

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

Кривоноса Сергея Олеговича

о диссертации Галахова Дмитрия Максимовича
«Дефекты в суперсимметричных теориях поля и теории струн»

представленной на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
по специальности 1.3.3 - теоретическая физика

Актуальность темы диссертации. Представленная Д.М.Галаховым диссертация посвящена интересной и актуальной проблеме изучения вкладов топологических дефектов в теории с суперсимметрией и разработке методов точных непertурбативных вычислений квантовых чисел и других наблюдаемых в присутствии таких дефектов. Такие объекты представляют большой интерес и чрезвычайно важны в приложениях к сложным физическим системам с сильной связью, где обычные пертурбативные методы разложения либо имеют ограниченную область применения, либо неприменимы вовсе. В диссертации широко применяется современный метод локализации в суперсимметричных теориях, когда некоторые характеристики системы могут быть вычислены точно квазиклассически, или в одной-двух петлях теории возмущений на классическом фоне. В рамках предложенных моделей решаются такие актуальные задачи математической и теоретической физики, как построение спектра возбужденных состояний, вычисление амплитуд рассеяния и переходов под действием внешних сил, точные вклады траекторий в интегралы по путям, описание решений нелинейных инстантонных уравнений. Также стоит отметить, что для решения обозначенных выше задач в диссертации используются современные математические подходы, обобщающие привычную в квантовой теории поля теорию представлений групп и алгебр Ли на теорию категорий.

Целью работы является вычисление и классификация квантовых состояний, сохраняющих часть суперсимметрии, в различных моделях квантовой теории поля и теории струн и исследование их свойств.

Научная новизна. В диссертации исследуется непertурбативное поведение спектров возбужденных состояний, сохраняющих часть суперсимметрии, в двух классах моделей: низкоэнергетическое описание D-бран, скомпактифицированных на многообразия Калаби-Яу и топологические суперсимметричные двумерные теории поля, относимые к классу моделей топологических струн. Также теории топологических струн использованы для построения физической модели современного деформационного обобщения («категорификации») вакуумных средних вильсоновских петель в топологической трехмерной теории Черна-Саймонса.

Таким образом, тема диссертационного исследования и полученные Д.М.Галаховым результаты являются актуальными и представляют интерес для различных областей современной теоретической и математической физики.

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, насчитывающего 264 наименования, и одного приложения.

Во **введении** обосновывается актуальность выбранной тематики, ее научная новизна, дается исторический контекст исследования, теоретическая и практическая значимость работы, описывается методология и методы исследования, и перечисляются основные положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** вводится понятие дефекта типа «интерфейс», строится низкоэнергетическая модель, полученная в результате локализации. В работе рассматривается два типа локализации: на хиггсову и кулонову ветви. Показано, что локализованные на разные ветви эти модели, тем не менее, имеют эквивалентные спектры состояний Богомольного-Прасада-Зоммерфельда (БПЗ), сохраняющих часть изначальной суперсимметрии. На основании этого замечания делается вывод о дуальности (зеркальной симметрии) эффективных моделей, полученных локализацией на разные ветви. Также в первой главе рассмотрены затравочные примеры зеркальной симметрии: дуальные описания модели эквивариантной плоскости. В конце первой главы приведена затравочная модель дефекта типа «интерфейс», задающая категорификацию в задаче о продолжении гипергеометрического ряда за единичную окружность. В этой модели параллельный перенос, отвечающий гипергеометрическому уравнению, строится как связность Берри в суперсимметричной сигма-модели с таргет-пространством, заданным разрешенной конической сингулярностью.

Во **второй главе** описывается эффективная теория для D-бран в теории струн типа IIA, скомпактифицированная на трехмерные торические многообразия Калаби-Яу. Глава начинается с введения в семейство теорий суперсимметричной квантовой механики на колчаных многообразиях. Колчан в данном контексте параметризует многообразие Калаби-Яу, на которое была произведена компактификация, и, одновременно состав полей результирующей эффективной теории. Далее в этой главе вычислены основные состояния БПЗ дефектов в предложенном семействе моделей в терминах «кристаллов» и строятся непертурбативные операторы, меняющие числа D-бран. Д.М.Галаховым в данной главе показано, что предложенные операторы образуют замкнутую алгебру, названную колчанным аффинным янгианом. В дальнейшем исследуются свойства полученной алгебры, рассматривается так называемый «сдвиг» и то, как он влияет на построенные ранее «кристаллические» волновые функции БПЗ дефектов. Также в этой главе построено обобщение алгебры колчанного аффинного янгиана до тригонометрических и эллиптических семейств алгебр за счет размерной редукции промежуточной

четырехмерной $N=1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса-Хиггса на различные многообразия. В конце второй главы автором предложено обобщение понятия зарядовой функции, играющей роль производящей функции для собственных значений операторов Картана в колчанном аффинном янгиане, на случай компактификации на четырехмерные торические многообразия Калаби-Яу.

В третьей главе продолжается обсуждение эффективного описания D-бран на многообразиях Калаби-Яу, однако теперь локализация производится на Кулоновскую ветвь, где состояния БПЗ описываются эффективно, как газ слабо взаимодействующих дионных квази-частиц. При такой постановке задачи алгебра БПЗ, алгебра Холла, строится иначе с помощью структурных констант, заданных элементами матрицы неупругого рассеяния состояний БПЗ при нулевом импульсе. Далее в главе приводится физическая аргументация с помощью дуальности Кулона-Хиггса, что полученная алгебра Холла отвечает борелевски положительной части колчанного аффинного янгиана, полученного во второй главе. В конце главы приводится механизм обобщения приведенных методов на случай обобщенных когомологий Эйленберга-Стиррода, а также обсуждение связи алгебры БПЗ с инстантонами в эффективной модели.

В четвертой главе исследуется вопрос о возможности построения интегрируемых моделей по новым алгебрам колчаных аффинных янгианов, построенным в предыдущих главах. В данном контексте бесконечное семейство коммутирующих гамильтонианов строится с помощью трансфер-матрицы, построенной из спектральных R-матриц. R-матрицы в свою очередь вводятся, как параллельный перенос с учетом связности Берри вдоль пространства параметров теории, или соответствующие вакуумные средние топологических дефектов типа «интерфейс». В данном контексте вакуумные средние явно не вычисляются, вместо этого приводятся физически обоснованные гипотезы об их структуре. На основании этих гипотез в этой главе доказывается запрещающая теорема о том, что непротиворечивые интегрируемые системы строятся только по так называемым некиральным колчанам. В конце главы Д.М.Галаховым построена система ортогональных полиномов, обобщающих полиномы Джека на случай включения грасмановых переменных, как собственных полиномов для бесконечного семейства коммутирующих гамильтонианов, отвечающих картановским элементам суперсимметричного аффинного янгиана.

В пятой главе построенные в предыдущих главах методы работы с дефектами типа «интерфейс» применяются к задаче о категорификации вакуумных средних заузленных вильсоновских петель в теории Черна-Саймонса. Глава начинается с обзора математической категорификации полиномов Джонса, отвечающих вильсоновским средним в теории Черна-Саймонса с калибровочной группой $SU(2)$, и физической модели Весса-Зумино-Виттена-Новикова для описания Гильбертова пространства в теории Черна-Саймонса в терминах спутанных тензорных категорий квантовых алгебр. Результатом

деформации, отвечающей категорификации, является включение в рассмотрение дополнительного химического потенциала для фермионного числа состояний в суперсимметричных моделях, отвечающих иному ультра-фиолетовому дополнению изначальной теории, для которого дефект, тем не менее, остается топологическим. Далее в главе рассматривается одна из таких моделей: суперсимметричная модель Ландау-Гинзбурга с суперпотенциалом, отвечающим функции Янга-Янга. В диссертации производятся вычисления спектров БПЗ состояний и их квантовых чисел в присутствии дефекта, отвечающего зацеплению, и показывается, что данные о квантовых числах находятся во взаимно-однозначном соответствии с данными, полученными математическими методами, математически определенными инвариантами зацепления. Далее подобное вычисление проводится в дуальной сигма-модели с таргет-пространством, заданным многообразием флагов. Д.М.Галаховым показано в этой главе, что классификация волновых функций состояний БПЗ в данной модели определяется категорией когерентных пучков на многообразии флагов, в частности наличие дефекта, отвечающего переплетению параметров теории, эквивалентно функтору Фурье-Мукаи, вычисленному в работах С.Котиса и Дж.Камницера методами алгебраической геометрии. В заключении главы приводятся возможные пути обобщения представленных методов на калибровочные группы, отличные от $SU(2)$.

В заключении приведен список результатов диссертационной работы.

В приложении приведены некоторые сведения о суперсимметрии в различном числе измерений, используемые в основном тексте диссертации.

В целом, в диссертации Д.М.Галахова получен ряд важных результатов, востребованных при изучении квантовых аспектов суперсимметричных теорий.

К сожалению, исключительно большой объем диссертации совместно с выбранным автором стилем изложения весьма затрудняет восприятие представленного материала. Существенно повествовательный стиль изложения особенно проявился в автореферате – очень трудно представить себе описание полученных результатов по теоретической (а скорее даже по математической физике) без единой формулы.

Приведенные замечания никак не влияют на общую высокую оценку диссертации.

Материалы диссертации своевременно опубликованы в ведущих научных журналах, неоднократно докладывались на представительных международных научных конференциях и хорошо цитируются. Результаты диссертации могут найти применение в исследованиях, проводимых в ОИЯИ, Физическом и Математическом институтах РАН,

ИТЭФ, а также в других научных организациях, где ведутся работы по математической и теоретической физике.

Диссертация Д.М.Галахова «*Дефекты в суперсимметричных теориях поля и теории струн*» удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ №842 от 24 сентября 2013 года, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.3.3 –теоретическая физика, а ее автор Дмитрий Максимович Галахов заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Официальный оппонент,
начальник отдела современной математической физики
Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова,
Объединенного института ядерных исследований,
доктор физико-математических наук



С.О. Кривонос

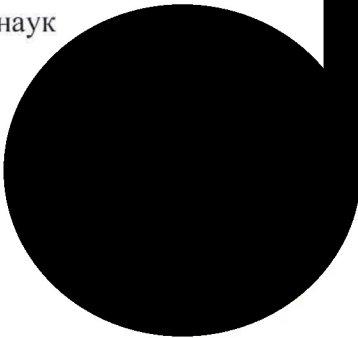
141980, г.Дубна, Московская обл., ОИЯИ, ЛТФ
тел.: +7 (49621) 6-33-94
email: krivonos@theor.jinr.ru

Подпись С.О.Кривоноса заверяю:
Ученый секретарь ЛТФ им. Н.Н. Боголюбова,
Объединенного института ядерных исследований,
кандидат физико-математических наук



А.В. Андреев

04.09.2025



Список основных работ С.О.Кривоноса по теме защищаемой диссертации в рецензируемых научных изданиях за последние 5 лет:

1. S.Krivonos, A.Nersessian, ``N=8 superconformal mechanics: Direct construction," Phys. Lett. B 863 (2025), 139373
2. E.Khastyan, S.Krivonos, A.Nersessian, ``Note on N=8 supersymmetric mechanics with dynamical and semi-dynamical multiplets," Int. J. Mod. Phys. A 40 (2025) no.02, 2450165
3. E.Khastyan, S.Krivonos, A.Nersessian, ``Note on Ruijsenaars-Schneider Model," Phys. Part. Nucl. 55 (2024) no.3, 630-633
4. A.P.Isaev, S.O.Krivonos, A.A.Provorov, ``Split Casimir operator for simple Lie algebras in the cube of ad-representation and Vogel parameters," Int. J. Mod. Phys. A 38 (2023) no.06n07, 2350037
5. S.Krivonos, O.Lechtenfeld, A.Sutulin, ``Integrability of supersymmetric Calogero-Moser models," Phys. Lett. B 831 (2022), 137184
6. N.Kozyrev, S.Krivonos, ``N=4 supersymmetric Schwarzian with $D(1,2;\alpha)$ symmetry," Phys. Rev. D 105 (2022) no.8, 085010
7. E.Khastyan, S.Krivonos, A.Nersessian, ``Kahler geometry for $su(1,N|M)$ superconformal mechanics," Phys. Rev. D 105 (2022) no.2, 025007
8. A.Isaev, S.Krivonos, ``Split Casimir Operator and Universal Formulation of the Simple Lie Algebras," Symmetry 13 (2021) no.6, 1046
9. N.Kozyrev, S.Krivonos, O.Lechtenfeld, ``New approach to N=2 supersymmetric Ruijsenaars-Schneider model," PoS Regio2020 (2021), 018
10. A.P.Isaev, S.O.Krivonos, ``Split Casimir operator for simple Lie algebras, solutions of Yang-Baxter equations, and Vogel parameters," J. Math. Phys. 62 (2021) no.8, 083503
11. S.Krivonos, O.Lechtenfeld, A.Sutulin, ``New N=2 superspace Calogero models," JHEP 05 (2020), 132