

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор МГУ имени М.В.Ломоносова,
член-корреспондент РАН,

профессор

А.А. Федянин

«15.09» 2025 г.

ОТЗЫВ

Ведущей организации Федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования

«Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова»

на диссертацию Галахова Дмитрия Максимовича

«Дефекты в суперсимметричных теориях поля и теории струн»,

представленную на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

по специальности 1.3.3 - теоретическая физика

Диссертация Галахова Д.М. посвящена изучению свойств топологических дефектов в различных суперсимметричных моделях квантовой теории поля и теории струн, точному вычислению квантовых характеристик основных состояний в таких моделях. Термином «топологический дефект» описывают широкий класс решений нелинейных уравнений поля, имеющих нетривиальный топологический заряд, и выступающих в роли квази-частиц или более сложных протяженных в пространстве объектов. Классическими представителями этого класса объектов считают солитоны, инстантоны, монополи и вихри. С физической точки зрения интересными являются как сами эти объекты, так и квантовые состояния, и операторы в квантовой теории поля, несущие соответствующий топологический заряд, например, линии тХоофта как мировые линии тяжелых монополей. Однако вычисления, даже численное моделирование, характеристик таких объектов вызывает серьезные трудности. В диссертационной работе этих трудностей удается избежать посредством введения в рассматриваемые модели дополнительной симметрии — суперсимметрии, что в свою очередь позволяет вычислять характеристики дефектов точно и аналитически методами суперсимметричной локализации и теорем о неперенормировании. В диссертации строится и описывается два типа таких объектов. Первый объект — это алгебры рассеяния состояний дефектов БПС, определенные условием, что соответствующие структурные константы заданы точными амплитудами рассеяния на нулевой угол для состояний БПС. Второй объект — дефекты типа доменных стенок в двумерных теориях, чьи статистические суммы обобщают, «категорифицируют» понятие связности Берри. Последний объект используется в решении задачи об обобщении вакуумных средних вильсоновских линий в трехмерной теории Черна-Саймонса. Полученные в диссертации результаты будут интересны не только с точки зрения апробации современных воззрений на поведение сильно связанных теоретико-полевых систем, но и с математической точки зрения, поскольку вычисляемым характеристикам дефектов придается в диссертационной работе геометрический и алгебраический смысл. Таким образом,

актуальность темы диссертационного исследования Д.М. Галахова и **научная новизна** полученных результатов несомненны. Результаты, изложенные в диссертационном исследовании, обладают высокой значимостью для теоретических исследований физических моделей квантовой теории поля и теории струн, суперсимметричных моделей с топологическими дефектами, а также в рамках программы категорификации, вычисления новых инвариантов многообразий, и в современной программе геометризации непертурбативных физических явлений.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка используемой литературы и приложения.

Во **введении** обоснована актуальность диссертационного исследования, научная новизна исследования, рассмотрен исторический контекст, теоретическая и практическая значимость, описана методология исследования, степень достоверности и апробация работы, перечислены основные результаты, выносимые на защиту.

В **первой главе** описываются свойства дефектов типа «интерфейс», также известных в современной литературе как янусовы доменные стенки. Описываются методы локализации в двумерной суперсимметричной теории поля на открытом мировом листе. Вычисляется спектр основных состояний в простейшей модели с таргет-пространством — эквивариантной плоскостью — двумя методами локализации. Производится заключение об эквивалентности (дуальности, зеркальной симметрии) локализации на разные ветви теории, имеющие неэквивалентные эффективные описания. Полученное предложение о дуальности будет использовано в дальнейшем тексте. Также в качестве подготовки к применению в более сложных моделях детально рассматривается пример такой дуальности в модели разрешенной конической сингулярности.

Вторая глава посвящена эффективному описанию моделей D-бран на трехмерных торических многообразиях Калаби-Яу. Вводится инструментарий построения эффективных моделей (суперсимметричной квантовой механики) по классификации торических многообразий Калаби-Яу колчанами — ориентированными графами. Показывается, что основные состояния в данном семействе моделей находятся во взаимно-однозначном соответствии с эквивариантными когомологиями пространств модулей представлений колчанов. Вводится класс непертурбативных операторов Гекке и показывается, что операторы Гекке, смешанные с локальными полевыми операторами, коммутирующими с суперзарядами, образуют замкнутую алгебру БПС — колчаный аффинный янгиан. Производится изучение теории представлений колчаных аффинных янгианов, следующее из топологии колчанов, а также различные обобщения и деформации самой алгебры. В заключении второй главы приводится обсуждение путей обобщения методов на случай четырехмерных многообразий Калаби-Яу.

Третья глава посвящена также алгебрам БПС для трехмерных многообразий Калаби-Яу, однако повествование идет в совершенно ином свете и используются иные методики. В данном

случае алгебра БПС — алгебра Холла, и строится как алгебра рассеяния в газе дионов — эффективном описании состояний D-бран при локализации на кулоновскую ветвь теории. Приводится геометрическое описание рассматриваемых объектов и обобщение алгебры БПС в терминах обобщенных когомологий пространств модулей представлений колчанов. В заключении этой главы приводится сравнение методов главы два и главы три.

Глава четыре диссертационной работы посвящена связи моделей БПС D-бран на многообразиях Калаби-Яу с интегрируемостью. Оказывается, что эффективное описание классических вакуумов в колчанной теории напоминает уравнения анзаца Бете для некоторой интегрируемой системы. В этой главе решается вопрос о том, в каких случаях из алгебры колчанного янгиана полноценная интегрируемая система может быть построена. В этой главе при довольно широких ограничениях вычислены несколько порядков разложений копроизведения и R-матрицы для колчанного аффинного янгиана, построена трансфер-матрица и операторы Лакса. Доказывается теорема, запрещающая самосогласованные интегрируемые системы, полученные из некиральных колчанов. В заключении главы свойства наличия интегрируемости продолжают до гипотезы о связи интегрируемости с геометрической гладкостью пространства модулей представлений колчанов, строится гладкое колчанное многообразие, отвечающее Фоковскому модулю суперсимметричного аффинного янгиана $gl(1|1)$, и доказывается существование системы ортогональных полиномов, обобщающих систему полиномов Джека на случай грассмановых переменных.

Пятая глава диссертационной работы является самой обширной и посвящена применению свойств дефектов типа «интерфейс» к задаче о категорификации вильсоновских средних в топологической теории Черна-Саймонса в трех измерениях. В главе приводится краткий разбор современного положения данной задачи в математической литературе и варианте ее решения М. Ховановым. Из-за топологической симметрии вильсоновские средние в теории Черна-Саймонса — инварианты изотопических деформаций с точностью до обрамляющей аномалии, что делает перескалированные вильсоновские средние математическими инвариантами зацеплений — полиномами Джонса по параметру q , включающему константу связи теории. Категорификация поднимает эти полиномы до полиномов двух переменных q и t . Оказывается, что для некоторых неэквивалентных узлов и зацеплений соответствующие полиномы могут быть идентичны, в то время как категорифицированные полиномы различны. Однако построение полной физической модели, добавляющей параметр t к вильсоновским средним остается открытым вопросом по сей день. В главе предлагается следующее решение. Вильсоновские средние зацеплений заменяются следами голономии связности Книжника-Замолодчикова в модели ВЗВН, а последняя представляется как связность Берри и связанный с ней дефект типа «интерфейс» на пространстве параметров двумерной суперсимметричной теории поля. Индекс Виттена для такой системы совпадает с вильсоновским средним, а категорификация требует вычисления квантовых чисел основных состояний. В результате новый параметр t входит в задачу как химический потенциал для фермионного числа основных состояний в присутствии интерфейса. В данной главе производятся вычисления характеристик основных состояний для интерфейсов, отвечающих некоторым простейшим узлам при

категорификации на кулонову ветвь в модель Ландау-Гинзбурга. Также при локализации на Хиггсову ветвь в калибровочную сигма-модель на колчанном многообразии показывается, что физические эффекты присутствия интерфейса эквиваленты математической конструкции преобразования Фурье-Мукаи, рассмотренном ранее в работах С. Котиса и Дж. Камницера и эквивалентном подходу М. Хованова. На основании этого заключения делается вывод, что физическая модель категорификации инвариантов зацеплений, предложенная в данной главе, эквивалентна математической конструкции М. Хованова. В заключении главы приводятся рассуждения о возможности обобщения предложенных методов на калибровочные группы $SU(n)$, $n > 2$.

В заключении сформулированы положения, выносимые на защиту и наиболее актуальные задачи, продолжающие исследования по тематике диссертации.

В приложении собраны факты о суперсимметрии в теориях размерности не выше 4, активно используемые на протяжении всего текста диссертации.

Положения, выносимые Д.М.Галаховым на защиту, являются **обоснованными, достоверными**, новыми и актуальными, и могут быть квалифицированы как научное достижение в данной области. Они неоднократно докладывались на международных конференциях и семинарах и опубликованы в рецензируемых научных журналах, в том числе, в журналах первого квартиля. Представленная диссертация является законченным научным исследованием. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Есть к работе и некоторые замечания:

1. Глава 5 является крайне насыщенной по представленному материалу. Ее следовало бы разделить на две или три части, отражающих отдельно локализацию на кулоновскую и хиггсовскую ветви. Тем более, что с алгебрами БПС такое разделение предпринято.
2. В разделе 2.1.5 разобран пример построения колчанного янгиана для трехмерного эквивариантного пространства. В ходе разбора выясняется, что для вычисления необходим более детальный анализ старших поправок в теории возмущений. Если это общее место, то стоило бы перенести его обсуждение в ранние разделы, где обсуждается общая теория, а не прятать в раздел с конкретным примером.
3. Хорошо бы привести вычисление вакуумного среднего поля Y в (1.37) и подробнее описать процесс фиксации калибровки в тексте диссертации явно, а не только оставить ссылку.

Эти замечания, однако, не снижают научной ценности и масштаба проделанной работы.

Диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ №842 от 24 сентября 2013 года, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук.

На основании вышесказанного можно сказать, что диссертация Д.М. Галахова удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.3.3-теоретическая физика.

Отзыв ведущей организации на диссертационную работу Д.М. Галахова одобрен на заседании кафедры теоретической физики физического факультета МГУ 8 сентября 2025 года.

Отзыв составил профессор кафедры теоретической физики
физического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова
доктор физико-математических наук



Д.В. Гальцов

Дмитрий Владимирович Гальцов
119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2,
Телефон: +7 495 939- 31-60
email: galtsov@phys.msu.ru



Подпись Д.В. Гальцова удостоверяю:

И.о. декана физического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова



В.В. Белокуров

22.09.2025

Список основных работ физического факультета Московского государственного университета по теме защищаемой диссертации в рецензируемых научных изданиях за последние 5 лет:

1. I.Bogush, D.Gal'tsov, "Supergravity p-branes with scalar charge," Phys. Rev. D 106 (2022) no.8, 084054
2. I.Bogush, G.Clement, D.Gal'tsov, D.Torbunov, "Nutty Kaluza-Klein dyons revisited," Phys. Rev. D 103 (2021) no.6, 064045
3. D.Gal'tsov, A.Kulitskii, "Petrov types, separability, and generalized photon surfaces of supergravity black holes," Phys. Rev. D 110 (2024) no.12, 124008
4. I.Bogush, G.Clement, D.Gal'tsov, "Mass formulas for supergravity black holes with string singularities," Eur. Phys. J. C 84 (2024) no.7, 727
5. G.Clement, D.Gal'tsov, "The first law for stationary axisymmetric multi-black hole systems," Phys. Lett. B 845 (2023), 138152
6. I.Shirokov, K.Stepanyantz, "The three-loop anomalous dimension and the four-loop beta-function for $N = 1$ SQED regularized by higher derivatives," JHEP 04 (2022), 108
7. M.Kuzmichev, N.Meshcheriakov, S.Novgorodtsev, V.Shatalova, I.Shirokov, K.Stepanyantz, "Finiteness of the triple gauge-ghost vertices in $N=1$ supersymmetric gauge theories: the two-loop verification," Eur. Phys. J. C 82 (2022) no.1, 69