production of heavy charged particles in $\gamma\gamma$ fusion at planned pp colliders / Godunov S. I., Karkaryan E. K., Novikov V. A., Rozanov A. N., Vysotsky M. I., and Zhemchugov E. V. // *Pisma*

- Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 2024. — Vol. 119, no. 1. — P. 7–8. — 2311.06636.
- [41] Aaboud M. et al. Measurement of the exclusive $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ process in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector // Phys. Lett. B. — 2018. — Vol. 777. — P. 303–323. — 1708.04053.
 - [42] Aad G. et al. Observation and Measurement of Forward Proton Scattering in Association with Lepton Pairs Produced via the Photon Fusion Mechanism at ATLAS // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Vol. 125, no. 26. — P. 261801. — 2009.14537.
 - [43] libepa — A C++/Python library for calculations of cross sections of ultraperipheral collisions / Zhemchugov E. V., Godunov S. I., Karkaryan E. K., Novikov V. A., Rozanov A. N., and Vysotsky M. I. // Comput. Phys. Commun. — 2024. — Vol. 305. — P. 109347. — 2311.01353.
 - [44] Fermi E. On the Theory of the impact between atoms and electrically charged particles // Z. Phys. — 1924. — Vol. 29. — P. 315–327.
 - [45] von Weizsacker C. F. Radiation emitted in collisions of very fast electrons // Z. Phys. — 1934. — Vol. 88. — P. 612–625.
 - [46] Williams E. J. Correlation of certain collision problems with radiation theory // Kong. Dan. Vid. Sel. Mat. Fys. Med. — 1935. — Vol. 13N4, no. 4. — P. 1–50.
 - [47] Dyndal M., Schoeffel L. The role of finite-size effects on the spectrum of equivalent photons in proton–proton collisions at the LHC // Phys. Lett. B. — 2015. — Vol. 741. — P. 66–70. — 1410.2983.
 - [48] Transverse imaging of the proton in exclusive diffractive pp scattering / Hyde C. E., Frankfurt L., Strikman M., and Weiss C. // 14th International Workshop on Deep Inelastic Scattering. — 2006. — 8. — P. 279–282. — hep-ph/0608312.

- [49] Production of heavy charged particles in proton-proton ultraperipheral collisions at the Large Hadron Collider: survival factor / Godunov S. I., Novikov V. A., Rozanov A. N., Vysotsky M. I., and Zhemchugov E. V. // JHEP. — 2021. — Vol. 10. — P. 234. — 2106.14842.
- [50] LHC as a photon-photon collider: Bounds on $\Gamma_{X \rightarrow \gamma\gamma}$ / Godunov S. I., Karkaryan E. K., Novikov V. A., Rozanov A. N., Vysotsky M. I., and Zhemchugov E. V. // Phys. Rev. D. — 2021. — Vol. 103, no. 3. — P. 035016. — 2012.01599.
- [51] Vysotskii M. I., Zhemchugov E. Equivalent photons in proton and ion—ion collisions at the LHC // Phys. Usp. — 2019. — Vol. 62, no. 9. — P. 910–919. — 1806.07238.
- [52] Berestetskii V. B., Lifshitz E. M., Pitaevskii L. P. QUANTUM ELECTRODYNAMICS. — Oxford : Pergamon Press, 1982. — Vol. 4 of Course of Theoretical Physics. — ISBN: 978-0-7506-3371-0.
- [53] Pacetti S., Baldini Ferroli R., Tomasi-Gustafsson E. Proton electromagnetic form factors: Basic notions, present achievements and future perspectives // Phys. Rept. — 2015. — Vol. 550-551. — P. 1–103.
- [54] Mohr P. J., Newell D. B., Taylor B. N. CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2014 // Rev. Mod. Phys. — 2016. — Vol. 88, no. 3. — P. 035009. — 1507.07956.
- [55] Aad G. et al. Measurement of the total cross section from elastic scattering in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector // Nucl. Phys. B. — 2014. — Vol. 889. — P. 486–548. — 1408.5778.
- [56] Sirunyan A. M. et al. Search for resonances in the mass spectrum of muon pairs produced in association with b quark jets in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8$ and 13 TeV // JHEP. — 2018. — Vol. 11. — P. 161. — 1808.01890.

- [57] Dimuon Resonance Near 28 GeV and the Muon Anomaly / Godunov S. I., Novikov V. A., Vysotsky M. I., and Zhemchugov E. V. // JETP Lett. — 2019. — Vol. 109, no. 6. — P. 358–363. — 1808.02431.
- [58] Low-Energy Theorems for Higgs Boson Couplings to Photons / Shifman M. A., Vainshtein A. I., Voloshin M. B., and Zakharov V. I. // Sov. J. Nucl. Phys. — 1979. — Vol. 30. — P. 711–716.
- [59] The Two photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation / Budnev V. M., Ginzburg I. F., Meledin G. V., and Serbo V. G. // Phys. Rept. — 1975. — Vol. 15. — P. 181–281.
- [60] Forward Proton Scattering in Association with Muon Pair Production via the Photon Fusion Mechanism at the LHC / Godunov S. I., Karkar'yan E. K., Novikov V. A., Rozanov A. N., Vysotskii M. I., and Zhemchugov E. V. // JETP Lett. — 2022. — Vol. 115, no. 2. — P. 59–62. — 2112.01870.
- [61] pp scattering at the LHC with the lepton pair production and one proton tagging / Godunov S. I., Karkaryan E. K., Novikov V. A., Rozanov A. N., Vysotsky M. I., and Zhemchugov E. V. // Eur. Phys. J. C. — 2022. — Vol. 82, no. 11. — P. 1055. — 2207.07157.
- [62] Weak interaction corrections to muon pair production via the photon fusion at the LHC / Godunov S. I., Karkaryan E. K., Novikov V. A., Rozanov A. N., Vysotsky M. I., and Zhemchugov E. V. // Phys. Rev. D. — 2023. — Vol. 108, no. 9. — P. 093006. — 2308.01169.
- [63] Dobrovolskaya A., Novikov V. On heavy Higgs boson production // Z. Phys. C. — 1991. — Vol. 52. — P. 427–436.
- [64] Adler S. L. Axial vector vertex in spinor electrodynamics // Phys. Rev. — 1969. — Vol. 177. — P. 2426–2438.

- [65] Bell J. S., Jackiw R. A PCAC puzzle: $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ in the σ model // *Nuovo Cim. A.* — 1969. — Vol. 60. — P. 47–61.
- [66] Parton distributions from LHC, HERA, Tevatron and fixed target data: MSHT20 PDFs / Bailey S., Cridge T., Harland-Lang L. A., Martin A. D., and Thorne R. S. // *Eur. Phys. J. C.* — 2021. — Vol. 81, no. 4. — P. 341. — 2012.04684.
- [67] LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era / Buckley A., Ferrando J., Lloyd S., Nordström K., Page B., Rüfenacht M., Schönherr M., and Watt G. // *Eur. Phys. J. C.* — 2015. — Vol. 75. — P. 132. — 1412.7420.
- [68] The Photon Content of the Proton / Manohar A. V., Nason P., Salam G. P., and Zanderighi G. // *JHEP.* — 2017. — Vol. 12. — P. 046. — 1708.01256.
- [69] Szczurek A., Linek B., Łuszczak M. Semiexclusive dilepton production in proton-proton collisions with one forward proton measurement at the LHC // *Phys. Rev. D.* — 2021. — Oct. — Vol. 104. — P. 074009. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.104.074009>.
- [70] Łuszczak M., Schäfer W., Szczurek A. Two-photon dilepton production in proton-proton collisions: two alternative approaches // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Vol. 93, no. 7. — P. 074018. — 1510.00294.
- [71] A new approach to modelling elastic and inelastic photon-initiated production at the LHC: SuperChic 4 / Harland-Lang L. A., Tasevsky M., Khoze V. A., and Ryskin M. G. // *Eur. Phys. J. C.* — 2020. — Vol. 80, no. 10. — P. 925. — 2007.12704.
- [72] Workman R. L. et al. Review of Particle Physics // *PTEP.* — 2022. — Vol. 2022. — P. 083C01.