#### Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт им. П.Н.Лебедева Российской академии наук

На правах рукописи

#### Чернышов Дмитрий Олегович

# Самосогласованные модели распространения и ускорения космических лучей

1.3.3. - Теоретическая физика

#### **ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Москва

### Оглавление

Введение
Глава 1 Разогрев плазмы при стохастическом ускорении
1.1 Проблема перегрева плазмы при стохастическом ускорении 21
1.2 Ускорение частиц из фоновой плазмы в линейном приближении 24
1.3 Ускорение частиц из фоновой плазмы в квазистационарном
приближении
1.3.1 Функция распределения в рамках квазистационарного
приближения
1.3.2 Темп разогрева плазмы
1.3.3 Случай ускорения без переходной области
1.4 Нелинейное уравнение для стохастического ускорения:
полу-аналитический метод и численное решение
1.5 Определение параметров стохастического ускорения
1.5.1 Решение уравнения для заряженных частиц
1.5.2 Решение уравнения для волн на больших масштабах. Насыщение.49
1.5.3 Решение уравнения для волн на малых масштабах. Отсечка 52
1.5.4 Самосогласованное решение 54
1.5.5 Параметры стохастического ускорения
1.6 Выводы к главе 1 60

Глава 2 Астрофизические задачи со стохастическим ускорением62
2.1 Стохастическое ускорение электронов в пузырях Ферми
2.1.1 Пузыри Ферми62
2.1.2 Параметры модели стохастического ускорения электронов
непосредственно в пузырях Ферми67
2.1.3 Численное моделирование радио- и гамма-излучения из пузырей
Ферми при стохастическом ускорении
2.2 Определение роли протонов в изучении из пузырей Ферми
2.2.1 Требования к адронной модели пузырей 76
2.2.2 Спектр гамма-излучения и первичных электронов в рамках
адронной модели
2.2.3 Адронная модель пузырей Ферми дополненная произвольно
распределенными первичными электронами
2.2.4 Влияние адиабатических потерь на адронную модель пузырей
Ферми
2.3 Стохастическое доускорение электронов космических лучей в
пузырях Ферми
2.3.1 Электронная компонента космических лучей
2.3.2 Спектр доускоренных электронов в пузырях Ферми в рамках
диффузионной модели 90
2.3.3 Радио- и гамма-излучения доускоренных электронов из пузырей
Ферми
2.3.4 Влияние конвективного переноса в гало на стохастическое
доускорение
2.3.5 Параметры кинетического уравнения для модели доускорения
электронов в пузырях Ферми100

2.4 Ускорение космических лучей высоких энергий ( $> 10^{15}$ эВ) в
пузырях Ферми
2.4.1 Ускорение космических лучей в Галактике в остатках сверхновых
103
2.4.2 Структура ударных волн в пузырях Ферми107
2.4.3 Ускорение протонов ударными волнами пузырей Ферми110
2.4.4 Модель происхождения космических лучей в окрестности и выше
колена
2.5 Выводы к главе 2 118
Глава 3 Взаимодействие космических лучей с молекулярными
облаками
3.1 Особенности молекулярных облаков122
3.2 Однородная оболочка. Задача без потерь. Баланс возбуждения и
затухания
3.3 Однородная оболочка. Влияние потерь 129
3.4 Скорость поглощения <i>и</i>
3.5 Однородная оболочка. Вклад ядер в возбуждение волн
3.6 Неоднородная оболочка. Граничные условия
3.7 Неоднородная оболочка. Решение задачи без потерь
3.8 Неоднородная оболочка. Вклад ядер 147
3.9 Неоднородная оболочка. Учет потерь 151
3.10 Неоднородная оболочка. Граничные условия с учетом потерь 154
3.11 Модуляция космических лучей и гамма-излучение Галактики 158
3.12 Гамма-излучение из отдельных молекулярных облаков 161
3.13 Диффузное гамма-излучение Галактики167
3.14 Радиоизлучение электронов
3.15 Выводы к главе 3 181

Глава 4 Самосогласованная модель гало космических лучей
Галактики
4.1 Удержание космических лучей в Галактике
4.2 Распространение МГД волн в гало Галактики
4.3 Постановка задачи о самосогласованном гало
4.4 Приближенное аналитическое решение системы уравнений для
протонов
4.4.1 Спектр протонов в диске и их поток из диска в гало
4.4.2 Баланс возбуждения и затухания в задаче о гало
4.5 Результат численного моделирования задачи о самосогласованном
гало
4.6 Ядерная компонента космических лучей в Галактике
4.7 Аналитические оценки спектров вторичных ядер
4.8 Численное моделирование спектров ядер
4.9 Ион-нейтральное трение в задаче о галактическом гало
4.10 Выводы к главе 4
Заключение
Список сокращений и условных обозначений
Список публикаций по теме диссертации 234
Список литературы
Список иллюстраций 266

#### Введение

Актуальность темы диссертационного исследования. Космические лучи — заряженные частицы с нетепловым спектром, которые заполняют Галактику и межгалактическую среду. Их энергии доходят до  $5 \times 10^{21}$  эВ, а энергетическая плотность составляет около 1 эВ/см<sup>3</sup> [20]. Интересным является тот факт, что энергетическая плотность космических лучей совпадает по порядку величины со средней энергетической плотностью магнитного поля, электромагнитного излучения и тепловой плазмы в Галактике [35]. Несмотря на то, что прямой связи между данными компонентами нет, и физические процессы, ответственные за нагрев вещества и формирование излучения, принципиально разные, необходимо отметить, что космические лучи играют важную роль в процессах, происходящих в Галактике и межгалактической среде.

Действительно, энергетическая плотность космических лучей может быть непосредственно пересчитана в их давление, и, как следствие, моделирование динамики газа внутри Галактики должно учитывать реакцию со стороны космических лучей. Замечу, что тот факт, что космические лучи *могут* оказывать давление в 1 эВ/см<sup>3</sup> еще не говорит о том, что они действительно *будут* оказывать это давление. В частности, высокая проникающая способность релятивистских заряженных частиц, составляющих основную долю космических лучей, не способствует их интенсивному взаимодействию с окружающим веществом. Однако экспериментальные данные свидетельствуют о том, что космические лучи «заперты» в Галактике и испытывают во внутригалактической среде многократные отражения [131]. Таким образом, они, хоть и не напрямую, но оказывают влияние на газ Галактики [38], принимая непосредственное участие в ее формировании и эволюции. Подробно с описанием того, как это происходит, можно ознакомиться в обзоре [244].

Не менее важным процессом, оказывающим влияние на галактический газ со стороны космических лучей является ионизация вещества. В разреженной межзвездной среде ионизация вещества производится ультрафиолетовым излучением звезд Галактики. Однако в глубинах плотного газа, куда ультрафиолет проникать не способен, космические лучи остаются по сути единственным источником ионизирующего излучения. Поэтому учет влияние космических лучей также необходим для корректного описания динамики газа при формировании протозвезд и протопланет [149].

Даже из крайне сжатого и неполного описания взаимодействия космических лучей с веществом, которое я привел выше, ясно, что проблема взаимного влияния фонового вещества и космических лучей затрагивает много областей астрофизики, и многие задачи требуют детально описать это взаимное влияния для построения корректных теоретических моделей. Не является исключением и сама астрофизика космических лучей — корректное описание процессов взаимодействия космически лучей с газом исключительно важно и для построения адекватной модели происхождения космических лучей в Галактике с минимальным использованием различных феноменологических предположений.

Важным является и запрос со стороны экспериментальной физики. Действительно, текущий период развития астрофизики характеризуется быстрым прогрессом в наблюдательной астрономии. Для наблюдений доступен широкий диапазон электромагнитного излучения: в гамма-диапазоне в интервале от сотен МэВ до сотен ГэВ работает телескоп Fermi-LAT, в рентгеновском диапазоне огромный объем данных накоплен наблюдениями на телескопах INTEGRAL, XMM-Newton, Chandra и NuSTAR, в миллиметровом диапазоне продолжаются наблюдения на телескопе Planck, в радиодиапазоне исследования ведутся на телескопе VLA и т.д. Непокрытым современными наблюдениями остается лишь диапазон 1 – 100 МэВ, но есть надежда, что в будущем данная проблема будет решена. Корректная теоретическая интерпретация наблюдательных данных представляет собой одну из важнейших проблем астрофизики, причем, в связи с хорошим качеством экспериментальных данных, появляется возможность исследования нелинейных эффектов, возникающих при распространении космических лучей [23].

Одним из самых важных параметров, описывающих распространение космических лучей, является их коэффициент пространственной диффузии. Он регулирует их время удержания в источниках космических лучей и в Галактике в целом, управляет тем, как космические лучи проникают внутрь тех или иных астрофизических объектов: молекулярных облаков, звездных систем, областей горячего газа. Также коэффициент пространственной диффузии непосредственно связан с коэффициентом импульсной диффузии, который отвечает за ускорение или доускорение космических лучей. Диффузия космических лучей связана с их рассеянием на мелкомастштабных неоднородностях магнитного поля — магнитогидродинамической турбулентности. Именно за счет взаимодействия с магнитным полем космические лучи, которые слабо взаимодействуют с фоновым газом напрямую, могут оказывать влияние на межзвездный газ на макроскопическом уровне.

Несмотря на важность определения коэффициента диффузии для построения моделей распространения и ускорения космических лучей, его значения в теоретических моделях выбирается произвольным образом, исходя из потребностей самих моделей. Причина этого заключается в трудности измерения данного коэффициента. Наибольший успех достигнут в определении «среднего» коэффициента диффузии в Галактике — по соотношению между спектрами изотопов, входящих в состав космических лучей. Однако даже усредненное значение коэффициента

диффузии является модельно зависимым [18]. Причем характер распространения космических лучей на масштабах Галактики может быть не полностью диффузионным, и сопровождаться большими пробегами частиц между областями их удержания (так называемая аномальная диффузия) [102], что делает усредненный по Галактике коэффициент диффузии плохо определенной величиной.

Определения же коэффициента диффузии в локальной окрестности астрофизических объектов является еще более сложной задачей. Для его вычисления требуется знание о спектре турбулентности на малых масштабах, что является чрезвычайно трудной задачей для экспериментальной астрофизики. Одним из способов решения данной проблемы может быть построение теоретической модели формирования турбулентности, которая включает в себя описание инжекции энергии в турбулентность, формирование турбулентного каскада, а также диссипацию турбулентности. При этом естественно ожидать, что космические лучи, которые с турбулентностью интенсивно взаимодействуют, будут не только подвергаться влиянию турбулентности через коэффициенты пространственной и импульсной диффузии, но и сами будут оказывать влияние на спектр турбулентности.

В данной работе я затрону лишь один аспект этой большой задачи: исследования, как взаимодействие космических лучей с плазмой влияет на сами космические лучи: какие ограничения оно вводит на процессы их распространения и ускорения. При этом я буду стремиться к тому, чтобы рассматриваемые модели были максимально самосогласованными, сводя количество свободных параметров к минимуму, и везде, где возможно, вычисляя параметры распространения и ускорения космических лучей в рамках самих моделей.

Степень разработанности проблемы в литературе. Создание самосогласованной модели распространения и ускорения космических лучей является одной из широко обсуждаемых задач астрофизики [см., например, обзор 310]. Так, усиление космическими лучами турбулентной компоненты магнитного поля за счет

потоковой неустойчивости попало в астрофизику из физики плазмы и исследовалось начиная с 50-60х годов прошлого века (см., например, работы [44; 52; 105; 201; 227; 252]). Наиболее широко известной и экспериментально подтвержденной теоретической моделью является модель усиления магнитного поля при ускорении космических лучей на ударных волнах (бэлловская неустойчивость) [25], которая в данный момент широко применяется для создания теоретических моделей ускорения заряженных частиц в оболочках сверхновых [47; 308].

В данной работе я исследую эффекты, проявляющиеся при гораздо меньших концентрациях космических лучей, возникающие вдали от источников. В этом случае влияние космических лучей на магнитное поле гораздо слабее, однако в отдельных задачах это влияние, тем не менее, заметно. Так, исследования самовозбужденной турбулентности при взаимодействии космических лучей с магнитным полем применялись для объяснения процессов, удерживающих космические лучи в Галактике [см., например, 90; 213; 285], для описания ускорения космических лучей в OB ассоциациях [144], для описания их взаимодействия с молекулярными облаками [52; 252] и в других сходных задачах.

Как видно из списка работ, перечисленных выше, данная задача остается актуальной и в настоящее время. Более того, современный прогресс в вычислительной технике позволяет также проводить и моделирование распространения космических лучей, основанное на первых принципах: с использованием прямого численного моделирования методом particle-in-cell [229]. Этот метод в перспективе позволит проверить правильность использования уравнений, описывающих распространение космических лучей. Также, перспективным являются и методы машинного обучения, позволяющие решать достаточно сложные системы уравнений методом Physically Informed Neural Networks [220]. Использование нейронных сетей открывает возможность к построению сильно нелинейных моделей с большим числом степеней свободы, исследование которых в рамках традицион-

ных методов численного моделирования сопряжено с трудностями.

В текущем исследовании я буду придерживаться классического подхода к описанию распространения космических лучей через решение уравнений конвекциидиффузии и связанных с ними законом сохранения энергии дифференциальных уравнений, описывающих состояние среды и магнитного поля. Такой подход позволяет лучше понять физику процессов, происходящих в модели, а более сложные и детальные методы моделирования в будущем могут быть использованы в качестве замены эксперимента: они могут выявить область применения простых теоретических моделей и указать направление их усовершенствования.

**Цели работы**. В данной работе рассмотрено несколько самосогласованных задач астрофизики космических лучей, в которых может проявляться обратное влияние космических лучей на среду. Основными целями данного исследования являются:

- Выяснение того, может ли стохастическое ускорение (ускорение Ферми второго порядка) формировать нетепловые спектры заряженных частиц (протонов и электронов), и если да, то какие спектры частиц ожидаются в результате ускорения
- Определение параметров стохастического ускорения, при котором удается воспроизвести наблюдаемый спектр гамма- и радиоизлучения одного из астрофизических объектов — пузырей Ферми.
- Установление спектра космических лучей в плотных молекулярных облаках и проверка экспериментальной возможности подтверждения наличия нелинейности взаимодействия космических лучей и молекулярного газа
- Построение модели самосогласованного гало космических лучей в Галактике и количественная проверка данной модели с использованием данных по изотопному составу космических лучей в окрестности Земли.

**Основные задачи**. Для достижения указанных целей необходимо решить следующие задачи:

- Вычислить темп разогрева плазмы космическими лучами при стохастическом ускорении в зависимости от параметров турбулентности: энергии, сосредоточенной в турбулентном магнитном поле (темпа ускорения) и минимального масштаба турбулентности (минимального импульса частиц, участвующих в ускорении).
- Установить, можно ли реализовать данные значения параметров в рамках самосогласованной модели, и выяснить связь темпа ускорения и минимального масштаба турбулентности.
- Подобрать значения параметров ускорения, необходимые для формирования корректного спектра электронов, ответственных за гамма-излучение из пузырей Ферми.
- Проверить, не будет ли ускорение протонов более эффективным для описания гамма- и радиоизлучения из пузырей Ферми
- Проверить, ускорение электронов из какого источника: фоновой плазмы или галактических космических лучей, является более эффективным методом формирования нетепловых спектров, ответственных за гамма-излучение.
- 6. Установить, как потоковая неустойчивость влияет на проникновение космических лучей в молекулярные облака. Получить выражение для потока космических лучей в молекулярные облака с учетом потоковой неустойчивости.
- Вычислить спектр гамма-излучения из молекулярных облаков с учетом и без учета потоковой неустойчивости и сравнить его с экспериментальными данными

- 8. Вычислить значение коэффициента пространственной диффузии за счет турбулентности, возбужденной космическими лучами в плазме над диском Галактики. Подобрать параметры среды и спектр источников протонов космических лучей, чтобы воспроизвести наблюдаемый спектр протонов космических лучей в окрестности Земли.
- С помощью ранее вычисленного коэффициента пространственной диффузии вычислить спектры первичных и вторичных ядер космических лучей и сравнить их с экспериментальными данными.

**Научная новизна**. Впервые показано, что при определенных значения параметров стохастическое ускорения способно ускорять заряженные частицы без существенного перегрева фоновой плазмы. Причем при экстремальных значениях параметров нагрев плазмы сменяется ее охлаждением. Хотя в реальности достичь таких параметров ускорения затруднительно (по крайней мере, в рамках самосогласованной модели, учитывающей только один сорт частиц), данные результаты ранее не встречались в литературе.

Исследование ускорения заряженных частиц в пузырях Ферми является первой количественной моделью, описывающей, как именно должны формироваться спектры заряженных частиц для формирования наблюдаемых спектров гамма- и радиоизлучения. Было впервые показано, что использование протонов для описания гамма-излучения сопряжено с трудностями. Также впервые было показано, что инжекция электронов из космических лучей гораздо более эффективна для описания пузырей Ферми.

Описание взаимодействия космических лучей с молекулярными облаками является дальнейшим развитием работ аналогичной тематики. Впервые было получено выражение для универсального потока частиц, проникающих в молекулярное облако. Помимо этого были впервые проведены исследования распространения частиц в неоднородной оболочке молекулярного облака, которые опровергают ранее полученные в литературе результаты: было выяснено, что ни при каких условиях не происходит «захват» космических лучей потоком альвеновских волн.

Задача о самосогласованном гало является глубокой доработкой аналогичной модели, предложенной в работе [285]. Нововведением является учет затухания турбулентности как на тепловых электронах, так и на тепловых протонах, что позволило обеспечить лучшее согласие между экспериментальными данными и теоретическими предсказаниями. Также для этой модели впервые были проведены исследования спектров вторичных изотопов космических лучей, и оценена роль затухания турбулентности за счет ион-нейтрального трения.

Методы исследования. Для решения вышеуказанных задач использовались следующие методы теоретической и математической физики. Распространение космических лучей описывалось в рамках диффузионного приближения. Как следствие, задача сводилась к решению одного или нескольких эллиптических или параболических дифференциальных уравнений второго порядка (стационарных и нестационарных уравнений конвекции-диффузии). Для аналитического решения использовалось разложение по малому параметру. В отдельных случаях уравнения сводились к уравнению Шредингера, и использовалось квазиклассическое приближение.

Для проверки аналитических оценок, а также в случае, когда аналитическое выражение получить затруднительно, использовались численные методы. Стационарные уравнения для упрощения задачи переписывались как нестационарные и решались методом установления. Для решения нестационарных уравнений применялся метод конечных разностей, при этом использовалась численная схема Odd-Even-Line Hopscotch, которая обладает хорошей устойчивостью на задачах конвекции-диффузии [287].

Теоретическая и практическая значимость. Результаты, полученные в диссертационной работе имеют значение как для создания теоретических моделей

астрофизических объектов, так и для экспериментальной астрофизики. Полученные ограничения на стохастическое ускорение позволяют получить корректные оценки спектров ускоренных частиц в астрофизических объектах, что важно для объяснения природы наблюдаемого излучения из объектов большой протяженности, таких как пузыри Ферми или скопления галактик. Исследования, проведенные по изучению природы пузырей Ферми, указывают на то, что исследование пузырей должно проводиться совместно с исследованием распространения космических лучей во всей Галактике, что важно для построения теоретических моделей происхождения галактических космических лучей.

Исследования взаимодействия космических лучей с молекулярными облаками важны для описания процессов ионизации и разогрева молекулярного газа. Важна и обратная задача: поскольку спектр космических лучей в молекулярном газе сильно подавлен по сравнению с их межзвездным спектром, данные по низкоэнергичным космическим лучам, полученные по ионизации молекулярного газа, могут оказаться сильно недооцененными.

Важным результатом является и исследование влияния потоковой неустойчивости на гамма-излучение из молекулярных облаков. Поскольку излучение молекулярного газа составляет значительную долю всего гамма-излучения Галактики, игнорирование влияния потоковой неустойчивости может приводить к серьезной переоценке низкоэнергетичного гамма-излучения. Такая переоценка может сильно влиять на экспериментальные данные по спектрам источников гаммаизлучения на низких энергиях, что может быть очень важным для выяснения их природы. Одним из применений данного исследования может быть доработка численного кода GALPROP, предназначенного для моделирования гамма-излучения Галактики.

Модель самосогласованного гало космических лучей демонстрирует тот факт, что описание распространения космических лучей можно провести без введения

феноменологических параметров, таких как заранее заданный коэффициент пространственной диффузии, а описать все в рамках исключительно свойств среды, таких как ее температура, плотность и величина крупномасштабного магнитного поля. Данный результат может в последствии использоваться для построения более совершенных моделей большей размерности, учитывающих структуру магнитного поля Галактики и распространение космических лучей вдоль ее диска. Построение таких моделей является важным шагом для выяснения природы космических лучей и их влияния на процессы в Галактике.

Результаты работы могут быть использованы в научных и образовательных организациях, таких как Московский государственный университет им. Ломоносова, Московский физико-технический институт, Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Институт ядерных исследований, Физикотехнический институт им. А.Ф. Иоффе, Физический институт им. Лебедева и других российских и международных организациях, ведущих исследования, связанные с астрофизикой космических лучей и смежных областях теоретической и экспериментальной физики.

Краткое описание работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения. В первой главе рассматривается стохастическое ускорение заряженных частиц из фоновой плазмы, выводятся ограничения на темп ускорения из темпа разогрева плазмы, также приводятся оценки спектров ускоренных частиц. Во второй главе полученные результаты применяются для описания излучения пузырей Ферми. Рассматривается модель ускорения электронов из фоновой плазмы, модель гамма-излучения, основанная на протонах, а также модель ускорения электронов галактических космических лучей. Показано, при каких параметрах можно воспроизвести наблюдаемые данные.

Третья глава посвящены исследованию взаимодействия космических лучей с молекулярными облаками. Рассматриваются два случая: случай с оболочкой мо-

лекулярных облаков постоянной плотности и случай с неоднородной оболочкой. Показывается, что спектр космических лучей в облаках, начиная с некоторой энергии, подавляется по сравнению с межзвездным спектром. Отдельно рассматриваются релятивистское и нерелятивистское приближения. Учитывается вклад ионов космических лучей. Результаты исследования применяются для описания гаммаизлучения отдельных молекулярных облаков, а также исследуется влияние подавления спектра на диффузное гамма-излучение Галактики. Показывается, что при определенных условиях, эффект от подавления спектра космических лучей может быть заметным.

Четвертая глава посвящена построению самосогласованной модели гало космических лучей Галактики. Показывается, что космические лучи могут формировать турбулентность в плазме над плоскостью Галактики за счет потоковой неустойчивости, при этом энергия турбулентности ограничивается нелинейным затуханием Ландау. Показано, что эта турбулентность может удерживать космические лучи, причем особенности в их спектрах оказываются напрямую связаны с вариацией плотности фоновой плазмы с высотой. Производятся вычисления спектров вторичных частиц, которые затем сравниваются с экспериментальными данными. Показывается, что все спектры воспроизводятся с хорошей точностью, за исключением спектра радиоактивного бериллия. Однако при учете затухания из-за трения ионов о нейтральный газ, которое эффективно на низких высотах над плоскостью Галактики, соответствие между экспериментальными данными по радиоактивному бериллию и теоретической кривой удается улучшить.

В заключении подводятся итоги диссертационного исследования и делаются выводы.

#### Положения, выносимые на защиту

1. Стохастическое ускорение способно формировать нетепловые спектры заряженных частиц, и перегрев фоновой плазмы при этом не происходит. Для

этого достаточно, чтобы темп ускорения был выше определенного порога, и в спектре магнитной турбулентности присутствовал обрыв на малых масштабах. Если темп ускорения станет очень большим, нагрев плазмы сменится ее охлаждением.

- 2. Стохастическое ускорение способно сформировать нетепловой спектр электронов в пузырях Ферми так, чтобы обеспечить наблюдаемый из них спектр гамма-излучения, и при этом качественно воспроизвести пространственное распределение гамма-излучения. При этом инжекция электронов для стохастического ускорения будет производится галактическими космическими лучами.
- 3. Модель протонного происхождения гамма-излучения пузырей Ферми требует тонкой подстройки параметров, поэтому маловероятно, что именно этот механизм реализуется. Однако ускоренные в пузырях Ферми протоны эффективно заполняют всю Галактику, и поэтому пузыри Ферми могут быть ответственны за формирование спектра космических лучей выше «колена».
- 4. Спектр космических лучей в молекулярных облаках на низких энергиях становится более жестким в сравнении со спектром снаружи облаков. Этот эффект (самомодуляция) должен быть заметен как в гамма-излучении отдельных молекулярных облаков, так и в диффузном излучении Галактики.
- 5. Космические лучи Галактики могут успешно удерживаться в ней самовозбужденной турбулентностью, и при этом не требуется никаких других источников турбулентности. Затухание турбулентности при этом обеспечивается комбинацией нелинейного затухания Ландау и ион-нейтрального трения. Получающаяся в результате самосогласованная модель хорошо воспроизводит спектры первичных и вторичных изотопов в космических лучах.

Личный вклад автора заключается в непосредственно проведении исследо-

ваний, построении теории исследуемых процессов, проведении аналитических и численных вычислений. Все результаты из работ, выполненных с соавторами, приведенные в данной диссертации, за исключением специально оговоренных, отражают личный вклад автора. Раздел 2.4.1 основан на введении к статье [A12], написанной В.А. Догелем, экспериментальные данные на Рис. 2.12 в статье [A12] собрал и изобразил Ү. Wang, введение к разделу 3 основано на введении к статье [A9], написанном А.В. Ивлевым и Р. Caselli, оценки темпа затухания волн в гало, приведенные в разделе 4.2, взяты из работы [A2] и выполнены А.В. Ивлевым. Данные результаты приводятся с разрешения соавторов.

Апробация результатов. Результаты работы докладывались на следующих конференциях: 32nd International Cosmic-Ray Conference, 11-18 августа 2011 г., Пекин, Китай; 26th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics, 15-20 декабря 2012, Сан Пауло, Бразилия; 27th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics, 8-13 декабря 2013, Даллас, США; Cosmic Ray Origin — Beyond the Standard Models, 6-22 марта 2014, 40nd COSPAR Scientific Assembly, 2-10 августа 2014, Москва; Сан Вито ди Кадоре, Италия; 28th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics, 13-18 декабря 2015, Женева, Швейцария; 9th International Symposium on Very High Energy Cosmic Ray Interactions, 22-27 августа 2016, Москва; 2nd Conference on Cosmic Ray Origin — *beyond the standard models*, 18-24 сентября, 2016, Сан Вито ди Кадоре, Италия; Ginzburg Centennial Conference on Physics, 29 мая - 3 июня 2017, Москва; 26th Extended European Cosmic Ray Symposium and 35th Russian Cosmic Ray Conference, 06-10 июля 2018 Барнаул; 42nd COSPAR Scientific Assembly, 14-22 июля 2018, Пасадина, Калифорния, США; Cosmic Rays: the salt of the star formation recipe, 2-4 мая 2018, Форенция, Италия; 36я Всероссийская Конференция По Космическим Лучам, 28 сентября - 2 октября 2020, Москва; 37я Всероссийская Конференция По Космическим Лучам, 27 июня - 2 июля 2022, Москва; Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра, 18 - 21 декабря 2023, Москва.

Также результаты неоднократно докладывались на астрофизическом семинаре отделения теоретической физики ФИАН и на астрофизическом семинаре АКЦ ФИАН.

Результаты опубликованы в следующих статьях в ведущих мировых рецензируемых научных журналах, входящих в список ВАК: [A1], [A2], [A3], [A4], [A5], [A6], [A7], [A8], [A9], [A10], [A11], [A12], [A13]. 12 статей индексируются международной базой данных Web of Science, и 13 индексируются международной базой данных Scopus. Список статей приведен в соответствующем разделе в конце диссертации.

**Благодарности** Я хотел бы поблагодарить В.А. Догеля за предоставленную возможность работать над решением интересных задач и за плодотворное обсуждение различных научных вопросов. Я благодарен К.S. Cheng'y и С.М. Ко за гостеприимство и приглашение поработать в The Hong Kong University и в National Central University. Я также выражаю благодарность всему коллективу лаборатории проблем физики космоса за теплую и дружественную атмосферу.

### Глава 1

## Разогрев плазмы при стохастическом ускорении

### 1.1 Проблема перегрева плазмы при стохастическом ускорении

Простой и при этом наглядной задачей, которая демонстрирует тот факт, что значения импульсного коэффициента диффузии сильно влияет на результат, является задача о самосогласованном описании стохастического ускорения частиц из фоновой плазмы. Стохастическое ускорение (также называемое ускорением Ферми в торого порядка) было предложено Э. Ферми в работах [106; 107] для объяснения происхождения космических лучей. Хотя впоследствии было показано, что за ускорение Галактических космических лучей отвечают другой процесс, ускорение частиц на ударных волнах, стохастическое ускорение все же может оказывать влияние на спектры заряженных частиц в астрофизических объектах.

Основным недостатком стохастического ускорения является его низкая эффективность. Поскольку ускорение частиц происходит за счет взаимодействия с неоднородностями магнитного поля, скорость которых обычно равна альвеновской скорости  $v_A$ , а сам процесс ускорения частицы носит случайный характер, то темп ускорения пропорционален второй степени скорости рассеивающих центров,  $\propto$   $\frac{v_A^2}{c^2}$  (поэтому, собственно, оно и называется ускорением второго порядка). В отличие от ускорения на ударных волнах, где скорость рассеивающих центров равна скорости ударной волны, а значит, многократно превосходит альвеновскую скорость, для стохастического указанное отношение может быть очень мало. В частности, при стохастическом ускорении частиц в межзвездном газе Галактики на тех неоднородностях поля, которые удерживают космические лучи в Галактики, отношение времени ускорения частиц ко времени убегания их из Галактики составляет более 10 [20]. Тем не менее, стохастическое ускорение может быть важно в некоторых астрофизических приложениях, например, при описании ускорения частиц в солнечных вспышках [см, например, 196; 225] или в области Галактического центра [см., например, 195].

Описанная в данном разделе задача была сформулирована еще во время моего обучения в аспирантуре из-за заочного спора моего научного руководителя В.А. Догеля с V. Petrosian'ом. Объектом спора послужило нетепловое жесткое рентгеновское излучение из скопления Волосы Вероники (Coma), обнаруженное спутником ВерроSAX [119; 139] и Rossi X-Ray Timing Explorer [206; 241]. Для описания нетеплового рентгеновского излучения В.А. Догелем была предложена модель, описанная в работе [150], в которой наблюдаемый нетепловой спектр формировался тормозным излучением нетепловых электронов. Для снижения требований к темпу стохастического ускорения использовался тот факт, что между тепловым распределением электронов и их нетепловым хвостом формируется довольно общирная «переходная область», как это было показано А.В. Гуревичем в работе [311].

С другой стороны, V. Petrosian из простых энергетических соображений в работе [224] показал, что наблюдаемая интенсивность рентгеновского излучения настолько велика, что это нетепловое излучение никак не может быть создано тормозным механизмом. В противном случае энергия, передаваемая от нетепло-

вых электронов тепловым при кулоновских столкновениях, увеличит температуру плазмы в скоплении до величин, превышающих наблюдательные ограничения (хотя скопления галактик быстро теряют энергию из-за радиационного охлаждения, и даже существует проблема переохлаждения скоплений [см, например, 216], потери нетепловых электронов на много порядков превышают темп охлаждения).

Существование данного нетеплового излучения подвергалось критике [277; 297], и на данный момент считается [см., например, 5], что нетепловое жесткое рентгеновское излучение, если и присутствует в спектре излучения скопления Волосы Вероники, то обладает значительно меньшей интенсивностью, чем было указанно в работе [119]. В таком случае оно может быть связано с обратным комптоновским излучением нетепловых электронов [см. обзор 40].

Тем не менее, даже отсутствие нетеплового излучения из скопления оставило вопрос о стохастическом ускорении открытым. Действительно, как показано в работе [311], переходная область в спектре заряженных частиц всегда формируется при стохастическом ускорении. Частицы из этой области будут интенсивно взаимодействовать с тепловыми частицами и быстро разогревать фоновую плазму. Таким образом, стохастическое ускорение будет сопровождаться интенсивным нагревом плазмы, причем, тепловая часть спектра частиц будет расти быстрее, чем его нетепловая часть. В итоге, как было показано в работах [226; 296], стохастическое ускорение вообще не может ускорять частицы. Ускорение ударными волнами данным эффектом затронуто в меньшей степени, поскольку его темп значительно выше, чем темп стохастического ускорения.

Для разрешения данного парадокса мной была решена задача, идентичная тем, что решались в работах [226; 296], но параметры задачи я выбирал в более широком диапазоне (ниже будет показано, в чем именно были различия). Изначально задача была решена численно, и при некоторых значениях параметров был получен парадоксальный результат: при наличии стохастического ускорения, по-

ставляющем энергию в систему, наблюдался не разогрев тепловой части распределения, а ее охлаждение. В текущей главе приводится аналитическое описание данного эффекта.

### 1.2 Ускорение частиц из фоновой плазмы в линейном приближении

В присутствии турбулентности, а значит, при ненулевом значении коэффициента импульсной диффузии естественно ожидать ситуации, что изначально максвелловское распределение заряженных частиц (здесь и далее в данной главе электронов, если не указано иное) будет трансформироваться и приводить к формированию нетепловых хвостов. В отсутствии иных источников нетепловых частиц в таком случае можно говорить о стохастическом ускорении из фоновой плазмы. Частицы ускоряются, когда скорость ускорения  $(d\mathcal{E}/dt)_F$  превышает скорость кулоновских потерь  $(d\mathcal{E}/dt)_C$ . Характерная энергия, называемая энергией инжекции  $\mathcal{E}_{inj}$ , является энергией, выше которой неравновесный спектр формируется исключительно ускорением. Она определяется из равенства темпов ускорения и потерь.

Кинетическое уравнение, описывающее стохастическое ускорение из фоновой плазмы содержит члены, описывающие кулоновские столкновения, а также ускорительный член. Все остальные эффекты, не имеющие отношения к данной задаче, можно опустить:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 \left[ \left( \frac{dp}{dt} \right)_C F - \left\{ \kappa_C(p) + \kappa_F(p) \right\} \frac{\partial F}{\partial p} \right] = 0.$$
(1.1)

Здесь  $\kappa_F(p)$  — коэффициент диффузии стохастического ускорения, а  $(dp/dt)_C$ и  $\kappa_C(p)$  описывают темпы потери импульса и диффузию, обусловленные кулоновскими столкновениями. Эти коэффициенты вычисляются с использованием полной функции распределения F, включающей в себя и нетепловую часть, [см., например, 313] и, следовательно, в целом уравнение нелинейно. Именно нелинейность уравнения приводит к тому, что температура максвелловской части распределения меняется с течением времени. В противном случае температура фона была бы свободным параметром.

Для начала однако рассмотрим простейший случай — решение линейного уравнения вида (1.1) в котором кинетические коэффициенты посчитаны для максвелловского распределения фиксированной температуры. Аналитическое решение линейной версии уравнения (1.1) в случае слабого ускорения из фоновой плазмы с температурой *T* было получено в работе [311] для коэффициента стохастического ускорения форме

$$\kappa_F(p) = \alpha p^2 \,. \tag{1.2}$$

Исследование было проведено для случая, когда характерное время стохастического ускорения

$$\tau_F = p^2 / \kappa_F \,, \tag{1.3}$$

много больше характерного времени между двумя последовательными кулоновскими соударениями  $\tau_{th}$ ,

$$\tau_{th} \simeq \sqrt{\frac{2}{m}} \, \frac{m_e (k_{\rm B} T)^{3/2}}{\pi n e^4 \ln \Lambda} \,,$$
(1.4)

где n — плотность, <br/>аT — температура фоновой плазмы,  $\ln\Lambda$  — кулоновский <br/>логарифм,  $m_e$  — масса покоя электрона и <br/> m — масса ускоряемой частицы.

В таком случае  $\mathcal{E}_{inj} \gg k_B T$ , и кулоновские столкновения сохраняют распределение частиц максвелловским в большом диапазоне энергий, а следовательно, кулоновские члены уравнения (1.1) также остаются максвелловскими. При условии  $\tau_{th} \ll \tau_F$ , значительные отклонения от максвелловского распределения будут наблюдаться только при очень больших значениях импульса, и как следствие, лишь малая доля частиц будет ускорена. Таким образом, в работе [311] предполагалось, что число частиц n(t) в тепловой части распределения медленно меняется со временем t, как  $n(t) = n_0 - St$ , где  $n_0$  начальное количество частиц в системе, а слабый поток убегающих частиц S формируется при относительно больших значениях импульса. Поток убегающих частиц в случае слабого ускорения может быть описан как

ā

$$S(p) = S_0 \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^p x^2 e^{-x^2} dx = S_0 \left[ \text{erf}(\bar{p}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \bar{p} e^{-\bar{p}^2} \right], \qquad (1.5)$$

где erf(z) — функция ошибок,  $\bar{p} = p/\sqrt{2mk_{\rm B}T}$ , а константа  $S_0$  определяется из граничных условий. Поток равен нулю при p = 0, однако при  $p \gg \sqrt{2mk_{\rm B}T}$ , он достигает своего максимального значения  $S(p) = S_0$ .

В диапазоне импульсов, где  $S(p) \simeq S_0$  функция распределения отличается от максвелловской и описывается кинетическим уравнением

$$p^{2}\left[\left(\frac{dp}{dt}\right)_{C}F - \left\{\kappa_{C}(p) + \kappa_{F}(p)\right\}\frac{\partial F}{\partial p}\right] = S_{0}.$$
(1.6)

Ускорение формирует чисто нетепловую (степенную) компоненту функции распределения в диапазоне  $p > p_{inj}$ , где значение  $p_{inj}$  (импульса инжекции, соответствующего энергии  $\mathcal{E}_{inj}$ ) определяется из решения уравнения

$$p_{\rm inj} = \frac{\kappa_F(p_{inj})}{(dp/dt)_C}.$$
(1.7)

Если  $\kappa_F(p) \neq 0$  в том числе и в диапазоне  $p < p_{inj}$  (что обычно заведомо выполняется), данное уравнение будет справедливо и для более низких импульсов, при условии, что поток S(p) достиг насыщения. Таким образом, будет наблюдаться отклонение от максвелловского распределения не только выше импульса инжекции  $p_{inj}$ , но и ниже его [см. 311]. Избыток заряженных частиц в диапазоне  $p < p_{inj}$  — переходная зона между чисто кулоновским и чисто нетепловым спектром частиц — формируется совместным действием кулоновских столкновений и стохастического ускорения. Тормозное излучение электронов именно из этой переходной области было посчитано в работах [91; 150; 176].

В данном диапазоне важны все три члена кинетического уравнения 1.1, поэтому простая оценка, предложенная в работе [224], неприменима. Для определения темпов разогрева фоновой необходимо использовать более аккуратные оценки, то есть, необходимо учитывать нелинейность.

Более точные выводы относительно темпа разогрева фоновой плазмы могут быть сделаны путем анализа нелинейных уравнений, схожих с теми, что были использованы в работе [179], в которых учитывается влияние со стороны нетепловых частиц на фоновую плазму. В работах [296] и [226] был выполнен схожий численный анализ для задачи стохастического ускорения частиц из фоновой плазмы. Ниже я покажу способ, как схожий анализ можно сделать не прибегая к сложным численным расчетам.

### 1.3 Ускорение частиц из фоновой плазмы в квазистационарном приближении

Для оценки темпов ускорения заряженных частиц и степени разогрева фоновой плазмы будем работать в квазистационарном приближении. В рамках данного приближения предполагается, что функция распределения не зависит явно от времени t, а определяется макроскопическими параметрами, такими как плотность максвелловского распределения n(t) и его температура T(t), которые, в свою очередь, являются медленно меняющимися функциями времени. В этом случае временная частная производная функции распределения может быть представлена как

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial F}{\partial n}\frac{dn}{dt} + \frac{\partial F}{\partial T}\frac{dT}{dt}.$$
(1.8)

#### 1.3.1 Функция распределения в рамках квазистационарного приближения

В данном разделе я буду анализировать кинетическое уравнение, записанное в форме (1.1). Это уравнение описывает ускорение частиц в однородной и изотроп-

ной плазме при изотропном распределении турбулентности. Граничные условия должны быть взяты в следующем виде: поток через нулевой импульс отсутствует, то есть при p = 0

$$\left[ \left( \kappa_{\alpha\beta} + \kappa_{\alpha\beta}^F \right) \frac{\partial F(\mathbf{p})}{\partial p_{\beta}} - F_{\alpha}F(\mathbf{p}) \right]_{p=0} = 0, \qquad (1.9)$$

а также функция должна оставаться конечной на бесконечности. В случае с конечной областью определения это условие можно заменить условием, что при максимальном значении импульса  $p_{\rm max}$  функция распределения обращается в ноль:

$$F(\mathbf{p}_{\max}) = 0. \tag{1.10}$$

Действительно, время убегания частиц из области ускорения, как правило, падает с их импульсом, тогда как время ускорения, как правило, с импульсом не убывает. Поэтому рано или поздно темп убегания превысит темп ускорения, что приведет к резкому падению количества заряженных частиц в спектре на этом значении импульса, и этот эффект можно аппроксимировать обнулением функции распределения.

Импульс частиц обезразмерен на mc. Здесь и далее в этом разделе под температурой T подразумевается тепловая энергия  $k_{\rm B}T$ , обезразмеренная на  $mc^2$ . Кинентическая энергия частиц  $\mathcal{E} = \sqrt{p^2 + 1} - 1$  также обезразмерена на  $mc^2$ . Кинетические коэффициенты  $(dp/dt)_C(p)$ ,  $\kappa_C(p)$  и  $\kappa_F(p)$  обезразмерены по энергии и импульсу (но не по времени!) соответствующим образом.

Стохастическое ускорение предполагается изотропным и имеющим вид

$$\kappa_F(p) = \alpha p^{\varsigma} \theta(p - p_0) \,, \tag{1.11}$$

где  $\alpha$ ,  $\varsigma$  и  $p_0$  — некоторые произвольные параметры. Задача характеризуется импульсом инжекции, определяемым из уравнения

$$\alpha p_{\rm inj}^{\varsigma} = -p_{\rm inj} \left(\frac{dp}{dt}\right)_c \Big|_{p=p_{\rm inj}} \,. \tag{1.12}$$

Ускорение эффективно и формирует чисто нетепловые хвосты в следующем диапазоне импульсов:  $p > \max\{p_0, p_{inj}\}.$ 

Стоит отметить два обстоятельства. Во-первых, стохастическое ускорение является не степенной функцией импульса, а скорее зависит от него как  $p^{\varsigma}v^{-2}$  [226], то есть несколько более эффективно в нерелятивистской области в сравнении с релятивистской. Однако для упрощения аналитических оценок я проигнорирую член с  $v^{-2}$ , поскольку меня интересует скорее качественная эволюция функции распределения. Все выводы без ограничения общности можно распространить на любую форму  $\kappa_F(p)$  при условии, что существует некое значение  $p_0 > 0$ , такое, что  $\kappa_F(p < p_0) = 0$ .

Второе обстоятельство касается наличия данного импульса отсечки  $p_0$  в реалистичных спектрах турбулентности. Количественное описание спектра турбулентности я приведу в разделе 1.5. В данном же разделе укажу следующую мотивацию: чем масштаб турбулентности меньше (и, соответственно, меньше энергия частиц), тем больше количество ускоряемых частиц, причем растет их количество в соответствии с максвелловским распределением, то есть экспоненциально. Соответствующим образом растет и темп затухания турбулентности. В то же время, характерное время распространения нелинейного каскада является степенной функцией волнового вектора k. Таким образом, существует некоторое значение  $k_0$  (и соответственно,  $p_0$ ), ниже которого каскад турбулентности распространяться не может.

Схожим с [311] образом предположим, что время стохастического ускорения  $\tau_F$ , значительно длиннее характерного времени кулоновских столкновений  $\tau_{th}$ , иными словами, что  $p_{inj}$  и  $p_0$  являются большими величинами, и, по крайней мере, одно из этих значений значительно выше, чем температура:

$$T \ll max(\mathcal{E}_{\text{ini}}, \mathcal{E}_0), \qquad (1.13)$$

где  $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}(p_0)$ . В этом случае кулоновские столкновения сохраняют функцию

распределения максвелловской в достаточно большом диапазоне импульсов, а отклонения от теплового распределения начинаются только на очень больших энергиях. Таким образом, ускоряется лишь малая доля частиц, и число нетепловых частиц, произведенных стохастическом ускорением  $n_n$  значительно меньше числа тепловых частиц  $n: n_n/n \ll 1$ .

Разложим функцию распределения и кинетические коэффициенты по малому параметру  $\epsilon=n_n/n\ll 1,$ 

$$\begin{split} F(p,t) &= F_0(p,t) + F_1(p,t) + O\left(\epsilon^2\right) \,, \\ \kappa_c(p,t) &= \kappa_0(p,t) + \kappa_1(p,t) + O\left(\epsilon^2\right) \,, \\ \left(\frac{dp}{dt}\right)_c(p,t) &= \left(\frac{dp}{dt}\right)_0(p,t) + \left(\frac{dp}{dt}\right)_1(p,t) + O\left(\epsilon^2\right) \,. \end{split} \tag{1.14}$$

Здесь  $O\left(\epsilon^{i}\right)$  описывает члены, имеющие порядок асимптотики  $\epsilon^{i}$  или выше. Отметим, что  $F_{i}(p,t) = O(\epsilon^{i})$ , функции  $\kappa_{0}$  и  $(dp/dt)_{0}$  посчитаны с использованием функции  $F_{0}$ ,  $\kappa_{1}$  и  $(dp/dt)_{1}$  — с использованием функции  $F_{1}$  и так далее.

В рамках квазистационарного приближения производная  $\partial F/\partial t$  может быть представлена в виде (1.8). Производные dn/dt и dT/dt имеют порядок малости  $dn/dt = O(\epsilon)$  и  $dT/dt = O(\epsilon)$ , так как в отсутствии ускорения ( $n_n = 0$ ) имеют место тождества dn/dt = 0 и dT/dt = 0. Таким образом

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial F_0}{\partial t} + O\left(\epsilon^2\right) \,, \tag{1.15}$$

и  $\partial F_0 / \partial t$  имеет порядок малости  $\epsilon$ .

Удобно разделить функцию распределения на две части:

$$F(p) = F^{I}(p)\theta(p_{0} - p) + F^{II}(p)\theta(p - p_{0}).$$
(1.16)

Для начала, найдем решение уравнения (1.1) в области импульсов  $0 , где ускорительный член отсутствует, и <math>F = F^I$  (см. уравнение (1.16)). В нулевом приближении (ускорение отсутствует)  $F_0$  — максвелловская функция распреде-

ления:

$$F_0^I(p) = C_0 \exp\left[\int_0^p \left(\frac{dp}{dt}\right)_0 \frac{dp}{\kappa_0}\right] = C_0 \exp(-\mathcal{E}/T), \qquad (1.17)$$

где  $\kappa_0$  и  $(dp/dt)_0$  — максвелловские кинетические коэффициенты.

При  $p \gg \sqrt{T^2+1}-1$ можно воспользоваться выражением Бете-Блоха:

$$\begin{pmatrix} \frac{dp}{dt} \\ _{0} \end{pmatrix}_{0} = -A \left( 1 + \frac{1}{p^{2}} \right) ,$$

$$\kappa_{0} = -T \sqrt{1 + \frac{1}{p^{2}}} \left( \frac{dp}{dt} \right)_{0} = AT \left( 1 + \frac{1}{p^{2}} \right)^{3/2} .$$

$$(1.18)$$

Здесь и далее в этой главе

$$A = 4\pi r_e^2 cn \ln \Lambda \,. \tag{1.19}$$

Характерное время кулоновских потерь частицы с импульсом p (в единицах mc) выражается как

$$\tau_C(p) \sim \frac{p^3}{A(p^2+1)}.$$
(1.20)

Константа  $C_0$  уравнения (1.17) определяется из условия нормировки

$$C_0 = n \left[ \int_0^{p_0} p^2 F_0^I(p) dp \right]^{-1} \approx \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})}, \qquad (1.21)$$

где  $K_2(x)$  — функция Макдональда. Для нерелятивистских температура ( $T \ll 1$ ) выражение имеет вид

$$C_0 \approx n \sqrt{\frac{2}{\pi}} T^{-3/2}$$
 (1.22)

Кинетическое уравнение для функции распределения  $F_1^I$  может быть переписано как

$$\frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}p^2 \left[\kappa_0(p)\frac{\partial F_1^I}{\partial p} + \kappa_1(p)\frac{\partial F_0^I}{\partial p} - \left(\frac{dp}{dt}\right)_0 F_1^I - \left(\frac{dp}{dt}\right)_1 F_0^I\right] = \frac{\partial F_0^I}{\partial t} + O\left(\epsilon^2\right) \,. \tag{1.23}$$

Интегрируя данное уравнение от 0 до р получаем

$$p^2 \left[ \kappa_0(p) \frac{\partial F_1^I}{\partial p} - \left(\frac{dp}{dt}\right)_0 F_1^I \right] = -S = -\left(S_1 + S_2\right) \,, \tag{1.24}$$

где S — поток частиц проходящих через импульс p. Здесь

$$S_1 = -\frac{dn(p,t)}{dt} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_0^p u^2 F_0^I(u) du \,, \tag{1.25}$$

$$S_2 = p^2 \left[ \kappa_1(p) \frac{\partial F_0^I}{\partial p} - \left(\frac{dp}{dt}\right)_1 F_0^I(p) \right] \,. \tag{1.26}$$

Поток  $S_1$  описывает отток частиц (в импульсном пространстве) из теплового распределения, вызванный ускорением. Он вызывает медленное уменьшение количества тепловых частиц с течением времени. Поток  $S_2$  приводит к нагреву плазмы и вызывает изменение ее температуры с течением времени.

Итак, решение уравнения (1.24) может быть представлено как

$$F_1^I(p) = \exp(-\mathcal{E}/T) \left[ C_1 - \int_0^p \frac{S(u)}{u^2 \kappa_0(u)} \exp(\mathcal{E}/T) du \right] \,. \tag{1.27}$$

Аналогично работе [311] значение константы C<sub>1</sub> определяется условием нормировки

$$\int_{0}^{p_{0}} p^{2} F_{1}^{I}(p) dp = 0.$$
(1.28)

Кинетические коэффициенты  $\kappa_1$  и  $(dp/dt)_1$  посчитаны с использованием функции распределения  $F_1^I + F^{II}$ . Таким образом, из-за сомножителя S, в который входит  $S_2$ , зависящий от  $\kappa_1$  и  $(dp/dt)_1$ , уравнение (1.27) является интегральным уравнением относительно  $F_1^I(p)$ , которое должно быть дополнено уравнением на  $F^{II}(p)$ . Для больших импульсов p легко можно получить асимптотическую форму  $F_1^I(p)$ . Действительно, если  $\mathcal{E} \gg T$  то  $S_1(p) = O(\epsilon)$  тогда как  $S_2(p) \sim O(\epsilon) \exp(-\mathcal{E}/T) \ll S_1$ . Таким образом, членом  $S_2(p)$  можно пренебречь. Как можно заметить из уравнения (1.25) поток  $S_1(p)$  для больших p остается постоянным. Таким образом, с достаточно большой точностью можно записать  $S_1(p) = S_N \equiv -dn/dt$ , что в точности соответствует выражению для  $S_0$  в [311].

Из уравнений (1.27) и (1.28) следует, что констант<br/>а $C_1$ определяется выражением

$$C_1 \approx S_N \tau_C(p_0) \sqrt{\frac{2}{\pi} T^{-3/2}},$$
 (1.29)

где  $\tau_C(p_0)$  — характерное время кулоновских столкновений для частицы с импульсом  $p = p_0$  (выражения для  $\tau_F$  и  $\tau_C$  даны уравнениями (1.3) и (1.20)). Используя выражение для  $S_N$ , которое мы получим далее, в разделе 1.3.3, мы можем получить, что

$$C_1 \sim \frac{n}{T^{3/2}} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_0}{T}\right) \frac{\tau_C(p_0)}{\tau_F(p_0)} \sim \frac{n}{T^{3/2}} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_0}{T}\right) \ll C_0 \,. \tag{1.30}$$

Функция распределения в диапазоне импульсов  $p < p_0$  может быть записана как

$$\begin{split} F^{I}(p) &\simeq F_{0}^{I}(p) + F_{1}^{I}(p) \\ &= \frac{n}{TK_{2}(T^{-1})} \exp\left(-\frac{\xi}{T}\right) - \frac{S_{N}}{AT} \left[\frac{1}{T} \exp\left(-\frac{\xi}{T}\right) Ei\left(\frac{\xi}{T}\right) - \frac{1}{\xi}\right] \,, (1.31) \end{split}$$

где  $\xi = \sqrt{p^2 + 1} = \mathcal{E} + 1$  — полная энергия частицы, а

$$Ei(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{\exp(x)}{x} dx. \qquad (1.32)$$

Для нерелятивистских температур  $\xi/T\gg 1$ и функцию Ei(z)для  $z\gg 1$ можно разложить как

$$Ei(z) = \frac{\exp(z)}{z} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{z^k}.$$
 (1.33)

Таким образом, для больших p

$$F^{I}(p) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{n}{T^{3/2}} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) - \frac{S_{N}}{A(p^{2}+1)}.$$
 (1.34)

Итак, функция распределения из уравнения (1.31) может быть представлена как

$$F^{I}(p) = \begin{cases} F_{0}^{I}(p) + O(\epsilon), \text{ при } \mathcal{E} \leq T \\ F_{0}^{I}(p) - \frac{S_{N}}{A(p^{2}+1)} + O(\epsilon^{2}), \text{ при } \mathcal{E}_{0} \geq \mathcal{E} \gg T \end{cases}$$
(1.35)

В диапазоне  $p \ge p_0$  стохастическим ускорением пренебрегать нельзя. Поскольку через функцию распределения проходит постоянный поток частиц  $S_N$ , то выражение для функции распределения  $F^{II}$  в данной области записывается как

$$p^{2}\left[\left\{\kappa_{0}(p)+\kappa_{F}(p)\right\}\frac{\partial F^{II}}{\partial p}-\left(\frac{dp}{dt}\right)_{0}F^{II}\right]=-S_{N}\,.$$
(1.36)

Общее решение данного уравнения [см., например, 311] есть

$$F^{II}(p) = C^{II} \exp\left\{ \int_{0}^{p} \frac{(dp/dt)_{0}(u)du}{\kappa_{F}(u) + \kappa_{0}(u)} \right\}$$
(1.37)

$$-S_N \exp\left\{\int_0^p \frac{(dp/dt)_0(u)du}{\kappa_F(u) + \kappa_0(u)}\right\}\int_0^p \frac{v^{-2}dv}{\kappa_F(v) + \kappa_0(v)} \exp\left\{-\int_0^v \frac{(dp/dt)_0(u)du}{\kappa_F(u) + \kappa_0(u)}\right\}$$

Константа  $C^{II}$  определяется из условия непрерывности в точке  $p=p_0$ :  $F^I(p_0)=F^{II}(p_0),$ а значение  $S_N$  определяется из второго граничного условия:  $F^{II}(p_{\max})=0.$ 

Для  $p \gg p_{inj}$ , мы можем предположить, что стохастическое ускорение доминирует над кулоновскими потерям. Из уравнений (1.36) и (1.11) легко показать, что функция  $F^{II}(p)$  является степенной функцией импульса

$$F^{II}(p) = \tilde{C}_1 + \frac{S_N}{\alpha(\varsigma + 1)} p^{-\varsigma - 1}, \qquad (1.38)$$

где  $\tilde{C}_1$  — некая константа.

#### 1.3.2 Темп разогрева плазмы

Воспользовавшись выражением для полной функции распределения F (см. уравнение (1.16), где  $F^I$  и  $F^{II}$  определяются уравнениями (1.35) и (1.37)) соответственно, можно вычислить кинетические коэффициенты нелинейного кинетического уравнения (1.1), и затем вычислить вариации температуры плазмы, вызванные стохастическим ускорением. В этом случае стохастическое ускорение выступает внешним источником, накачивающим энергию в систему. В общем случае, мощность внешних источников может меняться со временем, но обычно предполагается, что темп ускорения со временем не меняется и  $\kappa_F$  остается неизменным.

Общая мощность, закачиваемая в систему, выражается как

$$\dot{W}_{\text{ext}} = -\int_{0}^{\infty} \mathcal{E} \frac{\partial}{\partial p} \left[ p^2 \kappa_F \frac{\partial F}{\partial p} \right] dp \,. \tag{1.39}$$

Она зависит от времени даже если  $\kappa_F$  со временем не меняется, поскольку сама функция распределения F является функцией времени.

Отметим, что в соответствии с законом сохранения энергии, кулоновские столкновения не меняют полной энергии системы, следовательно

$$\int_{0}^{\infty} \mathcal{E} \frac{\partial}{\partial p} p^{2} \left[ \left( \frac{dp}{dt} \right)_{C} F - \kappa_{C}(p) \frac{\partial F}{\partial p} \right] dp = 0.$$
(1.40)

Это условие справедливо для любой функции распределения F при условии, что кинетические коэффициенты  $(dp/dt)_C$  и  $\kappa_C(p)$  вычислены с использованием этой же самой функции распределения F (закон сохранения энергии заложен непосредственно в эти коэффициенты и кинетическое уравнение [см., например, 313]).

Энергия, поставляемая стохастическим ускорением, перераспределяется по всему спектру и расходуется как на ускорение частиц, так и на разогрев плазмы, поскольку ускоренные частицы за счет кулоновских столкновений передают часть своей энергии тепловым частицам. Изменение температуры dT/dt в квазиравновесной части спектра может быть оценено по мощности, закачиваемой в область импульсов  $p < p_0$ , которая выражается как

$$\dot{W_0} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{0}^{p_0} p^2 \mathcal{E}F^I(p) dp = \int_{0}^{p_0} \mathcal{E}\frac{\partial}{\partial p} \left[ p^2 \kappa_c \frac{\partial F^I}{\partial p} - p^2 \left(\frac{dp}{dt}\right)_c F^I \right] dp, \qquad (1.41)$$

где коэффициенты  $\kappa_c$  и  $(dp/dt)_c$  посчитаны для полной функции распределения (1.16). Для вычисления интеграла (1.41) воспользуемся условием (1.40) и получим

$$\dot{W}_{0} = -\int_{p_{0}}^{\infty} \mathcal{E} \frac{\partial}{\partial p} \left[ p^{2} \kappa_{c} \frac{\partial F^{II}}{\partial p} - p^{2} \left( \frac{dp}{dt} \right)_{c} F^{II} \right] dp \,. \tag{1.42}$$

Интегрирование по частям дает

$$\dot{W}_{0} = -\mathcal{E}_{0}S_{N} + \int_{p_{0}}^{\infty} \frac{p^{3}}{\sqrt{p^{2}+1}} \left[\kappa_{c}\frac{\partial F^{II}}{\partial p} - \left(\frac{dp}{dt}\right)_{c}F^{II}\right] dp.$$
(1.43)

Поскольку  $\dot{W_0} = O(\epsilon)$ , а  $F^{II} = O(\epsilon)$  мы можем использовать максвелловское (Бете-Блоха) приближение для коэффициентов  $\kappa_0$  и  $(dp/dt)_0$ , как описано в уравнении (1.18), в результате получим

$$\dot{W}_{0} = -\mathcal{E}_{0}S_{N} + \int_{p_{0}}^{\infty} \frac{p^{3}}{\sqrt{p^{2}+1}} \left[\kappa_{0}\frac{\partial F^{II}}{\partial p} - \left(\frac{dp}{dt}\right)_{0}F^{II}\right] dp.$$
(1.44)

Видно, что изменение энергии тепловой части функции распределения сводится к двум процессам: (1) энергетическим потерям нетепловых частиц (интегральная часть уравнения (1.44)), которые разогревают плазму, и (2) убеганию частиц из тепловой области (первый член правой части уравнения (1.44)), которое охлаждает плазму. Также можно переписать  $\dot{W}_0$  как

$$\frac{dW_0}{dt} = \frac{\partial W_0}{\partial T}\frac{dT}{dt} + \frac{\partial W_0}{\partial n}\frac{dn}{dt}.$$
(1.45)

С точностью до первого порядка разложения dT/dt по  $\epsilon$  мы можем представить  $W_0$  как

$$W_0 = \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} F_0^I(u) \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac{n \exp(-T^{-1})}{T K_2(T^{-1})} \int_0^{p_0} u^2 \mathcal{E} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) du \, du = \frac$$

В общем случае вариации температуры должны вычисляться численными методами, однако в ряде случаев эти вычисления можно упростить. Дело в том, что спектр частиц, определяемый выражениями (1.34) и (1.37) строго зависит от соотношения между импульсами  $p_{inj}$  и  $p_0$ . Рис. 1.1 иллюстрирует данную ситуацию: с увеличением  $p_0$  переходная область в диапазоне импульсов  $p > p_0$  сжимается и в конце концов, когда  $p_0$  сравнивается с  $p_{inj}$ , исчезает. В предельном случае  $p_0 > p_{inj}$ переходная область практически полостью отсутствует, и степенной хвост нетепловых частиц непосредственно стыкуется тепловым распределением частиц. В
этом случае получить выражения для вариации температуры удается аналитически, поскольку функции  $F^{I}$  и  $F^{II}$  имеют очень простую форму. Отмечу, что заключение о широкой переходной области между тепловой и не нетепловой частью распределения, сделанное в [311], справедливо только для случая  $p_0 < p_{inj}$ .



Рис. 1.1: Форма функции распределения F(p) для разных значений  $p_0$ . Тонкая сплошная линия — F(p), толстая сплошная линия — чистое максвелловское распределение, пунктирная линия — приближение в виде степенного закона.

#### 1.3.3 Случай ускорения без переходной области

Если  $p_0>p_{\rm inj},$  то уравнение. (1.38) является корректным решением, описывающим функцию распределения.  $\tilde{C_1}$  и  $S_N$  определяются из граничных условий при  $p=p_0$  и  $p=p_{\rm max},$  конкретно, из условий  $F^{II}(p_0)=F^I(p_0)=F_0$  и  $F^{II}(p_{\rm max})=0,$ 

$$S_N = \alpha(\varsigma + 1) p_0^{\varsigma + 1} F_0 \,, \tag{1.46}$$

$$\tilde{C}_{1} = -S_{N} \frac{p_{\max}^{-(\varsigma+1)}}{\alpha(\varsigma+1)} = -F_{0} \left(\frac{p_{\max}}{p_{0}}\right)^{-(\varsigma+1)}.$$
(1.47)

Поскольку  $p_{\text{max}} \gg p_0$ , то для простоты мы положим  $\tilde{C}_1 = 0$ , и для нерелятивистских температур  $T \ll 1$  из уравнения (1.34) можно получить, что

$$F_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{n}{T^{3/2}} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_0}{T}\right) \left[1 + \frac{\alpha(\varsigma+1)p_0^{\varsigma+1}}{A(p_0^2+1)}\right]^{-1}.$$
 (1.48)

В этом случае поток убегающих в сторону больших энергия частиц может быть получен непосредственно из уравнения (1.46) в виде

$$S_N = \alpha(\varsigma + 1) p_0^{\varsigma + 1} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{n}{T^{3/2}} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_0}{T}\right) \left[1 + \frac{\alpha(\varsigma + 1) p_0^{\varsigma + 1}}{A(p_0^2 + 1)}\right]^{-1}.$$
 (1.49)

При услови<br/>и $p_0 \gg 1$ уравнение (1.46) принимает вид

$$W_0 = \int_0^\infty p^2 \mathcal{E} F_0^I(p) dp = n \left[ (3T - 1) + \frac{K_1(T^{-1})}{K_2(T^{-1})} \right], \qquad (1.50)$$

или для нерелятивистских значений температуры  $T\ll 1$ 

$$W_0 = \frac{3}{2}nT + \frac{15}{8}nT^2 + \dots$$
 (1.51)

Теперь мы получаем, что (см. уравнения (1.44) и (1.45))

$$\begin{split} &\frac{\partial W_0}{\partial T} \frac{dT}{dt} = \left(\frac{W_0}{n} - \mathcal{E}_0\right) S_N + \int_{p_0}^{\infty} \frac{p^3}{\sqrt{p^2 + 1}} \left[\kappa_0(T) \frac{\partial F}{\partial p} - \left(\frac{dp}{dt}\right)_0 F\right] dp \\ &= \alpha F_0 \mathcal{E}_0 p_0^{\varsigma+1}(\varsigma+1) \left[\frac{AQ(p_0,\varsigma)}{\alpha \mathcal{E}_0(\varsigma+1)} - 1\right] \\ &+ ATF_0 \left\{\frac{3\alpha p_0^{\varsigma+1}(\varsigma+1)}{2A} - \left[1 + \frac{(\varsigma+1)}{(\varsigma-1)} p_0^2\right]\right\}, \end{split}$$
(1.52)

где

$$Q(p_0,\varsigma) = \int_{p_0}^{\infty} x^{-\varsigma} \sqrt{x^2 + 1} \, dx \,. \tag{1.53}$$

Если  $\alpha \mathcal{E}_0(\varsigma + 1) \neq AQ(p_0, \varsigma)$  и  $\mathcal{E}_0 \gg T$ , то второй член в уравнении (1.52) мал, и им можно пренебречь. Окончательно из уравнения (1.51) получаем, что

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2S_N}{3n} \left[ \frac{AQ(p_0,\varsigma)}{\alpha(\varsigma+1)} - \mathcal{E}_0 \right] , \qquad (1.54)$$

где A и  $S_N$  определяются уравнениями (1.19) и (1.49) соответственно.

Для больших значения  $\alpha$ , как можно увидеть из уравнения (1.54), получается, что dT/dt < 0, и плазма охлаждается. Уменьшение температуры со временем связано с интенсивным убеганием частиц из тепловой части плазмы, и оно происходит, несмотря на то, что стохастическое ускорение закачивает энергию в систему.

В какой-то мере, можно провести аналогию между данной ситуацией и испарением, или с демоном Максвелла. Также этот эффект может быть обнаружен на Рис. 1.1 в виде дефицита высокоэнергетических тепловых частиц в в области  $p < p_0$ .

Если мы будем уменьшать значение  $\alpha$ , кулоновские столкновения рано или поздно начнут доминировать над эффектом, связанным с убеганием частиц. В результате производная dT/dt начнет увеличиваться, и при достаточно малых  $\alpha$  режим охлаждения сменится режимом нагрева. Однако стоит отметить, что процесс ускорения уменьшает количество частиц в тепловой части распределения (поскольку dn/dt < 0 для  $p < p_0$ ). Если  $\alpha$  остается постоянным, то A со временем уменьшается, и, в принципе, по прошествии достаточно большого количества времени, мы можем опять столкнуться с ситуацией, когда  $\alpha \mathcal{E}_0(\varsigma + 1) > A(t)Q(p_0,\varsigma)$ , и плазма вновь начнет охлаждаться.

Для более аккуратного анализа данных режимов стоит использовать численные методы решения нелинейных уравнений.

# 1.4 Нелинейное уравнение для стохастического ускорения: полуаналитический метод и численное решение

Наиболее прямолинейный метод решения данной задачи заключается в численном решении исходного нелинейного кинетического уравнения. Однако недостаток такого подхода заключается в том, что само по себе решение занимает достаточно длительное время. Начнем с приближенных методов, которые значительно упрощают численную задачу, и в то же время позволяют добиться достаточно точных результатов.

Анализ кинетического уравнения зависит от соотношения между временем разогрева плазмы и временем ускорения. Определим время разогрева как

$$t_T = T/(dT/dt) \,. \tag{1.55}$$



Рис. 1.2: Сравнение времени перегрева  $t_T$  и времени формирования теплового хвоста  $t_F$  для различных значений  $p_0$  и различных темпов ускорения. Значение температуры T=0.016 (соответствующий импульс  $p_T = 0.12$ ). Пороговое значение отмечено серой горизонтальной линией.

Нижний предел для этого времени может быть получен из квазистационарного решения для dW/dt, если в уравнении (1.44) проигнорировать охлаждающий член  $S_N \mathcal{E}_0$ . Время ускорения характеризует то время, за которое нетепловые частицы полностью заполнят степенной хвост. Численные расчеты показывают, что для  $\varsigma > 2$  это время имеет порядок

$$t_{\rm F} \simeq \alpha^{-1} \,. \tag{1.56}$$

Квазистационарный режим (то есть, такой режим, при котором температура плазмы слабо меняется со временем, а ускорение формирует заметные нетепловые хвосты) может быть достигнут только при условии, что  $t_T > t_F$ . В этом случае мы можем использовать аналитические оценки, полученные в предыдущем разделе.

Отношение  $t_T/t_F$  как функция  $p_0$  показана на Рис. 1.2. Пороговое значение, соответствующее  $t_T/t_F = 1$  показано на Рис. 1.2 серой горизонтальной пунктирной линией. Квази-стационарный режим может быть достигнут, если отношение  $t_T/t_F$  находится выше серой линии.

Если время ускорения больше, чем время разогрева плазмы, иными словами,

если  $t_T < t_F$ , то квазистационарный режим не реализуется. Однако и в этом случае можно упростить задачу, использую прием, описанный в [226]. Положим, что эволюция функции распределения F(p) описывается нестационарным линейным кинетическим уравнением следующего вида

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 \left[ \left( \frac{dp}{dt} \right)_0 (p, n, T) F - \left\{ \kappa_0(p, n, T) + \kappa_F(p) \right\} \frac{\partial F}{\partial p} \right] = 0.$$
(1.57)

Тогда можно вычислить вариации температуры, используя следующий алгоритм:

- 1. для заданной F(t,p), вычислим  $F(t+\delta t,p)$ , используя уравнение (1.57);
- 2. вычислим  $n(t+\delta t)=\int_0^\infty F(t+\delta t,p)dp;$
- 3. вычислим  $\dot{W_0}$ , пользуясь уравнением (1.44), затем получим  $W_0(t + \delta t) = W_0(t) + \dot{W_0}\delta t$ , после чего вычислим  $T(t + \delta t)$  из уравнения (1.46);
- зная новые значения n(t + δt) и T(t + δt), пересчитаем кинетические коэффициенты, используя их аналитические выражения, см. уравнения. (1.58) и (1.59);
- 5. повторяем шаги 1-4.

Аналитические выражения для кинетических коэффициентов выглядят следующим образом (см. [226] и соответствующие ссылки в указанной статье):

$$\left(\frac{dp}{dt}\right)_{0}(p,n,T) = -\frac{A(p^{2}+1)}{p^{2}} \left[ \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\mathcal{E}}{T}}\right) - \sqrt{\frac{4\mathcal{E}}{\pi T}} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) \right] , \quad (1.58)$$

$$\kappa_0(p,n,T) = -T \frac{\sqrt{p^2 + 1}}{p} \left(\frac{dp}{dt}\right)_0(p,n,T).$$
(1.59)

Здесь erf(z) — функция ошибок.

Данный метод совмещает в себе простоту аналитического метода и точность численного. Недостаток его в том, что, как и любой полу-аналитический метод, основанный на уравнении (1.44), он не может использоваться в окрестности  $p_0 =$ 

В оригинальной работе [A1], на которой основана данная глава диссертации, приводятся сравнения различных методов вычисления эволюции температуры плазмы и нетеплового хвоста в распределении частиц. Также приводятся сравнения с работой [226] и демонстрируется, что при одних и тех же значениях параметров результаты полностью повторяют полученные в работе [226].

Поскольку эти сравнения носят чисто технический характер, здесь я кратко приведу полученные результаты и укажу на наиболее интересное решение. Вычисления были выполнены для трех основных режимов ускорения:

- а) темп нагрева превышает темп охлаждения,  $\alpha/A = 2.77;$
- б) темпы нагрева и охлаждения одного порядка,  $\alpha/A = 11.63;$
- в) темп охлаждения превышает темп нагрева,  $\alpha/A = 18.5$ .

При маленьком темпе ускорения квазистационарное приближение заведомо не работает, и при данном значении параметра ускорения  $\alpha$  результатом действия стохастического ускорения будет лишь перегрев плазмы, что полностью соответствует тем выводам, что были получены в работах [296] и [226]. Единственным отличием является то, что перегрев наступает на временной отметке  $t \approx 4.5\tau_0 \approx 1.6\tau_C$ , что в 4 раза дольше, чем результат  $t \sim \tau_0$ , полученный в работе [226]. Причина подобного расхождения в том, что при  $p_0 = 0$ , рассмотренном в работе [226], ускорение формирует гораздо более интенсивную переходную область, в то время как при  $p_0 \neq 0$  переходная область менее выражена. Поскольку количество нетепловых, но имеющих малую энергию частиц, в случае  $p_0 = 0$  выше в сравнении со случаем  $p_0 > 0$ , то естественно ожидать, что кулоновские столкновения перегреют плазму быстрее именно при  $p_0 = 0$ .

Эволюция температуры плазмы для случая промежуточного значения темпа ускорения ( $\alpha/A = 11.63$ ) показана на Рис. 1.3. На первом этапе наблюдается разогрев плазмы, однако характерное время разогрева значительно длиннее того, что было получено в работе [226]. Так температура плазмы увеличивается в 1.3 раза в момент времени  $t \approx 86\tau_0 = 7\tau_C$ , что почти на 2 порядка превосходит то время, что было получено в [226]. Заметный квазистационарный степенной хвост нетепловых частиц формируется стохастическим ускорением за более короткое время (поскольку  $t_T/t_F > 1$ , см. Рис. 1.2). Также в данном случае наблюдается интересный эффект, который не проявляется в работе [226]: через некоторое время нагрев плазмы сменяется охлаждением.

При интенсивном ускорении ( $\alpha/A = 18.5$ ) уже с нулевого момента времени происходит уменьшение температуры плазмы с течением времени. При этом нетепловой хвост формируется за значительно более короткое, в сравнении с температурными вариациями ( $t_T/t_F > 1$ ), и данный результат существенно отличается от полученного в [226].



Рис. 1.3: Эволюция температуры плазмы с течением времени для случая равных темпов разогрева и охлаждения плазмы. Значение параметра ускорения равно *α*/*A* = 11.6.

Данные результаты могут быть легко поняты с помощью Рис. 1.1. Действительно, если ускорительный параметр выбран как  $\alpha/A = 2.77$ , то соответствующий импульс инжекции  $p_{inj} \simeq 0.83$ , то есть  $p_{inj} > p_0$ . Как можно видеть на верхней

кривой Рис. 1.1, в данном случае формируется серьезный избыток квазитепловых частиц в диапазоне импульсов от  $p_0$  до  $p_{inj}$ . Кулоновские потери данных частиц приводят к разогреву плазмы. Как было отмечено выше, в работе [226] предполагалось, что  $p_0 = 0$ , и это привело к еще более интенсивной переходной области, и, как следствие, еще более интенсивному разогреву.

В случае, если темп ускорения выбран равным  $\alpha/A = 11.63$ , получаем  $p_{inj} \simeq 0.5 \simeq p_0$ . В этом случае переходная область практически полностью отсутствует (соответствующая кривая на Рис. 1.1 — средняя). Таким образом, темп разогрева плазмы нетепловыми частицами незначителен, и в дальнейшем разогрев сменяется охлаждением.

В случае, если темп ускорения выбран равным  $\alpha/A = 18.5$ , имеем  $p_{inj} \simeq 0.4$  то есть  $p_{inj} < p_0$ . Как следует из нижней кривой Рис. 1.1 в данном случае в тепловом распределении формируется дефицит частиц, что и приводит к эффективному охлаждению плазмы.

Таким образом, приходим к заключению, что для различных комбинаций параметров ускорения  $p_0$  и  $\alpha$ , реализуются различные режимы ускорения заряженных частиц. Важным результатом является то, что при определенных значениях этих параметров, стохастическое ускорение способно генерироваться заметные нетепловые хвосты ускоренных частиц.

## 1.5 Определение параметров стохастического ускорения

Из предыдущих разделов ясно, что режимы, в которых реализуется стохастическое ускорение сильно зависит от поведения коэффициента импульсной диффузии при малых значениях импульса. Ключевое значение имеет величина импульс отсечки  $p_0$ . Ранее я рассматривал  $p_0$  как параметр задачи, и следующим естественным шагом будет определение его значения в рамках самосогласованной задачи.

Для решения самосогласованной задачи уравнение, описывающее эволюцию

спектра частиц, должно быть дополнено уравнением на волны. В итоге, система примет следующий вид [86; 173; 198]

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial k} \frac{kW}{\tau_{NL}} - \nu W + Q_0 \delta(k - k_I) \,. \tag{1.60}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 \left[ (\kappa_F + \kappa_C) \frac{\partial F}{\partial p} + \frac{dp}{dt} F \right] , \qquad (1.61)$$

Дополнительное уравнение (1.60) описывает, как турбулентность каскадирует от больших масштабов к маленькими, а также учитывает затухание турбулентности за счет резонансного взаимодействия с заряженными частицами. Именно это делает систему самосогласованной: энергия, уходящая на стохастическое ускорение, черпается из резонансного затухания. Здесь W(k) — спектральная плотность энергии турбулентности:  $\int W dk$  — полная энергия, запасенная в турбулентных движениях.  $\tau_{NL}$  — характерное время формирования турбулентного каскада,  $\nu$  — декремент затухания, а последнее слагаемое в уравнении описывает инжекцию турбулентности на очень больших масштабах (то есть значение  $k_I$  должно быть значительно меньше любого интересующего нас значения k).

Характерное время формирования колмогоровского каскада оценивается как [207]

$$\tau_{NL}^{-1} = \frac{C_M v_\phi k^{3/2} W^{1/2}}{B}, \qquad (1.62)$$

где  $C_M$  — численная константа порядка единицы. В данном разделе я буду рассматривать исключительно колмогоровский тип каскада. Задача без труда обобщается на другие типы каскада, например, на крейченовский.

Темп затухания связана с мнимой частью в дисперсионном соотношении для плазмы и может быть оценен как [167; 286]

$$\nu = 4\pi^3 e^2 \epsilon \left(\frac{v_\phi}{c}\right)^2 \int_{-1}^{1} d\mu \int_{0}^{\infty} p^3 dp \ (1-\mu^2) \frac{\partial F}{\partial p} \\ \times \delta(m^{(j)} \Omega_c^{(j)} - kp\mu \pm \omega\gamma) \,, \tag{1.63}$$

где  $v_{\phi} = \frac{\omega}{k}$ -фазовая скорость волны. Здесь  $\epsilon$  — численный фактор, который равен доли энергии, сосредоточенной в электромагнитной части турбулентности. Для альвеновских волн  $\epsilon = 0.5$ , в более коротковолновом диапазоне, для свистящих атмосфериков (вистлеров),  $\epsilon = 1$ , а в общем случае для поперечных волн в холодной плазме, распространяющихся вдоль магнитного поля, значение  $\epsilon$  дается выражением

$$\epsilon^{-1}\omega\left(\frac{c}{v_{\phi}}\right)^{2} = 2\omega + \frac{|\Omega_{ce}|\omega_{pe}^{2}}{(\omega \mp |\Omega_{ce}|)^{2}} - \frac{|\Omega_{ci}|\omega_{pi}^{2}}{(\omega \pm |\Omega_{ci}|)^{2}}.$$
(1.64)

Если  $v_{\phi} \ll c$ , то в уравнении (1.63) можно выполнить интегрирование по питчуглу  $\mu$ , и выражение для темпа затухание примет вид [34]

$$\nu = \frac{8\pi^3 e^2 \epsilon}{k} \left(\frac{v_{\phi}}{c}\right)^2 \int_{p_*}^{\infty} pF \, dp \,, \qquad (1.65)$$

где  $p_*$  соответствует резонансному условию  $|\mu| = 1$  (то есть, минимальному значению p, при котором резонанс еще возможен).

Для решения задачи о  $p_0$  нет необходимости учитывать малые поправки, связанные с эволюцией максвелловского распределения, поэтому члены, описывающие кулоновские столкновения между частицами можно аппроксимировать простыми выражениями [141; 311]

$$\left(\frac{dp}{dt}\right)_C = \frac{2\pi e^4 n}{m_e v^2} \log\Lambda, \qquad (1.66)$$

$$\kappa_C = \frac{k_{\rm B}T}{v} \left(\frac{dp}{dt}\right)_C, \qquad (1.67)$$

где v — скорость частицы, испытывающей столкновение с фоновым электроном, а T — температура максвелловского распределения.

Коэффициент импульсной диффузии, описывающий стохастическое ускорение, может быть оценен следующим выражением [246]

$$\kappa_F = \frac{4\pi^2 m^2 \Omega_c^2}{v B_0^2} \int_{k_*}^{\infty} \frac{\epsilon v_{\phi}^2 W(k)}{k} \left(1 - \frac{k_*^2}{k^2}\right) dk \,, \tag{1.68}$$

где  $k = \frac{eB}{pc}$  соответствует минимальной длине волны, все еще резонирующей с частицей с импульсом p. Можно показать, как это было сделано, например, в работе [12], что уравнения (1.65) и (1.68) согласованы: вся энергия, затраченная волнами на затухание, передается заряженным частицам.

Если W(k) описывается степенным законом, причем  $v_{\phi}^2 W(k) \propto k^{-\varsigma_W}$  то можно выполнить интегрирование в уравнении (1.68) и получить, что

$$\kappa_F = \frac{2}{\varsigma_W(\varsigma_W + 2)} \frac{4\pi^2 m^2 \Omega_c^2}{v B_0^2} v_\phi^2 W(k_*) \,. \tag{1.69}$$

#### 1.5.1 Решение уравнения для заряженных частиц

Вернемся к обезразмериванию, принятому в этой главе:

$$mc\tilde{p} = p \tag{1.70}$$

$$mc^2\tilde{\mathcal{E}} = \mathcal{E} \tag{1.71}$$

$$mc^2 \tilde{T} = k_{\rm B} T \,, \tag{1.72}$$

где  $\mathcal{E}$  — кинетическая энергия частиц. Другие безразмерные коэффициенты получаются аналогично, например,  $mc\frac{d\tilde{p}}{dt} = \frac{dp}{dt}$  и  $(mc)^2 \tilde{\kappa}_C = \kappa_C$ .

Перепишем и кинетические коэффициенты в привычном виде:

$$\kappa_F = \alpha \tilde{p}^{\varsigma} \theta(p - p_0) \tag{1.73}$$

$$\frac{dp}{dt} = A \frac{\tilde{p}^2 + 1}{\tilde{p}^2} \tag{1.74}$$

$$\kappa_C = \frac{dp}{dt} \frac{\tilde{p}T}{\sqrt{\tilde{p}^2 + 1}} \,, \tag{1.75}$$

где опять

$$A = 4\pi r_e^2 cn \frac{m_e}{m} \ln \Lambda \,, \tag{1.76}$$

 $r_e$  — классический радиус электрона, а m — масса рассматриваемых частиц. Важно, что вообще говоря, значение  $\varsigma$  зависит от импульса, в частности для релятивистских частиц  $\varsigma = \varsigma_W$ , тогда как для нерелятивистских частиц  $\varsigma \approx \varsigma_W - 1$ . Как

и ранее я ввел параметр  $p_0$ . Однако в данном разделе его значение уже не будет произвольным, а будет определяться путем решения уравнения (1.60).

Как и ранее, решение уравнения для заряженных частиц зависит от потока частиц из максвелловского распределения в область высоких энергия  $S_N$ :

$$S_N \equiv -p^2 \left[ (\kappa_F + \kappa_C) \frac{\partial F}{\partial p} + \frac{dp}{dt} F \right] = const.$$
 (1.77)

Из этого уравения можно получить и выражение для *F* в общем случае (см. уравнение (1.37)). Однако оно громоздко и неудобно для дальнейших рассчетов. Поэтому отдельно рассмотрим решения в ультрарелятивистском и нерелятивистском диапазонах энергий.

В ультрарелятивистском диапазоне можно пренебречь кулоновскими столкновениями, и решение примет следующий вид

$$F(\tilde{p}) \approx \frac{S_N}{\alpha(\varsigma+1)} \tilde{p}^{-\varsigma-1} \,, \tag{1.78}$$

где пологалось, что  $F(\infty) = 0$ .

Предположим, что интересный для определения  $p_0$  участок спектра сосредоточен лишь на нерелятивистских энергиях. В этом случае выражение для потерь упрощается:  $\frac{dp}{dt} = A\tilde{p}^{-2}$ , а решение уравнения (1.61) можно представить в следующей простой форме

$$F(\tilde{p}) = C_{max} \exp\left(\int_{\tilde{p}}^{\tilde{p}_{max}} \frac{Adp}{\tilde{p}^2(\kappa_C + \kappa_F)}\right) - \frac{S_N}{A}, \qquad (1.79)$$

где  $C_{max}$  — некоторая константа, и ее значение определятся из граничного условия, заданного значением  $F(\tilde{p}_{max})$ . Очевидно, его нельзя положить равным нулю, потому что релятивистская и нерелятивистская части спектра должны быть состыкованы.

В нерелятивистском режиме также работает приближения  $\kappa_C \approx AT \tilde{p}^{-3}$ . Интеграл в выражении (1.79) может быть вычислен через гипергеометрическую функцию  $_2F_1$  как

$$\begin{split} F(\tilde{p}) &= \frac{S_N}{A} \left[ \exp\left( \frac{\tilde{p}^2}{2T_0} \tilde{F} \Big|_{\tilde{p}}^{\tilde{p}_{max}} \right) - 1 \right] \\ \tilde{F} &= {}_2F_1 \left( 1, \frac{2}{\varsigma+3}; \frac{\varsigma+5}{\varsigma+3}; -\frac{\alpha \tilde{p}^{\varsigma+3}}{AT} \right) \end{split}$$
(1.80)

а разложение до квадратичных членов дает следующий результат

$$\begin{split} F(\tilde{p}) &\approx \frac{S_N}{A} \left[ \exp\left(\frac{A}{\alpha(\varsigma+1)} \tilde{p}^{-\varsigma-1} \tilde{F}_2\right) - 1 \right] \\ \tilde{F}_2 &= 1 - \frac{\varsigma+1}{2(\varsigma+2)} \frac{AT}{\alpha} p^{-\varsigma-3} \,. \end{split} \tag{1.81}$$

Ключевым параметром для получения точного решения является значение потока  $S_N$  — и его надо будет установить самосогласованным способом.

#### 1.5.2 Решение уравнения для волн на больших масштабах. Насыщение.

Стационарное решение уравнения (1.60) для колмогоровского каскада имеет следующий вид:

$$W_{KL} = \frac{B^2}{9C_M^2} k^{-5/3} v_{\phi}^{-2/3} \left( w_0 - \int_{k_I}^k \nu(k_1) k_1^{-5/3} v_{\phi}^{-2/3} dk_1 \right)^2, \qquad (1.82)$$

где  $w_0$  — константа, значение которой определяется величиной Q.

Подставляя уравнение (1.78) в уравнение (1.82) получаем следующее выражение для  $W_{KL}$  на больших масштабах:

$$W_{KL} \propto k^{-5/3} v_{\phi}^{-2/3} \left( 1 - C_K \{ k_{min}^{-\varsigma_W - \frac{8}{3}} - k^{-\varsigma_W - \frac{8}{3}} \} \right)^2 , \qquad (1.83)$$

где  $C_K$  — константа, которая зависит от амплитуды спектра F(p),  $k_{min} = \frac{eB}{cp_{max}}$ , а  $p_{max}$  — максимальное значение импульса, при которой спектр частиц все еще имеет форму, описанную выражением (1.78). Значение максимального импульса  $p_{max}$  может быть оценено из конечного времени жизни турбулентной зоны, в которой ускоряются частицы, или из времени убегания частиц из зоны турбулентности.

Видно, что уравнение (1.83) описывает два возможных поведения W(k). Первое соответствует слабому затуханию, при котором  $C_K k_{min}^{-\varsigma_W - \frac{8}{3}} \ll 1$ , и в этом случае  $W_{KL} \propto k^{-5/3}$ , то есть затуханием можно полностью пренебречь.

Второй вариант поведения соответствует ситуации, при которой амплитуда функции распределения достаточно велика, и затухание начинает работать на всех масштабах. В этом случае можно решить уравнение (1.83) относительно  $\varsigma_W$  и получить, что  $W_{KL} \propto k^{-7/3}$ .

Этот же результат можно получить и из закона сохранения энергии, причем, такой подход позволяет даже достаточно корректно продолжить решение в область нерелятивистских энергий. Действительно, поток энергии от больших масштабов к малым вдоль каскада определяется выражением

$$Q_W = \frac{C_M v_\phi}{B} k^{5/2} W^{3/2} , \qquad (1.84)$$

а поток частиц от малых энергий в большие энергии —  $Q_p = \mathcal{E}S_N$ . Если бы не было потерь энергии на столкновения частиц, то вся энергия, которая уходит по каскаду от волнового числа k в более короткие волны, тратилась бы на ускорение частиц с энергией ниже  $p = \frac{eB}{kc}$ , поскольку это максимальное значение импульса частиц, с которыми резонируют волны с волновыми числами больше k. Иными словами, можно было бы записать  $Q_W = Q_p$ .

В реальности часть энергии тратится на кулоновские столкновения, поэтому, если ввести характерные потери энергии  $Q_L$ , уравнение баланса энергии можно переписать как  $Q_W = Q_p + Q_L$ . В таком случае, поскольку  $S_N = \text{const}$ , можно переписать выражение для W(k) как

$$W(k) = W_0 \left(\frac{k}{k_{min}}\right)^{-5/3} \left(\frac{v_a}{v_{\phi}}\right)^{2/3} \left[C_W + \tilde{\mathcal{E}}\right]^{2/3},$$
(1.85)

где  $C_W = \frac{BQ_L}{C_M S_N}.$ 

Данное выражение точное, и основная сложность заключается в определении зависимости  $C_W(k)$ , поскольку входящая в нее величина потерь  $Q_L(p)$  зависит от

формы спектра частиц, а она, в свою очередь, определяется спектром турбулентности. В результате задача сводится к нелинейному интегральному уравнению. Однако задачу сильно упрощает тот факт, что кулоновские потери сильно падают с импульсом. В результате, значение  $Q_L(p)$  с ростом p очень быстро подходит близко к своему асимптотическому значению, и практически перестает зависеть от p. Иными словами, для практического применения можно положить значение  $C_W \approx \text{const}$ , при этом сравнение W(k) полученного в таком приближении с точно рассчитанным показывает отклонение не более чем в 2 раза — наиболее сильное расхождение наблюдается в области тепловых импульсов. Для задачи определения значения  $p_0$  такой точности достаточно.

Соответствующее значение коэффициента импульсной диффузии дается следующим выражением

$$\kappa_F \approx \frac{\alpha \tilde{p}^{5/3}}{\beta} \left(\frac{v_{\phi}}{v_a}\right)^{4/3} \left[\frac{\alpha_{min}^{3/2}}{\alpha^{3/2}} + \frac{\tilde{\mathcal{E}}}{\tilde{p}_{max}}\right]^{2/3} \theta(p - p_0) , \qquad (1.86)$$

где обозначения выбраны таким образом, что в отсутствии какого-либо затухания (например, на очень больших масштабах), коэффициент диффузии стремится к  $\kappa_F = \alpha \tilde{p}^{5/3}$ , а на околотепловых энергиях, когда затухание работает,  $\kappa_F \rightarrow \frac{\alpha_{min}}{\beta} \tilde{p}^{5/3}$ . Значение  $\alpha$  определяется мощностью источников турбулентности, а значение  $\alpha_{min}$  зависит от темпа затухания, и должно быть определено самосогласованным образом.

Отношение  $\alpha_{min}/\alpha$  описывает эффективность стохастического ускорения: если  $\alpha \gg \alpha_{min}$ , то значительная доля энергии турбулентности поглощается высокоэнергичными частицами. В противном случае,  $\alpha_{min} \approx \alpha$  энергия турбулентности передается в основном квазитепловым частицам, из-за чего энергия тратится не на ускорение, а на разогрев плазмы.

Режим, при котором основная часть энергии турбулентности тратится на высокоэнергичные частицы, то есть  $W_{KL} \propto k^{-7/3}$ , я буду далее называть режимом

насыщения. Если значение  $C_W$  мало, то в таком случае можно выписать значения функции распределения и потока:

$$F(\tilde{p}) \approx \frac{\sqrt{91}C_M}{6\sqrt{6}\pi^4} \frac{\Omega_0^{3/2} \alpha^{1/2} mc^2}{e^2 v_a^2} \tilde{p}_{max}^{-2/3} \tilde{p}^{-10/3} , \qquad (1.87)$$

$$S_N \approx \frac{5\sqrt{91}C_M}{9\sqrt{6}\pi^4} \frac{\Omega_0^{3/2} \alpha^{3/2} mc^2}{e^2 v_a^2} \tilde{p}_{max}^{-1} , \qquad (1.88)$$

где  $\Omega_0 = \frac{eB}{mc}$ . При этом выражения для  $F(\tilde{p})$  справедливо только в области больших энергий, когда потери не важны, а выражение для  $S_N$  справедливо всегда (кроме, конечно, максвелловской части распределения, см. предыдущие разделы).

Данные выражения для  $S_N$  и F(p) показывают максимально возможные значения потока и функции распределения (поэтому я и называют такой режим насыщением). Если функция распределения каким-то образом вырастет до значений, превышающих указанные, то это приведет к сильному затуханию турбулентности, и резко снизит темп ускорения. Из-за снижения темпа ускорения на малых энергиях снизится и поток  $S_N$ , что приведет к уменьшению значения F(p). Таким образом, данное решение сохраняет устойчивость. И хотя я привел значения для F и  $S_N$ , задача о стохастическом ускорении все еще решена не полностью я не показал, что указанное значение потока можно инжектировать из максвелловского распределения.

#### 1.5.3 Решение уравнения для волн на малых масштабах. Отсечка.

В предыдущем разделе было получено значение потока  $S_N$ , что позволяет использовать уравнение (1.80) и получить спектр частиц при любых  $p > p_0$ . Однако для корректного описания проблемы необходимо вычислить значение импульса отсечки  $p_0$ , убедившись что нетепловой хвост стыкуется при  $p = p_0$  с максвелловским распределением.

Импульс отсечки формируется из-за сильного поглощения волн тепловыми частицами. Темп затухания волн на тепловых частицах может быть легко вычислен подстановкой максвелловского распределения в уравнение (1.65). Максвелловское распределение задается спектром

$$F_M(p) = \frac{n}{(2\pi m k_{\rm B} T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{p^2}{2m k_{\rm B} T}\right) \,, \tag{1.89}$$

и выражения для затухания на тепловых частицах имеет вид

$$\nu = \epsilon \sqrt{\pi} \frac{\omega_p^2}{k v_T} \left(\frac{v_\phi}{c}\right)^2 \exp\left(-\frac{p^2}{2mk_{\rm B}T}\right) , \qquad (1.90)$$
$$\overline{}^1 \cdot \mathbf{a} \, \omega_n = \sqrt{4\pi n e^2 m^{-1}}.$$

где  $v_T=\sqrt{2k_{\rm B}Tm^{-1}},$ а $\omega_p=\sqrt{4\pi ne^2m^{-1}},$ 

Если предположить, что значение k достаточно мало, но волны все еще альвеновские, то внутренние скобки в уравнении (1.82) можно переписать для затухания на тепловых частицах как

$$\frac{\pi^{1/2}\omega_p^2}{2v_T} \frac{va^{4/3}}{c^2} \int k^{-8/3} \exp\left(-\frac{p^2}{2mk_{\rm B}T}\right) dk =$$

$$\frac{\pi^{1/2}\omega_p^2}{2v_T} \frac{va^{4/3}}{c^2} \frac{\Gamma(5/6, (k_e/k)^2)}{2k_e^{5/3}},$$
(1.91)

где $k_e=\frac{eB}{c\sqrt{2mkT}},$ а $\mathbb{\Gamma}$ — неполная гамма-функция.

Полагая, что  $k \ll k_e$  (так как наиболее интересны волны, которые резонируют с частицами с энергиями выше тепловых), можно использовать разложение  $\Gamma(5/6, (k_e/k)^2) \approx \left(\frac{k_e}{k}\right)^{-1/6} \exp\left(-\frac{k_e^2}{k^2}\right)$ . Таким образом, на низких энергиях ко-эффициент диффузии меняется от описанного выражением (1.86) к следующему выражению

$$\kappa_F \approx \frac{\alpha_{min} \tilde{p}^{5/3}}{\beta} \left[ 1 - \frac{\alpha_{min}^{-1/2}}{C_M} \left(\frac{\pi}{3}\right)^{3/2} \frac{\omega_p^2 v_a^2}{\Omega_0^{3/2} c v_T} \times \left(\frac{\tilde{p}_{th}}{\tilde{p}}\right)^{1/6} \exp\left(-\frac{\tilde{p}^2}{\tilde{p}_{th}^2}\right) \right]^2, \qquad (1.92)$$

где член  $\frac{\tilde{\mathcal{E}}}{\tilde{p}_{max}}$  был опущен, поскольку на малых энергиях он обычно очень мал. Момент отсечки может быть получен путем решения следующего уравнения

$$\mathcal{A}\left(\frac{\tilde{p}_{th}}{\tilde{p}_0}\right)^{1/6} \exp\left[-\frac{\tilde{p}_0^2}{\tilde{p}_{th}^2}\right] = 1, \qquad (1.93)$$

где

$$\mathcal{A} = \frac{\alpha_{min}^{-1/2}}{C_M} \left(\frac{\pi}{3}\right)^{3/2} \frac{\omega_p^2 v_a^2}{\Omega_0^{3/2} c v_T}.$$
(1.94)

Решение уравнения может быть выписано через  $\mathcal W$ -функцию Ламберта, а при  $p_0 \gg p_{th}$  оно имеет вид

$$\tilde{p}_0 \approx \tilde{p}_{th} \delta^{1/2} \left( \ln[\delta^{-1} \mathcal{A}^{1/\delta}] - \ln \ln[\delta^{-1} \mathcal{A}^{1/\delta}] \right)^{1/2} , \qquad (1.95)$$

где  $\delta = 1/12.$ 

#### 1.5.4 Самосогласованное решение

Из предыдущего раздела стало ясно, что для определения значения  $p_0$  требуется узнать значение  $\alpha_{min}$ , для чего требуется определить спектр частиц в окрестности  $p_0$ . Воспользуемся тем, что функция распределения должна быть непрерывна при  $p_0$ . Ранее я получил, что при  $p < p_0$  функция распределение имеет вид

$$F(\tilde{p}) \approx \frac{n}{(2\pi T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\tilde{p}^2}{\tilde{p}_{th}^2}\right) - \frac{S_N}{A}, \qquad (1.96)$$

тогда как для  $p > p_0$  можно использовать уравнение (1.81) с  $\kappa_F = \alpha_{min} \tilde{p}^{2/3}$ . Состыковывая выражения для функций распределения при  $p_0$ , получаем следующее уравнение для  $\alpha_{min}$ 

$$a\alpha_{\min}^{2} - \frac{A}{\varsigma + 1}\tilde{p}_{0}^{-\varsigma - 1}\alpha_{\min} + \frac{A^{2}T}{2(\varsigma + 2)}\tilde{p}_{0}^{-2(\varsigma + 2)} = 0$$

$$a = \log\left(\frac{An}{(2\pi T)^{3/2}S_{N}}\right) - \frac{\tilde{p}_{0}^{2}}{2T},$$
(1.97)

где  $\varsigma = 2/3$ , а  $S_N$  определяется выражением (1.88).

Решение данного уравнения имеет вид

$$\alpha_{min} = \frac{A}{2a(\varsigma+1)} \tilde{p}_0^{-\varsigma-1} \left( 1 + \left[ 1 - \frac{2aT(\varsigma+1)^2}{(\varsigma+2)\tilde{p}^2} \right]^{0.5} \right)$$
(1.98)

Уравнения (1.95) и Еq. (1.98) образуют замкнутую систему, которую можно разрешить относительно  $p_0$  и  $\alpha_{min}$ . А поскольку  $p_0$  очень слабо зависит от  $\alpha_{min}$ , для решения системы можно использовать итеративный процесс. Действительно, положим в качестве нулевого приближения  $\alpha_{min}^{(0)} = \alpha$ . Более высокие порядки приближения получатся следующей итерацией:

$$p_0^{(i+1)} = p_0(\alpha_{min}^{(i)}) \tag{1.99}$$

$$\alpha_{\min}^{(i+1)} = \alpha_{\min}(p_0^{(i+1)}) \,. \tag{1.100}$$

Итеративный процесс сходится очень быстро, поскольку зависимость  $p_0(\alpha)$  логарифмическая.

Зная значения  $p_0$  и  $\alpha_{min}$ , можно использовать уравнение (1.86) как аппроксимацию импульсного коэффициента диффузии и после этого вычислить функцию распределения с использованием уравнения (1.79). Результаты приближенных и точных вычислений коэффициента диффузии и функции распределения показаны на рисунке 1.4. Как видно, приближенные оценки дают вполне приемлемый результат.



Рис. 1.4: Слева: Сравнение коэффициента диффузии  $\kappa_F(p)$ , полученного в результате численного решения (сплошная кривая) и в результате применения уравнения (1.86) (штриховая кривая). Справа: Сравнение функции распределения F(p), полученной в результате численного решения (сплошная кривая) и в результате использования приближенного выражения для  $\kappa_F(p)$  (штриховая кривая).

Вышеуказанные уравнения, однако, должны очень аккуратно использоваться при очень больших и очень малых значениях  $\alpha$ , и пределы применимости сильно зависят от параметров среды, таких как n, T, B. Для проверки рекомендуется

всегда сравнивать решение (1.79) или его более общую форму, описываемой уравнением (1.37), с приближением (1.87).

Так, при очень больших или малых значениях  $\alpha$  итеративный процесс дает ответ  $\alpha_{min} \approx \alpha$ . В этом случае инжекция из максвелловского распределения не может обеспечить необходимую величину потока  $S_N$ , и ускорение не входит в режим насыщения. В таком случае выражение для коэффициента импульсной диффузии принимает вид  $\tilde{\kappa}(p) = \alpha \beta^{-1} \tilde{p}^{5/3}$ , и это выражение надо поставить в уравнение (1.95) для определения значения  $p_0$ . Зависимость  $\alpha_{min}$  от  $\alpha$  показана на рисунке 1.5. Как видно, ускорение действительно выходит из режима насыщения на больших и малых темпах ускорения.

Впрочем, величины, соответствующие большому темпу ускорения, являются запредельно большими — в таком режиме энергия турбулентности значительно превышает энергию среднего магнитного поля, и поэтому квазилинейный подход, который я использовал, становится более неприменим. Малые же темпы ускорения соответствуют реалистичным значениям параметров.

Также осторожность следует применять и при использовании уравнений для затухания на тепловых частицах. Если импульс отсечки станет слишком малым, то волны более не будут альвеновскими. В этом случае поменяется как условие резонанса (в частности, протоны более не будут эффективно резонировать с такими волнами), так и, возможно, уравнения для нелинейного каскада. Очевидно, уравнение (1.86) станет в этом случае некорректным.

Также на больших значениях  $\alpha$  простой итерационный процесс, описанный выше, может сломаться, если параметр a станет в какой-то момент отрицательным. В этом случае удобнее решать систему уравнений (1.95) и (1.98) напрямую, а не полагаться на итеративный процесс. Также, для больших значениях  $\alpha$  выражение для  $\alpha_{min}$  может быть записано в следующем упрощенном виде

$$\alpha_{\min} \approx \frac{A\tilde{p}_0^{-\varsigma-1}}{2a(\varsigma+1)} \,. \tag{1.101}$$



Рис. 1.5: Слева: Зависимость темпа ускорения на низких энергиях,  $\alpha_{min}$ , от темпа ускорения на высоких энергиях,  $\alpha$ . Разница в темпах ускорения связана с поглощением волн высокоэнергичными частицами. Результаты показаны для двух значений температуры (T = 0.1 кэВ и T = 1 кэВ). Плотность в обоих случаях равна n = 0.01 см<sup>-3</sup>. Справа: Характерный темп разогрева плазмы в зависимости от темпа ускорения на высоких энергиях,  $\alpha$ , для температуры T = 0.1 кэВ и плотности n = 0.01 см<sup>-3</sup>. Темп радиационного охлаждения плазмы показан горизонтальной штриховой линией.

#### 1.5.5 Параметры стохастического ускорения

Используя результаты, полученные Выше, можно выяснить, какой импульс отсечки ожидается при различных темпах ускорения. Отмечу, что до текущего момента я не конкретизировал, какие именно частицы я рассматриваю (в отличие от начала данной главы, где рассматривались электроны), поскольку указанный подход справедлив и для электронов, и для протонов, при условии, что резонирующие с ними волны остаются достаточно низкочастотными, чтобы их фазовая скорость оставалась равной альвеновской.

Корректный подход при описании ускорения должен учитывать вклад и от электронов, и от протонов, и поэтому уравнения, описывающие затухание турбулентности необходимо продублировать для обоих типов частиц. Однако оказывается, что для простой задачи с достаточно горячей плазмой, в которой температуры протонов и электронов равны, достаточно учесть только вклад протонов. Действительно, если рассмотреть плазму с температурой T = 1 кэВ, то из-за затухания на протонах импульс отсечки оказывается равен  $p_0 = 8..9m_ec$ . При таком значении импульса, многократно превышающем тепловой импульс электронов  $p_{Te} = 0.03m_ec$  инжекция электронов становится невозможной, и их ускорение не будет происходить.

Снижение температуры протонов не приводит к улучшению ситуации: при T = 0.1 кэВ получаем  $p_0 \approx 2..3m_ec$ , а  $p_{Te} = 0.01m_ec$ . Таким образом, протоны практически всегда оказывают решающее воздействие на спектр турбулентности, и не дают электронам ускоряться. Одним из решением проблемы может быть повышение температуры электронов до  $\approx 10$  кэВ при сохранении температуры ионов в 100 эВ. В таком случае тепловой импульс электронов достигнет величины  $p_{Te} = 0.1m_ec$ , что может запустить процесс ускорения. Однако в таком случае возникает вопрос о том, как эти два распределения с настолько отличающимися температурами могут существовать одновременно и не установить термодинамическое равновесие.

Другой способ обеспечить ускорение электронов — перевести режим распространения волн из альвеновских высокочастотный режим, в вистлеры. Протоны слабо резонируют с вистлерами, и поэтому затухание волн на протонах будет неэффективным. Вистлеры соответствуют частотам волн, превышающим протонную циклотронную частоту, поэтому соответствующий им резонансный импульс меньше или равен  $p_{crit} = m_p v_A$ . Для выбранных параметров (B = 3 мкГс и n = 0.01 см<sup>-3</sup>)  $p_{crit} = 0.4m_ec$ . Видно, что в плотной горячей плазме затухание случится до того, как волны перестанут быть альвеновскими. А в разреженной холодной плазме с  $n < 10^{-3}$  см<sup>-3</sup> и T < 100 эВ возможно ситуация, когда затухание на протонах будет сильно подавлено. Задача при таких значения параметров на данный момент не решена, и я планирую заняться ее решением в будущем. Вернемся однако к задаче об ускорении протонов. Поскольку задачи о протонах и электронах схожи, рассмотрим, как быстро стохастическое ускорение будет приводить к перегреву плазмы. Отмечу, что, хотя ускоряются в данном случае только протоны, разогреваются в основном тепловые электроны, поскольку передача энергии при протон-электронных столкновениях происходит значительно интенсивнее, чем в протон-протонных. Тоже самое справедливо и для охлаждения плазмы: именно электроны будут стремиться восстановить нарушенное тепловое распределение и восполнить нехватку протонов в окрестности импульса отсечки  $p_0$ , поэтому оба члена в уравнении (1.44) применимы и к задаче с протонами.

Используя уравнение (1.44), можно получить результат, представленный на рисунке 1.5 справа. Видно, что в самосогласованном режиме не наблюдается охлаждения плазмы, которое получалось при свободном выборе  $p_0$ . В случае же самосогласованной задачи, как бы не увеличивался темп ускорения, темп разогрева остается положительным.

Однако важно отметить, что при достаточно низких темпах ускорения, особенно когда ускорение еще не вошло в режим насыщения, который хорошо заметен по излому на графике, темп разогрева плазмы оказывается ниже темпа ее радиационного охлаждения, показанного на рисунке 1.5 справа горизонтальной штриховой линией. Темп охлаждения посчитан в соответствии с работой [66]. Более того, при всех значения параметра ускорения  $\alpha$  темп разогрева оказывается медленнее, чем темп формирования нетеплового хвоста, и таким образом стохастическое ускорение способно сформировать степенной хвост распределения протонов раньше, чем температура электронов значительно изменится. Сильно упрощает задачу тот факт, что в режиме насыщения при наклоне спектра  $\varsigma = 7/3 > 2$  время формирования спектра не зависит от максимальной энергии протонов и примерно равно  $\alpha_{min}^{-1}$ .

## 1.6 Выводы к главе 1

В данной главе я рассмотрел задачу о разогреве плазмы при стохастическом ускорении электронов. Я показал, что темп разогрева сильно зависит от параметров ускорения и ключевым параметром является импульс отсечки  $p_0$ , который соответствует вязкому масштабу в спектре турбулентности — то есть, такому масштабу, на котором спектр турбулентности обрывается.

При произвольном подборе темпа ускорения и импульса отсечки можно даже добиться такой ситуации, при которой фоновая плазма, несмотря на наличие постоянно функционирующего источника энергии, будет охлаждаться. Причем это охлаждение носит чисто столкновительный характер, и не связано с излучением или совершением макроскопической работы плазмой.

При решении самосогласованной задачи выяснилось, что для горячей плазмы, которая характерна для скоплений галактик, ускорение электронов становится невозможным, поскольку практически вся энергия турбулентности поглощается протонами. При этом вязкий масштаб также определяется протонами и оказывается слишком большим для электронов, а значит инжекция электронов в область ускорения не происходит. Решением данной проблемы может быть пре-инжекция электронов, например, за счет протон-электронных столкновений [см., например, 138] или иными способами предускорения электронов, не связанными со стохастическим механизмом (например, если рассматривать доускорение электронов космических лучей, см. раздел 2.3).

Применение результатов самосогласованной задачи к протонов показывает, что перегрев плазмы при стохастическом ускорении не наступает, если темп ускорения достаточно мал, либо же наступает уже после того, как будет сформирован нетепловой спектр.

Поскольку изначально задача о стохастическом ускорении была поставлена из-

за проблемы описания жесткого нетеплового излучения из скопления Волосы Вероники, нужно ответить и на вопрос, может ли стохастическое ускорение сформировать спектры электронов, которые бы могли обеспечить нужный поток за счет тормозного излучения. Мне не удалось подобрать необходимые параметры ускорения, чтобы получить необходимый спектр. Наличие импульса отсечки в выражении для импульсной диффузии приводит к тому, что переходная область в спектре электронов либо исчезает, либо сильно сокращается. Если требуется, чтобы темп разогрева плазмы был достаточно мал, то и величина переходной области оказывается слишком маленькой, и результаты работы [150] уже не могут быть использованы. Таким образом, приходится констатировать, что простейшие оценки из работы [224] остаются верными: хотя стохастическое ускорение и способно формировать протяженные нетепловые хвосты электронов, оно все же не способно обеспечить нужный рентгеновский спектр за счет тормозного излучения электронов.

# Глава 2

# Астрофизические задачи со стохастическим ускорением

## 2.1 Стохастическое ускорение электронов в пузырях Ферми

#### 2.1.1 Пузыри Ферми

Как было отмечено в выводах к предыдущей главе, применение стохастического ускорения для описания излучения из скоплений галактик сопряжено с трудностями как экспериментального (ввиду малости потока рентгеновского излучения), так и теоретического характера. Разумным решением данной проблемы могла бы стать оценка спектров гамма-излучения. Однако на момент проведения данных исследований надежного обнаружения гамма-излучения из скоплений галактик еще не было. Поэтому для анализа роли стохастического ускорения в эволюции спектров космических лучей был выбран другой объект, находящийся в нашей Галактике — пузыри Ферми.

Открытие этого загадочного диффузного гамма-излучения из центральной части нашей Галактики (в англоязычной литературе — Fermi Bubbles или FB) [261; 275], которое представляет из себя гигантские по размеру структуры, вытянутые перпендикулярно плоскости Галактики, является одним из наиболее замечательных достижений астрофизики высоких энергий. Спектр гамма-излучения из пузырей Ферми имеет аппроксимацию  $I_{\gamma} \propto E^{-2}$ , и данный спектр значительно жестче в спектральном смысле, чем спектры диффузного гамма-излучения, наблюдаемые из любых других мест Галактики. Кроме того, избыток гамма-излучения в области пузырей коррелирует как с открытым ранее так называемым туманом WMAP, открытым с помощью микроволнового телескопа WMAP и описанного в работах [116] и [88], так и с крупными структурами рентгеновского излучения, обнаруженных в данных рентгеновского телескопа *ROSAT* на энергии 1.5 кэB, которые свидетельствуют о наличии биполярного оттока вещества из центра Галактики [см. 243]. Предполагается, что структуры *ROSAT* созданы быстрым ветром со скоростью около ~  $10^8$  см/с, который формирует в гало ударную волну. Подобное явление требует энерговыделения в галактическом центре (ГЦ) порядка ~  $10^{55}$  эрг, с периодичностью около ~  $10^7$  лет [30].

Туман WMAP занимает область 30° по галактической широте грубо ограничен рентгеновскими структурами Наличие данной области микроволнового излучения свидетельствует об аномально жестком спектре электронов, наблюдаемом в окрестности центра Галактики [87].

Впоследствии коллаборация Planck [228] обнаружила избыток микроволнового излучения на частотах выше 30 ГГц, который окружает центр Галактики, и который пространственно коррелирует с пузырями Ферми. На галактических широтах  $|b| < 30^{\circ}$ , пространственно распределение микроволнового излучения совпадает с пространственным распределением гамма-излучения из пузырей Ферми. Подобная корреляция свидетельствует о том, что пузыри не являются артефактом, и что излучение в различных спектральных диапазонах должно иметь общее происхождение. Спектр радиоизлучения наиболее хорошо соответствует синхротронному излучению электронов со спектром  $N_e(E) \propto E^{-2.1}$ . Подобный спектр свидетельствует о том, что в центре Галактики должен присутствовать какой-то дополнительный механизм ускорения космических лучей. Последующий анализ

региона пузырей, произведенный в [124] на частоте 2.3 ГГц позволил обнаружить две гигантские области линейно поляризованного радиоизлучения. Данные области простираются до широты 60°, и обнаруживают сходство с пузырями Ферми. В указанной работе был сделан вывод, что данные области свидетельствуют о наличии сильного магнитного поля, равного около 15 мкГс.

Интересно, что сама коллаборация Planck не опубликовала окончательные выводы относительно принадлежности данного микроволнового излучения к пузырям Ферми, и статья [228] и по настоящее время остается лишь промежуточным результатом. С другой стороны, можно сослаться на выводы независимой группы [71], которая установила, что излучение, наблюдаемое WMAP, и излучение, наблюдаемое Planck, является одним и тем же излучением, и может быть в том числе связано с пузырями Ферми.

Необходимо отметить, что гигантские структуры, простирающиеся над и под центром Галактики не являются уникальным объектом. Гораздо более протяженные структуры наблюдаются в окрестности галактики Кентавр-А в радиодиапазоне в области ГГц [240; 280], в гамма-излучении на ГэВных [73] и ТэВных энергиях [84]. Также были обнаружены структуры в рентгеновском диапазоне [123] которые были ассоциированы с синхротронным излучением электронов, непосредственно ускоренных в пузырях Кентавра-А до энергий порядка 10 ТэВ. Гигантские рентгеновские и радио пузыри были также найдены в галактиках NGC 3801 [68], Mrk 6 [185] и галактике Циркуль [250].

Происхождение данных объектов активно обсуждается в литературе. Модели их происхождения содержат некоторые феноменологические предположения относительно выделения энергии в центре Галактики и о процессах распространения заряженных частиц. Так, оценки энергии разнятся от величины 10<sup>40</sup> эрг/сек, поставляемой областями активного звездообразования в галактическом центре, как это было предположено в работе [67], до гипотетического сценария с энер-

64

говыделением около 10<sup>56</sup> эрг [см., например, 273; 309] вызванного 10 млн. лет назад аккрецией центральной черной дырой массивного молекулярного облака или звездного скопления.

Для описания гамма-излучения из пузырей Ферми были предложены различные модели, описывающие некоторый особенности излучения. Так, в работах [67] и [309] был использован адронный механизм, то есть такой, при котором гаммаизлучение генерируется за счет столкновения релятивистских протонов с фоновым газом. Как альтернатива, может быть рассмотрена лептонная модель, в которой гамма-излучение вызвано обратным комптоновским рассеянием фоновых фотонов релятивистскими электронами. При этом те же самые электроны будут производить и радиоизлучения за счет синхротронных потерь [см., например, 261]. Существует несколько источников или процессов, производящих релятивистские электроны в пузырях:

- Стохастическое ускорение непосредственно в пузырях за счет взаимодействия с МГД турбулентностью [195].
- Ускорение на ударных волнах, произведенных периодическими захватами и разрушениями звезд сверхмассивной черной дырой [214].
- Ускорение в джетах в центре Галактики, произошедшее ~ 10<sup>6</sup> лет назад, и последующий конвективный перенос электронов в пузыри [273; 300].

Целью теоретических работ является объяснение нескольких параметров гаммаизлучения, которое, в случае пузырей Ферми, обладает некоторыми интересными особенностями [см., например, 87; 228; 261]:

- 1. Структуры гамма-излучения симметрично вытянуты в направлении, перпендикулярном диску Галактики и расположены над и под ее центром.
- 2. Спектр радиоизлучения жестче, чем где бы то ни было в Галактике, и соответствующий спектр электронов должен иметь вид  $\propto E^{-2}$ .

- 3. Пространственное распределение излучения обладает достаточно резкими краями.
- 4. Поверхностная яркость пузырей Ферми практически однородна, хотя, как было обнаружено в [146] на низких широтах |b| ≤ 20° наблюдаются некоторые структуры, которые могут быть интерпретированы как аннигиляция темной материи в центре Галактики или же как иной протяженный источник гамма-излучения в галактическом центре.

Пузыри Ферми являются хорошим объектом для применения теоретических моделей, поскольку они находятся в нашей Галактике, где параметры окружающей среды подробно изучены, и из-за своего размера хорошо разрешаются в широком диапазоне длин волн. Целью данного исследования является построение самосогласованных моделей пузырей Ферми — то есть моделей, в которых будет минимальное количество свободных параметров. Вторым отличием текущего исследования от более ранних, является то, что интенсивность гамма-излучения будет оценена количественно, а не качественно. Иными словами, я оценю число ускоренных электронов, пользуясь информацией о межзвездной среде и предполагаемым спектром турбулентности.

Я начну со стохастического ускорения из фоновой плазмы, которое, как показано в предыдущей главе, обладает рядом особенностей. В частности, для того, чтобы посчитать число ускоренных частиц, необходимо оценить поток частиц, убегающих из тепловой области. Данный поток генерируется за счет кулоновских столкновений тепловых электронов [подробности см. в 91; 311]. Таким образом, в кинетическое уравнение должны быть добавлены два члена, которые описывают кулоновские взаимодействия частиц. Кинетические уравнения данного вида, описывающие инжекцию заряженных частиц из тепловой части плазмы в нетепловой хвост, ранее в моделях пузырей Ферми не использовались.

В данной главе я не буду пользоваться оценками для импульса отсечки  $p_0$ , по-

66

лученные ранее, и буду считать его свободным параметром. Свойства плазмы в окрестности пузырей Ферми таковы, что  $p_0$  попадает в переходную область между альвеновским и вистлеровским режимом распространения волн, и, как было показано выше, такой режим до конца не исследован. Поэтому целью текущего раздела является определение требуемого значения  $p_0$ , которое впоследствии можно будет подтвердить или опровергнуть в рамках полностью самосогласованной модели стохастического ускорения.

## 2.1.2 Параметры модели стохастического ускорения электронов непосредственно в пузырях Ферми

Кинетическое уравнение для функции распределения электронов F(p,t), в случае непосредственного ускорения частиц в пузырях имеет вид

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 \left[ \left( \frac{dp}{dt} \right)_C F - \left\{ \kappa_C(p) + \kappa_F(p) \right\} \frac{\partial F}{\partial p} \right] + \frac{F}{\tau} = 0, \qquad (2.1)$$

где безразмерный импульс p выражен в единицах mc. Функция распределения F включает в себя тепловую и нетепловую компоненты спектра частиц. Коэффициент  $(dp/dt)_C$  описывает потери частиц за счет ионизации или кулоновских столкновений, а  $\kappa_C(p)$  описывает диффузию в пространстве импульсов, вызванную кулоновскими столкновениями [вывод уравнения см. в 313]. Параметр  $\tau$  характеризует время жизни частиц в области ускорения, которое может быть конечно, если, например, частицы могут покинуть эту область. Стохастическое ускорение описывается членом  $\kappa_F(p)$ , значение которого определяется частотой взаимодействия частиц с плазменной или сверхзвуковой турбулентностью.

В соответствии с соображениями, описанными в предыдущей главе, а также в статьях [296] и [56] представим коэффициент  $\kappa_F(p)$  в следующей форме

$$\kappa_F(p) = \alpha p^{\varsigma} \theta(p - p_0), \qquad (2.2)$$

где  $\alpha$ ,  $\varsigma$  и  $p_0$  — некие произвольные параметры, то есть предположим, что стохастическое ускорение эффективно только при больших импульсах  $p > p_0$ . В квазистационарном режиме при достаточно больших импульсах, соответствующих радио и гамма-излучению, если время жизни электронов достаточно велико, их спектр можно аппроксимировать степенным:

$$F(p) = \overline{F}(\overline{p}/p)^{\varsigma+1}, \qquad (2.3)$$

где константа  $\bar{F}$  определяется балансом потоков частиц на границе тепловой и нетепловой областей, а  $\bar{p}$  — импульс, соответствующий этой границе.

Параметры плазмы в пузырях Ферми достоверно не известны. Ниже для вычислений будем использовать те, которые были представлены в [261], конкретно: плотность  $n = 10^{-2}$  см<sup>-3</sup> и температура T = 2 кэВ. Оценки магнитного поля в пузырях разнятся от нескольких мкГс до 15 мкГс [см. 124; 135; 180]. Задачей является воспроизведение следующих свойств излучения пузырей:

- Наблюдаемый спектр гамма излучение имеет характерный излом или завал на энергии 100 ГэВ [261], что соответствует максимальной энергии электронов 0.3 ТэВ [см., например, 214];
- 2. Полный поток гамма-излучения в диапазоне E > 1 ГэВ составляет  $F_{\gamma} \simeq 4 \times 10^{37}$  эрг с<sup>-1</sup>, а спектр в диапазоне 1 100 ГэВ может быть описан степенным законом  $E_{\gamma}^{-2}$ [261]. Данное условие определяет число ускоренных частиц;
- Поток радиоизлучения в диапазоне 20-60 ГГц составляет (1 − 5) × 10<sup>36</sup> эрг с<sup>-1</sup>, а спектральный индекс радиоизлучения примерно равен -0.51 [см. 116; 180; 228];
- Полная мощность энерговыделения в галактическом центре не может превышать значения в 10<sup>40</sup> эрг с<sup>-1</sup> для процессов, происходящих в областях активного звездообразования [67] и 10<sup>41</sup> эрг с<sup>-1</sup> процессов приливного разрушения [214] в данной области Галактики;

5. Механизм ускорения должен эффективно формировать нетепловые спектры электронов и не перегревать плазму [56].

Используя данные условия, с помощью численных расчетов можно получить необходимый набор параметров  $\alpha$ ,  $\varsigma$ ,  $\tau$  и  $p_0$ .

Предполагая, что гамма-излучение произведено ускоренными электронами посредством обратного комптоновского рассеяния, вычислим интенсивность гаммаизлучения вдоль луча зрения **l** с использованием следующего выражения

$$I_{\gamma}(t, E_{\gamma}, \mathbf{l}) = \frac{c}{4\pi} \int_{\mathbf{l}} d\mathbf{l} \int_{\epsilon} n(\epsilon, \mathbf{r}) d\epsilon \int_{p} p^{2} F(\mathbf{r}, p, t) \left(\frac{d^{2}\sigma}{d\epsilon \, dp}\right)_{KN} dp.$$
(2.4)

Здесь  $n(\epsilon, r)$  описывает пространственное распределение энергетической плотность фоновых фотонов с энергией  $\epsilon$ , которое было взято из статьи [110],  $(d^2\sigma/d\epsilon \ dp)_{KN}$  — сечение Кляйна-Нишина для комптоновского рассеяния, взятое из [33].

Максимальная энергия электронов может быть оценена из баланса темпов ускорения и энергетических потерь:

$$p_c = \left(\frac{\alpha(\varsigma+1)}{\beta}\right)^{\frac{1}{3-\varsigma}}, \qquad (2.5)$$

где предполагается, что  $\varsigma < 3$ . Синхротронные и обратно-комптоновские потери представлены здесь как  $dp/dt = \beta p^2$ . Для оценки возьмем B = 5 мкГс, плотность оптических фотонов  $w_{op} = 1.6$  эВ/см<sup>3</sup>, а плотность ИК фотонов  $w_{IR} = 0.33$  эВ/см<sup>3</sup> [см. 110; 124], что дает значение  $\beta = 1.5 \times 10^{-19}$  с<sup>-1</sup>.

Как следует из вычислений в [214], электроны в пузырях должны быть ускорены до энергии  $E_{max} \simeq 0.3$  TeV (условие 1, см. выше). Тогда из уравнения (2.5) можно определить зависимость  $\alpha(\varsigma)$ .

В случае стохастического ускорения коэффициенты импульсной,  $\kappa_F(p)$ , и пространственной диффузии , D(p), связанны друг с другом [см., например, 20]

$$D(p)\kappa_F(p)\approx \frac{p^2 v_{\rm A}^2}{6} \tag{2.6}$$

где  $v_{\rm A}$  — характерная скорость движения неоднородностей в плазме. Таким образом, время убегания частицы из области ускорения, иначе говоря,  $\tau$  из уравнения (2.1) выражается как

$$\tau \approx \frac{L^2}{4D} \approx \frac{3L^2 \kappa_F}{2p^2 v_A} = \frac{3\alpha L^2}{2v_A^2} p^{\varsigma - 2} , \qquad (2.7)$$

где L<3к<br/>пк — размер области ускорения.

Из-за убегания частиц из области ускорения, результирующий спектр частиц получается несколько мягче, чем предсказывает уравнения (2.3). Зная темп ускорения  $\alpha(\varsigma)$  из уравнения (2.1) мы можем определить значение времени ускорения  $\tau(\alpha)$ , необходимое для формирования спектра электронов с таким наклоном, который воспроизведет наблюдаемое из пузырей радиоизлучение, имеющее спектр  $I_r \propto \nu^{-0.5}$  (условие 3).

Из уравнения (2.4) можно численно вычислить значение  $\varsigma$ , при котором спектр излучения становится степенным ( $I_{\gamma} \propto E_{\gamma}^{\delta}$ ) со спектральным индексом  $\delta \simeq -2$  (условие 2). Вариации индекса  $\delta(\varsigma)$ , определенные численным методом, показаны на Рис. 2.1. Как можно видеть из данного рисунка, необходимое значение спек-



Рис. 2.1: Зависимость спектрального индекса гамма-излучения  $\delta(\varsigma)$  от спектрального индекса стохастического ускорения, полученная из условий 2 и 3.

трального индекса  $\delta$  достигается только при условии, что  $\varsigma \simeq 2$ . При других зна-

чениях  $\varsigma$  решение уравнения (2.1) не воспроизводит наблюдаемый из пузырей спектр. При этом, требуемое значение  $\tau$  должно быть в районе  $1.1 \times 10^{13}$  с, а темп ускорения должен составлять  $\alpha \simeq 1.6 \times 10^{-14}$  с<sup>-1</sup>.

Следующий шаг исследования заключается в том, чтобы определить, может ли ускорение с полученными выше параметрами  $\alpha$ ,  $\varsigma$  и  $\tau$  обеспечить достаточное число ускоренных частиц, чтобы воспроизвести наблюдаемые интенсивности радио- и гамма-излучения из пузырей. Как нетрудно получить, число ускоренных частиц зависит от  $p_0$ : чем больше значение  $p_0$ , тем меньше будет число ускоренных частиц. Отметим, что поскольку значение  $\alpha$  фиксировано, исходя из максимальной энергии электронов, и соответствующему ей завалу в спектра гамма-излучения, то значение  $\varsigma$  не может сильно варьироваться. Действительно, мы ускоряем частицы до больших энергий, и поэтому небольшие вариации спектрального индекса могут приводить к серьезным изменениям числа ускоренных частиц. Из-за того, что экспериментальные данные по излучению показывают, что число частиц не может быть ниже определенной величины, спектр ускоренных частиц не может быть слишком мягким, и, соответственно, значение  $\varsigma$  не может превышать 2.1 как показано на Рис. 2.1 вертикальной линией. Также отмечу, что хотя  $\varsigma$  вообще говоря, является функцией  $\alpha$ , вычисления, основанные на спектре электронов или максимальной энергии электронов (см. уравнение (2.5)) показывают слабую, логарифмическую, зависимость  $\varsigma$  от  $\alpha$ . В частности, при составлении Рис. 2.1 данная зависимость была проигнорирована.

На Рис. 2.2 слева показана зависимость порогового импульса  $p_0(T)$  от температуры, при котором значение ускоренных электронов достаточно, чтобы обеспечить наблюдаемый поток гамма-излучения (условие 2). Численные расчеты были проведены для двух значений плотности фоновой плазмы в пузырях Ферми:  $n = 10^{-2}$  см<sup>-3</sup> (пунктирная линия) и  $n = 3 \times 10^{-3}$  см<sup>-3</sup> (сплошная линия). Легко видеть, что ускорение обеспечивает необходимое число нетепловых частиц, если



температура плазмы составляет по крайней мере ~ 1 кэВ.

Рис. 2.2: Слева: зависимость порогового импульса  $p_0(T)$ , необходимого, чтобы обеспечить наблюдаемую интенсивность гамма-излучения из пузырей, от температуры. Справа: характерное время перегрева плазмы  $\tau_T(T)$  полученное из уравнения (2.9).

Как уже было отмечено, сверху значение порогового импульса ограничено числом ускоренных частиц. С другой стороны, в соответствии с предыдущей главой, значение  $p_0$  не может быть слишком мало, поскольку в противном случае плазма перегреется за очень короткое время (условие 5). Данное условие можно сформулировать в следующем виде:

$$\tau_{acc} < \tau_T \tag{2.8}$$

где  $\tau_{acc} \sim 1/\alpha$  — характерное время ускорения и формирования нетеплового хвоста, а  $\tau_T$  — характерное время перегрева, которое оценивается как

$$\tau_T = \frac{T}{dT/dt} \,. \tag{2.9}$$

Темп изменения температуры может быть оценен из уравнений (1.44) и (1.45), а также их упрощенных версий.

Используя зависимость  $p_0(T)$  от температуры по уравнению (2.9) вычислим характерное время перегрева плазмы  $\tau_T$ . Результат показан на Рис. 2.2 справа. Характерное время ускорения для данной задачи составляет  $\tau_{acc} \simeq 2$  млн. лет. При
этом ускорение возможно только при условии  $\tau_{acc} < \tau_T$ . Таким образом, опять приходим к выводу, что температура фоновой плазмы должна быть не менее, чем  $\sim 1$  кэВ.



Рис. 2.3: Минимальная температура плазмы *T*, необходимая для обеспечения наблюдаемого излучения из пузырей за счет стохастического ускорения, как функция плотности плазмы *n*. Рассмотрены различные размеры ускорительной области *L*. Крестом отмечены параметры плазмы в пузырях Ферми, полученные по результатам наблюдений телескопа Suzaku [263].

Обобщенные результаты, основанные на ограничениях, накладываемых количеством ускоренных частиц и характерным временем перегрева плазмы, показаны на Рис. 2.3, где изображена минимально необходимая для работы ускорения температура T в зависимости от плотности фоновой плазмы n. Эта зависимость T(n) была получена для разных размеров области ускорения L. Хотя параметры фоновой плазмы, полученные в работе [261], а конкретно  $n = 10^{-2}$  см<sup>-3</sup>, T = 2 кэВ, вполне соответствуют кривым, более современные результаты свидетельствуют о несколько меньшей температуре плазмы T < 0.7 кэВ (см., например, обзор [245]). Так, на Рис. 2.3 поставлена точка, соответствующая наблюдениям данной области рентгеновским телескопом Suzaku [см. 263]. Как видно, имеются

некоторые различия между экспериментальными данными и теоретической кривой. Данные по области пузырей Ферми рентгеновской обсерватории ROSAT [см. 243] не содержат серьезных отклонений от данных Suzaku.

Впрочем, стоит отметить, что плазма, из которой происходит ускорение электронов, может быть достаточно редкой (что благоприятно сказывается на ускорении частиц, см. Рис. 2.2), и ее излучение незаметно на фоне более холодного излучения плотной фоновой плазмы. Более серьезным ограничением является тот факт, что значение  $p_0$  не соответствует тем оценкам, которые были получены в предыдущей главе.

## 2.1.3 Численное моделирование радио- и гамма-излучения из пузырей Ферми при стохастическом ускорении

В данном разделе я представлю результаты численного моделирования спектра электронов, а также спектров радио- и гамма-излучения, полученные непосредственным решением уравнения (2.1) с использованием полученных в предыдущем разделе ограничений на параметры плазмы и параметры ускорения. Спектр гамма-излучения вычислялся с использованием выражения (2.4). Спектр радиоизлучения на частоте  $\nu$ , приходящий с направления I вычислялся следующим образом [детали см. в 131; 265]:

$$I_r(t,\nu,\mathbf{l}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbf{l}} d\mathbf{l} \int_E p(\nu,E) N_e(\mathbf{r},E,t) dE \,. \tag{2.10}$$

где для релятивистских электронов E=pc,  $N_e(E)=p^2F(p)(dp/dE),$ а функция  $p(\nu,E)$  дается выражением

$$p(\nu, E) = \sqrt{3} \frac{3e^3 B_{\perp}}{mc^2} \frac{\nu}{\nu_c} \int_{\nu/\nu_c}^{\infty} K_{5/3}(x) dx \,. \tag{2.11}$$

Здесь  $B_{\perp}$  — средняя компонента магнитного поля, перпендикулярного I, а

$$\nu_c = \frac{3eB_\perp}{4\pi mc} \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 \tag{2.12}$$



Используя полученные ранее значения  $\varsigma$ ,  $\alpha$  и  $\tau$  (см. предыдущий раздел) вычис-

Рис. 2.4: Вычисленный спектр радио- (слева) и гамма-излучения (справа) из пузырей Ферми. Экспериментальные данные взяты из статей [261] и [228].

лили спектры радио- и гамма-излучения, как показано на Рис. 2.4. Для этого потребовалось взять значение порогового импульса  $p_0$  равным  $p_0 = 0.34$ . Как видно, результаты численного расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Мощность, поставляемая заряженным частицам внешними источниками и необходимая для реализации ускорения, достигает стационарного значения  $\dot{W} \simeq 4.5 \times 10^{39}$  эрг с<sup>-1</sup> в момент времени  $t = 4 \times 10^6$  лет. Это значение ниже, чем величина  $10^{40}$  эрг с<sup>-1</sup>, оцененная в работе [67] для энерговыделения областей активного звездообразования в центре Галактики, и заведомо ниже величины  $10^{41}$  эрг с<sup>-1</sup>, полученной в работе [214] для процессов приливного разрушения звезд центральной черной дырой (см. условие 4 предыдущего раздела). Таким образом, можно заключить, что в рамках данной модели, радио- и гамма-излучение, а также оценки мощности внешних источников находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными и теоретическими оценками

#### 2.2 Определение роли протонов в изучении из пузырей Ферми

#### 2.2.1 Требования к адронной модели пузырей

В предыдущем разделе мы рассмотрели модель излучения из пузырей Ферми, в предположении, что гамма-излучение генерируется релятивистскими электронами. Альтернативной моделью является модель адронного происхождения гаммаизлучения, которая была предложена и разработана в серии работ [67; 118; 255; 283; 295; 301]. Основным достоинством данной модели является то, что нет необходимости ускорять протоны непосредственно в области излучения, то есть непосредственно, в пузырях Ферми, поскольку времена жизни релятивистских протонов очень велики. Так, в работе [67] был сделан вывод, что наблюдения за областями активного звездообразования в окрестности 200 пк вокруг галактического центра обеспечивают среднюю мощность в районе  $\sim 10^{40}$  эрг с<sup>-1</sup>. Авторы предположили, что эта мощность передается релятивистским протоном, которые выносятся течением плазмы из галактического центра в пузыри. Они также предположили, что протоны остаются захваченными в пузырях в течение долгого времени, превышающего время протон-протонных столкновений  $au_{pp} \sim (n_H \sigma_{pp} c)^{-1} \sim 10^{10}$ лет, где  $\sigma_{pp}$  — сечение протон-протонных столкновений, а $n_{H}\simeq 10^{-2} {\rm cm}^{-3}$  плотность плазмы в гало.

Для удержания протонов в пузыре, необходимого в рамках адронной модели, требуется либо чрезвычайно маленькое значение коэффициента диффузии, равное при 1 ГэВе  $\sim 10^{26}$  см<sup>2</sup>с<sup>-1</sup> [см. 67], что на 2 порядка ниже, чем в среднем по Галактике, или же требуется своего рода магнитные стенки, которые будут отражать частицы внутрь пузыря [см. 180].

Если принять данные предположения, то для того, чтобы обеспечить поток гамма-излучения в  $\Phi_{\gamma} \simeq 4 \times 10^{37}$  эрг с<sup>-1</sup>, общая мощность, передаваемая протонам, должна составлять  $W \simeq 2 \times 10^{38}$  эрг с<sup>-1</sup>. Эта мощность легко может быть

получена от областей активного звездообразования.

Как уже упоминалось, спектр гамма-излучения из пузырей в диапазоне  $E_{\gamma} = 1 - 100$  ГэВ может быть представлен в виде степенного закона [см. 261]

$$I_{\gamma}^{FB} \propto E_{\gamma}^{-2} \,, \tag{2.13}$$

В статье [67] были произведены оценки гамма-излучения, созданного вторичными электронами, рожденными в протон-протонных столкновениях. Значение потока в диапазоне 20-60 ГГц получилось равным  $\Phi_{\nu} \simeq 2 \times 10^{36}$  эрг с<sup>-1</sup> при индукции магнитного поля B > 10 мкГс. Данное значение хорошо соответствует экспериментальным данным из работы [116], полученным спутником WMAP, конкретно,  $\Phi_{\nu} \simeq (1-5) \times 10^{36}$  erg s<sup>-1</sup>. Эти и последующие наблюдения [см. 180; 228] пузырей в радиодиапазоне показали что спектр радиоизлучения хорошо описывается степенным законом:

$$\Phi_{\nu}^{FB} \propto \nu^{-\alpha} \,, \tag{2.14}$$

причем значение спектрального индекса излучения  $\alpha$  при десятках ГГц находится в диапазоне от 0.5 до 0.63. Если данное излучение имеет синхротронное происхождение, то соответствующий спектр релятивистских электронов должен иметь следующий вид

$$N_e \propto E_e^{-(2\alpha+1)} \,. \tag{2.15}$$

Проверим, при каких параметрах протоны могут быть ответственны за производство большей части гамма- и радиоизлучения из пузырей Ферми.

## 2.2.2 Спектр гамма-излучения и первичных электронов в рамках адронной модели

В рамках адронной модели, когда протоны заперты в пузырях и теряют энергию в основном за счет протон-протонных столкновений, их спектр  $N_p(E)$  их спектр можно описать в рамках простой стационарной модели «leaky box» [см., например, 20]:

$$n_H \sigma_{pp} c N_p(E) = Q(E) \tag{2.16}$$

где член Q(E) описывает источники протонов в центре Галактики.

Интенсивность гамма-излучения, произведенного протон-протонными столкновения может быть вычислена с помощью выражения

$$I_{pp}(E_{\gamma}) = \frac{n_H cL}{4\pi} \int \frac{d\sigma_{pp}(E, E_{\gamma})}{dE_{\gamma}} N_p(E) dE, \qquad (2.17)$$

где  $d\sigma_{pp}/dE_{\gamma}$  — дифференциальное сечение рождения гамма-квантов [см., например, 222; 233], а L — толщина излучающей области. Радио- и гамма-излучение будет оцениваться на достаточно высоких галактических широтах, где плотности газа, фоновых фотонов, а также индукция магнитного поля меняются вдоль луча зрения довольно слабо. В связи с этим, пренебрежем пространственными вариациями данных величин вдоль луча зрения, и будем использовать их усредненные значения.

Если гамма-излучение из пузырей Ферми формируется протон-протонными столкновениями релятивистских протонов с фоновой плазмой, то, как следует из уравения (2.13), спектр протонов, воспроизводящий спектр гамма-излучения, должен иметь вид [см. 67]

$$N_{p}(E) = K_{p}E^{-2}\theta \left(E_{max}^{p} - E\right) \,, \tag{2.18}$$

где  $K_p$  — некоторая константа, а  $E^p_{max}$  — максимальная энергия протонов, значение которой может быть получено из положения завала в спектра гамма-излучения. В соответствии с анализом [281] позиция завала в спектре излучения находится при ≤ 200 ГэВ, что соответствует  $E^p_{max} \simeq 3$  ТэВ [см. 21].

Спектр производимых в протон-протонных столкновениях электронов считается аналогично

$$Q(E_e) = n_H c \int \frac{d\sigma(E, E_e)}{dE_e} N_p(E) dE, \qquad (2.19)$$

где  $d\sigma/dE_e$  — дифференциальное сечение производства электрона или позитрона с определенной энергией в протон-протонном столкновении [см., например, 222; 233].

В рамках модели «leaky box» стационарный спектр вторичных электронов в пузырях Ферми будет определяться выражением

$$N_{se}(E_e) = \frac{1}{|dE/dt|} \int_{E_e}^{\infty} Q(E'_e) dE'_e$$
(2.20)

где dE/dt — темп энергетических потерь электронов. Релятивистские электроны теряют энергию в гало в основном за счет синхротронных и обратно-комптоновских потерь [см. 33], которые для электронов с достаточно большой энергией могут быть аппроксимированы как

$$\frac{dE}{dt} = -c\sigma_T \left( w_{ph} + \frac{H^2}{8\pi} \right) \left( \frac{E}{mc^2} \right)^2 = -\beta(B)E^2 \,, \tag{2.21}$$

где  $\sigma_T$  — сечение томсоновского рассеяния,  $w_{ph}$  — полная энергетическая плотность фоновых фотонов в гало Галактики, которая была взята равной 2 эВ см<sup>-3</sup>[см., например, 1], а B — индукция магнитного поля, значение которой мы определим ниже.

На достаточно больших энергиях протон-протонных столкновения энергия вторичного электрона  $E_e$ , пропорциональна энергии первичного протона,  $E_p$  как  $E_e \simeq 0.039 E_p$ . Таким образом, спектр произведенных в протон-протонных столкновениях электронов при энергиях, значительно превосходящих порог реакции, может быть описан следующим выражением [подробности см. в 21]

$$Q(E_e) \simeq \frac{n_H c \sigma_{pp}}{0.039} N_p(E_e/0.039) \,. \tag{2.22}$$

Из уравнения (2.18) получаем

$$N_{se}(E_e) \simeq E_e^{-3} \frac{K_p n_H c \sigma_{pp}}{0.039 \beta(B)} = K_{se} E_e^{-3}$$
(2.23)

Кроме радиоизлучения данные электроны будут также вносить ненулевой вклад в гамма-излучение за счет обратного комптоновского рассеяния. Интенсивность

излучения, относящегося к пузырям Ферми, приходящего из точки с галактическими координатами ( $\ell, b$ ) может быть вычислена при помощи уравнения (2.4).

#### 2.2.3 Адронная модель пузырей Ферми дополненная произвольно распределенными первичными электронами

Поскольку характерное время энергетических потерь релятивистских электронов в гало значительно короче времени потерь протонов (10<sup>10</sup> лет), из уравнений (2.18) — (2.21) следует, что спектр электронов будет стационарным и будет иметь вид

$$N_{se} \propto E_e^{-3} \,, \tag{2.24}$$

то есть будет мягче, чем того требует уравнение (2.15). Таким образом, если время жизни электронов определяется, в основном синхротронными и обратно-комптоновскими потерями, чистая адронная модель не может объяснить радиоизлучение из пузырей Ферми. Таким образом, для исправления данного недостатка необходимо добавить некоторую долю первичных электронов, чтобы скомпенсировать нехватку радиоизлучения на больших частотах.

Поскольку спектральный индекс радиоизлучения равен 0.5 (см. уравнение (2.14)), спектр первичных электронов не может быть мягче, чем  $E_e^{-2}$ . Возьмем его в следующем виде

$$N_{pe}(E_e) = K_{pe} E_e^{-2} \theta(E_{max} - E_e).$$
 (2.25)

где  $\theta(x)$  — функция Хэвисайда.

Интенсивность синхротронного излучения, приходящего из точки с галактическими координатами  $(\ell, b)$  описывается уравнением (2.10). Ниже для аппроксимаций я буду использовать следующие выражения для синхротронного излучения первичных и вторичных электронов [128, детали см. в]

$$\begin{split} I_p(\nu) &= K_{pe} 0.103 \frac{e^3}{mc^2} \left(\frac{3e}{4\pi m^3 c^5}\right)^{0.5} B^{3/2} L \nu^{-0.5} = K_{pe} I_p^0(\nu) \,, \\ I_s(\nu) &= K_{se} 0.074 \frac{e^3}{mc^2} \left(\frac{3e}{4\pi m^3 c^5}\right) B^2 L \nu^{-1} = K_{se} I_s^0(\nu) \,. \end{split}$$
(2.26)

Для оценок возьмем спектр микроволнового излучения из работы [228], в которой приводятся следующие значения интенсивности *I* 

$$4.3 \cdot 10^{-19} \le I_{23} \le 4.6 \cdot 10^{-19}$$
 эрг см<sup>-2</sup>с<sup>-1</sup>ср<sup>-1</sup> при 23 ГГц, (2.27)

$$2.4 \cdot 10^{-19} \le I_{61} \le 2.7 \cdot 10^{-19}$$
 эрг см<sup>-2</sup>с<sup>-1</sup>ср<sup>-1</sup> при 61 ГГц. (2.28)

Таким образом,

$$I_{23} = K_{se} I_s^0 (23 \ \Gamma \Gamma \mathfrak{u}) + K_{pe} I_p^0 (23 \ \Gamma \Gamma \mathfrak{u}) \,, \tag{2.29}$$

$$I_{61} = K_{se} I_s^0(61 \ \Gamma \Gamma \mathbf{u}) + K_{pe} I_p^0(61 \ \Gamma \Gamma \mathbf{u}) , \qquad (2.30)$$

из чего получаем, что

$$K_{se}(B) = \frac{I_{23}I_p^0(61) - I_{61}I_p^0(23)}{I_s^0(23)I_p^0(61) - I_s^0(61)I_p^0(23)}$$
(2.31)

$$K_{pe}(B) = \frac{I_{23}I_s^0(61) - I_{61}I_s^0(23)}{I_p^0(23)I_e^0(61) - I_p^0(61)I_e^0(23)}$$
(2.32)

Индукция магнитного поля *B* может быть вычислена с использованием результатов измерения поверхностной яркости гамма-излучения из пузырей Ферми [см. 261], которая составляет  $E_{\gamma}^2 I_{\gamma}(E_{\gamma}) \simeq 4.2 \times 10^{-7}$  ГэВ см<sup>-2</sup>с<sup>-1</sup>ср<sup>-1</sup>. Используя приближенные формулы для гамма-излучения при протон-протонных столкновениях из [21], а также приближенные формулы для обратного комптоновского рассеяния первичных и вторичных электронов из [128], получим следующее выражение для гамма-изучения (вклад вторичных электронов здесь опущен, поскольку составляет небольшую долю от вклада протонов):

$$E_{\gamma}^{2}I_{\gamma}(E_{\gamma}) \simeq \frac{cL}{4\pi} \left( K_{p}(B)0.075n_{H}\sigma_{pp} + K_{pe}(B)\sigma_{T}n_{ph}\frac{(4/3\varepsilon_{ph}E_{\gamma})^{0.5}}{mc^{2}} \right)$$
(2.33)

Возьмем для примера интенсивность гамма-излучения на энергии  $E_{\gamma} = 1 \text{ GeV}$ и будем считать, что оно производится за счет рассеяния первичных электронов на реликтовом излучении (соответствующие параметры:  $\varepsilon_{ph} \simeq 6.6 \times 10^{-4} \text{ eV}, n_{ph} \simeq$  $400 \text{ cm}^{-3}$ ). Тогда в самом лучшем для протонов случае (для наиболее мягкого, насколько это позволяют экспериментальные точки, спектра) из уравнения (2.33) мы получим, что индукция магнитного поля должна составлять  $B \sim 1.2 \times 10^{-5} \text{ Гс}.$ При этом, верхний предел на вклад протонов в гамма-изучение будет всего 36%, тогда как остальные 64% будут произведены за счет обратного комптоновского рассеяния первичных электронов.

Данные оценки получены с использованием уравнения (2.33), в котором я пользовался простейшими оценками гамма-излучения протонов и электронов со степенными спектрами. Более того, сечения данных процессов полагались константами. Более аккуратные результаты, пригодные для произвольных спектров частиц, могут быть получены численно с использованием сечений из [33] и [222]. Для удобства введем обозначение доли гамма-излучения, произведенной протонами  $\chi_{pp}$ . Пользуясь неравенствами (2.27) и (2.28) мы можем посчитать верхний предел этой величины,  $\bar{\chi}_{pp}$ , для заданного значения магнитного поля B и максимальной энергии первичных электронов  $E_{max}$ . При этом любые значения  $\chi_{pp} < \bar{\chi}_{pp}$  также допускаются указанными неравенствами. Результаты вычислений максимального вклада первичных протонов в гамма-излучение представлены на Рис. 2.5. Сплошные линии демонстрируют верхний предел доли протоноротонных столкновений в полном гамма-излучении из пузырей Ферми,  $\bar{\chi}_{pp}$ , в зависимости от индукции магнитного поля B и максимальной энергии за пользованием симальной энергии за раминых протонов в столи предел доли протононы на Рис. 2.5. Сплошные линии демонстрируют верхний предел доли протонононных столкновений в полном гамма-излучении из пузырей Ферми,  $\bar{\chi}_{pp}$ , в зависимости от индукции магнитного поля B и максимальной энергии электронов  $E_{max}$ .

Также на данном рисунке изображено отклонение индекса радиоизлучения от нормы  $\Delta \alpha = \alpha - \bar{\alpha}$ , где  $\alpha$  — индекс радиоизлучения, полученного в рамках модели для заданных значений *B* и  $E_{max}$ , а  $\bar{\alpha} = 0.56$  в соответствии с данными обсерватории Planck из [228]. Допустимые значения  $\alpha$  в диапазоне частот от 23 до 61 ГГц, как следует из неравенств (2.27)-(2.28), находятся в диапазоне между 0.48 и 0.67. Как видно из рисунка, чем больше значение  $\alpha$ , тем больше будет значение  $\chi_{pp}$ .



Рис. 2.5: Уровни  $\chi_{pp} = const$  (сплошные линии), а также уровни отклонения спектрального индекса  $\alpha$  от экспериментального значения  $\bar{\alpha} = 0.56$ ,  $\Delta \alpha = \alpha - \bar{\alpha} = const$  (пунктирные линии). Экспериментальное значение  $\bar{\alpha} = 0.56$  взято из данных обсерватории Planck, из работы [228]. Заштрихованная область показывает допустимую область параметров для чисто лептонной модели.

Максимальный вклад протонов в гамма-излучение (для  $\alpha = 0.67$ ) составляет 78%, при условии, что индукция магнитного поля  $B \simeq 5 \times 10^{-6}$  Гс, что в два раза больше, чем следует из уравнения (2.33). Причина данного расхождения заключается в упрощениях, которые применялись для получения аналитических оценок.

Жирные сплошные линии указывают области допустимых параметров, при которых адронные модели воспроизводят микроволновое и гамма-излучение из пузырей Ферми. Как видно, при фиксированном значении  $E_{max}$  область значений B ограничена. Вне данной области уравнения (2.27)-(2.28) не могут быть одновременно удовлетворены. Заштрихованная область демонстрирует область допустимых параметров для чисто лептонной модели, когда спектр микроволнового излучения близок к  $\nu^{-0.5}$ . Чисто лептонная модель соответствует условию  $\chi_{pp} = 0$ . В пределах, заданных уравнениями (2.27) и (2.28), условие  $\chi_{pp} = 0$  может быть выполнено для некоторого диапазона значений B и  $E_{max}$ , который и показан на рисунке заштрихованной областью.

Отмечу, что в данном исследовании использовались несколько более высокие допустимые отклонения от  $\bar{\alpha}$  по сравнению, с теми, что были получены в [228], конкретно,  $\bar{\alpha} = 0.56 \pm 0.05$ , и это несколько увеличило максимально допустимое значение  $\chi_{pp}$ .

Значение индукции магнитного поля в пузырях Ферми известно плохо. Так в [283] оно было оценено в рамках модели GALPROP, что дало значение 1.3 мкГс на высоте в 5 кпк над галактической плоскостью. Оценки магнитного поля вне пузырей Ферми, выполненные в [180] и [124] разнятся от 6 по 15 мкГс.

Спектры радио- и гамма-излучения для магнитного поля  $B \sim 5$  мкГс показаны на Рис. 2.6. Видно, что рамках наилучшего для адронных моделей сценария (когда индукция магнитного поля около 5 мкГс) вклад протонов в общее гаммаизлучение (распад нейтральных пионов от протон-протонных столкновений, плюс обратное комптоновское излучение вторичных электронов) составляет 80%, тогда как оставшиеся 20% генерируются первичными электронами. Поверхностная яркость излучения от распада нейтральных пионов составляет  $3.2 \times 10^{-9}$  эрг с<sup>-1</sup>см<sup>-2</sup>ср<sup>-1</sup>, от вторичных электронов  $2.5 \times 10^{-10}$  эрг с<sup>-1</sup>см<sup>-2</sup>ср<sup>-1</sup>, а необходимая добавка от первичных электронов  $1.1 \times 10^{-9}$  эрг с<sup>-1</sup>см<sup>-2</sup>ср<sup>-1</sup>. Таким образом, приходим к выводу, что построить чисто адронную модель нетеплового излучения (в гамма- и радиодиапазоне) пузырей Ферми крайне проблематично.



Рис. 2.6: Спектра радио- (слева) и гамма-излучения (справа) из пузырей Ферми для магнитного поля B = 5 мкГс. Тонкая сплошная линия — вклад первичных электронов, штрих-пунктирная линия — вклад вторичных электронов, штриховая линия (справа) — вклад распада нейтральных пионов в гамма-излучение. Суммарный спектр показан на обоих рисунках жирной сплошной линией. Экспериментальные данные взяты для левого рисунка из [228], для правого рисунка — из [146] для следующего диапазона широт:  $20^{\circ} - 30^{\circ}$  (серые линии) и  $30^{\circ} - 40^{\circ}$  (черные линии с ромбами).

#### 2.2.4 Влияние адиабатических потерь на адронную модель пузырей Ферми

Как было выяснено в предыдущем разделе, чисто адронная модель пузырей Ферми не может одновременно объяснить радио- и гамма-излучение, поскольку электроны теряют энергию в нужном энергетическом диапазоне в основном за счет синхротронных потерь и обратного комптоновского рассеяния. В результате спектр радиоизлучения оказывается слишком мягким, и для соответствия экспериментальным данным приходится вводить дополнительную компоненту первичных электронов.

Однако, как было показано в [214] ситуация может измениться, если в пузырях Ферми действуют достаточно интенсивные адиабатические потери. Если имеется отток плазмы из галактического центра со скоростью **u**, темп адиабатических потерь оценивается как  $dE/dt = -E\nabla \cdot \mathbf{u}/3$ .

В пользу существования оттока вещества из центра Галактики приводится мно-

жество аргументов [см. 67; 124]. Численные и аналитические оценки, выполненные в работах [37; 38] показывают, что скорость оттока вещества линейно меняется с высотой над плоскостью Галактики z. Таким образом, мы можем аппроксимировать скорость оттока вещества как  $u(z) = 3\lambda z$ , и суммарные энергетически потери, включающие синхротронные, обратно-комптоновские и адиабатические, можно записать в виде  $dE/dt = -(\lambda E + \beta E^2)$ . Из уравнения (2.20) получаем, что

$$N_{se} = \frac{Q}{\lambda(\varsigma+1)} \frac{E^{-\varsigma}}{(1+\beta E/\lambda)}, \qquad (2.34)$$

где источник частиц описывается уравнением (2.16). Видно, что при энергиях  $E < \lambda/\beta$  спектр вторичных электронов становится более плоским, что и требуется для описания радиоизлучения. Дополнительная компонента первичных электронов в таком случае не требуется.

Однако если градиент скорости истечения достаточно мал, то спектр электронов окажется недостаточно жестким, и для воспроизведения спектра радиоизлучения все равно придется вводить первичную компоненту. Очевидно, что с возрастанием градиента скорости истечения  $\lambda$ , вклад вторичных электронов в радиоизлучения будет увеличиваться, как и показано на Рис. 2.7 слева. Величина  $\chi_R$  на данном рисунке демонстрирует долю радиоизлучения, сгенерированного вторичными электронами. Оставшаяся доля,  $(1 - \chi_R)$ , генерируется первичными электронами.

Доля гамма-излучения, произведенного в результате протон-протонных столкновений, в рамках модели с оттоком вещества показана на Рис. 2.7 справа. Видно, что чисто адронная модель неплохо описывает как гамма-, так и радиоизлучение при достаточно больших  $\lambda$ , и в пределе  $\lambda \gg 10^{-10}$  s<sup>-1</sup> не требуется вводить дополнительную компоненту первичных электронов.

Недостатком данной модели является тот факт, что адиабатические потери при высоких значениях *λ* существенно снижают количество релятивистских частц (как протонов, так и электронов, см. уравнение (2.34)). Таким образом, при больших



Рис. 2.7: Слева:. Доля радиоизлучения в диапазоне от 23 до 61 ГГц, сгенерированная вторичными электронами, в зависимости от градиента скорости истечения из центра Галактики λ. Значение полного потока в микроволновом диапазоне взято из [228]. Справа: Доля гамма-излучения, сгенерированная протонами в зависимости от градиента скорости истечения из центра Галактики λ.

значениях  $\lambda$  для воспроизведения наблюдаемого радиоизлучения приходится использовать более высокие значения индукции магнитного поля. Кроме того, для воспроизведения гамма-излучения требуется большая мощность источников релятивистских протонов, поскольку протоны будут терять значительную долю своей энергии не в протон-протонных столкновениях, а за счет адиабатического расширения. Данные эффекты показаны на Рис. 2.8 справа и слева.



Рис. 2.8: Слева: Требуемая для воспроизведения наблюдаемого радиоизлучения индукция магнитного поля как функция λ. Справа: Требуемая для воспроизведения наблюдаемого гаммаизлучения мощность источников протонов как функция λ.

Из данных рисунков ясно, что чисто адронная модель с истечением газа из галактического центра требует нереалистично больших значений индукции магнитного поля и мощности внешних источников для воспроизведения экспериментальных данных. Данный факт является серьезным недостатком данной модели.

## 2.3 Стохастическое доускорение электронов космических лучей в пузырях Ферми

#### 2.3.1 Электронная компонента космических лучей

В предыдущем разделе было показано, что чисто адронные модели не в состоянии обеспечить 100% долю радио- и гамма-излучения из пузырей Ферми. Требуется ввести дополнительную компоненту электронов, которая будет обеспечивать минимум 20% гамма-излучения. Один из способов обеспечить генерацию первичных электронов был рассмотрен выше — стохастическое ускорение электронов из фоновой плазмы. Однако в качестве поставщика низкоэнергичных электронов может выступать не только фоновая плазма, но и космические лучи.

Известно, что электроны космических лучей ускоряются в остатках сверхновых, которые распространены в диске Галактики. Эти электроны заполняют довольно протяженную область (до нескольких кпк над диском Галактики) в галактическом гало и могут быть обнаружены по наблюдениям в радио и гаммадиапазоне [см., например 20; 258]. Однако из-за синхротронных потерь и потерь вследствие обратного комптоновского рассеяния, только электроны с относительно малой энергией могут достигнуть областей, расположенных высоко над диском Галактики, тогда как высокоэнергичные электроны потеряют значительную долю энегии по мере распространения. Энергетические потери описываются формулой  $dE/dt = -\mu E^2$ , где параметр  $\mu$  зависит от плотности фоновых фотонов и индукции магнитного поля [детали см. в 20]. Для параметров распространения космических лучей, представленных, например, в [110], характерная длина пробега электронов с энергией в  $E = 10^{12}$  эВ меньше 1 кпк. Таким образом, чтобы обеспечить наблюдаемое гамма-излучение из пузырей Ферми, необходимо доускорить электроны в пузырях. Достоинство такой модели в сравнении с моделью ускорения из фоновой плазмы с температурой  $\sim 2$  кэВ в том, что начальная энергия ускоряемых электронов уже достаточно велика,  $\sim 1$  GeV, и механизму доускорения требуется ее увеличить всего на 3 порядка, что значительно меньше, чем требуется для фоновой плазмы.

Как уже говорилось ранее, заряженные частицы могут ускоряться за счет взаимодействия с МГД турбулентностью [195] или со сверхзвуковой турбулентностью [271]. Эти процессы описываются диффузией в пространстве импульсов [см. 20; 46; 48; 314]. Аналогично, будем считать, что источником энергии для ускорения частиц являются приливные разрушения звезд центральной черной дырой. При этом в рамках одного захвата может выделяться около  $W = 10^{53} - 10^{54}$  эрг [see 54; 55; 214]. Отметим, что гораздо большая энергия,  $W \sim 10^{56}$  эрг, может выделиться, если черная дыра захватит более массивный объект, например, молекулярное облако [см. 272; 309]. В работе [290] были найдены указания на то, что объект с массой  $10^5 M_{\odot}$  был захвачен примерно  $\sim 10^{6.5}$  лет назад. К схожим выводам пришли в работе [232] при анализе данных в УФ диапазоне. Авторы обнаружили сильное течение газа из галактического центра со скоростью около  $\geq 900$  км с<sup>-1</sup>, которое может быть связано с активностью на центральной черной дыре, произошедшей  $\sim 2.5 - 4$  млн. лет назад. Это время сопоставимо с возрастом пузырей Ферми.

Ниже я проведу анализ доускорения электронов гало. Сначала воспользуемся диффузионной моделью, чтобы вычислить спектр электронов, достигающих высот в несколько кпк, а также чтобы получить спектр доускоренных до 10<sup>12</sup> эВ электронов. Далее вычислим спектры радио- и гамма-излучения и сравним из с наблюдениями. Затем выясним, как на полученные результаты влияет истечение газа из галактического центра и связанные с ним адиабатические потери.

## 2.3.2 Спектр доускоренных электронов в пузырях Ферми в рамках диффузионной модели

Для вычисления спектра доускоренных электронов в пузырях Ферми приходится использовать кинетическое уравнение, включающее пространственные члены. Делать это приходится потому, что источники электронов находятся в диске Галактики, тогда как ускорение происходит в гало на достаточно большом расстоянии от диска. Кинетическое уравнения для функции распределения электронов, F(r, z, p), в этом случае имеет вид

$$\begin{split} & -\nabla \cdot \left[ D(r,z,p) \nabla F - u(r,z) F \right] + \\ & \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 \left[ \left( \frac{dp}{dt} - \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}}{3} p \right) F - \kappa(r,z,p) \frac{\partial F}{\partial p} \right] = Q(p,r) \delta(z) \,, \end{split} \tag{2.35}$$

здесь r — галактоцентрический радиус, z — высота над плоскостью Галактики, p = E/c — импульс электронов, u — скорость галактического ветра, D и  $\kappa$  коэффициенты пространственной и импульсной диффузии соответственно, член  $c(dp/dt) = dE/dt = -\mu E^2$  описывает энергетические потери электронов, а Qописывает распределение источников электронов в галактическом диске (z = 0) и спектр испускаемых ими частиц. Все параметры изложены в разделе 2.3.5.

Чтобы понять, где происходит ускорение частиц, в оригинальной работе [А6] использовалось гидродинамическое численное моделирование процессов энерговыделения в галактическом центре и распространения возмущения в гало с экспоненциальной атмосферой. Было показано, что развитие релей-тейлоровской неустойчивости на ударной волне в экспоненциальной атмосфере повторяет аналитические оценки, полученные в работе [22]: неустойчивость (а значит, и турбулентность) развивается преимущественно в верхней части пузырей Ферми (см., также работу [249]). Аналогичная картина неустойчивости наблюдается и в ударных волнах в остатках сверхновых [см., например, 294]. Численное моделирование остатков сверхновых, выполненное в работе [299], показало, что стохастическое ускорение замагниченной турбулентностью вблизи ударной волны может доминировать над ускорением самой ударной волной, поскольку большая часть энергии магнитного поля генерируется именно за счет неустойчивости Релея-Тейлора. В этом случае общая энергетическая плотность ускоренных электронов сравнивается с энергетической плотностью магнитных флуктуаций. Не исключено, что схожий механизм может иметь место и в окрестности ударной волны в пузырях Ферми, как это было предположено в работе [195].

Чтобы отразить данные эффекты в модели, я взял распределение зон ускорения электронов в гало, то есть областей, где  $\kappa \neq 0$ , так, как показано на Рис. 2.9 темносерой заштрихованной областью. Для вычисления распространения электронов параметры были взяты из модели GALPROP [110] (детали см. в разделе 2.3.5). При этом импульсная диффузия была взята в виде

$$\kappa(p) = \alpha p^2 \,. \tag{2.36}$$

Параметр ускорения  $\alpha$  может быть оценен из энергетической плотности магнитных флуктуаций, однако в рамках данного исследования он рассматривается как свободный параметр. Его значение будет определено, исходя из соответствия полученных спектров излучения экспериментальным данным.

В рамках простейшей диффузионной модели распространения космических лучей, когда конвективный перенос не играет роли (u = 0), число электронов, достигающих области ускорения, может быть оценено как

$$-\nabla \cdot D(r,z,p)\nabla F + \frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}p^2 \left[\frac{dp}{dt}F - \kappa(r,z,p)\frac{\partial F}{\partial p}\right] = Q(p,r)\delta(z).$$
(2.37)

Граничные условия на границе зон доускорения не определены. Так, возможна ситуация, когда частицы могут свободно проникать внутрь областей ускорения,



Рис. 2.9: Схематичное изображение гало Галактики (светло-серая область) и области доускорения (темно-серая область). В рамках данной модели я взял h = 8 кпк,  $r_b = 3$  кпк,  $z_b = 5$  кпк и  $z_0 = 3$  кпк. Толщина области доускорения,  $\Delta r_b$ , оценивается по результатам численного моделирования излучения.

как это предполагается для случая границы галактического гало [см., например, 20]. С другой стороны, в работе [272] было сделано предположение, что диффузия частиц через поверхность пузырей Ферми затруднена, или же, на границе пузырей могут существовать «магнитные стенки», как это было предположено в работе [180]. Оба данных эффекта приведут к тому, что проникновение электронов в зоны ускорения будет затруднено. В таком случае внутренняя область пузырей Ферми может быть свободно от электронов космических лучей, и будет реализовываться сценарий ускорения из фоновой плазмы, рассмотренный ранее. Но поскольку нас интересует доускорение космических лучей, предположим, что как плотность частиц, так и их поток остаются непрерывными на границе пузырей, то есть никаких искусственных «стенок» не существует.

## 2.3.3 Радио- и гамма-излучения доускоренных электронов из пузырей Ферми

Для того, чтобы вычислить излучение, относящееся к пузырям, или, что эквивалентно, функцию распределения  $F_b$ , относящуюся только к пузырям, восполь-

зуемся уравнением (2.37). Для этого, вычислим полную функцию распределения электронов, F(r, z, p), со включенным ускорительным членом ( $\kappa \neq 0$ ). Данная функция распределения включает как распределение частиц в пузырях, так и фоновое распределение, относящееся к Галактике. Чтобы отбросить фон, вычислим галактическую функцию распределения,  $F_0(r, z, p)$ , пользуясь тем же уравнением, но с выключенным ускорительным членом ( $\kappa = 0$ ). В таком случае, все, что относится к пузырям, получается простым вычитанием из полной функции распределения галактической:  $F_b = F - F_0$ . В каком-то смысле данная процедура аналогична экспериментальной процедуре вычленения излучения пузырей из полного излучения Галактики и межгалактической среды [см. 261; 301].

Гамма-излучение, пузырей Ферми, приходящее из точки с галактическими координатами  $(\ell, b)$  вычисляется по формуле (2.4). Отмечу, что ускоренные электроны заполняют не только область ускорения, но и могут убежать в гало на некоторое расстояние от данной области. Таким образом, характерный размер области излучения составляет  $l = \Delta r + \sqrt{D\tau}$  где  $\tau$  — характерное время жизни электронов, производящих данное излучение.

Вычисления показали, что нужный поток в гамма-излучении может быть получен при следующих параметрах модели: спектральный индекс доускоренных электронов должен быть равен  $\delta = 4.8$ , соответствующая толщина области ускорения равна  $\Delta r_b = 3$  пк, а время ускорения составляет  $\alpha = 2 \times 10^{-13}$  с<sup>-1</sup>.

Вычисленный спектр гамма-излучения в сравнении с экспериментальными данными из [281] показан в верхней и средней строке левого столбца Рис. 2.10. Легко видеть, что экспериментальные данные воспроизводятся достаточно плохо.

Еще большие проблемы данная модель испытывает при попытке описать микроволновое излучение. Вычисленный спектр показан на Рис. 2.10 в нижней строке левого столбца. Легко видеть, что для параметров, полученных на основе экспериментальных данных по гамма-излучению, модель выдает радиоизлучение со



Рис. 2.10: Спектр микроволнового и гамма-излучения из пузырей Ферми, полученная в рамках чисто диффузионной модели (левый столбец) и для случая модели с конвективным переносом (правый столбец). Верхняя и средняя строка показывают спектр гамма-излучения в диапазонах галактических широт  $20^{\circ} - 40^{\circ}$  и  $40^{\circ} - 60^{\circ}$ , соответственно. Нижняя строка демонстрирует микроволновое излучение из пузырей. Экспериментальные данные по гамма-излучению взяты из [281], по микроволновому излучению — из [228].

спектром мягче, чем  $\nu^{-0.51}$ , который следует из наблюдений обсерватории Planck [228].

Однако данные проблемы могут быть разрешены, если принять во внимание потенциальное наличие конвективного переноса в гало Галактики. Рассмотрим модель, учитывающую это явление.

## 2.3.4 Влияние конвективного переноса в гало на стохастическое доускорение

Эффект конвективного переноса в гало (так называемый галактический ветер) может играть существенную роль в распространении заряженных частиц в Галактике — это было показано как в рамках теоретических моделей, таких как, например [37; 38], так и путем интерпретации экспериментальных данных [см. 121].

Анализ радиоизлучения из центральных областей Галактики, выполненный в работах [124; 295] свидетельствует о наличии довольно сильного ветра. Авторы оценили скорость течения как 1100 км с<sup>-1</sup>. Последующие трехмерные гидродинамические симуляции, выполненные в [108], показали, что активность центральной черной дыры, Sgr A\*, в прошлом могла привести к формированию довольно сильного течения в пузырях Ферми. Данный ветер коллимирован за счет наличия центральной молекулярной зоны в центре Галактики, выполняющей роль сопла, и направлен перпендикулярно галактическому диску. Таким образом, естественно ожидать, что вклад галактического ветра в галактические процессы может быть довольно существенным.

Если скорость течения меняется с пространственными координатами, то заряженные частицы будут терять (или приобретать — в зависимости от эволюции течения) энергию из-за адиабатических потерь. Как показали численные расчеты, выполненные в [38], скорость галактического ветра растет практически линейно с увеличением дистанции от галактической плоскости z. В работе [121] был вычислен градиент скорости галактического ветра на основе данных по химическому составу космических лучей. Если выражение для скорости истечения имеет вид  $u(z) = 3\zeta_0 z$ , то авторы оценили значение градиента  $\zeta_0$  как  $\zeta_0 \simeq 10^{-15}$  s<sup>-1</sup>.

Для демонстрации эффекта конвективного переноса решим уравнение (2.35) со включенными конвективным и ускорительными членами. В соответствии с [295] предположим, что ветер присутствует только в центральной области Галактики, то есть, только в области, занятой пузырями. Соответственно, для скорости конвективного переноса возьмем следующее простое выражение

$$u_z = 3\zeta_0 z\theta(r_0 - r) \tag{2.38}$$

где $\theta(r)$  — функция Хэвисайда, <br/>а $r_0=3$ кпк.

Так же как и в предыдущем разделе, оценим спектр электронов, рожденных сверхновыми, без учета эффектов доускорения. Именно этот спектр будет трансформироваться процессами доускорения. Адиабатические потери сдвигают весь спектр в область низких энергий, что позволяет сделать спектр доускоренных частиц более жестким.

Поскольку я полагаю, что излучение из пузырей Ферми имеет, чисто лептонную природу, иными словами, что микроволновое излучение сформировано синхротронными потерями, а гамма-излучение — обратным комптоновским рассеянием, то индукция магнитного поля в пузырях можно оценить используя довольно простые выражения, приведенные, например, в [128]. Для релятивистских электронов со степенным спектром,  $N(E) = K_e E^{-\gamma_e}$ , индукция магнитного поля равна

$$B \simeq \frac{1}{E_{\gamma}} \left[ \frac{I_r}{I_{\gamma}} \cdot \frac{cw_{ph}\sigma_T}{2a(\gamma_e)} \cdot \frac{mc^2}{e^3} \cdot \left(4/3\varepsilon\right)^{(\gamma_e - 3)/2} \left(\frac{4\pi mc\nu}{3e}\right)^{(\gamma_e - 1)/2} \right]^{\frac{2}{\gamma + 1}}$$
(2.39)

причем она на зависит ни от спектрально параметра  $K_e$ , ни от размеров излучающей области, что естественно, поскольку данная область общая для радио- и

гамма-излучения. Здесь  $a(\gamma_e)\simeq 0.1,\,\sigma_T$  — сечение томсоновского рассеяния,  $I_r$  и  $I_\gamma$  — интенсивности радио- и гамма-излучения,  $\varepsilon$  и  $w_{ph}$  — энергия и энергетическая плотность фоновых фотонов в пузырях Ферми.

Для пузырей Ферми поверхностная яркость радиоизлучения составляет  $I_r = 0.52 \text{ кЛн ср}^{-1}$  на частоте  $\nu = 23 \text{ ГГц}$ , а поверхностная яркость гамма-излучения равна  $I_{\gamma} = 4 \times 10^{-9}$  фот см<sup>-2</sup> с<sup>-1</sup> ГэВ<sup>-1</sup> ср<sup>-1</sup> на энергии  $E_{\gamma} = 10$  ГэВ. Гамма-излучение производится комптоновским рассеянием оптических и ИК фотонов [см. 214], энергетическая плотность которых в гало составляет  $w \simeq 0.2$  эВ см<sup>-3</sup>, поэтому, полагая спектральный индекс электронов равным  $\gamma = 2$ , можно оценить индукцию магнитного поля как

$$B \simeq 5 \,\mathrm{mk}\Gamma\mathrm{c}$$
 (2.40)

Это значение одного порядка с более точным значением, которое мы получим ниже по результатам численных вычислений.

Процедура вычисления спектра частиц, относящегося к пузырям Ферми,  $F_b$ , аналогична той, что была проделана в разделе 2.3.2. Вычисленные спектра радиои гамма-излучения для разных галактических широт показаны на Рис. 2.10 в правом столбце. Наилучшее согласие с экспериментальными данными достигается при  $v_0 = 10^{-15} \text{ c}^{-1}$ . Индукция магнитного поля при этом B = 3 мкГс. Требуемые параметры ускорения таковы: толщина области ускорения  $\Delta r_b = 60 \text{ пк}$ , характерное время ускорения  $\alpha = 2 \times 10^{-14} \text{ c}^{-1}$ .

Полная мощность,  $\dot{W}$  поставляемая внешними источниками (стохастическим ускорением), которая требуется, чтобы произвести высокоэнергичные электроны в пузырях Ферми, оценивается как [см., например, 56]

$$\dot{W} = -\int_{0}^{\infty} \mathcal{E} \frac{\partial}{\partial p} \left( p^{2} \kappa(p) \frac{\partial F}{\partial p} \right) dp , \qquad (2.41)$$

здесь p и  $\mathcal{E}$  — импульс и кинетическая энергия электрона, F(p) — функция рас-

пределения электронов, а <br/>  $\kappa$  — коэффициент диффузии в импульсном пространстве.

Можно оценить величину  $\dot{W}$ , привязавшись к наблюдаемым потокам радиои гамма-излучения. Примем во внимание все возможные потери, испытываемые электронами, а также их убегание из Галактики. В результате получим следующую величину  $\dot{W} \sim 2 \times 10^{38}$  эрг с<sup>-1</sup>. Как видно, эта величина более чем на порядок ниже той, что получена в разделе 2.1, и это ожидаемо, поскольку при доускорении нет необходимости ускорять электроны от малых тепловых энергий.

Впрочем, стоит отметить, что данное значение на самом деле является нижним пределом  $\dot{W}$ , поскольку часть мощности, поставляемой стохастическим ускорением, будет расходоваться на ускорение протонов, а также на разогрев плазмы в гало. Однако, как показано в [214] процессы аккреции на центральную черную дыру при приливном разрушении звезд могут обеспечить около  $10^{41} - 10^{42}$  эрг с<sup>-1</sup>. Таким образом, в рамках модели с приливным разрушением звезд мы имеем более чем достаточно энергии для реализации модели с доускорением электронов.

Стоит также проверить, может ли модель объяснить резкие края пузырей Ферми, являющиеся одной из их характерных особенностей. На Рис. 2.11 приведено распределение гамма-излучения вдоль галактической долготы. Поскольку геометрия текущей модели, показанная на Рис. 2.9, довольно схематична, сложно ожидать полного согласия между моделью и экспериментальными данными. Тем не менее, в рамках данной модели эффект резких границ воспроизводится, и при этом не требуется ни одномерная диффузия, ни магнитные стенки на границах пузырей, которые использовались в работах [180; 272].

Как было отмечено выше, достоинство модели доускорения электронов космических лучей в сравнении с моделью ускорения из фоновой плазмы заключается в том, что при доускорении требуется увеличить значение энергии ускоряемых



Рис. 2.11: Распределение излучения пузырей Ферми вдоль галактической долготы на широтах 40° ≤ b ≤ 50°. Экспериментальные данные взяты из [281].

частиц на значительно меньшую величину. В случае доускорения мы увеличиваем энергию электронов примерно на 3 порядка, тогда как для фоновой плазмы мы будем ускорять частицы от 2 кэВ до 1 ТэВа, то есть почти на 9 порядков. Это обстоятельство существенно снижает требования к турбулентности.

Интересным совпадением является тот факт, что если взять характерный размер ячейки релей-тейлоровской неустойчивость из статьи [249] как основной масштаб турбулентности, а скорость роста ячейки как скорость вихря на основном масштабе, то формально построенный колмогоровский спектр такой турбулентности почти точно будет соответствовать темпу ускорения  $\alpha$ , взятому в данном разделе. Однако стоит отметить, что в таком случае темп перекачки энергии по каскаду будет существенно меньше, чем приведенный в данном разделе  $\dot{W} \sim 2 \times 10^{38}$  эрг с<sup>-1</sup>. Таким образом, для аккуратного решения задачи необходимо учитывать неколмогоровость спектра турбулентности из-за затухания волн на частицах.

## 2.3.5 Параметры кинетического уравнения для модели доускорения электронов в пузырях Ферми

В заключение, приведу параметры уравнений, которые использовались для описания доускорения электронов. Функция распределения электронов, F(r, z, p), получается путем решения следующего кинетического уравнения (см. также уравнение (2.35))

$$\begin{aligned} &-\nabla \cdot \left[D(r,z,p)\nabla F - u(r,z)F\right] + \\ &\frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}p^2\left[\left(\frac{dp}{dt} - \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}}{3}p\right)F - \kappa(r,z,p)\frac{\partial F}{\partial p}\right] = Q(p,r)\delta(z) \,. \end{aligned} \tag{2.42}$$

Соотношение между энергетическими и импульсными потерями имеет вид

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{\beta} \frac{dE}{dt} \,, \tag{2.43}$$

где  $\beta = v/c$  — безразмерная скорость электрона. Темп энергетических потерь электронов имеет вид [см., например, 128]:

$$\frac{dE}{dt} = \left(\frac{dE}{dt}\right)_{cn} + \left(\frac{dE}{dt}\right)_{ci} + \left(\frac{dE}{dt}\right)_{br} + \left(\frac{dE}{dt}\right)_{sc}, \qquad (2.44)$$

где соответственно, темп кулоновских потерь в нейтральной и полностью ионизованной плазме

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{cn} = 7.62 \times 10^{-18} \,\Gamma \mathrm{sB} \,\mathrm{c}^{-1} \,\times n_H \beta^{-1} \left[\log(\gamma - 1)(\gamma^2 - 1) + 20.5\right] \,, \quad (2.45)$$
$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{ci} = 7.62 \times 10^{-18} \,\Gamma \mathrm{sB} \,\mathrm{c}^{-1} \,\times n_{HII} \beta^{-1} \left[\log(\gamma / n_{HII}) + 73.6\right] \qquad (2.46)$$

Здесь  $\gamma = E/(mc^2) = 1/\sqrt{1-\beta^2}$  — лоренц-фактор, а  $n_H$  и  $n_{HII}$  - плотности нейтрального и полностью ионизованного водорода в Галактики.

Тормозные потери в межзвездной среде имеют вид

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{br} = 5.1 \times 10^{-19} \,\Gamma \mathfrak{B} \,\mathfrak{c}^{-1} \,\times (n_H + n_{HII})\gamma\,, \qquad (2.47)$$

а синхротронные потери и потери на обратное комптоновское излучение (в томсоновском пределе) выражаются как

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{sc} = 1.6 \times 10^{-11} \,\Gamma \mathfrak{B} \,\mathfrak{c}^{-1} \,\times \left(\frac{B^2}{8\pi} + w_{sf}\right) \gamma^2 \beta^2 \,. \tag{2.48}$$

Сечение Кляйна-Нишина для обратного комптоновского рассеяния на случай больших энергий электронов может быть найдено в [33].

Параметры межзвездной среды и параметры распространения частиц в ней мы взяли из модели GALPROP [110].

Распределение магнитного поля в Галактике взято в виде

$$B = 6 \text{ мк} \Gamma \mathbf{c} \times \exp\left[-\frac{z}{5 \text{ кпк}} - \frac{r}{20 \text{ кпк}}\right], \qquad (2.49)$$

в то время как распределение нейтрального  $n_H$  и ионизованного газа  $n_{HII}$ , а также распределение фоновых фотонов  $w_{sf}$  взято в табличном виде из кода GALPROP [110].

Распределение сверхновых в галактическом диске имеет вид

$$Q(p,r) = Q(p) \times \left(\frac{r}{8 \text{ кпк}}\right)^{1.2} \exp\left(-3.22\frac{r}{8 \text{ кпк}}\right) .$$
(2.50)

Как следует из данных радио- и гамма-излучения, электроны и протоны испытывают излом в спектре ниже энергии 1 ГэВ [см., например, 76; 203; 258]. Соответственно, спектр рождения электронов брался в следующем виде [110]

$$Q(p) \propto \begin{cases} p^{-3.6}, & \text{если } pc \le 2.2 \ \Gamma \text{эB} \\ p^{-4.4}, & \text{если } 2.2 \ \Gamma \text{эB} < pc \le 2.1 \ \text{ТэB} \\ p^{-6}, & \text{если } pc > 2.1 \ \text{ТэB} \end{cases}$$
(2.51)

Коэффициент диффузии в галактическом гало мы взяли зависящим только от импульса частиц:

$$D(p) = D_0 \times \beta \left(\frac{pc}{4 \,\Gamma \mathfrak{s} \mathbf{B}}\right)^{0.33}, \qquad (2.52)$$

где  $D_0 = 9 \times 10^{28} \text{ см}^2 \text{ c}^{-1}$ , как это получено в [110] для гало размером 8 кпк.

Параметры распространения и ускорения в пузырях Ферми вычислялись, исходя из экспериментальных данных по радио- и гамма-излучению. Импульсная диффузия бралась в виде

$$\kappa_b(p) = \frac{\alpha_b}{\beta} p^2 \,, \tag{2.53}$$

где темп ускорения  $\alpha_b$  определялся по результатам вычислений, а коэффициент пространственной диффузии имел вид

$$D_b(p) = \frac{4v^2 p^2}{6\kappa_b(p)},$$
(2.54)

где v — скорость распространения турбулентных возмущений, ответственных за стохастическое ускорение. В статье [110] ускорение реализовывалось за счет взаимодействия с МГД волнами, и следовательно эта скорость равна альвеновской  $v = v_A = B/\sqrt{4\pi\rho}$ .

Граничные условия брались в виде

$$\partial F/\partial r = 0$$
, при  $r = 0$   
 $\partial F/\partial z = 0$ , при  $z = 0$  (2.55)  
 $F = 0$ , на границе гало Галактики.

На границе гало и пузырей полагалась непрерывность потока частиц и функции распределения.

# 2.4 Ускорение космических лучей высоких энергий (> 10<sup>15</sup> эВ) в пузырях Ферми

Попробуем также применить доускорение в пузырях Ферми к протонам. Как было отмечено ранее, доускорение протонов вряд ли оказывает существенное влияние на гамма-излучение пузырей Ферми. Однако огромное время жизни протонов в Галактике, а также гигантские размеры пузырей Ферми могут привести к тому, что эффекты доускорения протонов будут наблюдаться по всей Галактике, в том числе и в окрестности Земли. В частности, можно ожидать, что пузыри Ферми оказывают влияние на космические лучи с энергиями выше 1 ПэВа.

У частиц с энергией выше 1 ПэВа характерный гирорадиус становится порядка 1 пк. Очевидно, что в этом случае мелкомасштабная турбулентность, которая была рассмотрена выше, для описания ускорения таких частиц не подходит, и нужно рассмотреть иные источники турбулентности, что и будет сделано в данном разделе.

#### 2.4.1 Ускорение космических лучей в Галактике в остатках сверхновых

Из общих соображений ясно, что вспышки сверхновых обладают достаточной мощностью, чтобы обеспечить необходимый темп генерации космических лучей в нашей Галактике,  $L_{\rm CR} \sim 10^{41}$  эрг с<sup>-1</sup> [общий обзор см. в 27; 242]. В качестве простого и естественного механизма ускорения космических лучей в настоящее время рассматривается ускорение на ударных волнах [см. 24; 166] в остатках сверхновых. Данный тип ускорения формирует степенные спектры ускоренных части с показателем, совпадающим с наблюдаемым экспериментально.

Однако много вопросов, касающихся остатков сверхновых как источников космических лучей, остаются открытыми. Одним из самых важных является проблема максимальной энергии ускоренных частиц, которая может быть оценена из простых соображений. Действительно, время ускорения на ударной волне может быть оценено как  $\tau_{\rm acc}(E) \sim D(E)/u_{\rm sh}^2$ , где  $u_{\rm sh}$  — скорость ударной волны (~ нескольких  $10^8 \,{\rm cm}\,{\rm c}^{-1}$ ). Минимальное значение коэффициента диффузии достигается в так называемом бомовском приближении, то есть таком, при котором длина свободного пробега частицы равна ее ларморовскому радиусу. Иными словами,  $D_{\rm Bohm}(E) = (c/3)r_L(E)$  где  $r_L$  — ларморовский радиус частицы. Приравнивая время ускорение и время жизни ударной волны T, мы можем оценить максимально возможную энергию частиц, которую они могут набрать спустя время T,

$$E_{\rm max} \sim Ze\beta_{\rm sh} u_{\rm sh} BT \,,$$
 (2.56)

где  $\beta_{\rm sh} = u_{\rm sh}/c$ , а B — индукция магнитного поля на ударной волне. Комбинацию  $u_{\rm sh}B/c$  можно рассматривать как эффективное электрическое поле.

Для остатка сверхновой с типичным возрастом  $\tau_{\rm SNR} \sim 1000$  лет, максимальная энергия протонов оценивается из простого соображения, что время ускорения не может превышать ее возраст  $\tau_{\rm SNR}$ . В работах [26; 169] было показано, что максимальная энергия протонов в рамках модели с бомовской диффузией для стандартных галактических сверхновых не превышает  $E_{\rm max} \sim 10^{13}$ - $10^{14}$  эВ. В работе [27] было рассмотрено ускорение с учетом обратного влияния ускоренных частиц на газ, и было показано, что в бомовском пределе ускоренные частицы поглощают около 20% энергии взрыва. Влияние ускоренных частиц можно рассматривать как дополнительную вязкость, которая размывает со временем скачок на фронту ударной волне, что рано или поздно приводит к остановке процесса ускорения.

Однако, если рассматривать более сложные модели ускорения по сравнению с квазилинейной теорией ускорения на ударной волне, можно добиться более эффективного ускорения частиц в остатках сверхновых. Как было показано в работе [25] [см. также 47], во время ускорения частиц на ударной волне происходит интенсивное возбуждение МГД флуктуаций. Численные решения нелинейных МГД уравнений показали, что турбулентность, возбужденная ускоренными частицами, может усилить магнитное поле. Ускорение продолжается вплоть до энергии в  $10^{15}$  эВ и прекращается, как только ударная волна в остатки сверхновых могут надежно ускорять протоны лишь до  $10^{15}$  эВ.

Спектральный индекс космических лучей в окрестности энергии 10<sup>15</sup> меняется от 2.7 до 3.1, и эта особенность в спектре космических лучей носит название «колена». Простейшая теория ускорения космических лучей в остатках сверхновых не может объяснить существование колена, поскольку предсказывает только спектр с постоянным спектральным индексом до 10<sup>15</sup> эВ. Дополнительно стоит отметить, что спектр космических лучей в окрестности 10<sup>18</sup> эВ становится более жестким, и это особенность носит название «лодыжка». Поскольку для удержания и ускорения частиц с такими энергиями требуются большие масштабы (ларморовский радиус при таких энергиях сравним с размером гало), то эти частицы часто относят к внегалактическим.

Природа излома спектра при  $E \ge 10^{15}$  эВ до сих пор остается предметом дискуссий. Были предложены различные модели ускорения космических лучей в области энергий  $10^{15}$ - $10^{18}$  эВ. Так в работе [235] было предположено, что космические лучи с энергиями выше  $10^{15}$  эВ ускорены в очень молодых галактических остатках сверхновых. Авторы провели моделирования ускорения частиц в подобных остатках с учетом обратной реакции частиц на ударную волну. Значительное усиление магнитного поля в остатке за счет потоковых неустойчивостей привело к тому, что удалось добиться энергии, равной  $5 \times 10^{18}$  эВ. В рамках данной модели излом в окрестности колена возникает из-за искажения спектра, произведенного остатками сверхновых процессами распространения.

Другая интерпретация была предложена в работах [101; 104; 170], где было предположено, что данные частицы ускорены в недавнем одиночном взрыве близкой сверхновой. Позднее работа [45], обобщила все проблемы (в том числе и проблему ускорения до энергий колена), связанные с моделями одиночных сверхновых как источников космических лучей.

Укручение спектра космических лучей около колена может быть связано с изменением механизма распространения космических лучей в Галактики при данной энергии. Этот эффект впервые был отмечен в работе [264], где было отмечено, что стандартный диффузионный механизм распространения космических лучей в межзвездной среде может смениться конвективным переносом из-за дрейфа частиц в крупномасштабном магнитном поле Галактики. Данная модель исследовалась в работе [79], где были рассмотрены два механизма распространения космических лучей: обычная диффузия из-за рассеяния частиц на флуктуациях магнитного поля и анизотропная холловская диффузия (дрейф) из-за взаимодействия с крупномасштабным магнитном полем галактики. Смена режимов распространения происходит как раз при энергиях, соответствующих колену.

Альтернативный механизм ускорения космических лучей был предложен в работе [159], где предполагалось, что космические лучи высоких энергий доускоряются галактическим ветром на его головной ударной волне. В рамках данной модели остатки сверхновых ускоряют большую часть космических лучей до 10<sup>15</sup> эВ. Эти частицы затем доускоряются до энергий 10<sup>19</sup>-10<sup>20</sup> эВ головной ударной волной галактического ветра, которая находится на расстоянии в несколько сотен кпк от галактической плоскости. Схожая идея была также рассмотрена в работе [307].

В работе [156] в качестве источника космических лучей высокой энергии рассматривались многократные взаимодействия частиц с различными остатками сверхновых, которые потенциально могут доускорять заряженные частицы. Однако для наблюдения значимого эффекта требуется слишком большое количество остатков сверхновых. В работе [48] что эффективное ускорение протонов до энергий выше  $10^{15}$  эВ может происходить в OB-ассоциациях, где концентрация ударных волн довольно велика.

Таким образом, можно сказать, что общепризнанной является точка зрения, что остатки сверхновым могут ускорять протоны только до энергий не более  $10^{15}$  эВ. С другой стороны, процессы аккреции на центральной черной дыре потенциально могут создавать более масштабные ударные волны, которые способны преодолеть ограничение в  $10^{15}$  эВ. Стоит отметить, что идея о том, что периодическая активность на центральной галактической черной дыре может быть источником

106

космических лучей, была уже предложена ранее [164; 212; 238; 307], хотя и не в том виде, который используется в данном исследовании.

#### 2.4.2 Структура ударных волн в пузырях Ферми

Предположим [см. 214], что центральная черная дыра захватывает и разрушает приливным образом звезды каждые  $\tau_{cap} \sim 3 \times 10^4$  лет, и в результате около  $W \sim 3 \times 10^{52}$  эрг выделяется в окружающее пространство в виде нерелятивистских частиц. Данное явление приводит к разогреву межзвездного газа. Расширяющийся в гало горячий газ формирует распространяющуюся от галактической плоскости ударную волну. Ситуация схожа с той, которая наблюдается при взаимодействии ветра массивной звезды с окружающим пространством [см., например, 29; 154].

Поскольку черная дыра выбрасывает вещество разрушенной звезды в виде пучка, выясним, в какой момент времени описание распространения выброса примет гидродинамический характер и может быть описано движением ударной волны в среде. На это влияют два фактора: во-первых, электроны в плазме будут подвержены пучковой неустойчивости, которая приведет к достаточно быстрой, в сравнении с ионами, их изотропизации по направлениями [см., например 95]. Во-вторых, на более длительных временах возбуждается вайбелевская неустойчивость [293]. Этот тип неустойчивости приводит к формированию поперечных филламентов, рост которых продолжается до тех пор, пока величина возбужденного магнитного поля не станет достаточно большой, чтобы развернуть ионы в противоположном движению пучка направлении. В этот момент рост магнитного поля прекращается, и начинается изотропизация начального распределения частиц.

Характерное время насыщения неустойчивости было оценено в работах [7; 57]

108

как

$$\Delta t = \frac{4\pi}{\omega_{pe}} \frac{c\sqrt{\gamma_0}}{v_0} \sqrt{\frac{2m_i}{Z_i m_e}}, \qquad (2.57)$$

где  $v_0$  и  $\gamma_0$  - скорость и лоренц-фактор пучка,  $\omega_{pe}$  - электронная плазменная частота, а  $m_p$ ,  $Z_i$  и  $m_e$  - масса и заряд иона, а также масса электрона, соответственно. Полная изотропизация занимает большее время, которое равно [7; 205]

$$\Delta t_{iso} \approx \frac{25}{\omega_{pe}} \frac{c\sqrt{\gamma_0}}{v_0} \left(\frac{m_i}{Z_i m_e}\right)^{3/4} . \tag{2.58}$$

Для движения пучка в среде время изотропизации можно грубо считать временем формирования бесстолкновительной ударной волны.

Отмечу, что в процессе диссипации начального распределения может возникнуть эффект, который на первый взгляд может показаться парадоксальным. Хотя в дальнейшем я не буду его учитывать, но, на мой взгляд, он стоит упоминания. Дело в том, что возбужденные за счет неустойчивости волны также будут подвержены нелинейному затуханию Ландау, при условии, что в системе присутствуют частицы с соответствующими скоростями. В частности, возможно рассеяние волны  $(\omega, k)$  на частице со скоростью  $v_e$  с резонансным условием

$$v_e = \frac{\omega - \omega'}{k - k'} \approx \frac{3v_T^2(k + k')}{2\omega_{pe}}, \qquad (2.59)$$

которое произведет волну ( $\omega', k'$ ) с более высокой фазовой скоростью ( $v_T$  - скорость тепловых частиц). Данная волна может быть поглощена частицей с более высокой энергией, что в свою очередь, приведет к ускорению высокоэнергичной частицы. Данный процесс способен формировать хвосты распределения в диапазоне скоростей выше, чем у начального пучка [95], и, в частности, может приводит к формированию  $\kappa$ — распределения в плазме [305].

Замечу, что энергия быстрой частицы в этом случае равна

$$v'_e = \frac{\omega'}{k'} \approx \frac{3v_T^2}{v_e}, \qquad (2.60)$$
то есть формально не ограничена. Ограничением числа частиц в хвосте распределение является лишь вероятность данного процесса рассеяния.

Вернемся к нашей задаче. В качестве параметров среды возьмем результаты из работы [112]. Черная дыра окружена плазмой с характерной плотностью  $n_i \approx 20$  сm<sup>-3</sup>. Размер данной области составляет приблизительно  $d_{hot} \approx 0.8$  пк. Подставляя это значение в формулу (2.58), а также используя значение скорости истечения  $v \approx 0.2c$  [9] получим, что  $\Delta t_{sh} \approx 1$  с. Таким образом, бесстолкновительная ударная волна будет сформирована непосредственно после начала истечения газа, а значит для расчета эволюции выброса мы можем использовать гидродинамические уравнения, схожие с теми, что применяются для расчета эволюции остатков сверхновых.

Распределение газа в гало Галактике было выведено в [276] и может быть приблизительно оценено как

$$n(\rho, z) = 0.025 \exp\left(-\frac{z}{1 \,\mathrm{kmk}}\right) \times \exp\left[-\left(\frac{\rho}{20 \,\mathrm{kmk}}\right)^2\right] \,\mathrm{cm}^{-3}\,. \tag{2.61}$$

Для экспоненциальной атмосферы с характерным масштабом  $z_0$  аналитическое выражение для распространения ударной волны было получено в работе [312] [см. также обзор 29] — так называемое решение Компанейца. В соответствии с этим решением, распределение ударных волн можно описать как цилиндрические пузыри с характерным радиусом  $\rho_B \simeq 3$  кпк.

Поскольку предполагается, что приливные разрушения — это периодический процесс, то вся внутренняя область пузырей Ферми должна быть заполнена ударными волнами разных возрастов, которые будут взаимодействовать друг с другом. При этом структура газа в гало Галактики зависит от характерных времен диссипации и энерговыделения [см. 154]. Процесс формирования пузырей может существовать столько же, сколько существует Галактика, следовательно, пузыри Ферми должны быть долгоживущей, стационарной структурой.

#### 2.4.3 Ускорение протонов ударными волнами пузырей Ферми

В рамках модели звездных захватов пузыри Ферми могут быть заполнены большим количеством ударных волн. Характерное расстояние между двумя последовательными ударными волнами может быть оценено как

$$l_{\rm sh} = \tau_{\rm cap} u = 30 \, \left(\frac{\tau_{\rm cap}}{3 \times 10^4 \, {\rm yr}}\right) \left(\frac{u}{10^8 \, {\rm cm \, s^{-1}}}\right) \, {\rm mk} \, . \tag{2.62}$$

Другим важным пространственным масштабом, который характеризует процессы ускорения частиц на ударных волнах, является диффузионный масштаб ударной волны:  $l_D \sim D/u$ . Здесь u — скорость ударной волны, а D — коэффициент пространственной диффузии заряженных частиц вблизи фронта ударной волны. Коэффициент диффузии зависит от механизма взаимодействия заряженных частиц с мелкомасштабной турбулентностью. Так, в бомовском пределе  $D \sim cr_L(E)/3$ , где  $r_L(E) = E/ZeB$  — ларморовский радиус частицы. В таком случае получаем, что

$$l_D \sim \frac{cr_L}{u} = \frac{cE}{ZeBu} \,. \tag{2.63}$$

Проблема ускорения частиц при взаимодействии со сверхзвуковой турбулентностью (или, что эквивалентно, с большим числом ударных волн) серьезно исследовалась в литературе [см., например, 13; 194; 248; 254], тоже самое касается и задач о течениях с квазипериодичной структурой [см. 81]. В серии работ [46; 48; 49] данная идея была применена к процессам ускорения частиц в OB-ассоциациях, что аналогично процессам ускорения частиц в пузырях Ферми. Авторы ввели безразмерный параметр, который разделяет разные режимы ускорения,

$$\psi = \frac{l_{\rm sh}}{l_D} \sim \frac{u l_{\rm sh}}{D} \sim \frac{u l_{\rm sh}}{c r_L} \,. \tag{2.64}$$

Критическая энергия  $E_1$ , которая разделяет два режима ускорения может быть оценена, исходя из условия  $\psi \sim 1$  или  $l_D(E_1) \sim l_{\rm sh}$ . Для условий, характерных

для пузырей Ферми, данная энергия составляет

$$E_1 \approx \frac{ZeBul_{\rm sh}}{c} = 10^{15} Z \left(\frac{B}{5\,{\rm mk}\Gamma {\rm c}}\right) \left(\frac{l_{\rm sh}}{30\,{\rm \pi k}}\right) \left(\frac{u}{10^8\,{\rm cm/c}}\right) \,\,{\rm sB}\,. \tag{2.65}$$

Наибольший интерес представляет случай, когда  $\psi \ll 1$  или  $l_D \gg l_{\rm sh}$ . В этом режиме частицы воспринимают ударные волны как сверхзвуковую турбулентность, и механизм ускорения становится чисто стохастическим. Расширим уравнение, выведенное в работе [48] для ускорения частиц сверхзвуковой турбулентностью для стационарного случая и осесимметричной геометрии, пространственными членами, учитывающими убегание частиц из области ускорения, а также дополним его внешними источниками:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( D(\rho, p) \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( D(\rho, p) \rho \frac{\partial F}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left( \kappa(\rho, p) p^2 \frac{\partial F}{\partial p} \right) = -Q(\rho, z, p) \,, \tag{2.66}$$

здесь  $\rho$  и z — цилиндрические координаты, а p - импульс частицы.  $D(\rho, p)$  — коэффициент пространственной диффузии,  $\kappa(\rho, p)$  — коэффициент импульсной диффузии. Их зависимость от координаты и импульса описана ниже. Член  $Q(\rho, z, p)$  описывает внешние источники космических лучей (остатки сверхновых).

Граничные условия на границах галактического гало и пузырей возьмем в следующем виде

$$F|_{\Sigma} = 0, \quad \text{at} \quad \rho = \rho_G \quad \text{i} \quad z = \pm H.$$
(2.67)

Рассмотрим пузыри как цилиндры, расположенные над и под плоскостью Галактики, и расположенные по высоте между z = 0 и  $z = \pm H$  с радиусом  $\rho = \rho_B$ . При этом будем считать, что источников космических лучей непосредственно в пузырях нет (то есть Q = 0). Коэффициенты диффузии внутри и вне пузырей полагаются разными:

$$D(\rho) = D_B \,\theta(\rho_B - \rho) + D_G \,\theta(\rho - \rho_B) \,, \tag{2.68}$$

$$\kappa(\rho,p) = \kappa_B p^2 \theta(\rho_B - \rho) \,, \tag{2.69}$$

где  $D_B \sim c l_{\rm sh}/3$  — коэффициент пространственной диффузии в пузыре, определяемый взаимодействием частиц со сверхзвуковой турбулентностью, а  $D_G$  — коэффициент пространственной диффузии в Галактике, определенный, например, в [20]. Коэффициент импульсной диффузии связан с коэффициентом пространственной диффузии как  $\kappa_B \sim u^2/D_B$ . Зависимость функции распределения F от импулься считается степенной,  $F(p) \propto p^{-\gamma}$ , при этом спектральный индекс  $\gamma$  должен определяться путем решения уравнения (2.66).

Чтобы понять, как спектральный индекс  $\gamma$  зависит от остальных параметров, сделаем два упрощения уравнения (2.66), которые не сильно повлияют на значение  $\gamma$ . Во-первых, если высота гало  $H < \rho_G$ , как это, например, ожидается в модели [257], убегание частиц через боковую поверхность гало Галактики  $\rho = \rho_G$ незначительно [см. 20], и мы можем отодвинуть боковую границу Галактики на бесконечность, положив, что  $\rho_G = \infty$ . Во-вторых, заменим осесимметричную геометрию плоской (то есть, предположим, что  $\partial F/\partial \rho \gg F/\rho$ ). Впоследствии мы вернемся к осесимметричной геометрии.

Точно так же, как это сделано в [42] и в [41] будем искать решения уравнения (2.66) методом разделения переменных  $F = \mathcal{R}(\rho)\mathcal{Z}(z)p^{-\gamma}$ . Решение для Z(z)имеет очень простую форму

$$\mathcal{Z}_n(z) = \cos(k_n z/H) \,, \tag{2.70}$$

где  $k_n = \pi (n+1/2)$ . Отметим, что поскольку F не может быть отрицательной, то для физически корректных решений мы должны взять только n = 0.

Используя безразмерную переменную  $\rho = \rho/H$ , упростим уравнение (2.66) и приведем его к виду

$$\frac{d^2\mathcal{R}}{d\varrho^2} - \left[k_n^2 + \gamma(3-\gamma)\frac{\kappa_B\theta(\varrho_B-\varrho)H^2}{D_B}\right]\mathcal{R} = 0, \qquad (2.71)$$

который совпадает с уравнением Шредингера для квадратной потенциальной ямы.

Для слабого ускорения,  $u^2 H^2/D_B^2 \ll 1,$  можно использовать решение для неглу-

бокой потенциальной ямы, представленное в [171]. В этом случае в яме присутствует только один энергетический уровень, который дает

$$\gamma \simeq \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{\pi^2 D_B}{H^2 \kappa_B}} \gg 1.$$
 (2.72)

Грубая оценка мощности, передаваемой космическим лучам, может быть выполнена способом, который использовался в [20] для ГэВных космических лучей. Энергетическая плотность космических лучей при  $E = 3 \times 10^{15}$  эВ составляет  $n_{\rm CR} \simeq 6.7 \times 10^{-17}$  эрг см<sup>-3</sup> [см. 165]. Тогда мощность, требуемая для формирования колена в спектре космических лучей в окрестности Земли, равна

$$W_B \sim \frac{cn_{\rm CR}M_H}{x} \tag{2.73}$$

здесь  $M_H$  — полная масса водорода в Галактике, которая равна приблизительно  $10^{43}$  г, а x — экстраполяция в область >  $10^{15}$  эВ характерной толщи вещества, проходимой космическими лучами. Толща определяется по химическому составу космических лучей, и для энергий до нескольких ГэВ она оценивается в работе [278] как  $x(E) \sim 11.8 \times (4.9 \text{ GeV}/E)^{0.54}$  г см<sup>-2</sup>. Предполагая, что данная зависимость сохраняется, можно оценить требуемую мощность источников космических лучей выше колена как  $W_B \sim 2 \times 10^{39}$  эрг с<sup>-1</sup>, что может быть с легкостью обеспечено процессами звездных захватов.

Более аккуратные оценки значения  $\gamma$  могут быть получены решением осесим-метричного уравнения

$$\frac{1}{\varrho}\frac{d}{d\varrho}\left(\varrho\frac{d\mathcal{R}_i}{d\varrho}\right) - \left[k_n^2 + \gamma(3-\gamma)\frac{\kappa_{Bi}H^2}{D_B}\right]\mathcal{R}_i = 0. \tag{2.74}$$

Здесь индекс i = 1, 2 определяет области внутри ( $\varrho < \varrho_B$ ) и вне ( $\varrho \ge \varrho_B$ ) пузыря, соответственно. Заметим, что  $\kappa_{B1} = \kappa_B$ , а  $\kappa_{B2} = 0$  (см. уравнение (2.69)). Решение уравнения ищется в виде ряда по функциям Бесселя ( $J_{\nu}$ , внутри пузыря) и по функциям Макдональда ( $K_{\nu}$ , вне пузыря).

Граничные условия на границе пузыря,  $\varrho = \varrho_B$ , имеют вид

$$\mathcal{R}_{1}(\varrho_{B}) = \mathcal{R}_{2}(\varrho_{B}) \quad \mathbf{H} \quad D_{B} \left. \frac{d\mathcal{R}_{1}}{d\varrho} \right|_{\varrho_{B}} = D_{G} \left. \frac{d\mathcal{R}_{2}}{d\varrho} \right|_{\varrho_{B}}.$$
(2.75)

Данные равенства выполняются, если

$$\alpha_1 = k_n^2 + \gamma (3 - \gamma) \kappa_B H^2 / D_B < 0, \qquad (2.76)$$

что означает, что  $\gamma > 3$ . Для n = 0 получаем

$$\mathcal{R}_1(\varrho) = C_1 J_0(\sqrt{-\alpha_1}\varrho) \quad \text{i} \quad \mathcal{R}_2(\varrho) = C_2 K_0(\pi \varrho/2) \,. \tag{2.77}$$

Сравнение данного решения с (2.72) показывает, что уравнение (2.72) является достаточно неплохой аппроксимацией.

# 2.4.4 Модель происхождения космических лучей в окрестности и выше колена

Наблюдаемый спектр космических лучей описывается степенным законом с изломом. Энергетический спектр космических лучей с энергией ниже колена (то есть ниже  $3 \times 10^{15}$  эВ) имеет спектральный индекс 2.7. Значение индекса увеличивается до 3.1 для больших энергий (вплоть до энергий порядка  $10^{19}$  эВ, где спектр опять становится жестким). Одной из причин излома может быть то, что источники космических лучей (то есть, механизмы или области ускорения) до и после колена различны. Удивительным является то, что два класса источников обеспечивают идеальную стыковку спектров в окрестности колена, что не может являться простым совпадением. Данную проблему достаточно сложно разрешить, если источники космических лучей ниже и выше колена никак не связаны друг с другом.

Предположим, как это обычно делается, что космические лучи ниже колена ускоряются остатками сверхновых нашей Галактики (см. раздел 2.4.1).Для этого в уравнение (2.66) подставим источник *Q*, соответствующий остаткам сверхновых, — похожим образом ранее рассматривалось доускорение электронов. Таким

образом, часть космических лучей, ускоренных остатками сверхновых, попадет в область пузырей Ферми и доускорится до больших энергий. Это естественным образом разрешит проблему согласования спектров космических лучей выше и ниже колена, поскольку количество доускоренных пузырями частиц напрямую зависит от количества частиц с энергиями ниже колена.

Для того, чтобы подтвердить проверить это утверждение, используем численную модель. Для этого решим стационарное уравнение (2.66), описывающее распространение космических лучей в Галактике с учетом наличия двух пузырей Ферми (по одному с каждой стороны плоскости Галактики). Рассмотрим Галактику как цилиндр с радиусом  $\rho_G = 20$  кпк, и положением верхних и нижних оснований на расстоянии  $\pm 10$  кпк от плоскости диска Галактики. Каждый пузырь Ферми также моделировался в виде цилиндра высотой  $\pm 10$  кпк, и радиусом  $\rho_B = 3$  кпк.

Пузыри Ферми заполнены ударными волнами, как описано в разделе 2.4.2. Вследствие этого, коэффициенты диффузии внутри и снаружи пузырей будут отличаться, как того требует уравнение (2.68). Поскольку спектра равен  $\nu = 3.12$ , то соответствующий коэффициент диффузии должен быть равен  $D_B \sim 3 \times 10^{30}$  см<sup>2</sup> с<sup>-1</sup>. Данное значение хорошо согласуется с приближением  $D_B \sim cl_{\rm sh}/3$ , которое было получено ранее, если взять среднее расстоянием между ударными волнами равное  $l_{\rm sh} \sim 100$  пк (см. уравнение (2.62)). Вне пузырей коэффициент диффузии зависит от энергии. Возьмем его значение равным галактическому, иными словами  $D_G = D_0 (pc/4 \ \Gamma_{9}\text{B})^{0.6}, D_0 = 6.2 \times 10^{28} \ \text{см}^2 \ \text{с}^{-1}$  [см. 278].

Предполагая, что вклад стохастического ускорения вне пузырей незначителен, задаем импульсную диффузию в уравнении (2.69) в виде ступенчатой функции. При этом внутри пузыря берем  $\kappa_B H^2/D_B = 1.9$  (то есть,  $\kappa_B = 4.4 \times 10^{-15}$  s<sup>-1</sup> что соответствует характерному времени ускорения, равному 7.6 млн. лет).

Источники космических лучей ниже колена, остатки сверхновых, расположены в диске Галактики. Возьмем распределение остатков сверхновых из [256] и

дополним его гауссовым распределением по оси z:

$$Q(\rho, z, p) = Q_0 \left(\frac{p}{p_{\text{max}}}\right)^{-4.27} \exp\left(-\frac{p}{p_{\text{max}}}\right) \left(\frac{\rho}{R_{\odot}}\right)^{1.2} \exp\left(-\frac{3.22\rho}{R_{\odot}}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{h^2}\right)$$
(2.78)

116

здесь  $\rho$  — галактоцентрический радиус, а z — высота над галактической плоскостью. Численные значения параметров таковы: h = 100 пк,  $R_{\odot} = 8$  кпк. При этом предполагается, что остатки сверхновых инжектируют частицы со степенным спектром, который обрывается при  $p_{\rm max}c \approx 3 \times 10^{15}$  эВ, причем спектральный индекс инжекции, в соответствии с разделом 2.4.1, равен 4.35 [см. также 28].

Нормализация  $Q_0$  определяется путем сравнения модельного спектра с экспериментальными данными, и ее значение равно  $Q_0 = 1.5 \times 10^{14}$  частиц с<sup>-1</sup> кпк<sup>-3</sup> (ГэВ/с)<sup>-3</sup>. Интегрирование  $Q(\rho, z, p)$  по всей Галактике и всем значениям импульсов (от 1 ГэВ с<sup>-1</sup> до  $p_{\rm max}$ ) дает полный поток космических лучей, равный  $4 \times 10^{40}$  erg s<sup>-1</sup>, что соответствует значению, приводимому в литературе [см. 20].

Соответствующие граничные условия в импульсном пространстве имеют вид

$$\frac{p}{F}\frac{\partial F}{\partial p}\Big|_{p=p_{\rm low}} = -4.7, \quad F|_{p=p_{\rm up}} = 0, \qquad (2.79)$$

где энергия нижней границы модели взята  $p_{\rm low}c = 10^{12}$  эВ, а энергия верхней границы —  $p_{\rm up}c = 3 \times 10^{18}$  эВ. Условие на нижней границы гарантирует, что на данной энергии спектры космических лучей стыкуются с экспериментальными данными.

Пространственные граничные условия записываются как

$$\frac{\partial F}{\partial \rho}\Big|_{\rho=0} = 0, \quad F|_{\rho=\rho_G} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial z}\Big|_{z=0} = 0, \quad F|_{z=\pm H} = 0, \quad (2.80)$$

где радиус диска Галактики взят равным  $\rho_G=20$ к<br/>пк, а высота гало Галактики равнаH=10кпк.

Спектр космических лучей, посчитанный в окрестности Земли показан сплошной кривой на Рис. 2.12. Использованы данные следующих экспериментов: Tibet



Рис. 2.12: Спектр космических лучей в окрестности Земли (черная сплошная линия), получаемый в результате комбинации вклада остатков сверхновых и стохастического доускорения в диске Галактики. Для удобства спектр умножен на  $E^2$ . Экспериментальные данные отмечены различными символами (для описания экспериментов см. основной текст).

AS-γ [268], KASCADE [59], KASCADE-Grande [61], High Resolution Fly's Eye cosmic-ray detector-I [HiRes-I; 192], HiRes-II [117], и Auger [191]. ATIC [15], Proton [99] и RUNJOB [14]. Экспериментальные данные собраны в статье [165].

Модель достаточно хорошо описывает спектр космических лучей, и спектры гладко стыкуются в окрестности колена. На Рис. 2.13 показаны контуры плотности доускоренных частиц (с энергией  $E > 3 \times 10^{15}$  эВ) (жирные линии) и для сравнения приведены контуры плотности фоновых частиц, ускоренных остатками сверхновых (тонкие линии). Можно отметить, что распределения фоновых и доускоренных частиц довольно сильно отличаются друг от друга, и модель может быть проверена с использованием данных по гамма-излучению, как, например, это сделано в работе [37] для изучения механизмов распространения космических лучей в галактическом диске. При наличии данных по диффузному гаммаизлучению в диапазоне  $E > 10^{15}$  эВ можно сделать выводы об источниках про-



Рис. 2.13: Контуры относительной плотности ускоренных частиц (с энергией  $E > 3 \times 10^{15}$  эВ) в гало (жирные линии) и контуры плотности фоновых частиц, рожденных остатками сверхновых (тонкие линии).

тонов высоких энергий, что подтвердило или опровергло бы данную модель. По моим оценкам, отношение излучения от протонов высокой энергии в области пузырей Ферми к излучению в диске Галактике составляет около 1:10. Для тех же целей можно использовать и нейтрино высокой энергии, и хотя на данный момент статистика по ним достаточно плоха, имеются некоторые указания на избыток нейтрино из области пузырей Ферми [6].

## 2.5 Выводы к главе 2

Для объяснения излучения из пузырей Ферми был произведен анализ нескольких моделей ускорения заряженных частиц. Стохастическое ускорение может быть вызвано взаимодействием заряженных частиц как с резонансными МГД волнами, так и со сверхзвуковой турбулентностью. Были получены следующие выводы:

Излучение из пузырей Ферми может быть реализовано за счет обратного комп-

тоновского и синхротронного излучения электронов, ускоренных из фоновой плазмы. При этом ситуация с эффективным стохастическим ускорением частиц без интенсивного разогрева плазмы может быть реализована. Общая мощность внешних источников, ответственных за стохастическое ускорение, должна составлять  $\sim 4 \times 10^{39}$  эрг с<sup>-1</sup>. Это ниже, чем величина  $10^{40}$  эрг с<sup>-1</sup>, полученная в [67] для энерговыделения в областях активного звездообразования в центре Галактики, и заведомо ниже величины  $10^{41}$  эрг с<sup>-1</sup>, полученной в [214] для процессов приливного разрушения звезд центральной черной дырой.

Для реализации данного сценария требуется температура плазмы около 2 кэВ, плотность плазмы около  $0.01 \text{ см}^{-3}$ , величина магнитного поля около 5 мкГс. Импульс отсечки выбирался равным  $0.34m_ec$ , а безразмерный темп ускорения  $\alpha = 1.6 \times 10^{-14} \text{ c}^{-1}$ . Поскольку стохастическое ускорение производит слишком жесткий спектр электронов, который не соответствует наблюдаемому спектру радиоизлучения пузырей Ферми, требуется учесть, что зона ускорения имеет конечную величину. Требуемое время убегания частиц из зоны ускорения составляет примерно  $\tau = 1.1 \times 10^{13}$  с. Отмечу, что данные значения параметров сложно реализуемы при самосогласованном определении значения улачение плотности плазмы.

Поскольку ускорение протонов может быть более эффективным, была также рассмотрена модель происхождения гамма- и радиоизлучения пузырей Ферми за счет адронного механизма. Было показано, что чисто адронная модель не может одновременно объяснить радио- и гамма-излучения из пузырей Ферми, поскольку спектр радиоизлучения, получаемого в рамках чисто адронной модели, слишком мягкий. Для того, чтобы успешно описать обе компоненты излучения, необходимо либо ввести дополнительную компоненту в виде первичных электронов, либо ввести адиабатические потери. При этом для модели с адиабатическими потерями требуются слишком большие значения индукции магнитного поля и мощности источников протонов, которые противоречат экспериментальным данным. Таким образом, объяснение излучения в рамках чисто адронной модели крайне затруднительно.

Решением проблемы с пре-инжекцией электронов может быть использование модели с доускорением электронов космических лучей. Источниками данных электронов являются остатки сверхновых, расположенные в диске Галактики. Электроны покидают диск и заполняют галактическое гало, проникая в области стохастического ускорения пузырей Ферми, расположенные на высоте нескольких кпк от галактической плоскости, где они доускоряются.

При использовании самосогласованной модели доускорения, где темпы ускорения и убегания связаны друг с другом пространственными масштабами зоны ускорения, генерируется слишком мягкие спектры доускоренных электронов. Поэтому данная модель не в состоянии корректно описать микроволновое и гаммаизлучение из пузырей Ферми. Решением данной проблемы может быть включение в модель галактического ветра — глобального конвективного переноса газа в гало Галактики. Включение данного процесса в модель позволяет получить более жесткие спектры доускоренных электронов в сравнении с простой диффузионной моделью. Вычисления в рамках модели с конвективным переносом показали, что имеется возможность воспроизвести и данные наблюдений в гамма-диапазоне, и данные наблюдений в радиодиапазоне.

Помимо электронов, турбулентность в пузырях Ферми способна доускорять и протоны космических лучей. Поскольку, как было показано ранее, маловероятно, что ускоренные протоны отвественны за наблюдаемое гамма-излучение, была рассмотрена модель доускорения протонов космических лучей до энергий выше «колена» в спектре космических лучей. Характерные масштабы турбулентности, с которыми взаимодействуют частицы с такими энергиями, значительно больше, чем гамма-излучающие электроны, поэтому модель турбулентности была выбра-

на иной. Из-за этого непосредственное сравнение моделей доускорения электронов и доускорения протонов невозможно

В рамках данной модели основная роль пузырей Ферми сводится к доускорения частиц, ускоренных в остатках сверхновых до энергий выше колена (выше  $3 \times 10^{15}$  эВ). При этом спектр космических лучей ниже колена формируется остатками. Непрерывность спектра обеспечивается тем фактом, что количество доускоренных частиц находится в строгой зависимости от количества частиц ниже колена. Чтобы обеспечить наблюдаемый поток космических лучей выше колена, нам необходимо, чтобы эффективность передачи энергии от ударных волн ускоренным частицам составляла около 10%, что согласуется с результатами численного моделирования процессов ускорения. Другие параметры модели, такие как характерное время между захватами,  $\tau_{cap} \sim 3 \times 10^4$  лет, среднее выделение энергии за захват,  $\dot{W} \sim 3 \times 10^{40}$  эрг с<sup>-1</sup>, а также скорость истечения плазмы из центра Галактики в гало,  $u \sim 10^8$  см с<sup>-1</sup>, были оценены мной в совместных работах с другими авторами и использовались для объяснения ряда явлений в центре Галактики [см. 54; 55; 162; 208; 211; 215].

Данная модель прекрасно описывает спектр космических лучей и обеспечивает плавный переход от спектров космических лучей, произведенных сверхновыми, к спектру космических лучей, ускоренных в пузырей. Таким образом, данная модель естественным образом описывает наблюдаемый поток космических лучей, их спектральный индекс а также плавность спектра в окрестности колена.

# Глава 3

# Взаимодействие космических лучей с молекулярными облаками

## 3.1 Особенности молекулярных облаков

В предыдущих главах была рассмотрена задача о диффузии космических лучей в пространстве импульсов. Однако для физики космических лучей не менее важной является диффузия в координатном пространстве. Рассмотрение задач, связанных с пространственной диффузией имеет смысл начать с мелкомасштабных объектов, которые мало подвержены влиянию глобальной турбулентности Галактики — молекулярных облаков.

Действительно, молекулярный газ в Галактике распределен крайне неравномерно, и сосредоточен в основном в плотных облаках. Из-за высокой плотности, космические лучи, попадающие в молекулярные облака, испытывают значительные потери, и таким образом, облака можно рассматривать как довольно эффективные поглотители космических лучей.

Верно и обратное — космические лучи являются ключевым компонентом для эволюции молекулярных облаков. Их взаимодействие с молекулярным газом сопровождается различными процессами, которые приводят к генерации потенциально наблюдаемого излучения, такими как: ионизация молекулярного водорода [см., например, 69; 148; 151] и нейтрального железа [например, 100; 152; 162; 209; 210; 266], а также производство нейтральных пионов, которые распадаются на ГэВные [см. 109; 302; 303] и [см. 11; 53; 85] ТэВные фотоны. Поскольку космические лучи проникают в плотные области молекулярного газа, куда не могут проникнуть ионизующие фотоны межзвездного излучения, космические лучи играют важную роль в астрохимии молекулярных облаков, стимулируя химические реакции и формирование сложных молекул [см., например, 298].

Поэтому одной из важнейших задач физики межзвездной среды является выяснение того, как космические лучи проникают в молекулярные облака. Иными словами, необходима указать те физические процессы, которые влияют на распространение заряженных частиц. При этом важным является тот факт, что межзвездный спектр космических лучей в оболочках молекулярных облаков подвергается серьезной модификации (модуляции), и достигает плотных областей облаков сил измененным.

Можно выделить три основных особенности, которые влияют на распространение космических лучей внутри молекулярных облаков:

- 1. Структура облака сильно неравномерная. В облаках можно выделить плотные ядра с плотностью  $n_{\rm g} = 10^4 - 10^7$  сm<sup>-3</sup>, которые окружены менее плотными оболочками с плотностью  $n_{\rm g} = 10 - 10^3$  сm<sup>-3</sup> [153; 177]
- 2. Широко известен тот факт, что поток космических лучей, проходящий через плазму, приводит к формированию неустойчивостей, что в свою очередь приводит к возбуждению МГД турбулентности. В работе [89] было показано, что область турбулентности должна формироваться вокруг значительной доли молекулярных облаков Галактики. Однако не ясно, насколько формируемая турбулентность важна [52; 252] или не важна [201] для вычисления потока космических лучей, проникающих в облака
- 3. Космические лучи теряют энергию на ионизацию, рождение пионов в протон-

протонных столкновениях и генерацию МГД волн [155; 218; 219; 247; 252] — все это должно влиять на итоговый спектр космических лучей.

# 3.2 Однородная оболочка. Задача без потерь. Баланс возбуждения и затухания.

Распространение космических лучей в оболочке молекулярного облака описывается следующими уравнениями [см. 86; 167; 252]:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( v_{\rm A} f - D \frac{\partial f}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial p} \left( \dot{p} f \right) = 0 \,, \tag{3.1}$$

$$v_{\rm A} \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial k} \left( \frac{kW}{\tau_{NL}} \right) = 2(\gamma_{\rm CR} - \nu_{\rm damp}) W \,. \tag{3.2}$$

здесь W(k) — спектральная энергетическая плотность турбулентности,

 $v_{\rm A}=\frac{B}{\sqrt{4\pi m_i\xi_in}}$  — альвеновская скорость,  $D\simeq \frac{1}{6\pi^2}\frac{vB^2}{k^2W}$  — коэффициент пространственной диффузии, член  $\dot{p}>0$  описывает импульсные потери частиц в оболочке, n — плотность атомов водорода,  $m_i$  — масса наиболее распространенного иона (для достаточно плотных оболочек таким ионом будет  $C^+$ ),  $\xi_i=3\times10^{-4}$  — его распространенность.  $\tau_{NL}$  отвечает за нелинейный каскад за счет взаимодействия волн друг с другом. В волновом уравнении присутствуют также члены, отвечающие за возбуждение,  $\gamma_{\rm CR}$ , и затухание,  $\nu_{\rm damp}$ , волн. Функция распределения f задана в импульсном пространстве и нормализованна таким образом, что полное число частиц определяется выражением  $\int f(p) dp$ .

В данном разделе в качестве частиц я буду рассматривать исключительно протоны, поскольку они доминируют в космических лучах. Практически во всем диапазоне энергий (за исключением самых высоких, речь о которых пойдет в следующем разделе) вклад протонов в возбуждение волн оказывается решающим.

Как следует из внешнего вида уравнения (3.1), я рассматриваю только волны, движущиеся в одном направлении — в направлении от границы облака к его центру. Такое предположение обосновано следующими соображениями: во-первых, знак инкремента возбуждения зависит от направления движения волн относительно направления потока частиц. Если частицы и волны движутся в одном направлении, то инкремент положителен, в противном случае — отрицателен. Таким образом, волны, движущиеся из облака, будут испытывать сильное затухание. Вовторых, нелинейный каскад не способен перекачивать энергию из волн одного направления в волны противоположного направления. Все, что делает каскад осуществляет перекачку энергии в волны меньшего масштаба. Таким образом, в облаке отсутствуют источники волн встречного направления, и данные волны испытывают сильное затухание. Следовательно, можно предположить, что волны встречного направления отсутствуют.

Возбуждение волн в данной модели происходит за счет потоковой неустойчивости, вызванной движением космических лучей в одном направлении:

$$\gamma_{\rm CR}(k,z) \simeq -\pi^2 \frac{e^2 v_{\rm A}}{m_{\rm p} c^2 \Omega} p D \frac{\partial f}{\partial z},$$
(3.3)

затухание же волн в условиях слабоионизованного молекулярного газа оболочки молекулярного облака связано, в основном, с трением ионов о нейтралы и равно

$$\nu_{\rm damp} = \nu_0 \left(\frac{n}{1 \,\,\mathrm{cm}^{-3}}\right) \tag{3.4}$$

где, следуя [167]  $\nu_0 = 9 \times 10^{-11} \text{ c}^{-1}$ . Данное значение получено в предположении, что температура молекулярного газа равна 100 K, и наиболее доминирующим ионом является однократно ионизованный углерод. Темп затухания обратно пропорционален массе иона (чем частица легче, тем легче она теряет энергию в столкновениях) и прямо пропорционален тепловой скорости атомов водорода.

Система уравнений (3.1)-(3.2) представляет из себя нелинейную систему, которую в общем случае решать надо численно. Для этого я написал программу, которая производит решение данной системы методом установления равновесия. В левые части соответствующих уравнений для частиц и волн я добавил частную производную f и W соответственно, и решал нестационарные версии уравнений Однако исходную систему можно проанализировать и аналитически, если заметить некоторые ее свойства. Основным упрощающим фактором является тот факт, что величина  $\nu_{damp}$  очень велика в сравнении с остальными входящими в уравнение для волн членами. Таким образом, из уравнения для волн можно выкинуть почти все имеющиеся там члены и свести его к простому балансу возбуждения и затухания (этот факт отмечался и в работе [252], хотя окончательное решение там получено не было, а авторы в основном сфокусировались на гамма-излучении облака):

$$\gamma_{\rm CR} = \nu_{\rm damp} \,. \tag{3.5}$$

Учитывая определение инкремента возбуждения, это же условие можно переписать как

$$S_{DD} \equiv -D \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{B c \nu_{\text{damp}}}{\pi^2 e v_{\text{A}} p} \,. \tag{3.6}$$

Это уравнение позволяет сильно упростить уравнение на частицы, что я сделаю в следующем разделе, но пока не будем этого делать и рассмотрим общее решение данного уравнения.

Для начала предположим, что мы работаем только с частицами высоких энергий, для которых энергетические потери не важны  $\dot{p} = 0$ . Высокая энергия не гарантирует, что малыми будут адиабатические потери, которые возникают на границе турбулентности, поскольку конвективная скорость там испытывает скачок. К адиабатическим потерям я вернусь в соответствующей главе, а пока предположим, что их величина также незначительная.

В этом случае поток частиц сохраняется,

нений.

$$S_0 \equiv v_{\rm A} f - D \frac{\partial f}{\partial z} = const \,, \tag{3.7}$$

следовательно можно ввести переменную

$$\eta = \int \frac{v_{\rm A}}{D} dz \tag{3.8}$$

и свести решение к обыкновенному неоднородному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами.

Дополнительно предположим, что газ в области, где присутствует турбулентность, остается примерно одинаковой плотности, n = const. Таким образом, на данный момент модельные предположения такие: плотность газа постоянна, потери частиц в газе не важны.

Для решения уравнения надо задать граничные условия. Условие на границе оболочки и межзвездной среды тривиальное: считаем, что распространение частиц в межзвездной среде достаточно свободное, чтобы поддерживать плотность космических лучей постоянной. Иными словами,

$$f(z=0,p) = f_0(p), \qquad (3.9)$$

где  $f_0(p)$  — спектр протонов космических лучей в межзвездной среде.

На границе оболочки и плотной части облака космические лучи будут поглощаться. Следовательно, необходимо ввести некоторый темп поглощения, который будет характеризовать облако. Очевидно, поток проникающих в облако лучей будет зависеть от плотности космических лучей на границе. Поэтому я введу некоторую характерную скорость поглощения *u*, выражение для которой будет получено в соответствующей главе, и задам граничное условие в виде

$$S_0(p) = u \cdot f(z = z_2, p), \qquad (3.10)$$

где  $z_2$  — координата границы зоны турбулентности со стороны плотного газа, которая, вообще говоря, зависит от значения импульса p.

Теперь, используя все введенные обозначения и предположения, можно получить выражение для потока в виде

$$S_0 = \frac{v_{\rm A} f_0}{1 - \delta e^{-\eta_0}}, \qquad (3.11)$$

где  $\delta = 1 - \frac{v_A}{u}$ , а  $\eta_0 = \eta(z_2)$ . Из этого уравнения становится понятен физический смысл величины  $\eta$  — она определяет относительный вклад диффузионного и конвективного члена в полный поток. Если  $\eta \gg 1$ , то пространственная диффузия настолько мала, что частицы переносятся конвекцией, и наоборот.

Вычисляя теперь выражение для  $S_{DD} = S_0 - v_A f$  и подставляя его в условие баланса возбуждения-затухания (3.6) можно записать выражения для  $\eta$  в аналитическом виде

$$\eta_0(p) = -\ln\left(\delta^{-1} - \frac{\pi^2 e^2 v_{\rm A}^2}{m_p c^2 \Omega \nu} \, p \delta f_0(p)\right) \,. \tag{3.12}$$

Внимательный читатель может в этот момент обратить внимание на противоречие, которое возникает при таком методе решения уравнения. Действительно, в выражении  $S_{DD} = S_0 - v_A f$  правая часть не зависит от координаты. В левой же части  $S_0$  от координаты не зависит, а f — зависит. Таким образом, не ясно, в какой точке необходимо брать f, чтобы решить данное уравнение.

С точно таким же противоречием мы столкнемся и в следующем разделе. Возникло же оно из-за того, что я выбрал плотность газа в оболочке постоянной. В случае, если плотность меняется с координатой, данная проблема разрешается сама собой. Я рассмотрю решение с переменной плотностью в соответствующей главе.

Вообще говоря, предположение о постоянной плотности приводит к тому, что система исходных уравнений вообще не может иметь стационарных решений. Область диффузии при этом стремится занять позицию, где плотность меняется — то есть прижимается к границе оболочки и плотной части облака. В численном решении это приводит к тому, что значение потока начинает осциллировать — и для получения стационарного решения приходится проводить его усреднение по большому промежутку времени.

На данный этапе я проигнорирую указанную неточность. В выражении (3.12) в качестве f мы выбираем  $f_0$ , поскольку везде, где  $\eta_0 \neq 0$  необходимо, чтобы не нарушалось условие  $\gamma_{CR} \geq \nu_{damp}$ . Действительно, избыток возбуждения над затуханием можно скомпенсировать нестационарностью или дополнительными членами в уравнении для волн, тогда как обратная ситуация потребует дополнительных источников турбулентности, которых у нас нет.

## 3.3 Однородная оболочка. Влияние потерь

Теперь вернемся к исходной задаче и учем наличие потерь в уравнении (3.1). Обратим внимание, что в однородной оболочке из выражения (3.6) следует, что  $S_{DD}$ , а значит и  $D\frac{\partial f}{\partial z}$  не зависят от z. Следовательно, уравнение распространения протонов сводится к

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( v_{\rm A} f \right) = \frac{\partial}{\partial p} \left( \dot{p} f \right) \,. \tag{3.13}$$

Уравнение свелось к уравнению первого порядка, которое просто решается методом характеристик.

Замечу одну деталь. Если мы предположим, что  $\dot{p} = 0$ , то сразу получим решение  $f = f_0(p) = const$ , что приведет к противоречию с исходным условием  $D < \infty$ ,  $S_{DD} > 0$ . Эту особенность я уже отмечал в предыдущем разделе, и указывал, что она связана с нефизичным предположением о постоянстве плотности газа в оболочке.

Уравнение (3.13) является уравнение первого порядка и требует одно граничное условие. С другой стороны, исходные уравнения требовали два граничных условия, причем оба условия имели под собой физическое обоснование: необходимость непрерывности функции распределения. Казалось бы, описывая модель уравнением (3.13), мы упускаем одно из граничных условий и теряем какое-то физическое явление.

Но на самом деле, второе граничное условие восстанавливается из того факта, что мы не знаем, где находится граница зоны диффузии. Действительно, из-за потерь функция распределения f быстро падает с расстоянием. На границе диффузии при этом должно выполняться условия  $S_0 = uf$  и  $S_0 = S_{DD} + v_A f$  (напомню, что в задаче с потерями  $S_0$  более не сохраняется, а является функцией координаты). Таким образом, как только выполнится условие

$$(u - v_{\rm A})f = S_{DD},$$
 (3.14)

плотности протонов просто не хватит для возбуждения турбулентности, и зона турбулентности закончится. Тем самым обеспечивается наличие второго граничного условия.

За границей области турбулентности, определяемой таким образом поток будет равен

$$S_0 = S_{DD} \left( 1 + \frac{v_{\rm A}}{u - v_{\rm A}} \right) \approx S_{DD} \,, \tag{3.15}$$

где в последнем равенстве использовалось предположение, что  $v_{\rm A} \ll u$ , которое обычно хорошо выполняется для низкоэнергетичных частиц, которые рассматриваются в данном разделе.

Легко заметить, что в отличие от задачи без потерь, в которой на низких энергиях поток стремился к  $v_A f_0$ , в данном случае поток стремится к  $S_{DD}$ . Реализация того или иного сценария зависит от размера оболочки. Если оболочка обладает достаточно большим размером (что в свою очередь определяется темпом потерь, и, следовательно, энергией протонов), чтобы условие (3.14) выполнилось, то поток будет равен  $S_{DD}$ , в противоположном случае, для очень маленькой оболочки, он будет равен  $v_A f_0$ . На промежуточных энергиях будет наблюдаться плавный переход из одного режима в другой. Рисунок 3.1 демонстрирует такое поведение.

Действительно, на маленьких толщинах оболочки (соответственно, на маленьких размерах) можно наблюдать сильное отклонение потока от  $S_{DD}$ , связанное с тем, что частицы движутся конвективно со скоростью  $v_A$ . Однако по мере увеличения толщи (увеличения размеров), отклонения становятся все меньше и меньше. Дольше всего отклонения сохраняются на промежуточных энергиях — на таких,



Рис. 3.1: Зависимость потока частиц, проникающих в облако, от толщи оболочки. Сплошная кривая — численное решение, точечная кривая — аналитическое решение.

где толщины оболочки все еще недостаточно, но коэффициент диффузии при этом остается маленьким.

На рисунке 3.1 наблюдается также два излома  $E_0$  и  $E_{ex}$ . Первый связан с тем, что очень толстую оболочку частицы низкой энергии не способны пройти насквозь даже при отсутствии турбулентности (то есть при условии, что частицы движутся со своими собственными скоростями без рассеяния). Из-за сильного влияния потерь поток частиц низкой энергии, проникающий в облако, будет сильно подавлен.

Второй излом, на  $E_{ex}$ , соответствует такой энергии, при которой условие (3.14) не может быть выполнено даже для  $f_0$ . В этом случае турбулентность не возбуждается вовсе, и поток частиц, проникающих в облако равен  $uf_0$ .

Также рисунок 3.1 очень хорошее соответствие между численным решением исходной системы уравнений и аналитическим решением (между сплошными и точечными кривыми, соответственно). Как видно, сделанные предположения о балансе затухания-возбуждения работают хорошо.

Представляет интерес, координаты, в которых сосредоточена область диффузии. Действительно, как я указал в предыдущем разделе, на высоких энергиях

зона диффузии прижимается к границе оболочки и плотной части облака. В этом же разделе я рассмотрел низкие энергии и показал, что область диффузии расположена у границы облака и межзвездной среды. На промежуточных же энергиях область диффузии будет формироваться сразу с двух сторон. Это довольно неудобное для описание явление, но как и многое в данных двух разделах, оно связано исключительно с постоянством плотности газа. При учете неоднородности газа такой сложности не возникает.

Интересно, что  $S_{DD}$  определяется лишь параметрами газа в оболочке облака, и никак не зависит от спектра космических лучей снаружи. Кроме того, именно такой поток формируется как на высоких, так и на низких энергиях. Таким образом,  $S_{DD}$  можно назвать универсальным потоком, который должен формироваться во всех молекулярных облаках.

#### 3.4 Скорость поглощения и

Ранее для решения задачи о потоке заряженных частиц, проникающих в облако, была введена эффективная скорость поглощения *u*, значение которой полагалось известным. Попробуем его вычислить. В самом общем виде уравнение, описывающее распространение заряженных частиц в облаке можно представить как уравнение непрерывности в фазовом пространстве:

$$\frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial p} \dot{p} f \,, \tag{3.16}$$

где S — поток частиц вдоль оси z, а  $\dot{p} > 0$  описывает импульсные потери частиц.

Проинтегрируем это уравнение от условной границы между оболочкой облака и ее плотной областью (то есть от той самой границы, где мы задаем граничное условие S = uf) до центра облака. Поскольку облако симметрично относительно центра, поток частиц в центре облака равен нулю. Таким образом получаем

$$S = 0.5 l_0 \frac{\partial}{\partial p} < \dot{p} f(p) >, \qquad (3.17)$$

где  $l_0$  — длина облака, а угловые скобки означают усреднение вдоль оси z. Поскольку потери частиц в плотном облаке, как правило, пропорциональны плотности, и их можно переписать в виде  $\dot{p} = nL(p)$ , где L(p) — слабо зависящая от плотности функция потерь, то условие на поток принимает следующий вид:

$$S = 0.5l_0 L(p) \frac{\partial}{\partial p} < nf(p) > .$$
(3.18)

Уравнение, переписанное в такой форме, позволяет вычислять  $\langle nf(p) \rangle$  при условии, что мы знаем поток, проникающий в облако. Ранее было установлено, что на низких энергиях поток принимает универсальный вид. Таким образом, значение  $\langle nf(p) \rangle$  также принимает универсальную форму. Само же выражение  $\langle nf(p) \rangle$  может быть использовано для вычисления гамма-излучения, рентгеновского излучения, вызванного заряженными частицами, темпа производства вторичных частиц — и других процессов, интенсивность которых пропорциональна спектру быстрых частиц и плотности фонового газа.

Тем не менее, для определения значения u выражение (3.18) неудобно. Действительно, по определению u имеем S = uf. То есть для определения значения u надо знать выражение < nf(p) >, то есть решать задачу о распространении заряженных частиц в плотном молекулярном газе. Ситуация несколько упрощается за счет того, что на достаточно низких энергиях S формально не зависит от u — выражение для потока определяется универсальной формулой. Таким образом, задачу по вычислению значения u надо решать на больших (релятивистских) энергиях.

При релятивистских энергиях основным механизмом потерь энергии заряженными частицами является так называемый катастрофический процесс: в данном процессе частица за один акт теряет значительную долю энергии и фактически «выбывает» из рассмотрения («уничтожается»). Формально, конечно, число частиц остается постоянным — происходит только трансформация одних частиц в другие (например, при фрагментации ядер) или трансформация частиц высокой энергии в частицы низкой энергии (например, при тормозном излучении или при протон-протонных столкновениях), однако рожденные в таком процессе новые частицы уже более не участвуют в процессе возбуждения волн, поэтому в рамках данной задачи их можно смело проигнорировать.

Таким образом, член с непрерывными импульсными потерями на высоких энергиях можно заменить членом уничтожения частиц:  $\frac{\partial}{\partial p}\dot{p}f \approx -\frac{f}{\tau}$ , где  $\tau$  — характерное время жизни. Оно определяется для протонов протон-протонными столкновениями с рождением пионов, для ядер — их фрагментацией и для электронов тормозными потерями. Сечения данных процессов можно посмотреть, например, в работах [33; 184].

Рассмотрим два предельных случая распространения частиц в молекулярном облаке: с рассеянием и без. Если рассеяние отсутствует, то частицы распространяются вдоль магнитных силовых линий. Их спектр определяется следующим уравнением (поскольку рассеяния нет, то функция распределения существенно зависит от косинуса питч угла  $\mu$ ):

$$v\mu\frac{\partial f}{\partial z} + \frac{f}{\tau} = 0, \qquad (3.19)$$

с граничным условием  $f(0, p, \mu) = f_d(p, \mu)$ . Здесь, как я уже указал,  $\mu$  — косинус питч-угла, а  $\tau^{-1} = v \sigma_L n_{\mathrm{H}_2}$  — темп столкновения с молекулами  $\mathrm{H}_2$ , определяемый сечением  $\sigma_L$  соответствующего катастрофического процесса.

На границе плотной части облака спектр достаточно изотропен (поскольку спектр частиц там формируется диффузией в зоне турбулентности), поэтому функция распределения на границе не зависит от питч угла, и по условию нормировки связана с изотропной функцией распределения как  $f_d(p) = f^{(c)}(p)/2$ . Здесь  $f^{(c)}(p)$  — изотропная (проинтегрированная по  $\mu$ ) функция распределения, на границе облака и его оболочки.

Решение уравнения распространения выглядит как

$$f(p, z, \mu) = f_d(p) \exp(-\sigma_L n_{\rm H_2} z/\mu), \qquad (3.20)$$

$$u = \frac{1}{2} \int_{0}^{1} v \mu d\mu - \frac{1}{2} \int_{0}^{1} v \mu \exp(-\sigma_L \mathcal{N}_{H_2}/\mu) d\mu, \qquad (3.21)$$

где  $\mathcal{N}_{\mathrm{H}_2} = n_{\mathrm{H}_2} l_0$  — толща (колонковая плотность) облака размером  $l_0$ . Для достаточно типичного для молекулярных облаков случая  $\sigma_L \mathcal{N}_{\mathrm{H}_2} \ll 1$  можно сделать линейное разложение и получить следующую оценку

$$u \approx \frac{1}{2} v \sigma_L \mathcal{N}_{\mathrm{H}_2} \,. \tag{3.22}$$

Хотя распространяющиеся в плотном молекулярном газе заряженные частицы не могут возбуждать турбулентность из-за сильного затухания, связанного с трением ионов о нейтралы [см. 167], молекулярный газ сам по себе может обладать турбулентностью, в связи с чем магнитные силовые линии внутри молекулярного облака могут быть сильно изогнуты. Распространение заряженных частиц вдоль сильно перепутанных магнитных силовых линия может быть переставлено как эффективная диффузия [см., например, обзор 143].

Энергия флуктуаций нерегулярного магнитного поля  $\delta B \gg B_0$  сосредоточена в основном на корреляционной длине  $l_{\rm corr}$ , и соответствующий коэффициент пространственной диффузии релятивистских заряженных частиц определяется выражением  $D \sim c l_{\rm corr}/3 \sim 10^{28} {\rm ~cm}^2 {\rm ~s}^{-1}$ , где предполагается, что  $l_{\rm corr} \simeq 0.5$  пк, что справедливо для молекулярных облаков размеров в несколько пк [253].

В молекулярном газе с эффективной диффузией распространение космических лучей определяется упрощенным уравнением диффузии следующего вида

$$D\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{f}{\tau} = 0.$$
(3.23)

Граничные условие вновь  $\left.f\right|_{z=0} = \left.f\right|_{z=l_0} = f_d,$ а решение имеет вид

$$f(p,z) = f_d(p) \frac{\exp\left(\frac{l_0 - z}{\sqrt{D\tau}}\right) + \exp\left(\frac{z}{\sqrt{D\tau}}\right)}{1 + \exp\left(\frac{l_0}{\sqrt{D\tau}}\right)}.$$
(3.24)

Таким образом, скорость поглощения имеет следующий вид

$$u = f_d^{-1} D \frac{\partial f}{\partial z} = \sqrt{\frac{D}{\tau}} \tanh\left(\frac{l_0}{2\sqrt{D\tau}}\right) \approx \frac{1}{2} v \sigma_L \mathcal{N}_{\mathrm{H}_2} \,. \tag{3.25}$$

Как для тормозных потерь, так и для протон-протонных столкновений условие  $\sigma_L \mathcal{N}_{H_2} \ll 1$  хорошо выполняется для молекулярных облаков с толщей, не превышающей ~  $10^{25}$  cm<sup>-2</sup>. Это величина заведомо превосходит толщи известных гигантских молекулярных облаков, поэтому можно с большой уверенностью сказать, что скорость поглощения в облаке не завит от того, есть ли там рассеяние или нет, и определяется на релятивистских энергиях одним и тем же выражением (3.22) или (3.25). Кроме того, поскольку сечение катастрофического процесса для релятивистских частиц слабо зависит от энергии [33; 184], скорость поглощения *и* можно считать практически константой.

### 3.5 Однородная оболочка. Вклад ядер в возбуждение волн.

Ранее я принимал во внимание возбуждение турбулентности в молекулярном газе только протонами. Этот выбор естественен, поскольку протоны составляют 90% всех космических лучей. Даже с учетом того, что инкремент возбуждения волн пропорционален заряду [167], вклад более тяжелых ядер остается незначительным (для гелия с относительной концентрацией 10% и атомным номером 2 вклад не превышает 0.2 вклада протонов, для более тяжелых ядер ситуация еще хуже). Однако эта простая оценка становится ошибочной, как только мы подходим к максимальному импульсу  $p_{ex}$ , на котором протоны уже не способны возбуждать турбулентность.

Для понимания, почему так происходит, вернемся к уравнению, описывающему параметр  $\eta$ , который, в свою очередь, определяет поток частиц:

$$\eta_0(p) = -\ln\left(\delta^{-1} - \frac{\pi^2 e^2 v_{\rm A}^2}{m_p c^2 \Omega \nu} \ p \delta f_0(p)\right) \ . \eqno(3.26)$$

Поскольку  $\eta$  составлена из альвеновской скорости и коэффициента диффузии, то по определению  $\eta \ge 0$ . Из этого следует, что логарифм в данном выражении должен быть отрицательным, а подлогарифмическое выражение — меньше единицы. Иными словами, требуется

$$\frac{\pi^2 e^2 v_{\rm A}^2}{m_{\rm n} c^2 \Omega \nu} \, p \delta f_0(p) \ge \frac{v_{\rm A}}{u} \,. \tag{3.27}$$

Тоже самое условие можно получить, если использовать уравнение (3.14).

Поскольку  $f_0(p)$ , как правило, убывает с импульсом, неравенство (3.27) начинает нарушаться с некоторого значения импульса  $p_{ex}$ , который и определяет верхнюю границу возбуждения турбулентности в импульсном пространстве. Как можно убедиться из этого же неравенства, величина  $p_{ex}$  зависит не только от  $f_0$ , но и от u. Поэтому потенциально возможно ситуация, когда протоны уже не способны возбуждать волны, а, например, гелий, за счет более высокого значения u способен. Разберем эту задачу подробнее.

Темп возбуждения турбулентности космическими лучами с зарядом Ze и массой  $Am_p$  равен [см. 167]

$$\gamma_Z = \pi^2 \frac{Z e v_{\rm A}}{c B} p_Z v_Z \left( S_Z - v_{\rm A} f_Z \right) \equiv \pi^2 \frac{Z^2 e^2 v_{\rm A}}{c^2 B} R v_Z \left( S_Z - v_{\rm A} f_Z \right) \,. \tag{3.28}$$

Здесь  $S_Z(E)$  — поток ядер с атомным номером Z в диффузионном режиме распространения заряженных частиц, а  $R = p_Z c/Ze$  — магнитная жесткость, которая пропорциональна импульсу заряженной частицы. Магнитная жесткость более удобна для описания распространения заряженных частиц, поскольку гирорадиус, а значит, и условие резонанса волн и частиц, зависит именно от магнитной жесткости: k = B/R. Это приводит к тому, что две частицы с одинаковой магнитной жесткостью обладают коэффициентом диффузии, который отличается только отношением их скоростей. Традиционно жесткость измеряется в вольтах (на больших энергиях — в гигавольтах, ГВ, что не надо путать с ГэВ, хотя в релятивистском диапазоне протону с энергией в 10 ГэВ соответствует жесткость в 10

ΓВ).

Модулированный поток  $S_Z$ , в основном зависит от двух параметров,  $\eta_{0,Z}(E_Z)$ и  $f_Z(E_Z)$ . По определению  $\eta_0$ , которое надо переписать через R, можно получить, что  $\eta_{0,Z}/\eta_0 = v_Z/v_1$ , где  $\eta_0 \equiv \eta_{0,1}$ ,  $v_1$  соответствует протонам, а  $v_Z$  — скорость ядра с номером Z:

$$\frac{v_Z}{c} = \frac{ZR}{\sqrt{Z^2\tilde{R}^2 + A^2}},\tag{3.29}$$

где  $\tilde{R}=Re/m_{\rm p}c^2.$  Таким образом, можно записать, что  $\eta_{0,Z}(R)=\xi(Z,A)\eta_0(R),$ где

$$\xi(Z,A) = \sqrt{\frac{\tilde{R}^2 + (A/Z)^2}{\tilde{R}^2 + 1}}$$
(3.30)

— численный фактор, который меняется между A/Z для  $ilde{R} \ll 1$  и 1 для  $ilde{R} \gg 1$ .

Выражение (3.28) записано для функции распределения по импульсам. Поскольку в данном случае используется распределение по магнитной жесткости (и базы данных по космическим лучам также дают поток, отнесенный к магнитной жесткости), то функцию распределения необходимо преобразовать. Поскольку зависимость линейная, то

$$f_Z(p_Z) = \frac{1}{Z} f_Z(p) \,. \tag{3.31}$$

Значение функций распределения наиболее распространенных ядер, которые важны для возбуждения волн, приведены в таблице 3.1. Для построения таблицы я воспользовался базой данных CRDB [186]. Причину, почему были выбраны именно эти ядра, я укажу ниже.

Если теперь учесть вклад всех элементов, входящих в состав космических лучей, в возбуждение волн, условие баланса возбуждения и затухания примет следующий вид

$$\sum_{Z} ZRf_{Z}(R) \frac{\delta_{Z} e^{-\xi(Z,A)\eta_{0}}}{1 - \delta_{Z} e^{-\xi(Z,A)\eta_{0}}} = \frac{m_{p}c^{2}\Omega\nu}{\pi^{2}e^{2}v_{A}^{2}},$$
(3.32)

где  $\delta_Z = 1 - v_A/u_Z$ . Скорость поглощения  $u_Z$  ядер с номером Z определяется соответствующим катастрофическим процессом. Как я уже говорил, для протонов

Элемент	Z	A	$rac{Rf_Z(R)}{2\pi}$ при $R=20~\Gamma { m B},$	$\chi_Z$
			$(M^2 c cp)^{-1}$	
Н	1	1	78	1
He	2	4	15	1.5
С	6	12	0.49	0.32
0	8	16	0.48	0.5
Mg	12	24	0.08	0.17
Si	14	28	0.07	0.19
Fe	26	56	0.07	0.59

Таблица 3.1: Распространенность различных ядер, входящих в состав космических лучей, в окрестности Земли и их относительный вклад в возбуждение волн,  $\chi_Z$ .

это протон-протонные столкновения, для ядер — фрагментация.

Для релятивистских частиц эти скорости поглощения можно аппроксимировать как (см раздел 3.4 и [184]):

$$u_1/c = \frac{1}{2}\kappa$$
 (протоны); (3.33)

$$u_Z/u_1 \approx 1.5 A^{0.7}$$
 (ядра), (3.34)

где  $\kappa = \mathcal{N}_{\mathrm{H}_2} \sigma_{\mathrm{pp}}.$ 

Уравнение (3.32) можно решить относительно  $\eta_0$  и получить выражение для  $\eta_0$  как функции магнитной жесткости, точно так же как ранее было проделано для протонов. Что в свою очередь позволяет вычислить выражение для потоков протонов и ядер, проникающих в молекулярное облако.

Для малых энергий (или для очень плотных облаков)  $v_A \ll u_Z$  и, соответственно,  $\delta_Z \approx 1$ . Таким образом, в выражении под знаком суммы в уравнении (3.32) останется только член  $ZRf_Z(R)$ . То есть вклад отдельных ядер будет пропорционален их заряду и распространенности — эта именно та ситуация, о которой я говорил в начале данного раздела.

Вблизи же  $R_{ex}$  ситуация меняется. Действительно, условие на  $R_{ex}$  можно за-

писать как

$$Rf_{1}(R)\frac{u_{1}}{c}\sum_{Z}\delta_{Z}\chi_{Z} = \frac{m_{p}c^{2}\Omega\nu}{\pi^{2}e^{2}v_{A}^{2}},$$
(3.35)

где  $f_1(R)$  — функция распределения протонов, а  $\chi_Z$  — относительный вклад ядра Z в возбуждение волн:

$$\chi_Z \approx 1.5 Z A^{0.7} \frac{f_Z(R)}{f_1(R)} \,. \tag{3.36}$$

Значения величины  $\chi_Z$  для разных элементов, входящих в состав космических лучей, приведены в таблице 3.1. Как видно, основной вклад вносит гелий, хотя и другие элементы также оказывают заметное влияние. Как я уже отмечал, это влияние существенно только вблизи  $R_{ex}$  и основное влияние также оказывает лишь на значение  $R_{ex}$  и поток вблизи этой величины магнитной жесткости.



Рис. 3.2: Энергетический спектр протонов в молекулярном облаке для различных моделей модуляции. Жирная точечная кривая — спектр без учета модуляции (совпадает с межзвездным). Сплошная линия — модулированный спектр с только с учетом вклада протонов. Штрихованная кривая — модулированный спектр с учетом вклада протонов и гелия, точечная кривая — с учетом вклада всех элементов.

На рисунке 3.2 демонстрируется влияние тяжелых элементов на спектр протонов внутри облака. Для оценок я взял плотность оболочки 10 см<sup>-3</sup>, толщу молекулярного облака  $\mathcal{N}_H = 10^{23}$  см<sup>-2</sup> и магнитное поле  $B = 10 \ \mu\Gamma$ с. Сплошная, штрихованная и точечная кривая показывают, как меняется спектр протонов по сравнению с межзвездным (жирная точечная кривая) по мере того, как начинает учитываться вклад в возбуждение волн, соответственно, только протонов, протонов и гелия, а также всех элементов. Как видно из рисунка 3.2, ядра смещают величину  $R_{ex}$  в сторону больших энергий. Влияние же на амплитуду спектра хоть и заметное, но незначительное.

# 3.6 Неоднородная оболочка. Граничные условия

При описании распространения космических лучей в оболочках молекулярного газа я использовал некоторый свободный параметр — плотность оболочки. В реальности оболочки постоянной плотности, скачкообразно переходящие в плотный газ, в молекулярных облаках не существуют. Следовательно, возникает необходимость перейти от идеализированной модели, которая была рассмотрена мной ранее, к более правдоподобной — в которой плотность плавно растет по мере увеличения координаты. Тем самым, неоднозначность, связанная с выбором плотности оболочки, исчезнет естественным образом.

Сами уравнения при этом не изменятся. Но необходимо будет учесть, что у  $S_{DD}$  и у  $v_{\rm A}$  появится зависимость от координаты. В частности

$$S_{DD} \equiv -D \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{B c \nu_{\text{damp}}}{\pi^2 e v_{\text{A}} p} \propto n^{3/2} \,, \tag{3.37}$$

и  $S_{DD}$  не зависит от величины магнитного поля.

Обозначим соответствующие границы следующим образом (см. рисунок 3.3): граница между межзвездной средой и оболочкой молекулярного облака будет иметь индекс 0 (соответствующим величинам тоже присвоим индекс 0:  $z_0$ ,  $n_0$ ,  $f_0$  и т.п.), граница между плотной частью облака и оболочкой будет иметь индекс 3. Граница «3» — условна, и единственное прилагаемое к ней требование — чтобы зона турбулентности заканчивалась раньше, чем третья граница. Зона турбулентности находится, соответственно, между границами 1 и 2.

Граница «0» пролегает в такой области, когда линейная зависимость  $nu_{damp}$  от плотности нарушается. Это может происходить из-за изменения температуры, смены доминирующего иона с  $C^+$  на  $H_3^+$  и так далее. Аккуратное описание распространения космических лучей в молекулярном газе должно учитывать нелинейную зависимость темпа затухания, однако для простоты я не буду обращаться к астрохимии оболочек молекулярных облаков, введя вместо этого нулевую границу. При известной зависимости  $\nu(n)$  или  $\nu(z)$  задачу без труда можно распространить на общий случай без искусственной нулевой границы.



Рис. 3.3: Модель модуляции протонов в неоднородной среде. Протоны распространяются из межзвездной среды (слева) в плотные области облака (справа). Граница между межзвездной средой и оболочкой расположена по координате  $z_0$ , граница оболочки и плотной среды — по координате  $z_3$ . Область турбулентности заключена между границами  $z_1 \le z \le z_2$ . Верхняя граница турбулентности в импульсном пространстве обозначена как  $p_{ex}$ .

Попробуем определить положения обеих границ. Будем считать, что вне зоны турбулентности частицы распространяются настолько быстро, что не испытывают энергетических потерь. То есть можно написать, что

$$f(p,z)|_{z=z_1} = f_0(p). \tag{3.38}$$

Второе граничное условие ставится на граница 2 и выглядит как

$$u \cdot f(p,z)|_{z=z_2} = S_2.$$
 (3.39)

Я уже его выписывал выше, поэтому не буду на нем подробно останавливаться.

Задача состоит из одного дифференциального уравнения первого порядка и задана на области, 2 границы которой неизвестны. Таким образом, для решения необходимо задать 3 граничных условия: одно обеспечит решение дифференциального уравнения, а 2 других позволят определить границы.

Для задания третьего граничного условия учтем тот факт, что в выражении для  $\gamma_{CR}$  (3.3) значение коэффициента диффузии должно быть положительным. Поскольку сам инкремент тоже должен быть положительным в силу баланса возбуждения и затухания, следовательно необходимо положить  $\frac{\partial f}{\partial z} \leq 0$ . Таким образом, граничное условие на первой границе определяется выражением

$$\left. \frac{\partial f(p,z)}{\partial z} \right|_{z=z_1} = 0.$$
(3.40)

## 3.7 Неоднородная оболочка. Решение задачи без потерь.

Самое простое решение можно получить, если пренебречь потерями в задаче с неоднородной оболочкой. В этом случае можно написать

$$S = S_0 = S_{DD} + v_A f = const, \qquad (3.41)$$

где, в отличие от задачи с однородной оболочкой, все три величины, входящие в S являются функцией координаты, и следовательно, f должна меняться таким образом, чтобы итоговое выражение от координаты не зависело.

Для простоты положим, что B = const. Это справедливо в диффузных оболочках, в которых магнитное давление доминирует, и сжатие молекулярного газа происходит в основном вдоль магнитных силовых линий. По мере увеличения плотности газа магнитное поле также начинает сжиматься, однако, как я покажу ниже, область диффузии заканчивается сильно раньше той плотности, начиная с которой магнитное поле как-то меняется.

Используя выражение для альвеновской скорости и определение полного потока, можно записать, что

$$f\frac{dv_{\rm A}}{dz} = -\frac{v_{\rm A}f}{2n} \cdot \frac{dn}{dz} = \frac{S_{DD} - S_0}{2n} \cdot \frac{1}{n}\frac{dn}{dz}.$$
(3.42)

Продифферецировав после этого выражение (3.41) по координате, получаем производную функции распределения в виде

$$\frac{df}{dz} = \frac{S_0 - 4S_{DD}}{2v_{\mathsf{A}}} \cdot \frac{1}{n} \frac{dn}{dz}.$$
(3.43)

В соответствии с выражением (3.40), граница  $z = z_1$  в этом случае должна определяться из условия  $S_0 = 4 S_{DD}|_{z=z_1}$ . Применяя уравнение (3.41), условие можно переписать как 3  $S_{DD}|_{z=z_1} = v_A f_0$ , или, учитывая определение  $S_{DD}$ ,

$$n = n_1 \equiv \sqrt{\frac{\pi p f_0(p)}{12\nu_0}} \frac{eB}{\xi_i m_i c} \cdot 1 \text{ cm}^{-3} \,. \tag{3.44}$$

Стоит отметить, что величина  $n_1$  по этой формуле может получиться маленькой, меньше чем  $n_0$ . Это нарушает выбранную нами схему модели, поэтому в таком случае надо положить  $n_1 = n_0$ . В реальности это именно то место, где нелинейная зависимость  $\nu_{damp}(n)$  начинает играть роль. Из-за этой зависимости  $S_{DD}$  более не будет монотонной функцией координаты, и следовательно,  $n_1$  не будет монотонно уменьшаться с энергией. Таким образом, при аккуратном решении данной задачи, которое будет учитывать химический состав оболочки и распределение температуры, введение границы на  $z_0$  не обязательно. Но в данном случае, когда мы полагаем  $\nu_{damp}(n) \propto n$ , данная граница необходима.

Формально, введением данной границы я полагаю, что при  $z < z_0$  температура резко повышается, и степень ионизации водорода повышается настолько, что доминирующим становится ион  $H_3^+$ . Поскольку декремент затухания  $\nu_0 \propto m_i^{-1}\sqrt{T}$
[167], и следовательно, сильно возрастает при пересечении границы  $z = z_0$ , решение уравнения (3.44) всегда будет находиться в окрестности  $z \ge z_0$ .

Итак, если ввести обозначение

$$\mathcal{K} = \min\left\{\frac{f_0 \left.v_{\rm A}\right|_{z=z_0}}{\left.S_{DD}\right|_{z=z_0}} + 1, \ 4\right\},$$
(3.45)

можно переписать выражения для  $n_1$  и  $S_0$  в следующих компактных формах

$$n_1 = \frac{1}{\mathcal{K} - 1} \frac{f_0 \left. v_A \right|_{z=z_0}}{S_{DD} \right|_{z=z_0}},\tag{3.46}$$

$$S_0 = \mathcal{K} S_{DD}|_{z=z_1}$$
, (3.47)

Легко увидеть, что при  $n_1 > n_0$  у нас имеется зависимость  $S_0 \propto p^{-1/4} f_0^{3/4}(p)$ . Тогда как при  $n = n_0$  получается уже известное выражение для универсального потока  $S_0 \propto p^{-1}$ .

Данная разница в зависимостях связана с тем, что зона турбулентности выбирает для себя оптимальное положение — такое, при котором полный поток минимизируется. Из-за этого поток начинает зависеть от  $f_0$ , хотя баланс возбуждения и затухания никак от  $f_0$  не зависит. Минимизация полного потока, помимо всего прочего, накладывает ограничения на соотношение между конвективным и диффузионным потоками: диффузионный поток  $S_{DD}$  должен быть в 3 раза слабее конвективного  $v_A f_0$ . Это соотношение нарушается лишь тогда, когда альвеновской скорости в оболочке недостаточно, чтобы соблюсти баланс. На больших энергиях спектр межзвездных протонов мал, и член  $S_{DD}$  начинает доминировать — следовательно, поток принимает свою универсальную форму, которую мы уже наблюдали ранее в задаче с оболочкой постоянной плотности.

Второе граничное условие требует, в соответствии с уравнениями (3.41) и (3.39), что

$$\left. \frac{u}{v_{\rm A}} \right|_{z=z_2} \left( S_0 - S_{DD} \right) = S_0 \,. \tag{3.48}$$

В соответствии с уравнением (3.37),  $S_{DD} = S_{DD}|_{z=z_1} \left(\frac{n}{n_1}\right)^{3/2}$ . Следовательно, используя уравнение (3.47), можно написать алгебраическое уравнение на  $n_2$  как

$$n_2 = n_1 \left( \mathcal{K} \left[ 1 - \frac{v_{\mathrm{A}}|_{z=z_2}}{u} \right] \right)^{2/3}, \qquad (3.49)$$

Решение данного уравнения имеет смысл только в том случае, когда  $n_2 > n_1$ . Это условие выполняется, либо когда  $v_A|_{z=z_1} < \frac{3}{4}u$  (если  $n_1 > n_0$ ), либо когда  $1 - \mathcal{K}^{-1} > \frac{v_A|_{z=z_0}}{u}$  (если  $n_1 = n_0$ ). При этом оба условия можно объединить в одно

$$S_{DD}\big|_{z=z_1} < (u - v_{\rm A}\big|_{z=z_1})f_0 \tag{3.50}$$

Нарушение этого условия определяет верхнюю границу возбуждения,  $p_{ex}$ . Легко увидеть, что данное условие ничем не отличается от уравнения (3.14), которое было записано для однородной оболочки.

Из условия (3.44) следует, что  $S_{DD} + f_0 v_A$  увеличивается с увеличением плотности n. Таким образом, если условие (3.50) не выполняется при  $n = n_0$ , оно также не будет выполнено и при любых  $n > n_0$ . Следовательно, условие (3.50) действительно задает верхнюю границу  $p_{ex}$ , поскольку никакими изменениями значения  $n_1$  уже нарушенное условие исправить невозможно.

Интересно, что в соответствии с уравнением (3.49) плотность газа n в диффузионной области остается практически постоянной. Действительно, даже в самом экстремальном случае, когда  $u \gg v_A$  и  $\mathcal{K} = 4$ , справедливо, что  $n_2 = 2^{4/3} n_1$ .

Наконец, используя уравнения (3.37) и (3.43) можно записать выражение для коэффициента диффузии в виде

$$D^{-1} = \frac{1}{2v_{\rm A}n} \left( 4 - \mathcal{K} \left( \frac{n}{n_1} \right)^{-3/2} \right) \frac{dn}{dz}, \qquad (3.51)$$

в пределах  $n_1 \le n \le n_2$ . Коэффициент диффузии может быть бесконечным при  $n=n_1$ , однако он остается конечным и ненулевым при  $n=n_2$ .

В рамках задачи с однородной оболочкой получить выражение для коэффициента диффузии было невозможно, поскольку невозможно было четко указать границы области диффузии. Также исчезло противоречие, связанное с неопределенностью выбора значения f в выражении для полного потока  $S_0 = S_{DD} + v_A f$ . В задаче с постоянной плотностью требовалось f = const, что приводило к противоречиям. Здесь же, в рамках задачи о неоднородной оболочке,  $S_{DD}$ ,  $v_A$  и fменяются согласованным образом, оставляя полный поток независящим от координаты.

#### 3.8 Неоднородная оболочка. Вклад ядер.

Аналогично задаче с однородной оболочкой, для неоднородной оболочки также можно учесть вклад более тяжелых частиц. Поскольку вклад тяжелых частиц ощущается только на больших энергиях, где можно ожидать, что  $n = n_0$ , а поток не отличается от универсального, задачу практически точно можно свести к задаче с однородной оболочкой. Тем не менее, попробуем решить данную задачу другим способом.

Как и делалось ранее, я перепишу уравнения в терминах магнитной жесткости *R* и пренебрегу потерями. Уравнения распространения заряженных частиц составят следующую систему:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( v_{\rm A} f^{(\alpha)}(R) - D^{(\alpha)} \frac{\partial f^{(\alpha)}(R)}{\partial z} \right) = 0 \,, \tag{3.52}$$

где индекс  $\alpha$  соответствует индексу ядра. Будем пока считать, что частицы релятивистские. В этом случае их скорости не зависят от R, и следовательно, коэффициент пространственной диффузии не зависит от типа частицы, то есть  $D^{(\alpha)}(R) \equiv D(R)$ .

Уравнение на инкремент возбуждения переписывает как

$$\gamma_{\rm CR}(k,z) \simeq -\pi^2 \frac{e^2 v_{\rm A}}{m_{\rm p} c^2 \Omega} \sum_{\alpha} Z^{(\alpha)} R D^{(\alpha)} \frac{\partial f^{(\alpha)}(R)}{\partial z} \,. \tag{3.53}$$

Если теперь умножить каждое уравнение системы (3.52) на  $Z^{(\alpha)}$  и сложить все уравнения, можно придти к следующей системе, которая будет полностью аналогична системе уравнений для протонов:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( v_{\rm A} f^{\Sigma}(R) - D \frac{\partial f^{(\Sigma}(R)}{\partial z} \right) , \qquad (3.54)$$

$$\gamma_{\rm CR}(k,z) \simeq -\pi^2 \frac{e^2 v_{\rm A}}{m_{\rm p} c^2 \Omega} R D \frac{\partial f^{\Sigma}(R)}{\partial z} \,, \tag{3.55}$$

но в данной системе уравнений будет фигурировать «суммарная» функция распределения  $f^{\Sigma}(R) = \sum_{\alpha} Z^{(\alpha)} f^{(\alpha)}(R).$ 

Поскольку данные уравнения полностью идентичны «одночастичным» уравнениям, решения (3.44), (3.47) и (3.51) могут быть записаны для  $f^{\Sigma}(R)$  без какихлибо изменений. Однако граничное условие при  $z = z_2$  несколько сложнее: так как значение скорости поглощения u зависит от типа частицы, то уравнение (3.39) не может быть записано через сумму «одночастичных» уравнений, и не может быть простым способом расширено до  $f^{\Sigma}(R)$ .

Чтобы корректно учесть граничное условие при  $z = z_2$ , необходимо получить значение функции распределения для каждого отдельного ядра. При известном коэффициенте диффузии D решение неоднородного уравнения первого порядка (3.52) легко выписывается в следующем виде

$$f(R,z) = e^{\eta} \left( f_0 - S_0 \int_0^{\eta} \frac{e^{-\eta_1}}{v_{\rm A}} d\eta_1 \right) \,, \tag{3.56}$$

где выражение для  $\eta$ , как и ранее,

$$\eta = \int_{z_1}^{z} \frac{v_{\rm A}}{D} dz \,, \tag{3.57}$$

а индекс  $\alpha$  я для краткости опустил — ниже в этом разделе везде будет подразумеваться, что решение записано для определенного ядра (либо для суммарной функции распределения  $f^{\Sigma}(R)$  если указано явно).

$$\chi = \left(\frac{n}{n_1}\right)^{-3/2}, \qquad (3.58)$$

и подставим выражение для коэффициента диффузии (3.51) в определение  $\eta$ , тогда получим

$$\eta = 2\ln\frac{n}{n_1} - \frac{\mathcal{K}^{\Sigma}}{3}(1-\chi).$$
 (3.59)

Ниже я опущу для краткости индекс  $\Sigma$  у  $\mathcal{K}: \mathcal{K}^{\Sigma} \to \mathcal{K}$ . Это оправданно, поскольку  $\mathcal{K}$  для индивидуального ядра никогда нигде не фигурирует: этот параметр определяет значение  $n_1$ , которое сразу пишется для «многочастичной» функции распределения.

Наконец,

$$f = \chi^{-4/3} \left\{ \left( f_0 - \frac{\mathcal{K} - 1}{\mathcal{K}} \frac{S_0}{v_A|_{z=z_1}} \right) e^{\frac{\mathcal{K}}{3}(\chi - 1)} + \left( \chi - \frac{1}{\mathcal{K}} \right) \frac{S_0}{v_A|_{z=z_1}} \right\} .$$
(3.60)

Здесь поток каждого ядра  $S_0$  — это некоторая неизвестная константа, сумма которых должна равняться «многочастичному» потоку

$$S_0^{\Sigma} = \sum Z S_0 \,. \tag{3.61}$$

При  $z = z_2$  для каждого из ядер должно выполняться условие  $S_0 = uf$  (напомню, что u зависит от типа частицы, поэтому формально у нее тоже должен быть индекс  $\alpha$ , который я, как было сказано выше, не указываю). Таким образом, используя уравнение (3.60) можно получить, что

$$S_{0} = \frac{f_{0}ue^{\frac{\mathcal{K}}{3}(\chi-1)}}{\chi^{4/3} + \frac{u}{v_{\mathrm{A}}|_{z=z_{1}}} \left(\frac{\mathcal{K}-1}{\mathcal{K}}e^{\frac{\mathcal{K}}{3}(\chi-1)} - \chi + \mathcal{K}^{-1}\right)}.$$
(3.62)

Теперь можно воспользоваться выражением для  $S_0$  и совместно с выражением (3.47) получить следующее алгебраическое уравнение на  $\chi$ :

$$\sum ZS_0 = \mathcal{K} \left. S_{DD} \right|_{z=z_1} \,. \tag{3.63}$$

Решение этого уравнения позволяет по определению  $\chi$  вычислить значение  $n_2$ . После этого фиксируется вторая граница диффузионной области, и уравнения (3.62) могут быть использованы для вычисления потоков отдельных ядер. Также именно это уравнение позволяет определить значение  $p_{ex}$  по условию  $\chi \leq 1$ .

Рассмотрим для начала низкие энергии, при которых  $u \ge v_A|_{z=z_1}$  и  $\mathcal{K} > 1$ . В этом случае можно отбросить слагаемое  $\chi^{4/3}$  в знаменателе уравнения (3.62) и  $S_0$  станет независимым от u. Это уже знакомый нам случай, в котором вклад ядер оказывается минимальным. Как и в случае с однородной оболочкой, наличие ядер сводится к увеличению «многочастичного» потока на Zf(R) — то есть примерно на 20%. Ядра в этом случае являются пассивной компонентой, и их поток может быть легко оценен как

$$S_0^{(\alpha)}(R) = \frac{\mathcal{K}^{\Sigma}}{\mathcal{K}^{\Sigma} - 1} \left. v_{\rm A} \right|_{z=z_1} f_0^{(\alpha)}(R) \,. \tag{3.64}$$

Конечно, на малых энергиях скорость частиц начинает зависеть от магнитной жесткости R, и поэтому предположение о независимости коэффициента диффузии от типа частицы нарушается. Однако, поскольку в этом случае ядра выступают пассивными частицами, практически не вносящими вклада в инкремент возбуждения, можно воспользоваться выражением (3.51) для коэффициента диффузии, полученным для «многочастичной» функции распределения, но при вычислениях потока частиц поправить его, учтя зависимость скорости частицы от R. Как это делается, я показывал в разделе 3.5.

Конечно, для зависящего от скорости коэффициента диффузии, уравнения (3.60) и (3.62) более не применимы, и надо использовать общее решение (3.56). В аналитической форме это решение выписывается через неполные гамма-функции, однако в практическом плане проще вычислить входящий в это уравнение интеграл численно. Тем более, что выражение для  $\eta$  сохраняет свою простую аналитическую форму. Численное интегрирование показывает, что поток в нерелятивистской области, полученный при использовании выражения (3.64), и полученный

при использовании корректного выражения отличаются примерно на фактор 2/3. Это связано с тем, что скорости частиц, а значит и коэффициенты диффузии, отличаются друг от друга не более, чем в 2 раза. Таким образом, использование приближенных выражений в нерелятивистской области может быть оправданно.

На более высоких энергиях значения  $\mathcal{K}$  начинает приближаться к единице, и пренебрегать членом  $\chi^{4/3}$  в уравнении (3.60) становится нельзя. Соответственно, некорректным становится уравнение (3.64), и для решения задачи необходимо честно решать алгебраическое уравнение (3.60). Ядра перестают быть пассивной компонентой, и начинают сдвигать  $R_{ex}$  в область больших значения. Эффект, наблюдаемый от ядер, соответствует тому, что уже было получено в разделе 3.5.

Таким образом, мы пришли к ответу, выводам, аналогичным выводам раздела 3.5. Достоинством данного решения является тот факт, что оно корректно учитывает вариации плотности. Недостатком — то, что данное решение не может корректно описать поведение потоков в нерелятивистской области, в отличие от решения, представленного в разделе 3.5. Впрочем, как отмечалось выше, вариации плотности в зоне диффузии на больших энергиях крайне малы, а вклад ядер проявляется только в релятивистском режиме. Поэтому оба решения могут быть использованы равноправно.

### 3.9 Неоднородная оболочка. Учет потерь.

Для задачи с потерями надо решить следующее уравнение

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( v_{\rm A} f - D \frac{\partial f}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial p} \left( \dot{p} f \right) = 0 \,, \tag{3.65}$$

в котором в силу баланса возбуждения и затухания надо положить

$$\frac{\partial}{\partial z}D\frac{\partial f}{\partial z} = -\frac{3Bc\nu_0}{2\pi^2 v_{\rm A}p} \cdot \frac{\partial n}{\partial z} \equiv -\frac{3}{2}S_{DD}\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial z}, \qquad (3.66)$$

при этом, поскольку  $S_{DD}$  не зависит от B, в данном конкретном выражении никаких предположений о зависимости B(n) не требуется. Зададим потери в виде

$$\dot{p} = \mathcal{A}np^{-\beta}, \qquad (3.67)$$

где  $\beta$  — медленно меняющаяся функция p. Ее зависимостью от p я буду пренебрегать везде, где это можно. Если переобозначить функцию распределения как

$$\tilde{f} = \mathcal{A}p^{-\beta}v_{\rm A}f\,,\tag{3.68}$$

то можно преобразовать исходное уравнение в следующий вид

$$\frac{n}{\dot{p}}\frac{\partial\tilde{f}}{\partial z} - \frac{n}{v_{\rm A}}\frac{\partial\tilde{f}}{\partial p} = -\frac{3}{2}S_{DD}\frac{1}{n}\frac{dn}{dz}\,, \tag{3.69}$$

или после упорядочивания

$$\frac{v_{\rm A}}{n}\frac{\partial f}{\partial z} - \frac{\dot{p}}{n}\frac{\partial f}{\partial p} = -\frac{3\dot{p}v_{\rm A}}{2n}S_{DD}\frac{1}{n^2}\frac{dn}{dz},\qquad(3.70)$$

Теперь коэффициенты в неоднородном уравнении первого порядка зависят только от одной переменной. Это позволяет произвести следующую простую замену переменных:

$$l = \frac{v_{A0}}{n_0} \int \frac{n}{v_A} dz, \quad \lambda = \frac{v_{A0}}{n_0} \int \mathcal{A}^{-1} p^\beta dp \,, \tag{3.71}$$

при этом я умножил уравнение на  $v_{A0} = v_A|_{z=z_0}$  и поделил на  $n_0$ , чтобы l и  $\lambda$  имели размерность длины.

В новых переменных уравнение имеет вид

~

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial l} - \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \lambda} = -\frac{3\mathcal{A}p^{-\beta}v_{\rm A}}{2v_{\rm A0}}S_{DD}\frac{n_0}{n^2}\frac{\partial n}{\partial z}$$
(3.72)

Чтобы можно было получить ответ в аналитическом виде, правую часть данного уравнения надо немного преобразовать. Поскольку  $\beta$  слабо зависит от p, пренебрежем этой зависимостью, и запишем, что  $\lambda \propto (\beta + 1)^{-1} \mathcal{A}^{-1} p^{\beta+1}$ . В этом случае правая часть примет вид

$$R.H.S. = -\frac{3Bc\nu_0 \mathcal{A}p^{-\beta-1}}{2\pi^2 e v_{A0} n} \cdot \frac{dn}{dz} \approx -\frac{3Bc\nu_0 n_0}{2(\beta+1)\pi^2 e v_{A0} \lambda n} \cdot \frac{dn}{dz}.$$
 (3.73)

Таким образом, уравнение принимает следующую форму

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial l} - \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \lambda} = F(\lambda)G(l), \qquad (3.74)$$

где  $F(\lambda) = \lambda^{-1}$ , а G(l) описывает все остальные члены из правой части. Решение этого уравнения представляется в виде

$$\tilde{f} = \int G(x)F(\lambda + l - x)dx + \Phi(l + \lambda).$$
(3.75)

Следовательно,

$$\tilde{f} = \tilde{f}_0(l + \lambda - l_1) - \frac{3c\nu_0}{2\pi^2(\beta + 1)ev_{\rm A0}} \int_{l_1}^l \frac{\frac{B}{n}\frac{dn}{dz}}{\lambda + l - x} dx \,. \tag{3.76}$$

Чтобы вернуться к исходной функции распределения f, надо поделить результат на  $\mathcal{A}p^{-\beta}v_{\mathrm{A}}$ :

$$f = \frac{\tilde{f}_0(l+\lambda-l_1)}{\mathcal{A}p^{-\beta}v_{\rm A}} - \frac{3c\nu_0}{2\pi^2(\beta+1)\mathcal{A}p^{-\beta}ev_{\rm A}v_{\rm A0}} \int_{l_1}^l \frac{\frac{B}{n}\frac{dn}{dz}}{\lambda+l-x} dx \tag{3.77}$$

Вспоминая, что  $\lambda \propto (\beta+1)^{-1} \mathcal{A}^{-1} p^{\beta+1},$ а

$$S_{DD}|_{z=z_0} = \frac{3B_0 c\nu_0 n_0}{2\pi^2 v_{A0} p}, \qquad (3.78)$$

можно переписать это выражение как

$$f = \frac{\tilde{f}_0(l+\lambda-l_1)}{\mathcal{A}p^{-\beta}v_{\rm A}} - \frac{3\left.S_{DD}\right|_{z=z_0}}{2B_0v_{\rm A}}\lambda \int\limits_{l_1}^l \frac{\frac{B}{n}\frac{\partial n}{\partial z}}{\lambda+l-x}dx \tag{3.79}$$

Если функция распределения в межзвездной среде  $f_0$  зависит от импульса степенным образом, то есть

$$f_0(p) = \mathcal{F}\left(\frac{p}{p_c}\right)^{-\alpha} , \qquad (3.80)$$

то, поскольку  $\lambda = \frac{v_{A0}}{\mathcal{A}n_0(\beta+1)} p^{\beta+1}$ , можно выразить импульс как  $p = \left(\frac{\mathcal{A}n_0(\beta+1)}{v_{A0}}\lambda\right)^{\frac{1}{\beta+1}}$ и переписать

$$\tilde{f}_0 = \mathcal{A}p^{-\beta}v_{\mathrm{A0}}f_0 = \mathcal{A}\mathcal{F}v_{\mathrm{A0}}p_c^{\alpha}p^{-\beta-\alpha} = \mathcal{A}\mathcal{F}v_{\mathrm{A0}}p_c^{\alpha}\left(\frac{\mathcal{A}n_0(\beta+1)}{v_{\mathrm{A0}}}\lambda\right)^{-\frac{\beta+\alpha}{\beta+1}}.$$
 (3.81)

Обозначая  $\lambda_c = \frac{v_{\rm A0}}{\mathcal{A} n_0(\beta+1)} p_c^{\beta+1},$  получаем

$$\tilde{f}_0 = \mathcal{AF} v_{A0} p_c^{-\beta} \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^{-\frac{\beta+\alpha}{\beta+1}}, \qquad (3.82)$$

после чего финальное выражение для функции распределения выглядит как

$$f = \mathcal{F}\frac{v_{\mathrm{A1}}}{v_{\mathrm{A}}} \left(\frac{p}{p_{c}}\right)^{\beta} \left(\frac{\lambda_{c}}{\lambda+l-l_{1}}\right)^{\frac{\beta+\alpha}{\beta+1}} - \frac{3\left.S_{DD}\right|_{z=z_{0}}}{2B_{0}v_{\mathrm{A}}} \lambda \int_{l_{1}}^{l} \frac{\frac{B}{n}\frac{\partial n}{\partial z}}{\lambda+l-x} dx \qquad (3.83)$$

или, если описывать интеграл во втором слагаемом через плотность, то

$$f = \mathcal{F} \frac{v_{\mathrm{A1}}}{v_{\mathrm{A}}} \left(\frac{p}{p_{c}}\right)^{\beta} \left(\frac{\lambda_{c}}{\lambda+l-l_{1}}\right)^{\frac{\beta+\alpha}{\beta+1}} - \frac{3 \left|S_{DD}\right|_{z=z_{0}}}{2B_{0}n_{0}} \frac{v_{\mathrm{A0}}}{v_{\mathrm{A}}} \lambda \int_{n_{1}}^{n} \frac{\frac{B}{v_{\mathrm{A}}}}{\lambda+l(n)-l(\tilde{n})} d\tilde{n}$$

$$(3.84)$$

Для получения решения задачи без потерь достаточно устремить  $\lambda \to \infty$ . В этом случае в первом слагаемом имеем  $\tilde{f}_0(l+\lambda-l_1) \approx \tilde{f}_0(\lambda)$ . Во втором слагаемом также можно пренебречь l в знаменателе и получить

$$f = f_0(p) \frac{v_{A1}}{v_A} - \frac{S_{DD} - S_{DD}|_{z=z_1}}{v_A}, \qquad (3.85)$$

что соответствует условию  $S_{DD} + v_{\rm A} f = const.$ 

На низких же энергиях интеграл во втором слагаемом уравнения (3.84) слабо (логарифмически) зависит от  $\lambda$ , а значит, и от импульса p. Тоже самое можно сказать и про числитель первого слагаемого, аргумент которого  $\lambda + l - l_1$  на низких энергиях от импульса практически не зависит. Из-за этой особенности, в уравнении (3.84) единственный зависящий от импульса общий множитель обоих слагаемых  $\mathcal{A}p^{-\beta}$  можно вынести за скобки, существенно упростив поиск позиции второй границы диффузионной зоны.

# 3.10 Неоднородная оболочка. Граничные условия с учетом потерь.

Применение второго граничного условия довольно прямолинейно: необходимо воспользоваться полученным в предыдущем разделе решением и дождаться, пока поток не опуститься до величины uf(p). В отличие от высокоэнергетической области, в области низких энергий потери не носят катастрофический характер, и потому определение скорости u является более сложной задачей: значение скорости в этом случае может зависеть от самой функции распределения на второй границе  $f(p)|_{z=z_2}$ . С другой стороны, для достаточно плотных облаков, потери становятся настолько большими, что с большой точностью можно положить u = v/4, где v - собственная скорость частицы.

Из-за того, что, как правило,  $v \gg v_A$ , на низких энергиях с достаточно больной точностью можно положить  $f(p)|_{z=z_2} = 0$ . Как я отметил в конце предыдущего параграфа, в режиме, когда потери доминируют, в выражении для функции распределения переменные разделяются:  $f(p, z) = \frac{F(z)}{Ap^{-\beta}}$ . Следовательно, координата второй границы зоны диффузии  $z_2$  не зависит от импульса, а поток в облако принимает универсальную форму  $S \approx S_{DD}|_{z=z_2} \propto p^{-1}$ , как это было в задаче с постоянной плотностью.

Рассмотрим теперь первое граничное условие. Посчитаем величину  $\frac{\partial f}{\partial z}\Big|_{z=z_1}$ . Поскольку мы вычисляем произвольную в точке  $z = z_1$ , и следовательно при  $l = l_1$ , интеграл в выражении для f нужно проинтегрировать только по верхнему пределу. Таким образом,

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{\mathcal{A}p^{-\beta}} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\tilde{f}_0(l+\lambda-l_1)}{v_{\rm A}} \right) - \frac{3 S_{DD}|_{z=z_0}}{2B_0 v_{\rm A1}} \frac{B}{n} \frac{\partial n}{\partial z} \frac{dl}{dz}, \qquad (3.86)$$

или, если принять во внимание, что  $\frac{dl}{dz} = \frac{n}{n_0} \frac{v_{\rm A0}}{v_{\rm A}}$  выражение можно переписать как

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{\mathcal{A}p^{-\beta}} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\tilde{f}_0(l+\lambda-l_1)}{v_{\rm A}} \right) - \frac{3 S_{DD}|_{z=z_0}}{2B_0 v_{\rm A1}} \frac{B_1}{n_1} \frac{\partial n}{\partial z} \frac{n_1}{n_0} \frac{v_{\rm A0}}{v_{\rm A1}}, \tag{3.87}$$

или как

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{\mathcal{A}p^{-\beta}} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\tilde{f}_0(l+\lambda-l_1)}{v_{\rm A}} \right) - \frac{3 \left. S_{DD} \right|_{z=z_0}}{2v_{\rm A0}} \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^2 \left( \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z} \right) \Big|_{z=z_1} \,. \tag{3.88}$$

Отмечу, что поскольку  $S_{DD} \propto n^{3/2}$ , а  $v_{\rm A} \propto n^{-1/2}$ , данное выражение не зависит

от величины  $n_0$ . Так и должно быть, поскольку нулевая граница по еще нигде не фигурирует.

Первое слагаемое может быть упрощено сильнее:

$$\frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial z} = \frac{n_1}{n_0} \frac{v_{A0}}{v_{A1}} \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial l} = \frac{n_1}{n_0} \frac{v_{A0}}{v_{A1}} \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial \lambda} = \frac{\mathcal{A}p^{-\beta} n_1}{v_{A1}} \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial p}, \qquad (3.89)$$

следовательно,

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\mathcal{A}n_1}{v_{\mathrm{A1}}} \frac{\partial (f_0(p)p^{-\beta})}{\partial p} + \frac{1}{2} \left[ f_0(p) - \frac{3 S_{DD}|_{z=z_0}}{v_{\mathrm{A0}}} \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^2 \right] \left( \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z} \right) \Big|_{z=z_1} . \tag{3.90}$$

Здесь я предположил, что  $B \approx const$ , для того, чтобы избавиться от дополнительных членов. Если это не так, то  $f_0(p)$  во втором члене нужно умножить на  $(1 - \frac{2n}{B} \frac{dB}{dn}).$ 

Уравнение  $\frac{\partial f}{\partial z}\Big|_{z=z_1} = 0$  является алгебраическим уравнением на  $n_1$  и следовательно, на  $z_1$ . Если потери не важны ( $\mathcal{A} \to 0$ ), мы опять приходим к условию  $3 S_{DD}\Big|_{z=z_1} = v_{A1}f_0$ . Его можно интерпретировать следующим образом: если конвективная скорость слишком велика, то диффузия будет не успевать «разравнивать» пространственное распределение частиц. Поскольку конвективная скорость падает с расстоянием, то частицы начнут накапливаться и сформируют растущее с координатой распределение. С другой стороны, потери обеспечивают дополнительный «сток» частиц, уменьшают возникающий «горб» в их распределение, и, следовательно, расширяют зону диффузии.

Для степенной функции распределения условие на первой границе можно переписать как

$$S_{DD}|_{z=z_1} \ge \frac{f_0(p)v_{\rm A1}}{3} \left( 1 - \frac{\beta + \alpha}{\beta + 1} \cdot \frac{2n_1}{\lambda} \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^{3/2} \left( \frac{dn}{dz} \Big|_1 \right)^{-1} \right) \,. \tag{3.91}$$

Интересно, что при больших потерях выражение в скобках может стать отрицательным, из-за чего надо будет положить  $n_1 = n_0$ . Стоит отметить, что аргумент, который я использовал для обоснования наличия нулевой границы в задаче без потерь, в данном случае работать не будет. Для решения данной задачи корректно необходимо правильно учитывать химсостав.

Наконец, отмечу интересную особенность решения для достаточно жестких спектров космических лучей. Если показатель степени спектра мал ( $\alpha < 1$ ), то из выражения для первой границы (3.44) следует, что первая граница на низких энергиях находится в области очень маленьких плотностей. Из-за этого, в уравнении (3.91) ситуация, когда выполняется условие

$$\left(\frac{n_0}{n_1}\right)^{3/2} \lambda \gg n_1 \left(\frac{dn}{dz}\Big|_1\right)^{-1}, \qquad (3.92)$$

может возникнуть на всем энергетическом диапазоне, включающем и низкие, и высокие энергии. Таким образом, первое граничное условие в этом случае будет соответствовать задаче без потерь.

Второе граничное условие в этом случаем также будет соответствовать задаче без потерь: так как при отсутствии потерь  $n_1$  и  $n_2$  мало отличаются друг от друга, то правая часть выражения (3.92) является оценкой расстояния между границами диффузионной зоны. Таким образом, условие (3.92) равносильно утверждению, что частица может пройти расстояние от начала до конца диффузионной зоны без потерь.

Из этого следует, что для достаточно жестких спектров (а таким, является, например, спектр нашей локальной межзвездной среды за пределами Солнечной системы, измеренный Вояджерами [60; 120]), в достаточно компактных облаках потери в области диффузии не играют никакой роли, и можно использовать простые выражения для границ зоны диффузии и коэффициента диффузии, полученные ранее в этой главе.

# 3.11 Модуляция космических лучей и гамма-излучение Галактики

Модуляция космических лучей в молекулярных облаках — эффект, который нуждается в экспериментальной проверке. Без подтверждения того факта, что спектры космических лучей вне и внутри облака не совпадают, применять полученную выше теорию к исследованию космических лучей преждевременно. Поскольку напрямую измерить спектры заряженных частиц в молекулярном газе не представляется возможным, судить об распространении частиц нужно по косвенным признакам — в частности, одним из удобных источников информации о спектрах частиц является создаваемое ими гамма-излучение.

В плоскости Галактики значительная доля гамма-излучения производится изза взаимодействия космических лучей с молекулярным газом. Во-первых, его вызывает это рождение и последующий распад нейтральных пионов при взаимодействии протонов и ядер с фоновым газом. Во-вторых, релятивистские электроны при столкновениях с фоновыми протонами и ядрами способны генерировать тормозные фотоны. Другой важной компонентой гамма-излучения является обратное комптоновское рассеяние мягких фотонов релятивистскими электронами. Однако этот процесс напрямую не связан с модуляцией космических лучей в молекулярном газе, поскольку напрямую не зависит плотности газа, и в дальнейшем я не буду его принимать во внимание.

Сложности в обнаружении эффекта модуляции космических лучей создает тот факт, что значительная доля гамма-излучения из молекулярного газа формируется при распаде нейтральных пионов. Поскольку пионы обладают значительной массой в 135 МэВ, в спектре гамма-излучения образуется характерный «пик», находящийся на примерно 100 МэВах. Наличие этого пика приводит к тому, что спектр гамма-излучения от протонов и ядер крайней нечувствителен к модуляции заряженных частиц на кинетических энергиях ниже нескольких ГэВ/нуклон (при том, что порог рождения нейтральных пионов составляет несколько сотен МэВ/нуклон — на порядок ниже). Лишь модуляции на энергиях 10 ГэВ/нуклон и выше способны заметным образом изменить спектр гамма-излучения — а для этого требуются очень массивные облака с существенной толщей около  $10^{23}$  см<sup>-2</sup>.

Тем не менее, интересным указанием на то, что гамма-излучение Галактики устроено несколько сложнее, чем простое взаимодействие с газом космических лучей со спектром, похожим на околоземный, является наличие так называемого ГэВ-ного избытка в окрестности центра Галактики [см., например 10]. Широкое пространственное распределение излучения, формирующее данный избыток, а также его очень необычный спектр не позволяют описать его характерными для гамма-астрофизики процессами, такими как распад нейтральных пионов, тормозное или обратное комптоновское излучение: спектры излучения Галактики, рассчитанные с помощью сложных численных моделей, таких как GALPROP [157; 202], указывают на значительное расхождение теории и эксперимента.

Избыток гамма-излучения симметричен, наблюдается на расстоянии вплоть до ~ 10° от галактического центра и имеет в спектре явно выраженный пик в окрестности 2 ГэВ (из-за этого он и получил называние «ГэВный избыток»). Наиболее заманчивой физической интерпретацией его является аннигиляция частиц темной материи — действительно, темная материя в Галактике сконцентрирована, в основном, в центре, и это могло бы объяснить такое необычное пространственное распределение излучения. В частности, спектр может быть хорошо описан аннигиляцией WIMP'ов с характерной массой в несколько десятков ГэВ и крутым профилем плотности [78; 147]. Но помимо столь экзотического механизма, можно предложить и другие астрофизические интерпретации. В частности, в окрестности центра Галактики наблюдается существенный избыток популяции миллисекундных пульсаров, количество которых превышает 1000, и избыток может быть

связан как с излучением магнитосферы данных пульсаров, так и с излучением произведенных пульсаром электронов и позитронов [260]. Не стоит забывать и о том, что центральная область Галактики — это очень сложный регион. Там располагается основание пузырей Ферми, в центре Галактики находится мощный точечный источник гамма-излучения, центральная черная дыра являлась источником мощной активности в прошлом — все это так или иначе может привести к формированию аномалий в спектре гамма-излучения. Поэтому объяснение избытка через темную материю испытывает сложности как из-за внутренних неопределенностей теории темной материи [50], так и из-за наличия альтернативных возможностей объяснения данного избытка.

Еще более важной сложностью с описанием природы ГэВного избытка является указание на то, что аномалия в спектр гамма-излучения, возможно, наблюдается не только в центре Галактики, но и в других областях ее плоскости [274]. Если это действительно так, то разумно предположить, что источники аномалии находится не только в галактическом центре, но и в диске, хотя в значительно меньшей концентрации. Это наводит на мысль, гипотетическом источником аномалии могут являться молекулярные облака, точнее, аномальное излучение этих облаков.

Исходная гипотеза о связи молекулярных облаков с избытком гамма-излучения принадлежит работе [200]. В данной работе было показано, что пространственное распределение избыточного ГэВного излучения имеет корреляцию с распределение молекулярного газа в Галактике. А именно, если предположить, что спектр гамма-излучения молекулярных облаков центральной молекулярной зоны имеет излом на энергиях примерно 2-3 ГэВа, то спектр ГэВного избытка будет хорошо воспроизведен как качественно, так и количественно. В качестве аргумента, что такая гипотеза имеет право на существование указывалось на существенное снижение поверхностной яркости диска Галактики с уменьшением энергии гамма-

излучения.

Ниже я рассмотрю, насколько модуляция гамма-излучения может воспроизвести спектр избытка. Однако, как указал один из соавторов моей работы по гаммаизлучения отдельных молекулярных облаков, Д. Малышев, аргумент относительно снижения поверхностной яркости не является надежным. Дело в том, что на суб-ГэВных энергиях, которые и рассматривались в работе [200] наблюдается существенная деградация разрешающей способности гамма-телескопа Fermi-LAT, данные которого использовались для анализа. Поскольку все источники гаммаизлучения начинают испытывать искусственное пространственное уширение, связанное с данной деградацией, из поверхностная яркость (отношение интенсивности к угловому размеру) падает. Если сделать поправку на разрешающую способность телескопа, то наблюдаемый в работе [200] излом в спектре гамма-излучения становится незначительным. Это, конечно, не говорит о том, что наличие излома в спектре излучения полностью исключено, но показывает, что на суб-Гэвных энергиях при обработке данных Fermi-LAT требуется применять осторожность.

#### 3.12 Гамма-излучение из отдельных молекулярных облаков.

Суммируя все вышесказанное, последовательный анализ влияния модуляции на излучение Галактики должен включаться в себя 3 этапа: исследование излучения отдельных молекулярных облаков, исследование излучения избытка из центра Галактики и исследование гамма-излучения Галактики в целом. В данном разделе я рассмотрю первые два этапа. Излучение Галактики в целом будет рассмотрено в отдельном разделе.

Итак, для начала надо посчитать гамма-излучение отдельного молекулярного облака, параметры которого будем полагать известными. Для этого необходимо определить спектр заряженных частиц внутри этого облака. Вернемся к уравне-

нию (3.18) и перепишем его в следующем виде

$$f(p) = \frac{2}{\mathcal{N}_H} \int_p^{\infty} S_0(p') L(p') dp' \,. \tag{3.93}$$

В этом уравнении нам известны все величины, находящиеся в правой части: средняя толща облака  $\mathcal{N}_H$  доступна для измерений, а функция потерь  $L(p) \equiv \dot{p}/n$  задается известной теоретической формулой. Все частицы у нас околорелятивистские, потери для них не важны, поэтому поток протонов и ядер  $S_0$  можно вычислить по методам, описанным в разделах 3.5 и 3.8. Электроны являются пассивной компонентой, поэтому их спектр вычисляется по формуле (3.64). Подробнее некоторые интересные особенности, связанные с вычислением спектра электронов, я разберу в разделе про радио-излучение облаков, а для данного раздела данной формулы будет более чем достаточно.

Стоит отметить, что поскольку гамма-телескопы обладают плохим разрешением, они не могут разрешить отдельные области молекулярного облака, поэтому фактически нас интересует только спектр протонов в плотной части молекулярного газа. Таким образом, значение максимальной скорости поглощения (то есть, второе граничное условие) необходимо только для определения  $p_{ex}$ . Это дает возможность использовать упрощенные формулы для определения u, описанные в разделе 3.4.

Спектр наблюдаемого гамма-излучения вычисляется по следующей формуле

$$\begin{split} \Phi_{\gamma}(E_{\gamma}) &= \frac{M_{\text{cloud}}}{4\pi d_{\text{cloud}}^2 m_p} c \\ &\times \left[ \sum_Z \int dp_Z \ f_Z(p_Z) \left( \frac{d\sigma(p_Z, E_{\gamma})}{dE_{\gamma}} \right)_{\text{pp}} \right. \\ &\left. + \int dp_e \ f_e(p_e) \left( \frac{d\sigma(p_e, E_{\gamma})}{dE_{\gamma}} \right)_{\text{br}} \right] \,, \end{split}$$
(3.94)

где  $M_{\rm cloud}$  — масса облака, а  $d_{\rm cloud}$  — расстояние до облака. Дифференциальное сечения производства гамма-фотонов за счет распада нейтральных пионов, рожденных при столкновениях протонов и ядер,  $(d\sigma/dE_{\gamma})_{\rm pp}$ , взято из [223] и [163], а



Рис. 3.4: Спектр гамма-излучения, полученный из облаков R CrA, Orion B, Chamaeleon и Perseus OB2 в работах [302] (серые кресты) и [204] (черные кресты). Немодулированный спектр излучения показан точечной линией. Спектр излучения с учетом эффектов модуляции показан для толщи облаков в  $10^{23}$  см<sup>-2</sup> и  $3 \times 10^{23}$  см<sup>-2</sup> соответственно сплошной и штрихованной линиями.

дифференциальное сечение тормозного излучения,  $(d\sigma/dE_{\gamma})_{\rm br}$ , взято из [33] для столкновений электронов с ядрами и из [140] для столкновения электронов с электронами.

Для сравнения с наблюдениями были ближайшие к нам молекулярные облака, спектр гамма-изучения которых измерен. Для вычисления спектра гамма-излучения была взята оболочка с постоянной плотностью n = 10 см<sup>-3</sup> и магнитным полем  $B = 10 \ \mu$ G. Рассмотрены два случая толщи облаков:  $10^{23}$  см<sup>-2</sup> и  $3 \times 10^{23}$  см<sup>-2</sup>. Эти величины существенно выше, чем указывают наблюдения, однако надо иметь в виду, что на одних и тех же магнитных силовых линиях потенциально могут располагаться несколько молекулярных облаков. Следовательно, с точки зрения модели модуляции космических лучей, их толщи должны сложиться, поскольку все облака вносят вклад в поглощение одного и того же потока космических лучей. Таким образом будет проявляться кумулятивный эффект. В реальности нет возможности узнать, какие облака связаны между собой регулярным магнитным полем, а какие находятся достаточно далеко (в этом случае поле сильно перепутывается, что приводит к появлению дополнительной диффузии и исчезновению кумулятивного эффекта). Поэтому в данном случае суммарная толща рассматривается как свободный параметр.

Спектр гамма-излучения рассматривался в следующих работах: [62; 204; 302], причем авторы пришли к разным выводам относительно спектра частиц, которые вызывают гамма-излучение. В то время как в работах [204] и [62] какого-либо заметного отклонения требуемого для описания гамма-излучения спектра космических лучей от наблюдаемого в окрестности Земли обнаружено не было, работа [302] указала на значительную модуляцию плотности космических лучей при энергиях ниже 10 ГэВ. Такая разница в интерпретациях не должна удивлять, поскольку измерение спектра гамма-излучения молекулярных облаков, особенно на низких энергиях, является чрезвычайно сложной экспериментальной задачей.

Рассчитанный по формуле (3.94) спектр гамма-излучения некоторых локальных молекулярных облаков, и его сравнение с экспериментальными данными показаны на рисунке (3.4). Видно, что в целом модуляция может заметно изменить спектр гамма-излучения, однако качества экспериментальных данных недостаточно, чтобы сделать однозначный вывод о наличии или отсутствии модуляции.

В недавней работе [96] был проведен более качественный анализ излучения из молекулярного газа, в котором было произведено сравнение гамма-излучения из плотной и диффузного газа. Показано, что излучение из плотного газа заметно модулируется на низких энергиях. Полученные в работе спектры находится в хорошем качественном и количественном соответствии с выводами описанной

в данной работе теории, хотя сами авторы оригинальной работы объяснили свои результаты иначе — за счет наличия конечного коэффициента пространственной диффузии внутри плотного молекулярного газа. Моя статья на эту тему на момент написания настоящей диссертации проходит подготовку к публикации.

Как видно, в настоящее время наблюдения за молекулярными облаками в гаммадиапазоне не позволяют обнаружить достаточно убедительных свидетельств в пользу модуляции космических лучей. Рассмотрим теперь ГэВный избыток в центральной области Галактики. В отличие от молекулярного газа локальных облаков, центральная молекулярная зона гораздо плотнее и массивнее. В частности, в молекулярном облаке Sgr B2 можно ожидать следующие толщи молекулярного газа:,  $10^{23}$  см<sup>-2</sup> — толща оболочки облака,  $10^{24}$  см<sup>-2</sup> — толща областей промежуточной плотности и  $10^{25}$  см<sup>-2</sup> — толща ядра облака [3]. Но при этом значения величины магнитного поля в центре Галактики также выше, и из-за этого значение  $p_{ex}$  оказывается не настолько высоким. Характерное значение напряженности магнитного поля составляет  $B = 30 \ \mu$ Гс, а плотность диффузного молекулярного газа составляет около n = 10 сm<sup>-3</sup> [113; 114].

Именно эти значения я возьму для расчетов модуляции спектра гамма-излучения. Соответствующие значения максимальной энергии модуляции составят при этом для указанных выше значений толщи соответственно 1.2, 6.4 и 22 ГэВ. Технически, можно сделать оговорку о том, что модуляция происходит не в молекулярном газа, а в атомарном, который окружает области диффузного молекулярного газа. Это предположение позволит связать в единую цепь большое количество облаков центральной молекулярной зоны и позволит использовать кумулятивный эффект. Однако для иллюстративных целей выбранных мной параметров уже достаточно.

Спектр гамма-излучения различных заряженных частиц из центральной молекулярной зоны, посчитанный с учетом эффектов самомодуляции, показана на рисунке 3.5. Также на этом рисунке для сравнения показан спектр обратного компто-



Рис. 3.5: Гамма-излучение заряженных частиц в центральной молекулярной зоне для различных значений толщи облаков. (а) Излучение протонов (б) Тормозное излучение релятивистских электронов. Излучение за счет обратного комптоновского рассеяния также показано для сравнения. Экспериментальные точки излучения ГэВного избытка взяты из статьи [274].

новского рассеяния фотонов с энергией 1 эВ, созданный модулированным спектром электронов. Обратное комптоновское излучение не связано напрямую с молекулярным газом, поэтому оценить долю модулированного обратного комптоновского излучения по сравнению с полным потоком затруднительно. Для данного графика я просто подогнал амплитуду спектра под экспериментальные точки. Как было отмечено ранее, данный рисунок носит иллюстративный характер и призван продемонстрировать изменение спектра гамма-излучения под действием модуляции. Точное описание спектра требует подробной информации о молекулярном газе в центре Галактики.

Из рисунка 3.5 видно, что модуляция поток космических лучей действительно приводит к нехватки гамма-фотонов в требуемом диапазоне ниже нескольких ГэВ. Это указывает на то, что объяснение избытка, данное в работе [200] имеет право на жизнь, хотя, конечно, точного воспроизведения экспериментальных данных добиться не удается.

ГэВный избыток может быть не связан с конкретным физическим источником гамма-излучения, а являться следствием того, что отдельные известные компо-

ненты галактического гамма-излучения посчитаны неверно. Так, добавление эффекта самомодуляции к полному гамма-излучению Галактики приведет к дефициту гамма-излучения в теоретических спектрах в области низких энергий. Это в свою очередь изменит спектр «неучтенной» части гамма-излучения, которым является избыток, увеличив количество фотонов на низких энергиях. В результате спектр избытка станет более пологим на низких энергиях, приняв форму, более близкую к степенной. Вполне возможно, после такой модификации, избыток можно будет описать небольшой поправкой известной компоненты гамма-излучения, например, слегка изменив плотность мягких фоновых фотонов или слегка изменив плотность газа. Таким образом, избыток перестанет быть отдельной загадочной компонентой гамма-излучения Галактики, а просто сольется с одной из ее известных компонент.

В этом смысле рисунок 3.5 не ставит своей целью воспроизвести спектр избытка точно. Это было бы невозможно еще и из-за того, что пространственное распределение излучения избытка не совпадает с распределением молекулярного газа. Напротив, я хотел показать, что модуляция лишь позволяет «подсветить» низкоэнергичную часть избытка, сделав сам спектр более похожим на степенной. Количественные оценки модуляции я проведу в следующем разделе.

## 3.13 Диффузное гамма-излучение Галактики.

Как был отмечено в предыдущем разделе, наличие ГэВного избытка в гаммаизлучении Галактики может быть связано с тем, что теоретическое описание диффузного гамма-излучения Галактики переоценивает низкоэнергетичную часть спектра. Это гипотезу необходимо проверить, для чего необходимо смоделировать диффузное излучение Галактики с учетом эффектов самомодуляции.

Второй мотивацией для исследования диффузного излучения является тот факт, что эффект модуляции крайне сложно наблюдать на отдельных молекулярных об-

лаках. Действительно, как я отметил в предыдущем разделе, разрешающая способность гамма-телескопов (в том числе и работавшего в настоящий момент Fermi-LAT) на низких энергиях снижается. Из-за этого наблюдения спектров в диапазоне 1 ГэВ и ниже, где модуляция наиболее ярко выражена, затруднительны. Поэтому разумнее не полагаться на выделение спектров каждого отдельного молекулярного облака из полного спектра излучения Галактики, а наоборот, смоделировать весь спектр Галактики, включив в него эффекты модуляции. Тем более, что инструменты для моделирования гамма-излучения имеются в наличии.

Сложность расчета модулированного спектра в сравнении с расчетами, выполняемыми с использованием численных кодов GALPROP [157; 202] и аналогичных, заключается в том, что для расчета модуляции нужно знать не только распределение массы газа по Галактике, но и распределение облаков по толщам  $\mathcal{N}_H$ . Таким образом, требуется каталог молекулярных облаков. Я использовал каталог SEDIGISM [288], который содержит данные о примерно 10000 облаках, попадающих в область между -40 и +20 градусов галактической долготы и -1 и +1 градусом галактической широты.

Настолько подробное описание молекулярного газа, которое дробит весь газ на 10000 отдельных облаков, скорее всего, избыточно и даже вредно для данной задачи. Действительно, большая часть из входящих в каталог облаков должна быть связана общей оболочкой. Таким образом, использование данного каталога может приводить к серьезной недооценке полной толщи  $\mathcal{N}_H$ , приходящейся на каждый такой кластер молекулярных облаков. То есть кумулятивный эффект, о котором я говорил в предыдущем разделе, будет сведен к минимуму, а эффект от модуляции будет недооценен.

Поскольку спектр протонов меняется в зависимости от координат, я воспользовался инструментом GALPROP WebRun [122; 202], который позволяет вычислить спектр космических лучей в различных областях Галактики. Параметры задачи,

которые необходимы для запуска симуляции, были взяты из модели

SS\_Z8\_R20\_T100000\_C2 статьи [110], в которой вычисляются значения параметров, необходимых для корректного описания диффузного гамма-излучения Галактики с помощью GALPROP. Конкретная модель была выбрана исходя из того, что я уже ранее использовал ее для описания распределения электронов в пузырях Ферми. Впрочем, различие между отдельными моделями гамма-излучения, представленными в работе [110], минимально и не должно влиять на полученные в данном разделе выводы.

Сравнивая использованное в GALPROP pacпределение молекулярного газа (которое представлено в файле rbands\_co10mm\_v3\_2001\_hdeg.fits исходного кода GALPROP) с тем, которое вычисляется по каталогу SEDIGISM, я обратил внимание на систематическую разницу в результатах. Хотя качественное согласование присутствует (оба источника данных показывают более-менее схожее распределение полной толщи газа по галактической долготе), количественно результаты отличаются примерно в 2 раза. Это различие может быть связано с тем, что GAPROP учитывает вклад диффузного молекулярного газа, тогда как в каталоге SEDIGISM приведена информация о плотном газе.

Это различие делает затруднительным сравнение модулированного спектра с немодулированным. Поэтому при вычислении спектра гамма-излучения я пропорционально увеличивал интенсивность гамма-изучения, полученного с помощью каталога SEDIGISM, чтобы она соответствовала GALPROP. Действительно, в разделе 3.7 было показано, что модуляция происходит очень неплотном газе на границе диффузной оболочки молекулярных облаков. Таким образом, можно с большой степенью уверенности сказать, что спектр космических лучей в диффузном молекулярном газе также будет модулирован. Более того, спектр гаммаизлучения из значительной доли нейтрального атомарного газа, который связан магнитным полем с кластерами молекулярных облаков, также должен испыты-

вать модуляцию.

Для вычисления спектра излучения производились следующие операции. Сначала выбрались интересующие нас координаты на небе и угловой размер области обзора. В каталоге молекулярных облаков отмечались все облака, попадающие в указанную область, их координаты в Галактике, масса и толща водорода. Далее используя координаты каждого облака, я брал спектр протонов и электронов межзвездной среды из данных GALPROP и вычислили их модулированные спектры внутри облака по формулам, описанным в разделе 3.7. Для простоты я не учитывал вклад ядер — хотя они бы усилили эффект от модуляции, но их учет потребовал бы значительно усложнить алгоритм (поскольку потребовал бы решения нелинейного алгебраического уравнения для каждого облака, попавшего в конус зрения).

По модулированным спектрам вычислялся спектр гамма-излучения из данного облака за счет протон-протонных столкновений и тормозного излучения электронов. Проделав данную операцию для всех отмеченных облаков, я сложил их спектры и сделал поправку на распределение молекулярного газа по GALPROP. В результате получилось угловое распределение спектров  $I_{mod}(E_{\gamma})$  диффузного гамма-излучения молекулярного газа Галактики.

Этот спектр уже можно сравнивать со спектром GALPROP, однако два фактора осложняют задачу: во-первых, GALPROP не делает различие между атомарным и молекулярным газом при описании гамма-излучения. Поэтому если считать, что модуляция происходит только в молекулярном газе, сравнение будет затруднительно. Во-вторых, GALPROP считает гамма-излучение по несколько другим формулам, чем использованные в данной статье, что может приводить к небольшому различию в спектрах. Это различие — не то, которое хотелось бы обнаружить, поэтому от него желательно избавиться.

Поэтому, вместо того, чтобы сравнивать гамма-излучение с GALPROP напря-

мую, я проделал следующую операцию: вычислил спектр гамма-излучения без учета эффекта самомодуляции с использованием каталога SEDIGISM, проделав все те же операции, как и для спектра с учетом модуляции. В результате получился спектр излучения молекулярного газа  $I_0(E_{\gamma})$ , в котором эффект самомодуляции отсутствует. Разница двух спектров:  $\Delta I(E_{\gamma}) = I_0(E_{\gamma}) - I_{mod}(E_{\gamma})$  — и есть величина эффекта самомодуляции. Ее уже можно сравнить со спектрами, полученными GALPROP, например, уменьшаяя полный спектр GALPROP на эту величину с целью получить полный спектр излучения Галактики с учетом эффектов модуляции.



Рис. 3.6: Спектр диффузного гамма-излучения Галактики для разных областей вблизи центра. Сплошная линия – спектр без учета самомодуляции, штриховая линия – величина эффекта самомодуляции, штрихпунктирная линия – спектр с учетом самомодуляции.

На рис. 3.6 показаны результаты расчетов для различных областей на небе. Я рассмотрел три области вокруг центра Галактики, а также одну область, сдвинутую от центра. Сплошной линией показаны результаты GALPROP для соответствующей области, штриховой линией – величина эффекта самомодуляции

 $\Delta I(E_{\gamma})$ , а штрихпунктирной линией – ожидаемый спектр излучения Галактики с учетом эффекта самомодуляции. Спектры излучения, показанные на данном рисунке, это полный спектра излучения Галактики, куда входит в том числе обратное комптоновское излучение и излучение атомарного газа, на которые эффекты модуляции я не распространял.

Как видно, эффект самомодуляции достигает наибольшего относительного значения в узкой области вблизи центра Галактики, где сосредоточено большое количество массивных молекулярных облаков. Относительная величина эффекта падает по мере увеличения углового размера области наблюдения, а также при смещении центра области от центра Галактики. Это связано с тем, что вклад излучения молекулярного газа уменьшается, а доля излучения атомарного газа и обратного комптоновского рассеяния электронов растет.



Рис. 3.7: Сравнение спектра «ГэВного избытка» из галактического центра (экспериментальные точки) и эффекта самомодуляции (сплошная кривая).

Теперь, зная как зависит эффект самомодуляции от широты и долготы, можно сравнить его со спектром ГэВого избытка. Рисунок 3.7 демонстрирует это сравнение. Размер области наблюдений (10°) был выбран совпадающим с размером

ГэВного избытка [274]. Легко видеть, что гипотеза о том, что модуляция способна сделать спектр более пологим, хорошо выполняется.

Хотя рисунок 3.7 и показывает, что эффект от модуляции значителен и сопоставим по амплитуде со спектром ГэВного избытка, его недостаточно для объяснения природы избытка. Дальнейшие шаги должны включать в себя аккуратное моделирование полного гамма-излучения Галактики с учетом эффектов самомодуляции и сравнения его с экспериментальными данными. Если учет самомодуляции приведет к исчезновению избытка и к улучшению соответствия между теоретическими и экспериментальными спектрами гамма-излучения, наличие модуляции космических лучей в молекулярном газе можно будет считать доказанным. Однако данные вычисления требует достаточно серьезного объема работы, связанной с модификацией кода GALPROP и обработкой экспериментальных данных, и на данный момент они еще не проделаны.

### 3.14 Радиоизлучение электронов.

В предыдущих разделах я рассмотрел гамма-излучение молекулярных облаков как один из возможных индикаторов наличия или отсутствия модуляции космических лучей в молекулярном газе. При этом я указал и на существенный недостаток использования гамма-излучения: низкая разрешающая способность гаммателескопов на энергиях ниже 1 ГэВ, что серьезно затрудняет определения спектра в данном диапазоне энергий. Таким образом, определение спектров субрелятивистских протонов и ядер сопряжено с определенными трудностями, преодолеть которые на данный момент весьма затруднительно. Остается надеяться либо на запуск более совершенных гамма-телескопов, либо на дальнейший набор статистики телескопом Fermi-LAT.

Если рассматривать новые телескопы, то с сожалением стоит отметить, что проект российского телескопа ГАММА-400 при своих заявленных характеристиках мало чем бы помог в решении этой задачи. Ситуацию могло бы спасти улучшение его разрешающей способности на низких энергиях, в диапазоне 100 МэВ — 1 ГэВ, однако подобная модификация для телескопа, хоть и обсуждалась, но не была в конечном итоге одобрена. Увы, в настоящее время после ухода из жизни руководителя проекта и главного инженера, будущее данного инструмента неясно.

Итак, исследование гамма-излучения заряженных частиц сопряжено с определенными трудностями. Тем не менее, остается еще один диапазон электромагнитного излучения, который потенциально может обеспечить нас необходимой информацией о спектрах релятивистских частиц. При движении в магнитном поле релятивистские электроны с энергией около 1 ГэВа испытывают синхротронные потери и излучают в диапазоне от долей до десятков ГГц, в зависимости от величины магнитного поля. Спектр их радиоизлучения зависит от спектра электронов, и наличие излома в спектре электронов должно приводить к излому в спектре излучения. Следовательно, эффект модуляции должен быть хорошо заметен. Кроме того, радиотелескопы (и тем более, радиоинтерферометры) обладают превосходной разрешающей способностью, что делает задачу о выделении спектра излучения отдельных молекулярных облаков тривиальной в сравнении с аналогичной задачей в гамма-диапазоне.

Так же, как и в случае с гамма-излучением, одним из наиболее перспективных источников для исследования модуляции космических лучей является центральная молекулярная зона — область в окрестности центра Галактики, размерами примерно 500 пк на 200 пк в плоскости диска и толщиной поперек диска примерно в 30 пк. Молекулярный газ сосредоточен, в основном, в плотных молекулярных облаках, объем которых не превышает 10% полного объема области [113; 114; 172]. Средняя толща центральной молекулярной зоны составляет  $\mathcal{N}_{H_2} \sim 10^{23}$  см<sup>-2</sup> при массе  $5 \times 10^7 M_{\odot}$ . При этом среднее магнитное поле может достигать

 $B \sim 0.1$  мГс [113]. Диффузный газ в центральной молекулярной зоне имеет среднюю плотность до 50 см<sup>-3</sup> [148; 270].

Так, Yusef-Zadeh и соавторы в работе [152] нашил сильную корреляцию между распределением нетепловых радиоисточников и распределением молекулярного газа в центральной молекулярной зоне. Это позволило им сделать вывод, что жесткий спектр радиоизлучения из этой области имеет нетепловую природу и вызван излучением релятивистских электронов. Вклад теплового излучения в полный поток при этом не превышает 25%. Спектральный индекс радиоизлучения, определенный как  $\beta = -\Delta(\log S_{\nu})/\Delta(\log \nu)$  меняется с частотой и равен  $\beta_{1.4}^{325}$  МГц =  $0.17 \pm 0.01$ ,  $\beta_{4.5}^{1.4}$  ГГц =  $0.58 \pm 0.01$  и  $\beta_{8.5}^{4.5}$  ГГц =  $1.14 \pm 0.01$ . Данный спектр изображен на рисунке 3.8. Изменение спектрального индекса с частотой может быть объяснено в предположении, что модуляция электронов в молекулярном газе приводит к дефициту релятивистских электронов низкой энергии, из-за чего спектр радиоизлучения и загибается «вниз» на низких частотах. Теоретическая кривая, приведенная на рисунке 3.8 демонстрирует результат теоретических расчетов спектра радиоизлучения с учетом модуляции, детали которых я приведу ниже.

Если не принимать во внимание кумулятивный эффект для центральной молекулярной зоны (который учесть сложно из-за гигантского размера данной зоны), большую модуляцию стоит ожидать в отдельных молекулярных облаках, толща которых превосходит среднюю толщу молекулярной зоны. Так, я уже выше упоминал гигантское молекулярное облако Sgr B2, толща которого превосходит толщу зоны на 1-2 порядка.

Но проведенные измерения спектра радиоизлучения показали [153], что излучение облака Sgr B2 очевидно полностью является тепловым во всем диапазоне частот, в который попадает как Релей-Джинсовская, так и виновская части спектра чернотельного излучения (см. рисунок 3.8 справа). В отличие от центральной



Рис. 3.8: Слева: спектр диффузного радиоизлучения из внутренней области Галактики размером 2° × 1° (точки) [152] и ожидаемый спектр синхротронного излучения электронов из этой области с учетом модуляции. Справа: спектр радиоизлучения облака Sgr B2, в основном, теплового (точки) [153] и ожидаемый спектр нетеплового синхротронного излучения электронов из этой области с учетом модуляции.

молекулярной зоны, никаких следов синхротронного излучения из Sgr B2 не наблюдается, за исключением, возможно отдельных небольших филламентов [279]. Этой особенностью отличается не только облако Sgr B2 — у большинства облаков за пределами центральной молекулярной зоны также не найдено надежного нетеплового радиоизлучения. В этом отношении центральная молекулярная зона выступает скорее исключением, чем правило — из-за большого размера и низкой средней плотности она обладает меньшем, чем отдельные молекулярные облака, тепловым излучением при более высокой интенсивности синхротронного излучения.

Таким образом, исследовать отдельные молекулярные облака на предмет модулированного радиоизлучения оказывается малоперспективной задачей, пока не будет придумано способа надежно разделить тепловую компоненту и нетепловую на частотах 1 — 10 ГГц. С учетом того, что нетепловая компонента может быть на несколько порядков слабее тепловой, это весьма нетривиальная задача. Следовательно, единственными доступными объектами для наблюдения модуляции являются большие кластеры молекулярного газа, такие как центральная молекулярная зона. Впрочем, и для отдельных молекулярных облаков, таких как Sgr B2, надо продемонстрировать, что ожидаемая нетепловая компонента не превосходит наблюдаемые величины.

Вычисление спектра электронов достаточно тривиально — я уже показывал, как это делается, в разделе 3.8. Сильно упрощает задачу тот факт, что заряд электронов совпадает по величине с зарядом протонов, их скорости поглощения также сопоставимы, а концентрация нетепловых электронов на 2 порядка ниже. То есть электроны вообще не участвуют в возбуждении волн и выступают полностью пассивной компонентой.

В этом смысле, использование уравнения (3.51) для определения коэффициента диффузии и уравнения (3.56) для определения спектра электронов (дополнительно потребуется граничное условие S = uf) вполне оправдано. Необходимо, правда, учесть, что в интересующем диапазоне энергий релятивистских электронов резонирующие с ними МГД волны могут стать настолько короткими, что возбуждающие их протоны окажутся нерелятивистскими. Поскольку коэффициент диффузии пропорционален скорости,  $D \propto v$ , то коэффициенты диффузии протонов и электронов будут различаться пропорционально их скоростям (у электронов коэффициент диффузии станет больше).

Использование уравнения (3.56), дополненного уравнением (3.51) не приводит при этом к каким-либо сложностям. Однако применение упрощенного подхода из раздела 3.2 может привести к большим ошибкам. Дело в том, что для оболочки постоянной величины поток электронов в облако будет определяться выражением

$$S(p) = \frac{v_{\rm A} f_p^{(0)}(p)}{1 - (1 - v_{\rm A}/u)e^{-\eta(p)}}, \qquad (3.95)$$

где, напомню,  $\eta$  определяется формулой (3.57).

Для протонов на маленьких энергиях  $\eta_p \gg 1, S(p)$  перестает зависеть от  $\eta_p$  и как следствие, само значение  $\eta_p$  определяется из баланса возбуждения и затуха-

ния с большой погрешностью. Это не является проблемой для протонов и ядер, поскольку, если  $\eta \gg 1$ , точное значение этого параметра уже не играет роли. Но для электронов справедливо, что  $\eta_e = \frac{v_p}{c} \eta_p$ , где  $v_p$  — скорость протонов. Таким образом, может оказаться, что  $\eta_e \sim 1$  даже при  $\eta_p \gg 1$ , и спектр электронов будет определен ошибочно.

Решением этой проблемы для задачи с однородной оболочкой будет учет вклада электронов в возбуждение волн. Действительно, при  $\eta_p \gg 1$  протоны практически не возбуждают волны, и электроны станут активными частицами. Однако это сильно затрудняет решение задачи.

В то же время в задаче с неоднородной оболочкой, в силу того, что соотношение между конвективным и диффузионным членом всегда остается  $v_A f \leq 3S_{DD}$  (см. раздел 3.7), то формально величина  $\eta$  всегда остается порядка 1, и всегда определяется точно (поскольку точно определяется зависимость D(z)), следовательно и данной сложности не возникает. И это еще один аргумент в пользу того, чтобы использовать именно модель с неоднородным распределением газа в оболочке.

После вычисления спектра электронов можно вычислить их излучательную способность в радиодиапазоне  $\mathcal{P}_{\nu}$ , используя известную формулу [131],

$$\mathcal{P}_{\nu} \simeq \frac{\sqrt{3}e^{3}B_{\perp}}{m_{e}c^{2}} \int dp \ f_{e}^{(c)}(p) \frac{\nu}{\nu_{c}} \int_{\nu/\nu_{c}}^{\infty} dx \ K_{5/3}(x), \tag{3.96}$$

где  $K_{\alpha}(x)$  — функция Макдональда, а частота

$$\nu_c(p) = \frac{3eB_\perp}{4\pi m_e c} \left(\frac{p}{m_e c}\right)^2, \qquad (3.97)$$

определяется проекцией магнитного поля на плоскость неба  $B_{\perp}$ .

Если спектр электронов степенной,  $f_e^{(c)}(p) \propto p^{-\gamma}$ , то излучательная также степенная и выражается как  $\mathcal{P}_{\nu} \propto B^{(\gamma+1)/2} \nu^{-(\gamma-1)/2}$ , причем вклад электронов с импульсом p приходится в основном на частоту  $\nu(p) \approx 0.3\nu_c(p)$  [131]. Таким образом, можно прийти к двум выводам: во-первых, синхротронное излучение

доминирует в более плотных областях облака, где магнитное поле сильнее. Вовторых, если спектр электронов испытывает излом, например, из-за модуляции, то и спектр радиоизлучения должен испытывать излом.

В идеале, спектр излучения из-за модуляции должен испытывать излом на частоте, соответствующей импульсу  $p_{ex}$ . При этом на высоких частотах спектр должен быть  $\mathcal{P}_{\nu} \propto \nu^{-(\gamma_e - 1)/2} \approx \nu^{-1.1}$  (используется немодулированный спектр электронов с индексом  $\gamma_e = -3.1$ ). А на низких частотах  $\mathcal{P}_{\nu} \propto \nu^{-(\gamma_e - \gamma_p)/2} \approx \nu^{-0.25}$ . Для последней формулы я предположил, что модуляция происходит, когда левая граница области диффузии приходится на  $z_0$ , соответственно, модулированный спектр протонов имеет индекс -1, а спектр электронов, как пассивной компоненты, определяется уравнением (3.64), которое меняется спектральный индекс с  $\gamma_e$ на  $\gamma_e - \gamma_p + 1$ , где немодулированный спектр протонов  $\gamma_p = 2.7$ .

Эта оценка спектра радиоизлучения хорошо работает вдали от частоты излома. Однако в реальности измерения проводятся на довольно близких к излому частотах. Поэтому переход от немодулированной к модулированной части спектра сильно сглаживается (поскольку функции Макдональда — не дельта-функции Дирака), и наклоны спектра, рассчитанные по формуле (3.96) отличаются от оценочных.

Для качественного сравнения с наблюдениями центральной молекулярной зоны, выполненными в статье [152], я взял плотность водорода в оболочке  $n_{\rm H_2} = 50 \ {\rm cm}^{-3}$  и величину магнитного поля равную  $B = 10^{-4}$  Гс. Распространенность углерода в облаках галактического центра считалась солнечной. Толща облаков, в которых происходит модуляция космических лучей, была взята  $\mathcal{N}_{\rm H_2} = 10^{23} \ {\rm cm}^{-2}$ .

Спектр протонов космических был взят такой же, как и в окрестности Солнечной системы [77], а спектр электронов был увеличен в 10 раз по сравнению с локальным спектром, чтобы воспроизвести нужную интенсивность излучения. Одновременно с этим было предположено, что излучение идет не из всего объема центральной зоны, а только из той, что заполнена плотным газом (а значит, и более интенсивным магнитным полем). Объем светящейся части зоны был установлен равным 10% объема всей зоны:  $V_{\rm rad} \sim 0.1 V_{\rm CMZ} \sim 10^{61}$  cm<sup>3</sup>. Поскольку магнитное поле в плотных областях выше, чем в диффузной оболочке, то его величина была взята в 5 раз выше:  $B_{\rm dense} = 5 \times 10^{-4}$  Гс. Поток излучения в окрестности Земли был вычислен как  $S_{\nu} = \mathcal{P}_{\nu} V_{\rm rad} / (4\pi R_{\rm CMZ}^2)$ .

Точно такие же вычисления были проделаны для отдельного облака Sgr B2, чтобы сравнить результат с наблюдениями, описанными в статье [153]. Однако в этом случае толща облака была выбрана равной  $\mathcal{N}_{\rm H_2} = 10^{24} \, {\rm cm}^{-2}$  при сохранении значений всех остальных параметров.

Результаты вычислений показаны на рисунке 3.8 сплошными черными кривыми. Как видно, модуляция действительно уменьшает число низкоэнергетичных излучающих электронов, что приводит к уменьшению интенсивности радиоизлучения на низких частотах. Сопоставление экспериментальных данных по центральной молекулярной зоне с теоретической кривой показывает неплохое соответствие. Таким образом, излом в радиоспектре можно объяснить модуляцией. В случае Sgr B2, как видно, спектр нетеплового излучения оказывается существенно ниже спектра теплового излучения.

Последние данные по нетепловому излучению Sgr B2, приведенные в статье [75], указывают, что поток радиоизлучения на 74 МГц составляет около 4.6 Ян, а на частоте 333 МГц — 0.5 Ян. Спектральный индекс излучения при этом равен с учетом погрешности  $\alpha = -1 \pm 1$ . Как видно, даже эти экспериментальные данные не позволяют сделать четкий вывод о наличии или отсутствии модуляции. Точка на 333 МГц хорошо совпадает с Рис. 3.8, однако значение спектрального индекса определено не очень точно:  $\alpha = -1$  соответствует отсутствию модуляции, тогда как  $\alpha \approx 0$  говорит о ее наличии.
## 3.15 Выводы к главе 3

В данной главе самосогласованным образом был проанализирован процесс проникновения космических лучей в молекулярные облака и формирование в них спектра частиц, отличного от того, который наблюдается в межзвездной среде. Было показано, что процесс искажение спектра (модуляция) происходит из-за взаимодействия заряженных частиц с возбужденной ими самими турбулентностью, возникающей из-за потоковой неустойчивости.

Модуляция затрагивает спектр частиц начиная от низких энергий вплоть до некоторой максимальной энергии, при которой потока заряженных частиц уже не хватает для преодоления затухания турбулентности, связанного с ион-нейтральным трением. Данная максимальная энергия зависит от размера и массы облака — чем больше массы попадает на проходящую сквозь облако магнитную силовую линию, тем выше максимальная энергия модуляции. Также максимальная энергия определяется химическим составом космических лучей — чем больше в составе космических лучей ядер, тем выше оказывается энергия модуляции.

Даже для состава космических лучей, характерного для окрестности Солнечной системы, вклад протонов в возбуждение турбулентности в оболочках молекулярных облаков на больших (релятивистских) энергиях оказывается ниже, чем вклад гелия. Поэтому вблизи максимальной энергии модуляции спектр частиц в молекулярном газе определяется в основном спектром гелия в межзвездной среде, а не спектром протонов.

Самомодуляция космических лучей влияет на гамма-излучения облаков, однако в большинстве случае, за исключением одной группы облаков, эффект модуляции с трудом поддается обнаружению. Однако в случае, если рассматривать гаммаизлучение Галактики в целом, эффект модуляции может быть заметен на уровне до 30-50% от общего потока излучения. Эффект максимален в том случае, если в поле зрения попадают только плотные молекулярные облака, что характерно для центра Галактики.

Модуляция должна искажать спектры радиоизлучения релятивистских электронов из молекулярного газа и формировать в спектрах характерный излом. К сожалению, спектры излучения большинства молекулярных облаков сформированы тепловым излучением, и выделить синхротронную компоненту из него затруднительно.

Самое сильное влияние самомодуляция оказывает на темп ионизации молекулярного газа. Поскольку темп ионизации частично служит источником информации для определения плотности космических лучей низкой энергии [см., например, 155], то из-за модуляции межзвездный спектр космических лучей на низких энергиях может быть серьезно недооценен. Иные проявления активности космических лучей нерелятивистских энергий (рентгеновское излучение, возбуждение ядерных гамма-лини) на данный момент для наблюдений недоступны, но также должны быть подвержены влиянию самомодуляции.

В работе [201] было сделано утверждение, что космические лучи проникают в молекулярный газ с альвеновской скоростью. В данном исследовании было показано, что это на самом деле не так. На больших энергиях, где потери для частиц пренебрежимо малы, проникновение частиц в облака носит конвективнодиффузионный характер, причем конвективный поток никогда не превышает диффузионный более чем в 3 раза. На низких энергиях из-за потерь конвективный поток действительно может стать доминирующим, однако частицы не становятся строго «строго захваченными» альвеновским потоком. В случае, если рассматривается только оболочка молекулярного облака или молекулярное облако в целом, утверждение из работы [201] не приводит к большим ошибкам. Однако при рассмотрении плотной части облака, находящейся после диффузионной области, такое описание в корне неправильно.

# Глава 4

# Самосогласованная модель гало космических лучей Галактики

## 4.1 Удержание космических лучей в Галактике

Наблюдения за синхротронным излучением релятивистских электронов, а также за спектрами лития, бериллия и бора показали, что космические лучи проводят большую часть своего времени за пределами галактического диска — в области, которая простирается на высоту в несколько кпк над диском Галактики [20]. Эта область получила название «гало космических лучей».

Впервые идея гало была выдвинута в 1953 году В.Л. Гинзбургом в работе [126], и в дальнейшем подробно описана в знаменитой монографии за авторством Гинзбурга и Сыровасткого [132]. Феноменологические модели распространения космических лучей, включающие в себя диффузию частиц в гало и их свободное убегание с границы гало, разрабатывались в работах [41—43; 130; 145; 236; 237; 265], а кинетическое описание распространения частиц рассматривалось в работах [134; 158; 160; 175; 217; 291]. Естественно, поскольку проблема гало Галактики является одной из важнейших задач астрофизики космических лучей, этот список далеко не полон.

Феноменологические модели гало космических лучей позволяют узнать, какие процессы происходят в плазме в Галактике, а также помогают пролить свет на

происхождение самих космических лучей [см, например, 17; 18; 23; 51; 92; 125; 129]. Однако как и другие феноменологические модели, модель гало оперирует набором свободных параметров, происхождение которых не уточняется. В данных моделях такими параметрами выступают размер гало  $z_{\rm H}$  и коэффициент пространственной диффузии космических лучей D. Значение этих параметров, и в частности, их зависимость от энергии сильно влияют на итоговый спектр космических лучей.

В целом, модели гало космических лучей Галактики можно условно разделить на следующие группы:

- Статичное гало. В рамках данного класса моделей рассеяние космических лучей в гало происходит за счет взаимодействия с магнитными флуктуациями. При этом, начиная с некоторой высоты над плоскостью Галактики, рассеяние прекращается, и частицы свободно покидают гало. Значение высоты фиксировано, и никак не зависит от кинетической энергии космических лучей [см., например, 20; 31; 132]. Именно такая модель используется в известной численной модели GALPROP [202]. По данным этой модели параметры гало должны быть такие:  $D \sim 10^{28} (E/1 \ {\Gamma_{9}B})^{0.3} \ {\rm cm}^2 \ {\rm c}^{-1}$ , а  $z_{\rm H} \approx 4$  кпк [72].
- Гало с адвекцией. Данные модели расширяют модель статичного гало путем добавления переноса с конвективной скоростью  $v_{adv}$  к диффузионному переносу. Такие модели учитывают тот факт, что космические лучи способны возбуждать турбулентность, которая будет их же и рассеивать [32; 37; 121; 161; 175]. В таких моделях естественным образом появляется верхняя граница убегания, расположенная на расстоянии  $\sim D(E)/v_{ad} \leq 3$  кпк от галактического диска. Стоит отметить, что конвективный перенос может возникать не только из-за асимметрии волн, распространяющихся от диска и к диску, но и из-за влияние давления космических лучей на течение плазмы. Действительно, сильное давление космических лучей непосредственно в диске

Галактики, и практически полностью отсутствующее их давление на границе гало приводит к формированию «галактического ветра», который способен увлекать космические лучи и влиять на их распространение [38; 39].

 Неоднородное гало. Эти модели по крайней мере частично являются самосогласованными и пытаются увязать параметры гало с какими-либо физическими процессами, протекающими в плазме над галактическим дискам. К ним можно отнести следующие работы: [90; 93; 213; 285], и именно этот тип модели я рассмотрю в данной работе.

Интересной особенностью спектра космических лучей, которая была обнаружена относительно недавно, являются слабые волнообразные отклонения их спектра от степенного. Причем минимумы и максимумы этого волнообразного поведения не зависят от типа частиц (при условии, что частицы относятся к классу первичных), и находятся на одних и тех же значениях магнитной жесткости.

Существует несколько классов моделей, которые объясняют эти возмущения спектра. В частности, вариации могут быть связаны с влиянием локальных источников космических лучей [267], изломом в спектре МГД-флуктуаций, на которых рассеиваются космические лучи, связаны с турбулентным каскадом [16; 213]. Также дополнительным источником космических лучей, влияющим на спектр, может быть близкий взрыв сверхновой [см., 80; 103; 178; 304] или доускорение космических лучей на головной ударной волне звездных ветров [182; 183].

Целью же текущей работы будет показать, что подобные характерные возмущения спектра являются чисто эффектами распространения частиц в гало, и связаны с фундаментальными параметрами плазмы в гало Галактики: ее температурой и плотностью.

## 4.2 Распространение МГД волн в гало Галактики.

Здесь и далее термин «гало» будет употребляться в двух значениях: во-первых, это гало космических лучей — область пространства, заполненная заряженными частицами. Во-вторых, дополнительно будет использоваться термин «газовое гало» — область горячего ионизованного газа, расположенная над диском Галактики. Поскольку эти две области пересекаются, то можно использовать термин «гало» без указания на то, что имеется в виду. В таком случае он просто означает «в области над галактическим диском». Именно этой терминологии я и буду передерживаться.

Уравнения для МГД турбулентности в гало Галактики несколько сложнее тех, которые использовались в задачах о взаимодействии космических лучей с молекулярными облаками. Действительно, в оболочках молекулярных облаков турбулентность заполняет лишь узкую область, в которой альвеновская скорость меняется незначительно. Тогда как в гало, в соответствии с экспериментальными данными, область турбулентности простирается на килопарсеки, и плотность плазмы, а значит, и альвеновская скорость, сильно меняются на этих масштабах.

Применяя теорему Лиувилля для фазовой плотности МГД турбулентности,  $\mathcal{N}(\mathbf{k}, \mathbf{r})$ , в неоднородной среде и использую уравнения Гамильтона вида  $\dot{\mathbf{r}} = \partial \omega / \partial \mathbf{k}$  и  $\dot{\mathbf{k}} = -\partial \omega / \partial \mathbf{r}$ , можно написать уравнение для волн в виде [см., например, 93]

$$\frac{\partial \mathcal{N}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} - \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial \mathbf{k}} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{r}} = \mathcal{S} - \mathcal{L}, \qquad (4.1)$$

где члены S и  $\mathcal{L}$  описывают источники турбулентности и потери, а  $\omega(\mathbf{k}, \mathbf{r})$  — частота соответствующих волн. Ранее я использовал термин «спектральная плотность»,  $W(\mathbf{k}, \mathbf{r})$ , и он связан с фазовой плотностью как  $\mathcal{N} = W/\omega$ .

Далее нужно подставить выражение для W в уравнение (4.1) и принять во внимание, что само уравнение записано в одномерном случае для поперечных волн, распространяющихся вдоль магнитного поля. Я рассматриваю только альвенов-

186

ские волны, поскольку известно, что быстрые магнитозвуковые волны очень эффективно затухают из-за явления, аналогичного затуханию Ландау, называемого в англоязычной литературе Transit Time Damping [см., например, 197]). Используя дисперсионное соотношение  $\omega(k, z) = v_A(z)k$ , после простых выкладок можно переписать уравнение в следующем виде, который очень похож на тот, что использовался ранее в задачах об оболочках молекулярных облаков:

$$\frac{\partial}{\partial z}(v_{\rm A}W) - \frac{dv_{\rm A}}{dz}\frac{\partial}{\partial k}(kW) = 2(\Gamma - \nu)W, \qquad (4.2)$$

Остановимся по-подробнее на тех членах, которые вошли в итоговое уравнение, и те, которые я отбросил при его выводе.

«Адиабатические потери». Этот процесс описывается вторым членом в уравнении (4.2) и третьим членов в уравнении (4.1). Он аналогичен процессу охлаждения заряженных частиц при расширении «газа» рассеивающих центров, вызванным увеличением их скорости движения. В случае МГД волн увеличение скорости «растягивает» волновые пакеты и смещает турбулентность к малым значениям k. Множитель 1/3, который появляется в члене адиабатических потерь для заряженных частиц, связан с изотропным распределением космических лучей. В уравнении (4.2) он, очевидно, отсутствует, поскольку волны распространяются вдоль оси z, и, следовательно, их распределение сильно анизотропно.

Вязкое затухание. Используя книгу [36] и сохраняя принятые там обозначения, можно оценить вязкое затухание некопрессионных мод через значение вязкости, перпендикулярной магнитному полю,  $\eta_{\perp} \sim \eta_0/(\Omega \tau)^2$ , где  $\eta_0 \sim 10^{-12} nT \tau$  — газо-кинетическая вязкость тепловых ионов (выраженная в г см<sup>-1</sup> для T выраженной в эВ),  $\Omega \sim 10^4 B$  — гирочастота (в с<sup>-1</sup>), а  $\tau \sim 10^6 T^{3/2}/n$  — время ион-ионных столкновений (в с).

Таким образом, ослабление газокинетической вязкости для альвеновских волн составляет  $(\Omega \tau)^2$ , что для параметров гало составляет примерно  $\sim 10^{16}$  и выше. Таким образом, даже адиабатические потери,  $\sim v_A/z_n$  оказывают существенно

более высокое влияние, чем вязкое затухание. Аналогичным образом можно показать, что затухание из-за конечной проводимости плазмы для условий гало также не играет роли.

*Нелинейное взаимодействие*. В случае волн, распространяющихся в оболочках молекулярного газа, я не учитывал этот член, поскольку вклад от него оказывался существенно меньше затухания на ион-нейтральном трении. В гало же затухание оказывается существенно меньшим, из-за чего на нелинейном взаимодействии необходимо остановиться подробнее.

Турбулентный каскад или нелинейное затухание в для альвеновских мод может возникнуть из-за взаимодействия волн,  $W_+$  и  $W_-$ , распространяющихся в противоположных направлениях относительно магнитного поля [4; 251] (волны, распространяющиеся в одном направлении, имеют одинаковую фазовую скорость, и, очевидно, не могут «догнать» друг друга, вызвав нелинейное взаимодействие). Вид нелинейного члена, описывающего каскад, сильно зависит от вида взаимодействия волн между собой, и на данный момент в астрофизических задачах нет единого мнения, как этот член должен выглядеть [см., например, 4; 86; 136; 137; 239, и ссылки в этих статьях].

Можно выделить два механизма формирования каскада. Первый механизм связан с взаимодействием альвеновских волн со звуковыми [251]. Однако в гало звуковые волны испытывают сильное затухание из-за газокинетической вязкости  $\eta_0$  [36] и могут распространяться только в том случае, если их частота  $c_s k$  превышает темп затухания  $\sim (\eta_0/mn)k^2$ . Таким образом, при больших значениях k каскад не может формироваться из-за отсутствия волн. Для гало предельное значение k соответствует резонансной энергии примерно  $\geq 10^{14}$  эВ, то есть практически весь спектр протонов галактических космических лучей взаимодействует с МГД волнами, не подверженными нелинейному затуханию.

Второй механизм связан с так называемым четырехволновым взаимодействи-

ем, и он включает в себя слияние двух альвеновских волн и рождение двух новых без участия звуковых волн [4; 137; 239]. Этот процесс меняет значения волновых векторов, принимающих участие во взаимодействии, но не способен менять их направление [136]. Иными словами, нелинейный каскад не способен перекачивать энергию из волн одного направления в волны противоположного направления. С учетом того, что в гало практически нет источников волн, распространяющихся по направлению к диску, то их энергетическая плотность мала. Следовательно, нелинейным членом для волн, распространяющихся от диска, можно пренебречь.

Отмечу, что в солнечном ветре возникает аналогичная ситуация: поскольку источником МГД волн является Солнце, то волн, распространяющихся по направлению к Солнцу, быть не должно. Однако прямые измерения показывают наличие турбулентного каскада в солнечной плазме. Эта проблема объясняется тем, что волны, распространяющиеся от Солнца испытывают переотражение при распространении в неоднородной среде. Стоит проверить, не возникнет ли отражение в гало [см. 111; 168].

Характерное для оптики полное внутреннее отражение невозможно для альвеновских волн. Это связано с тем, что групповая скорость альвеновской волны всегда направлена по полю, и поэтому, по мере увеличения фазовой скорости (уменьшения коэффициента преломления) волновой вектор все более прижимается к направлению поля.

Однако помимо полного внутреннего отражения волна также способна отражаться от неоднородностей. В соответствии с [127], если фазовая скорость волны меняется от величины  $u_{\min}$  до величины  $u_{\max}$  внутри слоя размером  $\ell$ , то амплитудный коэффициент отражения R для волны равен

$$R^2 \sim \exp\left(-4\pi k\ell \frac{u_{\min}}{u_{\max}}\right)$$
 (4.3)

В гало характерный размер неоднородности составляет  $\ell = 1$  кпк. Подставляя соответствующие значения в формулу, получим, что даже для очень длинных волн,

189

которые резонируют с протонами с энергией 1 ПэВ, энергия в отраженной волне составит по порядку величины не более ~ 0.1% энергии исходной волны. Таким образом, для всех интересующих нас длин волн отражением можно пренебречь, и можно считать, что волн, распространяющихся в обратном направлении, нет.

Однако, есть нелинейный процесс, влиянием которого, в отличие от нелинейного каскада, в данной задаче пренебречь нельзя. Это нелинейное затухание Ландау, также иногда называемое вынужденным затуханием Ландау. Этот термин в литературе иногда относят к затуханию Ландау в нелинейном режиме (один из вариантов такого затухания был мной рассмотрен в главе про стохастическое ускорение). Однако в данной главе под нелинейным затуханием Ландау будет подразумеваться затухание волн за счет их нелинейного взаимодействия.

Нелинейное затухание Ландау аналогично комбинационному или вынужденному рассеянию: сами по себе альвеновские волны не затухают по Ландау, поскольку вектор электрического поля в них поперечен, и не резонирует с тепловыми электронами и протонами (что не исключает гирорезонансное затухание, рассмотренное в главе 1). Однако при нелинейном взаимодействии двух альвеновских волн возникает биение, вектор электрического поля в котором будет иметь ненулевую продольную компоненту и, следовательно, способен резонировать с тепловыми частицами. В отличие от гирорезонансного затухания, резонанс с тепловыми частицами испытывают не только короткие волны — весь спектр волн способен испытывать диссипацию. В применении к альвеновским волнам данный механизм затухания был предложен в работе [174].

В соответствии с работами [289] и [197], темп нелинейного затухания Ландау равен

$$\nu_{\rm NL}(k) \approx g(n,T) \frac{8\pi u_{\rm A}}{B^2} k \int\limits_{k_{\rm min}}^k W(k_1) dk_1 \,. \tag{4.4}$$

Нижний предел интегрирования,  $k_{\min}$  является предметом обсуждений: так, из ра-

190

боты [174] следует, что он должен быть равен минимально возможному волновому числу. Однако в этом случае для спектров турбулентности типа колмогоровского возникает «инфракрасная катастрофа»: из-за высокой концентрации энергии в больших масштабах (то есть на малых k), все короткие волны будут сильно подавлены. В работе [289] была предпринята попытка разрешить эту проблему, однако, как отмечено в работе [197], приведенные авторами аргументы выходят за границы применимости выбранного ими приближения, и инфракрасная катастрофа все равно сохраняется. В же данном исследовании, как я покажу дальше, спектр турбулентности оказывается слишком жесткий, и поэтому интеграл в выражении (4.4) от нижнего предела не зависит, поэтому проблема «инфракрасной катастрофы» в модели самосогласованного гало не возникает.

В соответствии со статьей [197], безразмерный фактор  $g(\beta)$  в уравнении (4.4) для волн, распространяющихся только в одном направлении, может быть приблизительно оценен как

$$g(\beta) \approx \frac{\sqrt{\pi}}{4} \beta^{1/2} \left( e^{-\beta^{-1}} + \frac{1}{2} \epsilon^{1/2} e^{-\epsilon\beta^{-1}} \right) \,.$$
 (4.5)

Где $\epsilon=m_e/m_p$ отношение масс электрона и протона, а

$$\beta = \frac{nkT}{B^2/8\pi} \equiv \frac{u_{\rm th}^2}{u_{\rm A}^2}, \qquad (4.6)$$

плазменная  $\beta$ , которую я выразил через тепловую скорость протонов  $u_{\text{th}}$ . Температуры T протонов и электронов в плазме полагаются одинаковыми.

Обозначение  $\beta$  не очень удачно, поскольку ранее оно уже использовалось для обозначения безразмерной скорости частиц. Однако в данной главе я буду использовать  $\beta$  только как плазменный параметр, поэтому путаницы возникнуть не должно.

Выражение (4.5) не является точным, однако оно довольно неплохо описывает точное решение, приведенное в статье [197], и при этом позволяет получить некоторые аналитические оценки, поэтому именно его я буду использовать в дальней-

шем.

Идея того, что нелинейное затухание Ландау может сбалансировать потоковую неустойчивость, вызванную космическими лучами, и тем самым может сформировать гало космических лучей, была предложена в работе [285]. В данной главе я получу аналогичные результаты немного другим способом, и буду использовать более детальное выражение для нелинейного затухания, чем было использовано в работе [285]. Это позволит получить некоторые новые и интересные результаты.

### 4.3 Постановка задачи о самосогласованном гало

Идеализированная структура самосогласованного гало, которое я рассматриваю в данной главе, представлена на рисунке 4.1. Я разделяю все гало Галактики вдоль вертикальной оси z на две области: диск Галактики, расположенный на малых z, где МГД-турбулентность генерируется внешними по отношению к космическим лучам источниками, и гало космических лучей, в котором турбулентность генерируется потоковой неустойчивостью самих космических лучей. Для упрощения задачи я буду полагать, что магнитное поле в гало практически вертикально (направлено вдоль z), хотя в диске оно может быть ориентированно произвольно. Также будет считаться, что космические лучи могут диффундировать только вдоль магнитных силовых линий, и поперечная диффузия полностью игнорируется. Таким образом, задачу можно считать полностью одномерной по пространственным координатам.

В данный момент я буду рассматривать только протоны. Они являются доминирующей компонентой космических лучей, и в данной задаче, в отличие от задаче об оболочках молекулярных облаков, не возникает характерная скорость поглощения *u*, которая может существенным образом повлиять на инкремент возбуждения. Поэтому вклад более тяжелых ядер в возбуждение волн в задаче о гало не превышает 20% (впрочем, на очень высоких энергиях ситуация может измениться

192



Рис. 4.1: Схематичное изображение модели гало Галактики, которая рассматривается в данной работе.

из-за немного разных спектрах у протонов и ядер).

Таким образом, модель описывается следующей системой уравнений

$$\begin{split} \frac{\partial}{\partial z} \left( u_{\rm adv} f - D \frac{\partial f}{\partial z} \right) &- \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{1}{3} \frac{d u_{\rm adv}}{d z} p f - \dot{p} f \right) \\ &= 2Q(p)\delta(z) \,, \\ \frac{\partial v_{\rm A} W}{\partial z} - \frac{d u_{\rm A}}{d z} \frac{\partial k W}{\partial k} = (\Gamma_{\rm CR} - \nu_{\rm NL}) W \,, \end{split}$$
(4.7)

где Q(p) — спектр источников протонов в диске Галактики,  $\dot{p} < 0$  — импульсные потери протонов на ионизацию, кулоновские столкновения и протон-протонные столкновения. Данный тип потерь доминирует, в основном, в диске ( $0 < z < z_d$ ), тогда как в гало ( $z \ge z_d$ ) плотность газа становится низкой, и основным источником потерь выступает адиабатическое охлаждение. Здесь и далее  $z_d$  обозначает характерную высоту (полуширину) диска.

Поскольку магнитное поле в диске ориентированно случайным образом, и турбулентность можно считать изотропной, то конвективная скорость, вызванная асимметрией волн, в диске равна нулю. В гало же у нас существуют только волны, распространяющиеся от диска. Таким образом, конвективную скорость можно описать как

$$u_{\rm adv}(z) = u_{\rm A} \theta(z - z_d) \,, \tag{4.9}$$

где  $\theta(z)$  — функция Хевисайда. Также будем считать, что турбулентность диска не вносит никакого вклада в турбулентность в гало, то есть, что

$$W(k, z_d) = 0. (4.10)$$

Это означает, что турбулентность в гало полностью генерируется космическими лучами. Однако наличие турбулентности в самом диске, тем не менее, важно [213], и в дальнейшем, при получении аналитических оценок, я обращу на это внимание.

Как и ранее, условие резонанса определяется как

$$kp \approx m_p \Omega_* \,, \tag{4.11}$$

где $\Omega_*=eB/m_pc$ — гирочастота нерелятивистских протонов. Коэффициент пространственной диффузии

$$D(p,z) \approx \frac{vB^2}{6\pi^2 k^2 W}, \qquad (4.12)$$

а инкремент возбуждения

$$\Gamma_{\rm CR}(k,z) \approx -\frac{2\pi^2 e u_{\rm A} p}{Bc} D \frac{\partial f}{\partial z}. \tag{4.13}$$

В соответствии с уравнением (4.5) существует два режима затухания МГД волн: в плазме с низкой  $\beta$  затухание происходить на электронах, тогда как в плазме с высокой  $\beta$  — на протонах. Характерные пороговые значения, когда только один сорт тепловых частиц вносит вклад в затухание, составляют, соответственно

$$0.01 \le \beta \le 0.2,$$
 (4.14)

И

$$\beta \ge 10. \tag{4.15}$$

Если  $\beta$  находится в одном из этих пределов, то доминирующий экспоненциальный множитель в выражении (4.5) может быть положен равным единице. В этом случае  $\nu_{\rm NL}$  в уравнении (4.4) перестает зависеть от плотности плазмы.

# 4.4 Приближенное аналитическое решение системы уравнений для протонов

Система уравнений (4.8) достаточно сложная, и получение точного ее решения требует применения численных методов. Для получения численного решения я преобразовал систему (4.8), добавив частные производные соответствующих функций по времени в левую часть уравнения. После этого нестационарная система решалась до установления равновесия.

Для того, чтобы избежать сверхсветового движения частиц, на верхней границе гало я установил граничное условие вида

$$S = vf, \qquad (4.16)$$

которое гарантирует, что частицы убегают с верхней границы со своей собственной скоростью v. Впрочем, стоит отметить, что верхнее граничное условие не оказывает влияния на спектр протонов в окрестности диска Галактики и на разумном расстоянии от него. Для того, чтобы избежать пограничных эффектов, я установил верхнюю границу задачи на высоте 300 кпк от диска.

Плотность турбулентности W на всех границах (как в пространственных координатах, так и в импульсных) полагалась равной нулю — я уже упоминал, почему так происходит на границе  $z = z_d$ . Коэффициент диффузии внутри диска полагался фиксированным, но большим: ( $10^{30}$  см<sup>2</sup>/с на 1 ГэВе и растущий как  $E^{1/3}$ ) это позволяет избежать влияния диффузии в диске на результат, поскольку размер диска оказывается в таком случае меньше, чем длина свободного пробега.

Граничные условия на функцию распределения протонов f таковы: при z = 0

поток частиц равен нулю (поскольку это плоскость симметрии Галактики), при  $p_{\min}$  и  $p_{\max}$  занулялась сама функция распределения: f = 0.

Другие параметры задачи, такие как плотность плазмы и температура я приведу ниже, при обсуждении результатов, где будут приведены в том числе и результаты численного моделирования.

Однако для того, чтобы понять свойства численного решения и того, как параметры задачи влияют на это решение, необходимо получить простые аналитические оценки. Этим я и займусь в данном разделе.

#### 4.4.1 Спектр протонов в диске и их поток из диска в гало.

Из постановки задачи ясно, что для ее решения необходимо отдельно рассматривать два региона: диск и гало. В таком случае ключевыми параметрами задачи будут две следующие функции: поток протонов, покидающий диск, и функция распределения на границе между гало и диском [20]. Обе эти функции должны быть непрерывными на границе диск-гало.

Выражение для убегающего потока  $S_0(p) = S(p, z_d)$  на границе между диском и гало может быть получено путем интегрирования уравнения для протонов из системы (4.8) от 0 до  $z_d$ :

$$S_0(p) = Q(p) + \frac{d}{dp} \left( \frac{1}{3} u_{A0} \, p f_0(p) - \int_0^{z_d} \dot{p} f(z, p) dz \right) \,, \tag{4.17}$$

где  $u_{A0} = u_A(z_d)$ , а  $f_0(p) = f(p, z_d)$ . Значение потока  $S_0$ , полученное из уравнения (4.17) должно использоваться как граничное условие для системы (4.8), записанной в области  $z \ge z_d$  на границе  $z = z_d$ .

Будем считать, что коэффициент диффузии в диске Галактики достаточно большой, и как следствие, вертикальный градиент плотности протонов космических лучей в диске отсутствует:  $f(p, z) \approx f_0(p)$  при  $0 \le z \le z_d$ . Данное предположение обоснованно экспериментальными данными: я считаю, что величина  $z_d$  мала

по сравнению с размером гало космических лучей в Галактике, а это, в свою очередь, означает, что характерная ширина вертикального распределения плотности космических лучей должна быть много больше  $z_d$ .

Пренебрежем адиабатическими потерями протонов при распространении в гало. В таком случае их поток  $S_0(p)$  в гало сохраняется, и можно получить решение для функции распределения в гало, при  $z \ge z_d$  в виде

$$f(p,z) = \frac{S_0(p)}{u(p,z)},$$
(4.18)

где u(p, z) — характерная скорость убегания протонов космических лучей, которая определяется как

$$u = \left(\int_{\eta}^{\eta_{\infty}} \frac{e^{\eta - \eta_1} d\eta_1}{u_{\mathrm{A}}(\eta_1)}\right)^{-1}, \qquad (4.19)$$

а  $\eta(p,z),$ как и ранее, безразмерная переменная, определяемая как

$$\eta = \int_{z_d}^{z} \frac{u_{\rm A}}{D} dz_1 \,. \tag{4.20}$$

Значение  $\eta_{\infty}$  зависит, вообще говоря от граничного условия на верхней границе  $z \to \infty$ .

Подставляя  $f_0(p) = f(p, z_d)$  из уравнения (4.18) в уравнение (4.17), получаем выражение для потока

$$S_0(p) = \frac{u_d(p)}{\mathcal{E}(p)} \int_p^\infty Q(p_1) \exp\left(-\int_p^{p_1} \frac{u_d(p_2)}{\mathcal{E}(p_2)} dp_2\right) dp_1.$$
(4.21)

Здесь  $u_d(p) = u(p, z_d)$  and  $\mathcal{E}(p) = \frac{1}{3}pu_{A0} - \int_0^{z_d} \dot{p}dz = \frac{1}{3}pu_{A0} + \frac{1}{2}\mathcal{N}_H L(p)$ , где  $\mathcal{N}_H$ — вертикальная толща атомов водорода в диске Галактики, а  $L(p) = -\dot{p}/n_H$  — функция импульсных потерь из-за взаимодействия протонов с газом, отнесенная к единице плотности.

Отмечу, что  $u_d$ , вообще говоря, зависит от  $S_0$ , и таким образом, уравнение (4.21) является интегральным уравнением на  $S_0(p)$ . Если зависимость  $u_d$  от  $S_0$  слабая, то это уравнение может быть решено итерационным методом.

Можно получить простую аппроксимацию для  $S_0(p)$ , положив, что  $\mathcal{E}S_0/u_d$  — степенная функция, которая  $\propto p^{-\alpha}$ . Из экспериментальных данных известно, что  $S_0/u_d \equiv N(p)$  имеет отрицательный спектральный индекс, меньший, чем у  $S_0(p)$  (причем у обоих функций он меньше, чем -2). Более того,  $\mathcal{E}$  не растет быстрее, чем  $\propto p$ . Таким образом,  $\alpha > 0$  и из уравнения (4.17) можно сразу получить, что

$$S_0(p) = \frac{Q(p)}{1 + \alpha \mathcal{E}/(pu_d)}. \tag{4.22}$$

Так как темп потерь энергии,  $\mathcal{E}/p$  не возрастает с p, а обратная скорость убегания  $u_d^{-1} = N/S_0$  уменьшается с p, то на достаточно высоких энергиях можно положить  $S_0(p) \approx Q(p)$ . Чтобы оценить критическое значение энергии, где  $\mathcal{E}/(pu_d) = 1$ , положим  $\mathcal{N}_{\rm H} \approx 6 \times 10^{20}$  см<sup>-2</sup>, а  $u_d \sim u_{\rm A} \sim 10^6$  см/с. При таких параметрах критическое значение энергии составляет 0.5 ГэВ, выше которой можно положить  $S_0 = Q$ , что и будет сделано в дальнейшем.

Так же, как и в задаче о молекулярных облаках, значение величины  $\eta$  определяет характер распространения космических лучей в гало. Условно можно выделить две области гало: внутренняя область, где  $\eta(z) \ll 1$ , и, соответственно, доминирует диффузионный член  $-D \partial N / \partial z$ , и внешняя область, где  $\eta(z) \gg 1$ , и перенос частиц определяется конвективным членом  $u_{\rm adv}N$ . Критическая точка, разделяющая эти два режима, определяется условием  $\eta(p, z_{\rm cr}) \approx 1$ .

Из-за такого характера распространения уравнение движения в пределе  $z \to \infty$  превращается в уравнение первого порядка по пространственной координате, и поэтому граничное условие при  $z \to \infty$  никак не влияет на решение при условии, что  $\eta_{\infty} \gg 1$ .

Поскольку конвективный перенос безвозвратно уносит космические лучи от диска Галактики, размер гало космических лучей можно положить равным  $z_{\rm cr}$ . При этом понятие «безвозвратно» все еще носит вероятностный характер, и частицы, попавшие в область  $z > z_{\rm cr}$  имеют экспоненциально малый шанс вернуться к диску. Этим данная модель отличается от моделей статического гало, в кото-

рых частицы, достигшие высоты гало, моментально исчезают. Из-за этой разницы схожее поведение космических лучей может быть получено при значениях  $z_{cr}$ , в несколько раз меньших размера статического гало.

Для того, чтобы определить значение  $\eta$  из уравнения (4.20), необходимо вычислить значение коэффициента пространственной диффузии D, что, в свою очередь, требует решения уравнения на волны из системы (4.8). Попробуем получить простейшие оценки.

#### 4.4.2 Баланс возбуждения и затухания в задаче о гало

Аналогично задаче о модуляции космических лучей в молекулярном газе, рассмотренной в главе 3, максимально упростим модель. Хотя в задаче о гало не очевидно, какие члены в уравнении для волн из системы (4.8) доминируют, предположим, что возбуждение и затухание сбалансированы, то есть, что

$$\Gamma_{\rm CR} = \nu_{\rm NL} \,. \tag{4.23}$$

В дальнейшем это предположение будет подтверждено сравнением результатов с численным моделированием.

Воспользовавшись определением инкрементов возбуждения и затухания, получим, что

$$\frac{4g(z)c^2}{\pi e^2 B^2} k^2 \int_{k_{\min}}^k W(k_1) dk_1 = S_0(p) - u_{\rm A} N \,. \tag{4.24}$$

В интересующей нас внутренней части гало, где  $\eta < 1$ , последний член уравнения (4.24) мал. В этом случае  $S_0(p) \propto Q(p)$  уменьшается с увеличением p быстрее, чем  $p^{-2}$ , и, следовательно, интеграл в правой части уравнения (4.24) зависит, в основном, только от верхнего предела интегрирования k. Как я отмечал выше, данное свойство позволяет избежать «инфракрасной катастрофы», а формула для нелинейного затухания Ландау не выходит за границы своей применимости, по-

скольку затухание преимущественно происходит при взаимодействии волн близких частот.

Таким образом,

$$W(k,z) = \frac{\pi}{4g(z)} \frac{\partial}{\partial k} \left[ p^2 S_0(p) \right] , \qquad (4.25)$$

И

$$\eta(p,z) = -\frac{3\pi^3 e}{2vc} \frac{\partial}{\partial p} \left[ p^2 S_0(p) \right] \int\limits_{z_d}^{\tilde{\nu}} \frac{u_{\rm A}}{Bg(z_1)} dz_1 \,. \tag{4.26}$$

2

Используя приближение (4.5) можно получить, что

$$\eta = -\frac{6\pi^{5/2}e}{vc}\frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 S_0(p)\right] \int_{z_d}^z \frac{u_{\rm th}(T)\beta^{-1}dz_1}{B(e^{-\beta^{-1}} + \frac{1}{2}\epsilon^{1/2}e^{-\epsilon\beta^{-1}})} \,. \tag{4.27}$$

Для получения решений в конечном аналитическом виде дальше надо выбрать явную зависимость параметров плазмы в гало от высоты. Распределение плотности плазмы в гало измерялось в работах [199; 262; 282], в которых было показано, что гало на высотах до  $z \sim 1$  кпк заполнено теплым ионизованным газом со средней плотностью порядка  $\sim 0.01$  см<sup>-3</sup>. Характерный масштаб распределения газа оценен путем наблюдений на установке Low-Frequency Array (LOFAR) в  $\approx 2$  кпк. В литературе, в основном, для вычислений используется два распределения плазмы: двухкомпонентная модель, состоящая из так называемых «толстого» и «тонкого» дисков, предложенная в работе [58], которая описывает плотность как

$$n(z) = 0.1 \cosh^{-2} \left( \frac{z}{0.14 \text{ kmg}} \right) + 0.035 \cosh^{-2} \left( \frac{z}{0.95 \text{ kmg}} \right) \,, \tag{4.28}$$

а также модель со степенным распределением плотности, описанная в работе [199],

$$n(z) = 0.46 \left[ 1 + \left( \frac{z}{0.26 \text{ кпк}} \right)^2 \right]^{-1.1},$$
(4.29)

Магнитное поле над галактическим диском может быть грубо описано вертикальным расходящимися силовыми линиями с характерным масштабом 10 кпк [38; 39; 94; 181; 284]. Как было показано выше, масштаб изменения плотности гораздо меньше масштаба изменения поля, поэтому на альвеновскую скорость будет влиять только зависимость плотности от высоты, и для расчетов можно положить величину магнитного поля постоянной.

Для аналитических расчетов использовать степенное распределение 4.29 крайне неудобно, поскольку он не позволяет получить результат в элементарных функциях. Основное различие между двумя профилями плотности наблюдается на высотах выше 3 кпк, поэтому в интересующей нас области нет большой разницы, какой профиль использовать. Также на низких высотах можно разложить гиперболический косинус и переписать зависимость от плотности в экспоненциальном виде. Именно в таком виде плотность плазмы в гало используется в численном коде GALPROP [202].

Для простоты также положим, что все остальные фоновые параметры в гало меняются по экспоненциальному закону, пусть и с разными масштабами:  $n(z) = n_0 \exp(-z/z_n)$ ,  $B(z) = B_0 \exp(-z/z_B)$ , and  $T(z) = T_0 \exp(z/z_T)$ .

Задача сильно упрощается, если  $\beta$  находится в одном из диапазонов, заданным уравнениями (4.14) и (4.15) — и именно этот режим рассматривался в работе [285]. В этом случае экспоненциальные члены в знаменателе уравнения (4.27) могут быть отброшены, а само уравнение может быть переписано в очень простом виде

$$\eta(p,z) = A(p) \left( e^{z/z_{\eta}} - e^{z_d/z_{\eta}} \right) , \qquad (4.30)$$

где  $z_{\eta}^{-1} = z_n^{-1} - z_B^{-1} - \frac{1}{2} z_T^{-1}$  — характерный масштаб изменения  $\eta$ . Для упорощения вида уравнений, ниже я везде положу  $z_d \approx 0$  — формально это просто перенос начала координат в точку  $z = z_d$ .

Величина безразмерного параметра A(p) зависит от того, на каких тепловых частицах происходит нелинейное затухание Ландау. В случае плазмы с низкой  $\beta$ , в пределе  $0.01 \le \beta \le 0.2$  затухание происходит на тепловых электронах, и,

следовательно,

$$A(p) \approx A_e(p) = -\frac{12\pi^{5/2}eu_{A0}^2 z_{\eta}}{vcB_0 u_{\rm th0}\epsilon^{1/2}} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 S_0(p)\right], \qquad (4.31)$$

где введено обозначение  $u_{\text{th0}} = u_{\text{th}}(z_d)$ . В плазме с высокой  $\beta$ , то есть при  $\beta \ge 10$  затухание происходит на тепловых протонах, и

$$A(p) \approx A_p(p) = \frac{1}{2} \epsilon^{1/2} A_e(p) \,. \tag{4.32}$$

Высота гало в данной модели, как было отмечено ранее, определяется положением критической точки  $z_{\rm cr}$ , которая задается условием  $\eta \approx 1$ . Таким образом, высота гало может быть определена как

$$z_{\rm cr}(p) = z_{\eta} \ln\left[1 + 1/A(p)\right] \,. \tag{4.33}$$

На низких энергиях  $A(p) \gg 1$ , и размер гало растет с p как  $z_{cr}(p) \approx z_{\eta}/A(p)$ . На высоких энергиях размер гало зависит от p как  $z_{cr}(p) \approx -z_{\eta} \ln A(p)$ , то есть зависимость от p очень слабая. При этом стоит отметить, что на малых энергиях, когда размер гало становится слишком маленьким (меньше 1 кпк), модель выходит за рамки своей применимости. Действительно, на малых масштабах становится заметным влияние галактического диска, которое в данной модели никак не учитывалось. Поэтому, строго говоря, модель работает лишь на достаточно больших энергиях, около 1 ГэВа и выше.

Спектр протонов космических лучей определяется уравнением (4.18) и вычисляется как

$$f(p,z) = \frac{S_0(p)}{u_{\rm A0}} \int_{\eta}^{\infty} \frac{e^{\eta - \eta_1} d\eta_1}{[1 + \eta_1 / A(p)]^{z_\eta / z_{\rm A}}},$$
(4.34)

где  $z_{\rm A}^{-1} = \frac{1}{2} z_n^{-1} - z_B^{-1}$  — характерный масштаб альвеновской скорости  $v_{\rm A}(z)$ . Входящий в выражение интеграл может быть взять в терминах неполной гаммафункции  $\Gamma(a, z)$  как

$$f(p,z) = \frac{S_0(p)}{u_{\rm A0}} e^{\eta + A(p)} A(p)^{z_\eta/z_{\rm A}} \times \mathbb{F}(1 - z_\eta/z_{\rm A}, A(p) + \eta) \,. \tag{4.35}$$

Если  $A(p) + \eta \gg 1$ , то решение описывает убегание протонов с альвеновской скоростью с границы гало. Это решение соответствует функции распределения протонов с низкими энергиям, находящимся далеко от диска Галактики и имеет следующую форму

$$f(p,z) \approx \frac{S_0(p)}{u_{\rm A0}} [1 + \eta/A(p)]^{-z_{\eta}/z_{\rm A}} = \frac{S_0(p)}{u_{\rm A0}} e^{-z/z_{\rm A}} \equiv \frac{S_0(p)}{u_{\rm A}(z)}.$$
 (4.36)

В другом предельном случае, если  $A(p) + \eta \ll 1$ , спектр протонов космических лучей принимает следующий вид

$$f(p,z) \approx \frac{S_0(p)}{u_{\rm A0}} A(p)^{z_\eta/z_{\rm A}} \mathbb{E}(1-z_\eta/z_{\rm A}) \propto S_0(p) [pS_0(p)]^{z_\eta/z_{\rm A}} \,. \tag{4.37}$$

Данный спектр, который соответствует режиму с диффузионным переносом, практически не меняется с высотой z над галактическим диском вплоть до критической высоты  $z_{cr}$ , где режим сменится на конвективный, описываемый формулой (4.36). Отметим, что уравнение (4.37) напоминает уравнение (34) из статьи [285], хотя и было получено немного другим способом.

Таким образом, по результатам простейших оценок можно сделать следующие выводы. Космические лучи убегают с границы гало космических лучей, расположенной на высоте около z = 1 - 10 кпк, причем, если энергия частиц достаточно велика, то размер гало слабо зависит от их энергии. Пусть источники протонов обладают степенным спектром,  $S_0(p) \propto p^{-2.4}$ , а из экспериментальных данных мы знаем, что  $f(p) \propto p^{-2.7}$ , тогда модель требует, чтобы выполнялось соотношение  $z_n/z_A \approx 0.3/1.4$  или  $z_n/z_B - 0.15z_n/z_T = 0.35$ .

# 4.5 Результат численного моделирования задачи о самосогласованном гало

Вернемся к исходной системе уравнений (4.8). Уравнения (4.36) и (4.37) хорошо описывают поведение системы, когда плазменная β находится в одном из диапазонов (4.14) и (4.15), однако в гало значение β сильно меняется с высотой. Из-за этого, в уравнении (4.27) уже нельзя пренебречь экспоненциальными членами в знаменателе, а само выражение для спектра протонов f(p, z) становится очень сложным, и может быть вычислено только численно. Результаты численного вычисления формулы (4.18) можно сравнить с решением системы уравнений (4.8) численным конечно-разностным методом.

Вычисления проводились для следующего набора параметров: B = 1 мкГс,  $n_0 = 0.03$  см<sup>-3</sup>, T = 300 эВ,  $z_n = 1$  кпк и  $Q(p) \simeq Q_*(p/m_p c)^{-2.3}$ , где  $Q_*m_p c = 1.4 \times 10^{-3}$  см<sup>-2</sup>с<sup>-1</sup>, что достаточно близко к значению, приведенному в работе [135]. Для простоты считалось, что плазма изотермична ( $z_T^{-1} = 0$ ) и магнитное поле в ней постоянно ( $z_B^{-1} = 0$ ). Отмечу, что такой плазме соответствует гигантское значением  $\beta = 362$ , и плазму с таким давлением крайне сложно удержать в газовом гало Галактики. В реальности, в плазме должен присутствовать градиент температуры, и поэтому значения  $\beta$  должны быть более консервативными. Я вернусь к этому вопросу ниже, введя двухкомпонентную модель.

Соответствующий спектр космических лучей показан на рисунке 4.2. Для сравнения с экспериментальными данными я учел эффект солнечной модуляции, заметный на низких энергиях, вычисленный по методике, описанной в работе [133], для значения экранирующего потенциала в  $\phi = 0.5$  ГВ. Экспериментальные данные взяты из следующих статей: AMS-02 [231], CALET [83], NUCLEON-KLEM [97], CREAM-I [65], CREAM-I+III [234], DAMPE [190]. Доступ к экспериментальным данным получен с помощью базы данных космических лучей CRDB v4.0 [64].

Как видно, результаты численного решения системы (4.8) методом конечных разностей и аналитическое приближение, основанное на формуле (4.18) находятся в очень хорошем согласии друг с другом и в достаточно хорошем согласии с экспериментальными данными. Обращает на себя очень высокая точность экспериментальных данных — статистика, набранная по космическим лучам, на данный



Рис. 4.2: Поток протонов космических лучей, как функция энергии в сравнении с экспериментальными данными. Сплошная линия соответствует численному решению системы (4.8), штриховая линия — приближению, основанному на балансе возбуждения и затухания. Описание экспериментальных данных приведено в основном тексте.

момент настолько хороша, что доставила мне немало головной боли при подгонке параметров модели. Как видно из графика, аналитическое решение, которое можно посчитать относительно быстро, дает лишь указание на то, как примерно будет выглядеть спектр. По графику видно, что численное решение лежит в пределах погрешности экспериментальных данных, а приближенная форма, отличающаяся от численной всего-навсего на 20%, уже сильно выходит за пределы погрешности.

Особенностью как численного, так и аналитического решения оказываются волнообразные осцилляции, которые хорошо видны на рисунке 4.2. Эти отклонения спектра от чисто степенного хорошо воспроизводят экспериментальные данные. Как они образуются? Дело в том, что спектр космических лучей сильно зависит от выбора модели нелинейного затухания Ландау. В частности, в работе [285] данные осцилляции не появлялись, впрочем, о их существовании в экспериментальном спектре на тот момент не было известно, и авторы не ставили себе целью их воспроизвести.

Я использовал выражение для затухания, описываемое формулами (4.4) и (4.5). Поскольку плотность, а следовательно, и значение  $\beta$  быстро уменьшаются с высотой, это приводит к уменьшению затухания, а следовательно и к снижению величины коэффициента диффузии. Таким образом, качественно поведение спектра космических лучей может быть описано следующим образом:

- $E_{\rm kin} < 10 {\rm ~GeV}$ : На этих энергиях значение параметра A(p) велико, поэтому размер гало, в соответствии с уравнением (4.33), мал. В внутренней части гало величина  $\beta$  велика, и затухание происходит на тепловых протонах. Таким образом, для вычисления спектра надо использовать уравнение (4.36), что дает  $f(p) \propto Q(p) \propto p^{-2.4}$
- 10 GeV  $< E_{kin} <$  1 TeV: Значение A(p) уменьшается, и форма f(p) начинает приближаться к более мягкому спектру, описываемому уравнением (4.37).

Размер гало описывается выражением  $z_{\rm cr}(p) \propto 1/A(p)$ , при этом значение  $\beta(z_{\rm cr})$ , плазменного параметра на границе облака, быстро уменьшается. Режим затухания начинает переходить от затухания только на тепловых протонах к смешанному, на протонах и электронах.

- 100 GeV <  $E_{\rm kin}$  < 10 TeV: В этом диапазоне энергий реализуется смешанное затухание на протонах и электронах, причем значение параметра A(p) сменяется с протонного  $A_p(p)$  к гораздо большему электронному  $A_e(p)$ . За счет этого затухание резко снижается с ростом энергии, коэффициент диффузии так же снижается, и в соответствии с уравнением (4.37) спектр становится более жестким (что видно на рисунке 4.2, как излом спектра на энергии порядка 1 ТэВа).
- $E_{\rm kin} > 10$  TeV: На больших энергиях размер гало становится настолько большим, что  $\beta(z_{\rm cr})$  падает ниже 0.1, и затухание начинает происходить только на тепловых электронах. Вновь можно применить уравнение (4.37), и поскольку  $z_{\eta}/z_{\rm A} = 1/2$ , то в этом диапазоне  $f(p) \propto p^{-3.1}$ , что выглядит на рисунке 4.2 как спад на больших энергиях.

Как видно, наблюдаемые искажения спектра воспроизводятся для гладкой монотонной зависимости плотности от высоты. Более того, если обратить внимание на уравнение (4.25), оказывается, что функция W(k) для любой высоты является степенной функцией k без изломов и особенностей. Это значит, что и коэффициент пространственной диффузии D(p) также является для фиксированной высоты степенной функцией p. Особенности в спектре связаны исключительно с тем, как коэффициент диффузии меняется с высотой.

Хотя согласие между экспериментальными данными и теоретической кривой очень хорошие, требуемые для этого параметры плазмы оказываются нефизичными. Как я отмечал выше, в плазме должен присутствовать градиент температуры,

чтобы ее давление вблизи диска Галактики не оказывалось слишком большим. В частности, в соответствии со статьями [115; 282] на низких высотах над диском доминирует теплый ионизированный газ, а на больших высотах он сменяется горячей корональной плазмой. Для простоты полную плотность газа можно представить как сумму этих компонент  $n(z) = n_{hot}(z) + n_{WIM}(z)$ , а темп затухания Ландау — как сумму затуханий в обоих компонентах:  $g(z) = g(\beta_{hot}) + g(\beta_{WIM})$ . Важно только учитывать тот факт, что при переходе из одной фазы в другую должна сохраняться волновая частота, то есть величина  $ku_A$ .

Магнитное поле, как и раньше, я буду считать равным B = 1 мкГс, а для плотности буду использовать следующие параметры:

- Теплая фаза ( $\beta=3$ ):  $n_0=0.1~{\rm cm}^{-3},$  T=0.7 eV,  $z_n=0.4~{\rm kpc}.$
- Горячая фаза ( $\beta=8$ ):  $n_0=10^{-3}~{\rm cm}^{-3}, T=200$  eV,  $z_n=2$  kpc.

Источники протонов описываются функцие<br/>й $Q(p)\simeq Q_*(p/m_pc)^{-2.32},$ где $Q_*m_pc=9\times 10^{-4}~{\rm cm}^{-2}~{\rm c}^{-1}.$ 

Результаты численного моделирования показаны на рисунке 4.3 штрихованными линиями. Слева показан спектр частиц, справа — размер гало. Как видно, согласие между экспериментальными данными и теорией так же хорошо, как и в случает с однокомпонентной моделью газового гало, но параметры газа гораздо более физичны.

## 4.6 Ядерная компонента космических лучей в Галактике

Размер гало космических лучей, полученный в предыдущем разделе, оказывается несколько меньше размера в 4-8 кпк, обычно используемого в моделях статичного гало [110]. Как я отмечал выше, в рамках конвективно-диффузионной модели с переменным коэффициентом диффузии термин «высота гало» не совпадает дословно с таковым в моделях статичного гало, и потому сравнение моделей



Рис. 4.3: Слева: поток протонов космических лучей, как функция энергии в сравнении с экспериментальными данными. Справа: зависимость размера гало от энергии протона. Штриховая линия соответствует двухкомпонентной модели газового гало без затухания за счет ион-нейтрального трения, сплошная линия — с учетом затухания на ион-нейтральном трении. Описание экспериментальных данных приведено в основном тексте.

напрямую затруднительно. Можно лишь косвенно провести сравнение по полной мощности источников протонов космических лучей и по спектральному индексу источников — и обе эти величины в приведенной выше самосогласованной модели находятся в хорошем согласии с упомянутой работой [110]. Что позволяет предположить, что самосогласованная модель хорошо воспроизводит зависимость времени жизни космических лучей в Галактике.

Однако время жизни космических лучей в Галактике — это косвенная величина, значение которой не измеряется, а вычисляется на основе экспериментальных данных и в рамках выбранной модели. Поэтому гораздо более корректно, особенно при смене модели распространения космических лучей, произвести сравнения именно с экспериментальными данными, на которых основаны оценки времени жизни.

Основным источником информации о транспорте космических лучей являются так называемые вторичные ядра, преимущественно ядра лития, бериллия и бора.

Их концентрация в космических лучах значительно выше, чем в межзвездной среде, и избыточное их производство связанно с ядерными реакциями (спалляцией) космических лучей [см., например, обзор 259]. Так, например, бор в космических лучах производится, в основном, при столкновениях быстрых ядер углерода, кислорода и азота с фоновым газом, поэтому зависимость отношений концентрации бора к углерода в зависимости от энергии (или от магнитной жесткости) часто используется для проверки моделей распространения космических лучей.

Также ограничения на модели вносят концентрации нестабильных изотопов. Одним из таких изотопов является предложенный в работе [142] нестабильный изотоп бериллия <sup>10</sup>Be. Отношение концентрации нестабильного изотопа к стабильному (в случае бериллия в качестве стабильного можно взять <sup>9</sup>Be) зависит от того, как соотносится время убегания космических лучей из Галактики и время полураспада. Поскольку концентрация ядер определяется самым быстрым процессом, то при слишком быстром убегании частиц концентрации стабильных и нестабильных ядер будут сравнимыми, с поправкой на разницу в сечениях их производства. В обратном же случае концентрации будут сильно отличаться, примерно пропорционально отношению соответствующих времен [20]. Таким образом, можно напрямую измерить время жизни космических лучей в Галактике, и основной сложностью в этом является необходимость отделить один конкретный изотоп, <sup>10</sup>Be, из общего спектра космических лучей, в том числе от близких к нему по массе и распространености изотопов <sup>9</sup>Be и <sup>7</sup>Be.

Я уже выписывал уравнения для ядерной компоненты космических лучей в задаче о молекулярных облаках. Так же, как и раньше, удобно перейти от полного импульса к магнитной жесткости *R*. Альтернативно, можно в качестве энергетической переменной использовать кинетическую энергию, деленную на число нуклонов. Достоинство магнитной жесткости в том, что упрощается выражение для коэффициента диффузии. Достоинство кинетической энергии в том, что при ядер-

210

ных реакциях сохраняется именно она, и это упрощает выражения для источников частиц, но усложняет выражение для коэффициента диффузии. Я использую жесткость, поскольку этот параметр уже использовался ранее.

Сами уравнения для частицы с индексом *i* выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{f_i}{\tau_{\text{fr},i}} + \frac{f_i}{\tau_{\text{dec},i}} + \frac{\partial}{\partial z} \left( u_{\text{adv}} f_i - D_i \frac{\partial f_i}{\partial z} \right) 
- \frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{1}{3} \frac{du_{\text{adv}}}{dz} R f_i - \dot{R}_i f_i \right) = Q_i + q_i ,$$
(4.38)

где  $R = pc/eZ_i$ , как и ранее, магнитная жесткость, которая выражается через импульс частицы p и ее атомный номер  $Z_i$ . Ионизационные и кулоновские потери описываются членом  $\dot{R}_i(R) \equiv \dot{p}_i(R)c/eZ_i < 0$ , а потери на фрагментацию и на радиоактивный распад (для нестабильных ядер) определяются характерными временами этих процессов  $\tau_{\mathrm{fr},i}(R)$  и  $\tau_{\mathrm{dec},i}$ . Ранее в уравнениях они не фигурировали, поскольку потери происходили вне диффузионной зоны. Темп фрагментации ядер определяется выражением  $1/\tau_{\mathrm{fr},i} = n_{\mathrm{H}}\sigma_{\mathrm{fr},i}v_i$ , где  $n_{\mathrm{H}}$ — концентрация газа,  $v_i$ — скорость ядра, а  $\sigma_{\mathrm{fr},i}(R)$ — сечение фрагментации.

В отличие от задачи об оболочках молекулярных облаков, в данной задаче ядра выступают полностью пассивной компонентой (поскольку формально нет ограничений по скорости поглощения, и, следовательно, отсутствует связанный с ней усиливающий коэффициент). Поэтому для вычисления спектра ядер сначала решается самосогласованная задача для протонов космических лучей, описанная выше, где вычисляется коэффициент диффузии протонов  $D_p$ , который пересчитывается в коэффициент диффузии  $D_i$  ядер с индексом i через скорости v соответствующих частиц по простой формуле

$$D_i = \frac{v_i}{v_p} D_p \,, \tag{4.39}$$

причем

$$\frac{v_i}{v_p} = \sqrt{\frac{R^2 + (m_p c^2/e)^2}{R^2 + (m_p c^2 A_i/eZ_i)^2}}, \qquad (4.40)$$

а  $A_i$  — атомная масса ядра. Конвективная скорость  $u_{adv}$ , как и ранее, выражается формулой (4.9).

Члены  $Q_i(R, z)$  и  $q_i(R)$  описывают производство ядер космических лучей, соответственно, источниками космических лучей в диске (для первичных ядер) и самими космическими лучами. Источник первичных космических лучей  $Q_i$  предполагаются дающими степенной спектр вида

$$Q_i(R,z) = C_i R^{-\gamma} \delta(z) , \qquad (4.41)$$

где  $\delta(z)$  — дельта функция Дирака. Спектральный индекс  $\gamma$  полагается одинаковым для всех ядер, а константы  $C_i$  подбираются так, чтобы воспроизвести экспериментальные данные. Для вторичных ядер  $C_i = 0$ , причем в выборе первичное/вторичное, как правило, нет произвола — наблюдаемые спектры первичных и вторичных ядер сильно отличаются, что будет показано ниже, и классификация не вызывает трудностей. Исключением является азот, который по природе является первичным ядром, но его спектр содержит существенный вклад от спалляции.

Источник, связанный с самими космическими лучами,  $q_i$  содержит два механизма производства новых космических лучей. Один из них связан со спалляцией космических лучей и выражается как

$$q_{\mathrm{fr},i}(R) = n_{\mathrm{H}} v_i \sum_j \frac{Z_i A_j}{Z_j A_i} \sigma_{ji}(\tilde{R}) N_j(\tilde{R}) \,, \tag{4.42}$$

где  $\sigma_{ji}$  — полное инклюзивное сечение производства ядра *i* из ядра *j*. Произведение  $\sigma_{ji}f_j$  необходимо посчитать при жесткости  $\tilde{R} = \frac{Z_i A_j}{Z_j A_i} R$ , поскольку ядерные реакции сохраняют энергию на нуклон, а не магнитную жесткость.

Второй механизм — распад нестабильных ядер, который вычисляется схожим образом:

$$q_{\text{dec},i}(R) = \sum_{j} \frac{Z_i A_j}{Z_j A_i} \frac{N_j(\tilde{R})}{\tau_{\text{dec},j}}.$$
(4.43)

Для вычисления сечений реакций, сечений фрагментации и потерь использовался исходный код GALPROP (процедуры из файлов energy losses.cc, nucleon cs.cc и decayed\_cross\_sections.cc) [202]. Далее система (4.38) с источниками, записанными в виде (4.42) и (4.43) решалась методом установления (т.е. заменой уравнений на нестационарные и эволюцией до стационарного состояния) с помощью конечно-разностной схемы. При решении нестационарных уравнений источники обновлялись на каждом шаге. Для сокращения времени счета я использовал не все долгоживущие изотопы, которые считает GALPROP, а только наиболее важные. Список первичных изотопов: <sup>4</sup>He, <sup>12</sup>C, <sup>14</sup>N, <sup>16</sup>O, <sup>20</sup>Ne, <sup>24</sup>Mg, <sup>28</sup>Si, <sup>32</sup>S и <sup>56</sup>Fe. Список вторичных изотопов: <sup>6</sup>Li, <sup>7</sup>Li, <sup>7</sup>Be, <sup>9</sup>Be, <sup>10</sup>Be, <sup>10</sup>B, <sup>11</sup>B, <sup>13</sup>C, <sup>14</sup>C, <sup>15</sup>N, <sup>17</sup>O и <sup>18</sup>O.

Особо надо остановиться на изотопе <sup>7</sup>Ве. Этот изотоп нестабилен, но распадается по каналу с захватом электрона. Таким образом, полностью ионизованный ион <sup>7</sup>Ве стабилен, поскольку захватить электрон не может. Водородоподобный же ион <sup>7</sup>Ве имеет период полураспада в 100 дней. Корректным способом моделирование реакций с участием <sup>7</sup>Ве является учет отдельно полностью ионизованных ионов и водородоподобных, с описанием сечений рекомбинации и ионизации, которые переводят ион из одного состояния в другой. Именно так расчет производится в GALPROP.

Для текущей задачи, однако, такой подход избыточен. Поскольку <sup>7</sup>Be — единственный изотоп в списке, который распадается электронным захватом, и период его полураспада крайне мал по сравнению со временем задачи (время установления составляет более 1 млн. лет), то можно с очень хорошей точностью считать, что <sup>7</sup>Be распадается сразу же, как только он рекомбинирует и превратится в водородоподобный ион. Иными словами, <sup>7</sup>Be надо рассматривать как стабильный изотоп, но его сечение фрагментации надо дополнительно увеличить на сечение рекомбинации, а в цепочку производства ядер добавить реакцию <sup>7</sup>Be +  $e \rightarrow {}^{7}Li$ .

### 4.7 Аналитические оценки спектров вторичных ядер

Вычисление спектров вторичных частиц по известным транспортным параметрам подробно описано в литературе [см., например, 20] и давно вошло во все учебники по космическим лучам. Ниже я приведу вывод выражений для спектров частиц применительно к задаче о самосогласованном гало, поскольку так будет понятнее, от каких параметров зависят спектры частиц.

В разделе 4.3 задача для протонов была разбита на 2 области: диск при  $0 \le z \le z_d$  и гало при  $z > z_d$ . Для протонов делалось предположение, что в диске их градиент мал. Проверим, выполняется ли это условие для ядер. В этом случае требуется, чтобы времена фрагментации и распада были существенно больше времени убегания из диска, то есть, что

$$\frac{1}{\sqrt{D_{\rm d}\tau_{\rm fr,i}}} + \frac{1}{\sqrt{D_{\rm d}\tau_{\rm dec,i}}} \ll \frac{1}{z_{\rm d}},$$
(4.44)

где  $D_{\rm d}$  — это коэффициент пространственной диффузии в диске Галактики. Его значение определяется источниками турбулентности в диске и никак не связано с неустойчивостью, вызванной космическими лучами. Таким образом, можно выбрать любое устраивающее нас значение, достаточно большое, чтобы конечный результат от него не зависел. Условие (4.44) хорошо выполняется уже для  $D_{\rm d} \sim 10^{28} \,{\rm cm}^2/{\rm s}$ , который обычно характерен для частиц с энергией 1 ГэВ/нуклон в моделях со статичным гало. В рамках модели с самосогласованным гало коэф-фициент диффузии в диске полагается на несколько порядков больше, поэтому с уверенностью можно сказать, что градиент космических лучей в диске отсутствует.

В разделе 4.4.1 была введена характерная скорость вытекания протонов из диска  $u_p(R, z)$ , которая связывает их спектр с мощностью источников, см. уравнения (4.18)-(4.20). Для ядер аналогичная величина,  $u_i(R, z)$ , будет отличаться от  $u_p(R, z)$  только из-за сомножителя  $v_i/v_p$  в коэффициенте диффузии, как это записано в уравнении (4.39). Для релятивистских ядер обе скорости будут примерно равны скорости света, поэтому с очень большой точностью можно считать  $u_i \approx u_p$ . Более того, как и для протонов, для ядер можно смело записать  $S_i = \int_0^{z_d} (Q_i + q_i) dz$ , поскольку мы установили, что потери в диске не играют роли для релятивистских частиц.

Рассмотрим для начала стабильные вторичные ядра. Их спектр в диске вычисляется аналогично разделу 4.4.1 и равен (здесь и ниже для краткости индекс *i* опущен)

$$f_0(R) \approx \frac{q_{\rm fr}(R) z_{\rm d}}{u_0(R) + u_{\rm fr}(R)}, \qquad (4.45)$$

здесь в числителе стоит полная мощность источников (поскольку считается, что спектр первичных ядер не зависит от высоты, то интегрирование заменено просто на умножение на  $z_d$ ), а в знаменателе помимо скорость убегания  $u_0(R)$  стоит еще поправка на фрагментацию:  $u_{\rm fr}(R) = \mathcal{N}_{\rm H}\sigma_{\rm fr}(R)v \equiv z_d/\tau_{\rm fr}(R)$ , где  $\mathcal{N}_{\rm H}$  — вертикальная толща диска Галактики.

Поскольку  $q_{\rm fr}(R)$  пропорционально спектру первичных ядер (точнее, их комбинации с известными весами — сечениями реакций), то отношение вторичных ядер к первичным позволяет вычислить  $u_0(R)$  напрямую — один из ключевых параметров модели. Верно и обратное: если в рамках данной модели получится корректно воспроизвести измеренное экспериментально отношение вторичных ядер к первичным (например, B/C), то в рамках данной модели величина скорости убегания частиц из диска воспроизводится верно. Это я и буду проверять ниже.

Решение (4.45) можно применять только к стабильным ядрам. Для нестабильных изотопов поток в гало не сохраняется, поэтому поток убегающих из диска частиц может существенно отличаться. Для того, чтобы учесть несохранение потока из-за распада, можно ввести дополнительный параметр, «выживаемость» P(R, z) — он связывает спектр нестабильных частиц  $f^*(R, z)$  с их потоком из диска в гало

 $S^{*}(R)$ :

$$f^*(R,z) = P(R,z)\frac{S^*(R)}{u(R,z)}.$$
(4.46)

При этом скорость убегания u(R, z) равна скорости убегания протонов, а значение потока  $S^*(R)$  должно вычисляться из условия непрерывности потока при  $z = z_d$ .

Если подставить выражение (4.46) в исходное уравнение (4.38), можно получить следующее выражение для P(R, z) в гало (где потери не важны, и работает только радиоактивный распад):

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{D(R,z)}{u(R,z)}\frac{dP}{dz}\right) = \frac{dP}{dz} + \frac{P}{u(R,z)\tau_{\text{dec}}}.$$
(4.47)

Вводя новую безразмерную переменную  $x=\int_{z_{\rm d}}^{z}(u/D)dz_{1},$  получим, что

$$\frac{d^2P}{dx^2} = \frac{dP}{dx} + \frac{DP}{u^2\tau_{\text{dec}}}.$$
(4.48)

Переобозначая  $P = \tilde{P}e^x$  и  $y = \int_0^x e^{-x_1} dx_1$ , сводим данное уравнение к уравнению Шредингера

$$\frac{d^2\tilde{P}}{dy^2} = \frac{De^{2x}}{u^2\tau_{\rm dec}}\tilde{P}\,,\tag{4.49}$$

которое можно решить в квазиклассическом приближении. Квазиклассическое приближение работает, если «потенциал» в правой части уравнения (4.49) слабо меняется с *y*, иными словами, если выполняется условие

$$\left| \frac{d}{dy} \left( \frac{De^{2x}}{u^2 \tau_{\text{dec}}} \right) \right| \ll \frac{D^{3/2} e^{3x}}{(u^2 \tau_{\text{dec}})^{3/2}},$$
(4.50)

что, в свою очередь, приводит к

$$\left|\frac{1}{2D}\frac{\partial D}{\partial z} + \frac{u_{\rm A}}{D}\right|^{-1} \gg \sqrt{D\tau_{\rm dec}}\,.\tag{4.51}$$

Левая часть уравнения (4.51) может быть интерпретирована как характерный размер гало: действительно, верхняя граница гало формируется либо из-за резкого увеличения коэффициента диффузии (так как частицы слабо проникают в область с меньшим значением коэффициента диффузии), либо из-за смены режима
распространения с диффузионного на конвективный. Правая же часть уравнения — это характерная высота, которую могут достичь частицы с временем жизни  $\tau_{dec}$ . Таким образом, квазиклассическое приближение применимо в том случае, когда время жизни частиц мало настолько, что они не могут достичь границы гало.

Используя только первый член квазиклассического приближения для  $\tilde{P}(y)$  и учитывая тот факт, что P(R, z) должно оставаться конечным при  $z = \infty$  (поскольку источников нестабильных ядер в в гало нет), получим

$$P \approx A \left(\frac{u^2 \tau_{\text{dec}}}{D}\right)^{1/4} \exp\left[\int_{z_{\text{d}}}^{z} \left(\frac{u}{D} - \frac{1}{\sqrt{D\tau_{\text{dec}}}}\right) dz_1\right], \quad (4.52)$$

гле A — константа, значение которой должно быть определено из граничного условия при  $z = z_{\rm d}$ ,

$$\left(u_{\rm A}f^* - D\frac{\partial f^*}{\partial z}\right)\Big|_{z=z_{\rm d}} = S^*.$$
(4.53)

В итоге получаем следующее выражение для  $P_0(R)\equiv P(R,z_{\rm d})$  :

$$P_0 \approx \sqrt{\frac{u_0^2 \tau_{\rm dec}}{D_0}}, \qquad (4.54)$$

где  $D_0(R) \equiv D(R, z_d), u_0(R) \equiv u(R, z_d)$ , и все малые слагаемые отброшены в соответствии с условием (4.51). Значение  $P_0$  всегда оказывается меньше единицы (и тем самым,  $P_0$  является функцией  $D_0$  и  $u_0$ ), если условие применимости квазиклассического приближения (4.51) выполняется, причем это происходит даже в режиме, когда конвективный перенос доминирует.

Спектры нестабильных ядер в диске  $f_0^*(R)$  можно определить используя условие непрерывности, аналогичное тому, что использовалось при выводе уравнения (4.45). Считая, что спектр частиц не меняется в пределах диска, интегрируем уравнение (4.38) поперек диска и, применяя уравнение (4.46), получим

$$f_0^*(R) = \frac{P_0(R)q(R)z_d}{u_0(R) + P_0(R)\left[u_{\rm fr}(R) + z_{\rm d}/\tau_{\rm dec}\right]},$$
(4.55)

где  $q = q_{\rm fr} + q_{\rm dec}$  и задается уравнениями (4.42) и (4.43) соответственно. Как я

уже указывал ранее, экспериментальные данные указывают на то, что  $u_0 \gtrsim u_{\rm fr}$ , и следовательно, член  $u_{\rm fr} \equiv z_{\rm d}/\tau_{\rm fr}$  в уравнении (4.55) может быть опущен.

Рассмотрим два предельных случая. Положим, что время радиоактивного распада  $\tau_{dec}$  мало, и, следовательно, второй член в скобках в уравнении (4.55),  $P_0 z_d / \tau_{dec}$ значительно больше, чем  $u_0$ . Изотопы, для которых выполняется это соотношение, не несут никакой полезной информации, поскольку в этом случае  $f_0^*(R)$  не зависит ни от  $u_0$ , ни от  $P_0$  и, соответственно, не может дать никакой информации о коэффициенте пространственной диффузии.

Для модельной задачи по себе этот «бесполезный» режим не является проблемным — он позволяет определить темп производства вторичных изотопов по известному времени их жизни, и как следствие, позволяет установить среднюю плотность, с которой взаимодействуют космические лучи, а значит, и размер гало. Однако для практического применения настолько короткоживущие изотопы крайне неудобны: действительно, по их спектру получается установить среднюю плотность газа только в небольшой окрестности Солнечной системы, тогда как стабильные изотопы рождаются в области гораздо большего размера. Поскольку мы не знаем детального распределения газа по Галактике, то крайне желательно для сравнения использовать такие нестабильные изотопы, которые рождаются в сопоставимых по размеру областях со стабильными, то есть изотопы, время полураспада которых сопоставимо с их временем убегания из Галактики.

В другом предельном случае, если

$$P_0 \frac{z_{\rm d}}{\tau_{\rm dec}} \ll u_0 \,, \tag{4.56}$$

и условие применимости квазиклассического приближения (4.51) также выполнено, получим, что отношение спектров нестабильных и стабильных вторичных ядер в соответствии с уравнениями (4.45) и (4.55) пропорционально  $P_0(R) \propto u_0(R)/\sqrt{D_0(R)}$ . Поскольку значение скорости  $u_0$  может быть установлено независимо, путем сопоставления вторичных-к-первичным изотопам, эксперименталь-

но измеренное отношение нестабильных ядер к стабильным позволяет оценить значение коэффициента диффузии в окрестности диска Галактики.

В случае самосогласованной модели коэффициент пространственной диффузии будет, влияющий на это отношение, соответствует не  $z_d$ , а скорее нижней границе зоны диффузии. Как и в задаче с молекулярными облаками, зона турбулентности, созданная потоковой неустойчивостью космических лучей, формируется в той зоне, где условия для возбуждения волн наиболее благоприятны. Поэтому между искусственной границей  $z = z_d$  и нижней, ближайшей к диску, границей зоны турбулентности может присутствовать достаточно протяженная область с высоким коэффициентом диффузии. В целом, для задачи с постоянно меняющимся коэффициентом диффузии, какой является модель самосогласованного гало, определить значение  $D_0$  достаточно трудно. Однако, как и в случае со вторичными ядрами, вместо того, чтобы пытаться вычислить производную величину, в данном случае,  $D_0$ , я вычислю получаемое в рамках данной модели отношение радиоактивных ядер к стабильным — и если совпадение будет хорошим, это будет означать, что модель достаточно хорошо описывает реальность.

Наиболее удобным радиоактивным изотопом для проведения такого рода теста является  $^{10}$ Be. Можно рассматривать отношения  $^{10}$ Be/ $^9$ Be,  $^{10}$ Be/Be. Также косвенно можно использовать отношение Be/B, поскольку  $^{10}$ Be составляет заметную долю всего бериллия в космических лучах, а бор частично производится при распаде  $^{10}$ Be.

### 4.8 Численное моделирование спектров ядер

Аналитические оценки показывают, как параметры распространения космических лучей влияют на отношения B/C и  ${}^{10}$ Be/ ${}^{9}$ Be. В частности, правильная зависимость B/C от R говорит от том, что зависимость  $u_0(R)$  тоже получена правильно. Если при правильной зависимости B/C от R наблюдается небольшое рассогласование по амплитуде, которое может быть устранено умножением на небольшой численный фактор  $\chi_n$ , то такое рассогласование можно объяснить тем, что использовано неточное значение средней плотности газа в галактическом диске. Оно может быть связано с диффузией вдоль галактической плоскости, которая, очевидно, не учитывается в рамках одномерной модели, с наклоном силовых линий, и, конечно, с отклонением реальной плотности от измеренной. Пока фактор  $\chi_n$  не сильно отличается от единицы, можно считать, что модель работает правильно.

Для получения точных спектров я решал систему уравнений (4.38) численно. Коэффициент диффузии брался из численного решения задачи для протонов, пересчитывался под ядра, после чего система уравнений решалась с помощью конечно-разностной схемы методом установления. Поскольку для задачи с ядрами требуется знание распределение газа в диске Галактики, для нейтрального газа я использовал распределение плотности, взятое из GALPROP. Именно это распределение умножалось на феноменологический параметр  $\chi_n$ , чтобы обеспечить нужную амплитуду отношения B/C. Распределение ионизованного газа, которое важно для высот  $z > z_d$ , всегда оставалось фиксированным, совпадающим с приведенным в разделе 4.5.

В спектре источников первичных ядер, описанном уравнением (4.41), значение спектрального индекса было выбрано, исходя из экспериментальных данных, равным  $\gamma = 2.26$ . Это значение слегка отличается от значения спектрального индекса для протонов, где  $\gamma_p = 2.32$ . Такое различие — достаточно известный факт в астрофизике космических лучей, и, по-видимому, оно связано с тем, что протоны и ядра ускоряются разными ударными волнами, образующимися при взрыве сверхновой [306]. Константы  $C_i$  в уравнении (4.41) подбирались так, чтобы воспроизвести наблюдаемые спектры первичных ядер.

Результаты численного решения системы уравнений (4.38) показаны на рисун-



Рис. 4.4: Сверху: спектры первичных ядер космических лучей: гелия (a), углерода (b), азота (c) в зависимости от магнитной жесткости *R*. Снизу: отношения спектров различных ядер космических лучей: бора к углероду (d), бериллия к бору (e) а также, бериллия-10 к бериллию-9 (f). Теоретические кривые соответствуют задаче без учета ион-нейтрального трения (штрихованная кривая) и задаче с учетом ион-нейтрального трения (сплошная кривая). Экспериментальные данные обозначены крестами различного цвета и описаны в тексте. Предварительные данные AMS-02 для отношения <sup>10</sup>Be/<sup>9</sup>Be, взятые из докладов [74] и [292] на правом нижнем графике черным крестами и линиями с черными квадратами.

ке 4.4 штрихованными линиями. Экспериментальные данные взяты из следующих статей: AMS-02 [230; 269], BESS-PolarII [193], CALET [63; 82], CREAM-II [98], CREAM-I+III [234], DAMPE [19; 70; 189], NUCLEON-KLEM [97], PAMELA [187; 221]. Данные частично были получены с помощью базы данных космических лучей CRDB v4.1 [2; 64]. Также, для отношения <sup>10</sup>Be/<sup>9</sup>Be были использованы предварительные данные AMS-02, приведенные в докладах [74] и [292], а также данные ISOMAX [188]. К сожалению, данные по этому отношению доступны только для низких значений магнитной жесткости. Также, как и в задаче с протонами, учитывалась модуляция космических лучей солнечным ветром с потенциалом  $\phi = 0.5 \Gamma B$  [133]. Как видно, самосогласованная модель достаточно хорошо описывается наблюдаемые спектры первичных элементов при значениях магнитной жесткости выше  $R \gtrsim 30$  ГВ. Чтобы обеспечить совпадение с наблюдаемым отношением В/С, значение феноменологического параметра было выбрано равным  $\chi_n = 0.85$ , что не сильно отличается от единицы. Неплохое соответствие показывает и соотношение Ве/В. Однако, если рассматривать отношение только нестабильного изотопа к стабильному, <sup>10</sup>Be/<sup>9</sup>Be, полученные результаты значительно превосходят предварительные данные AMS-02.

Я уже отмечал, что самосогласованная модель плохо работает на низких значениях магнитной жесткости, где должно сказываться влияние галактического диска. Некорректность работы модели заметна и по низкоэнергетичным частям спектров первичных элементов и даже по спектру протонов. Тем не менее, можно попытаться улучшить согласование <sup>10</sup>Ве/<sup>9</sup>Ве даже в рамках текущей модели. Действительно, в соответствии с уравнением (4.55), слишком большое значение <sup>10</sup>Ве/<sup>9</sup>Ве говорит о том, что значение  $D_0(R)$  недооценено, и его нужно увеличить, добавив, например, дополнительные механизмы затухания.

#### 4.9 Ион-нейтральное трение в задаче о галактическом гало

Вблизи диска Галактики присутствует значительное количество нейтрального газа, простирающегося на сотни парсек от диска. Взаимодействие ионизованной компоненты с нейтральной может привести к появлению диссипации, аналогично том, что было описано в главе 3. Учесть ион-нейтральное трение можно путем добавления слагаемого  $\nu_{in}$  в правую часть уравнения для волн из системы (4.8).

Уравнение на волны в таком случае примет следующий вид

$$\int_{k_{\min}}^{k} W(k)dk = \frac{\pi}{4g(z)} p^2 S_0(p) - \frac{B^2}{8\pi c^2 u_{\rm A} g(z)k} \nu_{\rm INF} \,, \tag{4.57}$$

причем там, где правая часть этого уравнения становится отрицательно, возбуж-

дение волн невозможно. Из вида этого уравнения может сложиться ощущение, что ион-нейтральное затухание оказывает влияние не на те волны: правая часть становится отрицательной в длинноволновом приближении, а поправку надо вносить в коэффициент диффузии, соответствующий малым R, а значит, коротким волнам. В реальности же, влияние ион-нейтрального затухания на длинные волны очень незначительно: поскольку зона диффузии высокоэнергичных частиц формируется вдали от диска, то значение  $\nu_{in}$ , которое пропорционально плотности нейтрального газа, в диффузионной зоне ничтожно мало. Основное влияние ионнейтральное трение оказывает на частицы с промежуточными энергиями, диффузионная зона которых находится достаточно близко к диску Галактики, но при этом величина k еще недостаточно велика, чтобы нелинейное затухание Ландау стало слишком большим по сравнению с ион-нейтральным трением.

Для проверки того, как ион-нейтральное трение влияет на модель самосогласованного гало, в я добавил уравнения (4.8) ион-нейтральное затухание, и вновь решил всю задачу, включая вычисление спектров вторичных частиц, численно. Параметры среды пришлось слегка изменить, поскольку изменились параметры затухания: так, температуру горячей фазы я понизил до  $T_{hot} = 170$  эВ (ранее она была равна 200 эВ), масштаб горячей фазы я увеличил до  $z_{hot} = 2.3$  кпк (вместо 2 кпк). Кроме того, изменился спектральный индекс источников протонов, он стал равен  $\gamma_p = 2.42$  (вместо 2.32), поскольку из-за более эффективного затухания низкоэнергетичные частицы начали более эффективно покидать диск Галактики, и это убегание надо было пропорционально скомпенсировать увеличением мощности источников. Результат моделирования спектра протонов в задаче с ионнейтральным затуханием показан на рисунке 4.3 сплошными линиями.

По рисунку 4.3 можно сделать вывод, что наблюдается эффект, обратный тому, который хотелось бы получить. Действительно, в моделях со статичным гало оказывается, что чем меньше размер гало, тем больше относительная концентрация <sup>10</sup>Ве: в статичном гало его размер оценивается как  $z_{\rm cr} \approx D/u$ , поэтому в соответствии с формулой (4.54) получаем  $P_0 \approx \sqrt{\frac{u_0 \tau_{\rm dec}}{z_{\rm cr}}}$ . При фиксированном по отношению B/C значению  $u_0$  «выживаемость» ядер  $P_0$  растет с падением  $z_{\rm cr}$ , и следовательно, растет и отношение <sup>10</sup>Ве/<sup>9</sup>Ве.

На рисунке 4.4 сплошными линиями показаны спектры ядер, а также отношения концентраций изотопов для задачи с учетом ион-нейтрального затухания. Для того, чтобы обеспечить наблюдаемое отношение B/C, феноменологический фактор был взят равным  $\chi_n = 1.15$  (вместо 0.85) для задачи без ион-нейтрального трения. Как видно, отношение скоростей  $u_0$  в том и другом случае составляет примерно 1.15/0.85 = 1.35. Примерно на ту же величину меняется и размер гало при  $R \approx 10$  GV.

Казалось бы, при таких параметрах выживаемость в обоих случая, ровно как и отношение <sup>10</sup>Be/<sup>9</sup>Be, должно сохраняться. Еще более странной становится ситуация, если оценить выживаемость напрямую, по численным расчетам. Для ситуации без ион-нейтрального затухания при R = 1 ГВ она будет равна  $P_0 = 0.3$ , а для ситуации с затуханием —  $P_0 = 0.8$ , что совершенно не вяжется с тем, что показано на рисунке 4.4, где отношение <sup>10</sup>Be/<sup>9</sup>Be ниже именно во втором случае.

Разгадка кроется в параметре  $z_{\rm d}$  — эффективной толщине диска. При добавлении ион-нейтрального затухания турбулентность на малых расстояниях от диска Галактики полностью исчезает, и нижняя граница зоны турбулентности смещается на большие высоты. Так, для частиц с R = 1 ГВ значение  $z_{\rm d}$  увеличивается с 0.1 кпк до 0.7 кпк. Из-за этого член  $z_{\rm d}/\tau_{\rm dec}$  в уравнении (4.55) становится достаточно большим, и он снижает концентрацию нестабильных ядер.

Интересно, что в модели с ион-нейтральным затуханием режим распространения ядер почти попал в «бесполезный» режим (см. рассуждения под уравнением (4.55)), который, конечно, в рамках одномерной модели с гладким профилем плотности не является особой проблемой. Однако для моделей с поперечной диффузией, которые учитывают движение частиц поперек диска, к данному режиму стоит подходить с осторожностью.

#### 4.10 Выводы к главе 4

Я рассмотрел самосогласованную модель галактического гало, которое формируется самими космическими лучами. За возбуждение турбулентности отвечает потоковая неустойчивость, вызванная убеганием космических лучей из диска Галактики, а за затухание турбулентности — нелинейное затухание Ландау и ионнейтральное трение. Данная работа расширяет результаты, полученные ранее в работе [285].

Оказывается, что для формирования гало космических лучей не требуются никакие дополнительные источники турбулентности, кроме самих космических лучей. При этом формируются наблюдаемые спектры космических лучей, причем характерное «волнообразное» отличие спектров частиц от степенного распределения возникает из-за вариаций плотности и температуры газа в гало с высотой. Интересным является тот факт, что спектры турбулентности, возбужденной космическими лучами, всегда остаются степенными (хотя их наклон не соответствует ни колмогоровскому, ни крейченовскому спектру), а отличный от степенного спектр частиц формируется из-за вариаций размера гало с энергией.

Размер гало, определяемый как расстояние от диска, на котором конвективный перенос начинает доминировать над диффузионным (фактически, это «точка невозврата» для космических лучей), меняется с энергией, и на энергиях порядка десятка-сотни ГэВ составляет около 1 кпк. Эта величина мала в сравнении с аналогичной величиной, используемой в моделях с гало фиксированной высоты, например, в GALPROP. Однако стоит учесь, что математический смысл размера гало в двух этих моделях разный: в гало фиксированной высоты плотность космических лучей на границе гало достигает нуля, тогда как в самосогласованной модели их плотность начинает экспоненциально падать. Поэтому сопоставлять размеры в этих моделях можно только качественно, по порядку величины.

Для проверки соответствия размера гало наблюдениям были произведены вычисления спектров вторичных ядер. При этом удалось хорошо воспроизвести отношение бора к углероду. Отношение <sup>10</sup>Ве/<sup>9</sup>Ве воспроизводится хуже, и, как показывают вычисления, для улучшения соответствия необходимо ввести дополнительные механизмы диссипации турбулентности. Так, при учете ион-нейтрального затухания соответствие между теоретическими и экспериментальными данными оказывается заметно лучше, чем при его игнорировании.

Важным упрощением модели было предположение о том, что магнитное поле Галактики постоянно и строго вертикально, а коэффициент диффузии поперек магнитного поля строго равен нулю. В реальности надо учитывать и изменение магнитного поля с высотой как по величине, так и по направлению, а также учитывать то, что космические лучи могут диффундировать поперек поля. Отмечу, что в работе [8] было показано, что поперечная диффузия космических лучей в Галактике, по-видимому, незначительна, поэтому предположение о полном отсутствии поперечной диффузии не является серьезным упущением данной модели.

## Заключение

В данной диссертационной работе рассмотрено несколько самосогласованных моделей распространения и ускорения космических лучей. Основной цель исследования заключалась в том, чтобы продемонстрировать, насколько важным является учет влияния космических лучей на турбулентность, с которой они взаимодействуют. В частности, в таких задачах, как взаимодействие космических лучей с молекулярным газом или убегание космических лучей из Галактики, самосогласованный учет возбуждения волн частицами позволяет вычислить потоки космических лучей без использования дополнительной информации об источниках турбулентности. В свою очередь, это позволяет уменьшить количество свободных параметров моделей распространения и ускорения космических лучей, и свести набор свободных параметров к свойствам среды: ее плотности, температуре, индукции магнитного поля и подобным.

Наиболее ярко зависимость модели от произвольного выбора спектра турбулентности проявляется в задачах о стохастическом ускорении. Если не ограничивать коэффициент импульсной диффузии заряженных частиц, который зависит от спектра турбулентности, можно получить качественно совершенно разные результаты: от разогрева плазмы без формирования нетепловых хвостов в распределении частиц до интенсивного охлаждения плазмы с формированием в распределении частиц степенного хвоста с большой амплитудой. Самосогласованный учет затухания турбулентности на частицах позволяет избавиться от этой неопределенности. Если кратко охарактеризовать результаты данного диссертационного исследования, то они сводятся к следующим пунктам:

- 1. Показано, что стохастическое ускорение способно формировать нетепловые спектры заряженных частиц без перегрева фоновой плазмы. Для этого достаточно, чтобы темп ускорения был выше определенного порога, и в спектре магнитной турбулентности присутствовал обрыв на малых масштабах, находящийся, например, на вязком масштабе. Если темп ускорения станет очень большим, нагрев плазмы сменится ее охлаждением. При самосогласованном определении вязкого масштаба в задаче о стохастическом ускорении частиц охлаждение плазмы не происходит, но характерное время перегрева плазмы все еще оказывается меньше характерного времени охлаждения. В задачах об ускорении частиц из фоновой плазмы, где присутствуют как протоны, так и электроны, в горячей плазме ускоряются только протоны. Для того, чтобы обеспечить ускорению электронов, температура плазмы должна быть значительно меньше характерной энергии магнитного поля.
- 2. Показано, что стохастическое ускорение способно сформировать нетепловой спектр электронов в пузырях Ферми так, чтобы обеспечить наблюдаемый из них спектр гамма-излучения, и при этом качественно воспроизвести пространственное распределение гамма-излучения. При этом инжекция электронов для стохастического ускорения будет производится галактическими космическими лучами. Обеспечить нужный спектр электронов в пузырях Ферми за счет инжекции электронов из фоновой плазмы сложно из-за того, что требуются довольно точные значения параметров среды и ускорения, которые не согласуются с самосогласованной моделью стохастического го ускорения. При требуемых значения параметров будет происходить в основном ускорение протонов, а электроны из фоновой плазмы ускоряться не будут. Дополнительным аргументом в пользу инжекции электронов из га-

лактических космических лучей являются энергетические соображения: доускорение электронов требует значительно меньшей энергии, чем ускорение из фоновой плазмы. Для формирования наблюдаемого спектра электронов в пузырях Ферми требуется наличие крупномасштабного течения газа в гало Галактики (при условии, что используется модель распространения космических лучей, схожая с GALPROP). Адиабатические потери электронов в расширяющемся течении позволяют получить необходимый наклон функции распределения электронов из-за уменьшении концентрации галактических космических лучей в окрестности пузырей Ферми.

- 3. Рассмотрена модель протонного происхождения гамма-излучения пузырей Ферми. Я показал, что эта модель требует тонкой подстройки параметров, поэтому маловероятно, что именно этот механизм реализуется. Кроме того, даже в самом лучшем случая, часть излучения пузырей Ферми будет все равно создана релятивистскими электронами. Это требуется для согласования между собой экспериментальных данных по радиоизлучению и гаммаизлучению. Тем не менее ускоренные в пузырях Ферми протоны, в отличие от электронов, обладают большим временем жизни, и поэтому эффективно заполняют всю Галактику. Поэтому пузыри Ферми могут быть ответственны за формирование спектра космических лучей выше «колена» в спектре космических лучей (выше энергии 3 × 10<sup>15</sup> эВ) — поскольку они могут обеспечить эффективное рассеяние частиц с такой энергией, и процессы, формирующие пузыри Ферми, обладают достаточной мощностью, чтобы сформировать необходимый спектр космических лучей.
- 4. Показано, что спектр космических лучей в молекулярных облаках на низких энергиях становится более жестким из-за неустойчивости, вызванной нескомпенсированным потоком космических лучей в молекулярные облака. Этот эффект (самомодуляция) должен быть заметен как в гамма-излучении

229

отдельных молекулярных облаков, так и в диффузном излучении Галактики, хотя на данный момент экспериментальные подтверждения данного эффекта отсутствуют, за исключением, возможно, одной группы молекулярных облаков. Гораздо более сильное влияние самомодуляция оказывает на нерелятивистские космические лучи. В частности, ее наличие может означать, что спектры нерелятивистских космических лучей в Галактике сильно недооценены.

5. Подвержено, что космические лучи Галактики могут успешно удерживаться в ней самовозбужденной турбулентностью, и при этом не требуется никаких других источников турбулентности. Затухание турбулентности при этом обеспечивается комбинацией нелинейного затухания Ландау и ион-нейтрального трения. Формирующиеся при этом спектры турбулентности оказываются строго степенными, а спектры космических лучей отклоняются от степенного распределения, что соответствует экспериментальным данным. Данные отклонения от степенного распределения связаны с вариацией спектра турбулентности с высотой, что, в свою очередь, связано с изменением с высотой параметров фоновой плазмы. Получающаяся в результате самосогласованная модель хорошо воспроизводит спектры первичных и вторичных изотопов в космических лучах. Данная модель содержит минимум феноменологических параметров: таковыми являются лишь мощность источников космических лучей, и наклон спектра источников космических лучей (спектр источников предполагался степенным).

Дальнейшее развитие данного исследования может заключаться как в более глубокой проработке тех результатов, которые были получены в данной работе, так и в рассмотрении более масштабных моделей. В качестве примера первого направления можно указать исследование затухания турбулентности в холодной плазме с учетом распространения высокочастотных волн, или исследование возбуждения турбулентности на стыке молекулярного, атомарного и ионизованного газа на границе молекулярных облаков. Второе направление может быть связано с расширением модели гало космических лучей Галактики на трехмерную модель, которая будет учитывать неоднородность магнитного поля Галактики.

Полученные результаты могут быть использованы задачах о физике космических лучей. Самым перспективным направлением, где могут быть применены указанные результаты, является природа нерелятивистских космических лучей. Применение возможно как в чисто теоретических задачах, так и в задачах экспериментальной физики. Например, результаты по ускорению частиц и их удержанию в Галактике важны для теоретического описания происхождения и распространения космических лучей. А результаты по взаимодействию частиц с молекулярным газом могут помочь экспериментально установить спектр космических лучей с использованием данных по ионизации, а также рентгеновскому и гаммаизлучению.

# Список сокращений и условных обозначений

- В магнитная индукция
- *D* коэффициент пространственной диффузии
- F(p) функция распределения, нормированная как  $\int p^2 F(p) dp$
- f(p) функция распределения, нормированная как $\int f(p)dp$
- $k_{\rm B}$  постоянная Больцмана
- $\log \Lambda$  кулоновский логарифм
- N(E) функция распределения, нормированная как  $\int N(E) dE$
- $v_{\rm A}$  альвеновская скорость
- Z зарядовое число иона
- $\kappa$  коэффициент диффузии в импульсном пространстве
- $\Omega,\,\Omega_c$  циклотронная частота протонов
- $\Omega_{ci}$  циклотронная частота и<br/>онов
- $\Omega_{ce}$  циклотронная частота электронов
- Fermi-LAT Fermi Large Area Telescope, космический гамма-телескоп
- GALPROP численная модель, описывающая распространение космических лучей в Галактике и их излучение

Planck — космическая обсерватория, созданная для изучения реликтового излучения

ROSAT — Röntgensatellit, космическая рентгеновская обсерватория

Suzaku — космическая рентгеновская обсерватория

WMAP — Wilkinson Microwave Anisotropy Probe, космический аппарат, предназначенный для изучения реликтового излучения

Жесткий спектр — спектр, медленно убывающий с энергией. Как правило, если  $N(E) \propto E^{\xi}, \mbox{ то } \xi > -2$ 

ИК — инфракрасный

Мягкий спектр — спектр, быстро убывающий с энергией. Как правило, если  $N(E) \propto E^{\xi},$  то  $\xi < -2$ 

УФ — ультрафиолетовый

### Список публикаций по теме диссертации

- [A1] Chernyshov D. O., Dogiel V. A., Ko C. M. Stochastic Particle Acceleration and the Problem of Background Plasma Overheating // The Astrophysical Journal. – 2012. – Nov. – Vol. 759, no. 2. – P. 113. – 1210.1896.
- [A2] Formation of the Cosmic-Ray Halo: Galactic Spectrum of Primary Cosmic Rays / Dogiel V. A., Ivlev A. V., Chernyshov D. O., and Ko C. M. // The Astrophysical Journal. – 2020. – Nov. – Vol. 903, no. 2. – P. 135. – 2009.08799.
- [A3] Formation of the Cosmic-Ray Halo: The Role of Nonlinear Landau Damping / Chernyshov D. O., Dogiel V. A., Ivlev A. V., Erlykin A. D., and Kiselev A. M. // The Astrophysical Journal. 2022. OKT. Vol. 937, no. 2. P. 107. 2209.12302.
- [A4] Gamma-Ray Emission from Molecular Clouds Generated by Penetrating Cosmic Rays / Dogiel V. A., Chernyshov D. O., Ivlev A. V., Malyshev D., Strong A. W., and Cheng K. S. // The Astrophysical Journal. – 2018. – Dec. – Vol. 868, no. 2. – P. 114. – 1810.05821.
- [A5] Multi-wavelength Emission from the Fermi Bubble. II. Secondary Electrons and the Hadronic Model of the Bubble / Cheng K. S., Chernyshov D. O., Dogiel V. A., and Ko C. M. // The Astrophysical Journal. — 2015. — Jan. — Vol. 799, no. 1. — P. 112. — 1411.6395.
- [A6] Multi-wavelength Emission from the Fermi Bubble. III. Stochastic (Fermi) Reacceleration of Relativistic Electrons Emitted by SNRs / Cheng K. S., Chernyshov

D. O., Dogiel V. A., and Ko C. M. // The Astrophysical Journal. — 2015. — May. — Vol. 804, no. 2. — P. 135. — 1503.03939.

- [A7] Multi-wavelength Emission from the Fermi Bubbles. I. Stochastic Acceleration from Background Plasma / Cheng K. S., Chernyshov D. O., Dogiel V. A., and Ko C. M. // The Astrophysical Journal. – 2014. – July. – Vol. 790, no. 1. – P. 23. – 1405.7478.
- [A8] On a possible origin of the gamma-ray excess around the Galactic Center / Chernyshov D. O., Egorov A. E., Dogiel V. A., and Ivlev A. V. // Symmetry. – 2021. – Vol. 13, no. 8. – P. 1432.
- [A9] Penetration of Cosmic Rays into Dense Molecular Clouds: Role of Diffuse Envelopes / Ivlev A. V., Dogiel V. A., Chernyshov D. O., Caselli P., Ko C. M., and Cheng K. S. // The Astrophysical Journal. – 2018. – Mar. – Vol. 855, no. 1. – P. 23. – 1802.02612.
- [A10] Secondary cosmic-ray nuclei in the Galactic halo model with nonlinear Landau damping / Chernyshov D. O., Ivlev A. V., Dogiel V. A. // Astronomy & Astrophysics. - 2024. – June – Vol. 686 – P. A165. – 2309.04772.
- [A11] Self-modulation of Cosmic Rays in Molecular Clouds: Imprints in the Radio Observations / Dogiel V. A., Chernyshov D. O., Ivlev A. V., Kiselev A. M., and Kopyev A. V. // The Astrophysical Journal. – 2021. – Nov. – Vol. 921, no. 1. – P. 43. – 2108.07559.
- [A12] The Fermi Bubble as a Source of Cosmic Rays in the Energy Range >10<sup>15</sup> eV / Cheng K. S., Chernyshov D. O., Dogiel V. A., Ko C. M., Ip W. H., and Wang Y. // The Astrophysical Journal. – 2012. – Feb. – Vol. 746, no. 2. – P. 116. – 1111.5127.
- [А13] Влияние самомодуляции космических лучей на диффузное гамма-излучение галактики / Чернышов Д. О., Ивлев А. В., Кулик Е. А. // Известия российской академии наук. Серия физическая. — 2023. — Том 87, № 7. — Стр. 947-950.

### Список литературы

- A Cocoon of Freshly Accelerated Cosmic Rays Detected by Fermi in the Cygnus Superbubble / M. Ackermann [и др.] // Science. — 2011. — Нояб. — Т. 334. — С. 1103. — DOI: 10.1126/ science.1210311.
- A cosmic-ray database update: CRDB v4.1 / D. Maurin [и др.] // arXiv e-prints. 2023. Июнь. — arXiv:2306.08901. — DOI: 10.48550/arXiv.2306.08901. — arXiv: 2306.08901 [astroph.HE].
- A multilevel study of ammonia in star-forming regions. VI. The envelope of Sagittarius B2. / S. Huettemeister [и др.] // Astronomy & Astrophysics. — 1995. — Февр. — Т. 294. — С. 667— 676.
- 4. A numerical study of the nonlinear cascade of energy in magnetohydrodynamic turbulence / М. К. Verma [и др.] // Journal of Geophysical Research. 1996. Окт. Т. 101, А10. С. 21619—21626. DOI: 10.1029/96JA01773.
- A NuSTAR Observation of the Center of the Coma Cluster / F. Gastaldello [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2015. — Февр. — Т. 800, № 2. — С. 139. — DOI: 10.1088/0004-637X/800/2/139. arXiv: 1411.1573 [astro-ph.HE].
- 6. A Search for Neutrino Emission from the Fermi Bubbles with the ANTARES Telescope / S. Adrián-Martínez [идр.] // European Physical Journal C: Particles and Fields. 2014. Февр. Т. 74. С. 2701. DOI: 10.1140/epjc/s10052-013-2701-6. URL: https://in2p3.hal.science/in2p3-01071201.
- 7. A self-consistent analytical model for the upstream magnetic-field and ion-beam properties in Weibel-mediated collisionless shocks / C. Ruyer [и др.] // Physics of Plasmas. 2017. Апр. Т. 24, № 4. С. 041409. DOI: 10.1063/1.4979187.
- A signature of anisotropic cosmic-ray transport in the gamma-ray sky / S. S. Cerri [и др.] // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2017. Окт. Т. 2017, № 10. С. 019. DOI: 10.1088/1475-7516/2017/10/019. arXiv: 1707.07694 [astro-ph.HE].

- A Unified Model for Tidal Disruption Events / L. Dai [и др.] // The Astrophysical Journal, Letters. —
   2018. Июнь. Т. 859, № 2. С. L20. DOI: 10.3847/2041-8213/aab429. arXiv: 1803.03265 [astro-ph.HE].
- Abazajian K. N., Kaplinghat M. Detection of a gamma-ray source in the Galactic Center consistent with extended emission from dark matter annihilation and concentrated astrophysical emission // Physical Review D: Particles, Fields, Gravitation & Cosmology. — 2012. — OKT. — T. 86, № 8. — C. 083511. — DOI: 10.1103/PhysRevD.86.083511. — arXiv: 1207.6047 [astro-ph.HE].
- 11. Acceleration of petaelectronvolt protons in the Galactic Centre / HESS Collaboration [и др.] // Nature. 2016. Март. Т. 531, № 7595. С. 476—479. DOI: 10.1038/nature17147. arXiv: 1603.07730 [astro-ph.HE].
- Achterberg A. On the nature of small amplitude Fermi acceleration // Astronomy & Astrophysics. 1981. — Апр. — Т. 97. — С. 259—264.
- Achterberg A. Particle acceleration by an ensemble of shocks // Astronomy & Astrophysics. 1990. — Май. — Т. 231. — С. 251—258.
- All particle spectrum observed by RUNJOB / А. V. Apanasenko [и др.] // International Cosmic Ray Conference. — 2001. — Авг. — Т. 5. — С. 1622.
- 15. All-Particle Spectrum Measured by ATIC-1 / H. S. Ahn [и др.] // International Cosmic Ray Conference. 2008. T. 2. C. 79—82.
- Aloisio R., Blasi P., Serpico P. D. Nonlinear cosmic ray Galactic transport in the light of AMS-02 and Voyager data // Astronomy & Astrophysics. — 2015. — Нояб. — Т. 583. — А95. — DOI: 10.1051/0004-6361/201526877. — arXiv: 1507.00594 [astro-ph.HE].
- 17. *Aloisio R., Blasi P.* Propagation of galactic cosmic rays in the presence of self-generated turbulence // J. Cosmology Astropart. 2013. Июль. Т. 2013, № 7. С. 001. DOI: 10.1088/1475-7516/2013/07/001. arXiv: 1306.2018 [astro-ph.HE].
- *Amato E., Blasi P.* Cosmic ray transport in the Galaxy: A review // Advances in Space Research. —
   2018. Нояб. Т. 62, № 10. С. 2731—2749. DOI: 10.1016/j.asr.2017.04.019. arXiv: 1704.05696 [astro-ph.HE].
- 19. Analysis of cosmic lithium, beryllium and boron with the DAMPE space mission / A. Parenti [и др.] // PoS. 2023. Т. ICRC2023. C. 137. DOI: 10.22323/1.444.0137.
- 20. Astrophysics of cosmic rays / V. S. Berezinskii [и др.]. Amsterdam: North Holland, 1990.

- 21. *Atoyan A. M.* Relativistic Neutrons in Active Galactic Nuclei Part Two Gamma-Rays of High and Very High Energies // Astronomy & Astrophysics. 1992. Апр. Т. 257. С. 476.
- Baumgartner V., Breitschwerdt D. Superbubble evolution in disk galaxies. I. Study of blow-out by analytical models // Astronomy & Astrophysics. — 2013. — Сент. — Т. 557. — A140. — DOI: 10.1051/0004-6361/201321261. — arXiv: 1402.0194 [astro-ph.GA].
- Becker Tjus J., Merten L. Closing in on the origin of Galactic cosmic rays using multimessenger information // Physics Reports. — 2020. — Φεβρ. — Τ. 872. — C. 1—98. — DOI: https://doi. org/10.1016/j.physrep.2020.05.002.
- 24. *Bell A. R.* The acceleration of cosmic rays in shock fronts. I // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1978. Янв. Т. 182. С. 147—156. DOI: 10.1093/mnras/182. 2.147.
- 25. Bell A. R. Turbulent amplification of magnetic field and diffusive shock acceleration of cosmic rays // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2004. Сент. Т. 353. С. 550—558. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2004.08097.x.
- Berezhko E. G., Völk H. J. Kinetic theory of cosmic ray and gamma-ray production in supernova remnants expanding into wind bubbles // Astronomy & Astrophysics. — 2000. — Май. — Т. 357. — С. 283—300. — eprint: astro-ph/0002411.
- 27. Berezhko E. G., Yelshin V. K., Ksenofontov L. T. Numerical investigation of cosmic ray acceleration in supernova remnants // Astroparticle Physics. 1994. Май. Т. 2. С. 215—227. DOI: 10.1016/0927-6505(94)90043-4.
- Biermann P. L., Strom R. G. Cosmic-Rays Part Three the Cosmic-Ray Spectrum Between 1-GEV and 10/4-GEV and the Radio Emission from Supernova Remnants // Astronomy & Astrophysics. — 1993. — Авг. — Т. 275. — С. 659. — eprint: astro-ph/9303013.
- 29. Bisnovatyi-Kogan G. S., Silich S. A. Shock-wave propagation in the nonuniform interstellar medium // Reviews of Modern Physics. — 1995. — Июль. — Т. 67. — С. 661—712. — DOI: 10.1103/ RevModPhys.67.661.
- Bland-Hawthorn J., Cohen M. The Large-Scale Bipolar Wind in the Galactic Center // The Astrophysical Journal. — 2003. — Янв. — Т. 582. — С. 246—256. — DOI: 10.1086/344573. — eprint: astroph/0208553.
- 31. *Blasi P.* The Self-Control of Cosmic Rays // Galaxies. 2019. Июнь. Т. 7, № 2. С. 64. DOI: 10.3390/galaxies7020064. arXiv: 1905.11149 [astro-ph.HE].

- 32. Blasi P., Amato E., Serpico P. D. Spectral Breaks as a Signature of Cosmic Ray Induced Turbulence in the Galaxy // Physical Review Letters. 2012. ABr. T. 109, № 6. C. 061101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.061101. arXiv: 1207.3706 [astro-ph.HE].
- Blumenthal G. R., Gould R. J. Bremsstrahlung, Synchrotron Radiation, and Compton Scattering of High-Energy Electrons Traversing Dilute Gases // Reviews of Modern Physics. 1970. T. 42. C. 237—271. DOI: 10.1103/RevModPhys.42.237.
- 34. Bogdan T. J., Lee M. A., Schneider P. Coupled quasi-linear wave damping and stochastic acceleration of pickup ions in the solar wind // Journal of Geophysical Research. 1991. Янв. Т. 96, A1. С. 161—178. DOI: 10.1029/90JA02096.
- Boulares A., Cox D. P. Galactic Hydrostatic Equilibrium with Magnetic Tension and Cosmic-Ray Diffusion // The Astrophysical Journal. — 1990. — Дек. — Т. 365. — С. 544. — DOI: 10.1086/169509.
- 36. Braginskii S. I. Transport Processes in a Plasma // Reviews of Plasma Physics. 1965. Янв. Т. 1. С. 205.
- 37. Breitschwerdt D., Dogiel V. A., Völk H. J. The gradient of diffuse gamma -ray emission in the Galaxy // Astronomy & Astrophysics. 2002. Апр. Т. 385. С. 216—238. DOI: 10.1051/0004-6361:20020152. eprint: astro-ph/0201345.
- Breitschwerdt D., McKenzie J. F., Völk H. J. Galactic winds. I. Cosmic ray and wave-driven winds from the galaxy. // Astronomy & Astrophysics. — 1991. — Maň. — T. 245. — C. 79.
- Breitschwerdt D., McKenzie J. F., Völk H. J. Galactic winds. II. Role of the disk-halo interface in cosmic ray driven galactic winds. // Astronomy & Astrophysics. 1993. Март. Т. 269. С. 54—66.
- 40. Brunetti G., Jones T. W. Cosmic Rays in Galaxy Clusters and Their Nonthermal Emission // International Journal of Modern Physics D. — 2014. — Mapt. — T. 23, № 4. — C. 1430007— 98. — DOI: 10.1142/S0218271814300079. — arXiv: 1401.7519 [astro-ph.CO].
- Bulanov S. V., Dogel V. A. The Influence of the Energy Dependence of the Diffusion Coefficient on the Spectrum of the Electron Component of Cosmic Rays and the Radio Background Radiation of the Galaxy // Astrophysics & Space Science. 1974. ABr. T. 29, № 2. C. 305—318. DOI: 10.1007/BF02639066.
- 42. Bulanov S. V., Dogel' V. A., Syrovatskii S. I. The Electron Component of Cosmic Rays. I. Spatial Distribution and Energy Spectrum // Cosmic Research. 1972. Июль. Т. 10. С. 478.

- 43. Bulanov S. V., Syrovatskii C. I., Dogel V. A. Cosmic-Ray Electrons in the Galactic Radio Halo // Astrophysics & Space Science. — 1976. — OKT. — T. 44, № 2. — C. 255—266. — DOI: 10. 1007/BF00642521.
- 44. Bustard C., Zweibel E. G. Cosmic-Ray Transport, Energy Loss, and Influence in the Multiphase Interstellar Medium // The Astrophysical Journal. — 2021. — Июнь. — Т. 913, № 2. — С. 106. — DOI: 10.3847/1538-4357/abf64c. — arXiv: 2012.06585 [astro-ph.HE].
- 45. Butt Y. Beyond the myth of the supernova-remnant origin of cosmic rays // Nature. 2009. ABr. T. 460. C. 701—704. DOI: 10.1038/nature08127. arXiv: 1009.3664 [astro-ph.HE].
- Bykov A. M., Fleishman G. D. On non-thermal particle generation in superbubbles // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1992. — Mapt. — T. 255. — C. 269—275. — DOI: 10.1093/mnras/255.2.269.
- 47. *Bykov A. M., Osipov S. M., Toptygin I. N.* Long-wavelength MHD instability in the prefront of collisionless shocks with accelerated particles // Astronomy Letters. 2009. Авг. Т. 35. С. 555—563. DOI: 10.1134/S1063773709080052.
- 48. Bykov A. M., Toptygin I. REVIEWS OF TOPICAL PROBLEMS: Particle kinetics in highly turbulent plasmas (renormalization and self-consistent field methods) // Physics Uspekhi. 1993. Ho-яб. Т. 36. С. 1020—1052. DOI: 10.1070/PU1993v036n11ABEH002179.
- 49. *Bykov A. M., Toptygin I. N.* A Model of Particle Acceleration to High Energies by Multiple Supernova Explosions in OB Associations // Astronomy Letters. 2001. Окт. Т. 27. С. 625—633. DOI: 10.1134/1.1404456.
- Calore F., Cholis I., Weniger C. Background model systematics for the Fermi GeV excess // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2015. Mapt. T. 2015, № 3. C. 038. DOI: 10.1088/1475-7516/2015/03/038. arXiv: 1409.0042 [astro-ph.CO].
- 51. *Cesarsky C. J.* Cosmic-ray confinement in the galaxy // Annual Review of Astronomy & Astrophysics. 1980. Янв. Т. 18. С. 289—319. DOI: 10.1146/annurev.aa.18.090180.001445.
- 52. *Cesarsky C. J., Volk H. J.* Cosmic Ray Penetration into Molecular Clouds // Astronomy & Astrophysics. 1978. Нояб. Т. 70. С. 367.
- 53. Characterising the VHE diffuse emission in the central 200 parsecs of our Galaxy with H.E.S.S. / H. E. S. S. Collaboration [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 2018. Апр. Т. 612. А9. DOI: 10.1051/0004-6361/201730824. arXiv: 1706.04535 [astro-ph.HE].

- 54. *Cheng K. S., Chernyshov D. O., Dogiel V. A.* Annihilation Emission from the Galactic Black Hole // The Astrophysical Journal. — 2006. — Июль. — Т. 645. — С. 1138—1151. — DOI: 10.1086/ 504583. — eprint: astro-ph/0603659.
- 55. Cheng K. S., Chernyshov D. O., Dogiel V. A. Diffuse gamma-ray emission from the Galactic center
   a multiple energy injection model // Astronomy & Astrophysics. 2007. Окт. Т. 473. —
  C. 351—356. DOI: 10.1051/0004-6361:20077538. arXiv: 0706.4351.
- 56. Chernyshov D. O., Dogiel V. A., Ko C. M. Stochastic Particle Acceleration and the Problem of Background Plasma Overheating // The Astrophysical Journal. 2012. Нояб. Т. 759. С. 113. DOI: 10.1088/0004-637X/759/2/113. arXiv: 1210.1896 [astro-ph.HE].
- 57. Collisionless shock formation, spontaneous electromagnetic fluctuations, and streaming instabilities / A. Bret [и др.] // Physics of Plasmas. 2013. Апр. Т. 20, № 4. С. 042102. DOI: 10.1063/1.4798541. arXiv: 1303.4095 [astro-ph.HE].
- 58. *Cordes J. M., Lazio T. J. W.* NE2001.I. A New Model for the Galactic Distribution of Free Electrons and its Fluctuations // arXiv e-prints. 2002. Июль. arXiv:0207156. arXiv: arXiv: 0207156 [astro-ph].
- 59. Cosmic Ray Energy Spectra and Mass Composition at the Knee Recent Results from KASCADE / K.-H. Kampert [и др.] // Nuclear Physics B Proceedings Supplements. 2004. Нояб. Т. 136. С. 273—281. DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2004.10.035. eprint: astro-ph/0410559.
- 60. Cosmic ray measurements from Voyager 2 as it crossed into interstellar space / E. C. Stone [и др.] // Nature Astronomy. 2019. Нояб. Т. 3. С. 1013—1018. DOI: 10.1038/s41550-019-0928-3.
- 61. Cosmic Ray Measurements with the KASCADE-Grande Experiment / KASCADE-Grande Collaboration [и др.] // ArXiv e-prints. 2009. Июнь. arXiv: 0906.4007 [astro-ph.HE].
- 62. Cosmic rays, gas and dust in nearby anticentre clouds. I. CO-to-H<sub>2</sub> conversion factors and dust opacities / Q. Remy [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 2017. Май. Т. 601. А78. DOI: 10.1051/0004-6361/201629632. arXiv: 1703.05237 [astro-ph.HE].
- 63. Cosmic-Ray Boron Flux Measured from 8.4 GeV /n to 3.8 TeV /n with the Calorimetric Electron Telescope on the International Space Station / O. Adriani [и др.] // Physical Review Letters. — 2022. — Дек. — Т. 129, № 25. — С. 251103. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.129.251103. arXiv: 2212.07873 [astro-ph.HE].

- 64. Cosmic-Ray Database Update: Ultra-High Energy, Ultra-Heavy, and Antinuclei Cosmic-Ray Data (CRDB v4.0) / D. Maurin [и др.] // Universe. 2020. Июль. Т. 6, № 8. С. 102. DOI: 10.3390/universe6080102. arXiv: 2005.14663 [astro-ph.HE].
- 65. Cosmic-ray Proton and Helium Spectra from the First CREAM Flight / Y. S. Yoon [и др.] // The Astrophysical Journal. 2011. Февр. Т. 728, № 2. С. 122. DOI: 10.1088/0004-637X/728/2/122. arXiv: 1102.2575 [astro-ph.HE].
- 66. *Cox D. P., Tucker W. H.* Ionization Equilibrium and Radiative Cooling of a Low-Density Plasma // The Astrophysical Journal. 1969. Сент. Т. 157. С. 1157. DOI: 10.1086/150144.
- 67. Crocker R. M., Aharonian F. Fermi Bubbles: Giant, Multibillion-Year-Old Reservoirs of Galactic Center Cosmic Rays // Physical Review Letters. 2011. Mapt. T. 106, № 10. C. 101102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.101102. arXiv: 1008.2658 [astro-ph.GA].
- 68. Croston J. H., Kraft R. P., Hardcastle M. J. Shock Heating in the Nearby Radio Galaxy NGC 3801 // The Astrophysical Journal. 2007. Май. Т. 660. С. 191—199. DOI: 10. 1086/513500. eprint: astro-ph/0702094.
- 69. Dalgarno A. Interstellar Chemistry Special Feature: The galactic cosmic ray ionization rate // Proceedings of the National Academy of Science. — 2006. — Авг. — Т. 103. — С. 12269— 12273. — DOI: 10.1073/pnas.0602117103.
- 70. Dampe Collaboration. Detection of spectral hardenings in cosmic-ray boron-to-carbon and boron-to-oxygen flux ratios with DAMPE // Science Bulletin. 2022. Нояб. Т. 67, № 21. С. 2162—2166. DOI: 10.1016/j.scib.2022.10.002. arXiv: 2210.08833 [astro-ph.HE].
- 71. Dark matter implications of the WMAP-Planck Haze / A. E. Egorov [идр.] // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2016. Март. Т. 2016, № 3. С. 060. DOI: 10.1088/1475-7516/2016/03/060. arXiv: 1509.05135 [astro-ph.CO].
- 72. Deciphering the Local Interstellar Spectra of Secondary Nuclei with the Galprop/Helmod Framework and a Hint for Primary Lithium in Cosmic Rays / M. J. Boschini [и др.] // The Astrophysical Journal. 2020. Февр. Т. 889, № 2. С. 167. DOI: 10.3847/1538-4357/ab64f1. arXiv: 1911.03108 [astro-ph.HE].
- 73. Deep observation of the giant radio lobes of Centaurus A with the Fermi Large Area Telescope / R.-Z. Yang [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 2012. Июнь. Т. 542. А19. DOI: 10.1051/0004-6361/201118713.

- Derome L., Paniccia M., AMS02 Collaboration. Cosmic-Ray Isotopes with the Alpha Magnetic Spectrometer. — 2021. — Contribution at the 37th International Cosmic Ray Conference, available at https://indico.desy.de/event/27991/contributions/101805/.
- 75. Detection of large-scale synchrotron radiation from the molecular envelope of the Sgr B cloud complex at the Galactic centre / F. Yusef-Zadeh [идр.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2024. Янв. Т. 527, № 1. С. 1275—1282. DOI: 10.1093/mnras/stad3203. arXiv: 2310.19901 [astro-ph.HE].
- 76. Determining the Spectrum of Cosmic Rays in Interstellar Space from the Diffuse Galactic Gamma-Ray Emissivity / C. D. Dermer [и др.] // ArXiv e-prints. — 2013. — Июль. — arXiv: 1307.0497 [astro-ph.HE].
- 77. Development of the Model of Galactic Interstellar Emission for Standard Point-source Analysis of Fermi Large Area Telescope Data / F. Acero [и др.] // The Astrophysical Journal, Supplement. — 2016. — Апр. — T. 223, № 2. — C. 26. — DOI: 10.3847/0067-0049/223/2/26. — arXiv: 1602.07246 [astro-ph.HE].
- 78. Di Mauro M., Winkler M. W. Multimessenger constraints on the dark matter interpretation of the Fermi-LAT Galactic center excess // arXiv e-prints. — 2021. — Янв. — arXiv:2101.11027. arXiv: 2101.11027 [astro-ph.HE].
- 79. Diffusion and drift of very high energy cosmic rays in galactic magnetic fields / V. S. Ptuskin [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 1993. Февр. Т. 268. С. 726—735.
- 80. Diffusive origin for the cosmic-ray spectral hardening reveals signatures of a nearby source in the leptons and protons data / O. Fornieri [и др.] // Physical Review D: Particles, Fields, Gravitation & Cosmology. 2021. Нояб. Т. 104, № 10. С. 103013. DOI: 10.1103/PhysRevD. 104.103013. arXiv: 2007.15321 [astro-ph.HE].
- 81. Diffusive-Compression Acceleration and Turbulent Diffusion of Cosmic Rays in Quasi-periodic and Turbulent Flows / G. M. Webb [и др.] // The Astrophysical Journal. 2003. Сент. Т. 595. С. 195—226. DOI: 10.1086/377355.
- 82. Direct Measurement of the Cosmic-Ray Helium Spectrum from 40 GeV to 250 TeV with the Calorimetric Electron Telescope on the International Space Station / O. Adriani [и др.] // Physical Review Letters. 2023. Апр. Т. 130, № 17. С. 171002. DOI: 10.1103/PhysRevLett. 130.171002. arXiv: 2304.14699 [astro-ph.HE].

- Birect Measurement of the Cosmic-Ray Proton Spectrum from 50 GeV to 10 TeV with the Calorimetric Electron Telescope on the International Space Station / O. Adriani [и др.] // Physical Review Letters. 2019. Май. Т. 122, № 18. С. 181102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.122.
  181102. arXiv: 1905.04229 [astro-ph.HE].
- 84. Discovery of Very High Energy γ-Ray Emission from Centaurus a with H.E.S.S. / F. Aharonian [и др.] // The Astrophysical Journal, Letters. 2009. Апр. Т. 695. С. L40—L44. DOI: 10.1088/0004-637X/695/1/L40. arXiv: 0903.1582 [astro-ph.CO].
- 85. Discovery of very-high-energy γ-rays from the Galactic Centre ridge / F. Aharonian [и др.] // Nature. 2006. Февр. Т. 439. С. 695—698. DOI: 10.1038/nature04467. eprint: astro-ph/0603021.
- Bissipation of Magnetohydrodynamic Waves on Energetic Particles: Impact on Interstellar Turbulence and Cosmic-Ray Transport / V. S. Ptuskin [и др.] // The Astrophysical Journal. 2006. Май. Т. 642. С. 902—916. DOI: 10.1086/501117. eprint: astro-ph/0510335.
- 87. *Dobler G.* Identifying the Radio Bubble Nature of the Microwave Haze // The Astrophysical Journal, Letters. 2012. Нояб. Т. 760. С. L8. DOI: 10.1088/2041-8205/760/1/L8. arXiv: 1208.2690 [astro-ph.HE].
- 88. Dobler G., Finkbeiner D. P. Extended Anomalous Foreground Emission in the WMAP Three-Year Data // The Astrophysical Journal. — 2008. — Июнь. — Т. 680. — С. 1222—1234. — DOI: 10.1086/587862. — arXiv: 0712.1038.
- Dogel V. A., Sharov G. S. Generation of Magnetohydrodynamic Waves Near Giant Molecular Clouds // Soviet Astronomy Letters. — 1985. — Нояб. — Т. 11. — С. 346—350.
- Dogel' V. A., Gurevich A. V., Zybin K. P. Kinetic theory of propagation and 'runaway' of Galactic cosmic rays // Astronomy & Astrophysics. 1993. Φεβρ. Τ. 268, № 1. С. 356—359.
- 91. Dogiel V. A. On the thermal origin of the hard X-ray emission from the Coma cluster // Astronomy & Astrophysics. 2000. Май. Т. 357. С. 66—74.
- 92. Dogiel V. A., Ginzburg V. L. Some Problems of Gamma-Astronomy // Space Science Reviews. —
  1989. Aπp. T. 49, № 3/4. C. 311—383. DOI: 10.1007/BF00241870.
- 93. Dogiel V. A., Gurevich A. V., Zybin K. P. Kinetic theory of propagation and runaway galactic cosmic rays. 2: Self-consistent model // Astronomy & Astrophysics. 1994. Янв. Т. 281, № 3. С. 937—944.

- 94. Dorfi E. A., Breitschwerdt D. Time-dependent galactic winds. I. Structure and evolution of galactic outflows accompanied by cosmic ray acceleration // Astronomy & Astrophysics. 2012. Апр. Т. 540. А77. DOI: 10.1051/0004-6361/201118082. arXiv: 1304.1311 [astro-ph.HE].
- 95. Dum C. T., Sudan R. N. Nonlinear Beam-Plasma Interactions and Stochastic Acceleration // Physics of Fluids. 1971. Φεβρ. Τ. 14, № 2. C. 414—423. DOI: 10.1063/1.1693442.
- 96. Effective shielding of ≤10 GeV cosmic rays from dense molecular clumps / R.-z. Yang [и др.] // Nature Astronomy. 2023. Март. Т. 7. С. 351—358. DOI: 10.1038/s41550-022-01868-9. arXiv: 2301.06716 [astro-ph.HE].
- 97. Energy spectra of abundant cosmic-ray nuclei in the NUCLEON experiment / V. Grebenyuk [и др.] // Advances in Space Research. 2019. Дек. Т. 64, № 12. С. 2546—2558. DOI: 10.1016/j.asr.2019.10.004.
- 98. Energy Spectra of Cosmic-ray Nuclei at High Energies / Н. S. Ahn [и др.] // The Astrophysical Journal. 2009. Дек. Т. 707, № 1. С. 593—603. DOI: 10.1088/0004-637X/707/1/ 593. arXiv: 0911.1889 [astro-ph.HE].
- 99. Energy Spectrum of Primary Cosmic Rays in the 10<sup>11</sup>-10<sup>15</sup> eV According to the Data of Proton-4 Measurements. (Abstract) / N. L. Grigorov [и др.] // International Cosmic Ray Conference. — 1971. — Т. 1. — С. 170.
- 100. Enhancement of the 6.4 keV Line in the Inner Galactic Ridge: Proton-induced Fluorescence? / К. К. Nobukawa [и др.] // The Astrophysical Journal, Letters. 2015. Июль. Т. 807. С. L10. DOI: 10.1088/2041-8205/807/1/L10. arXiv: 1506.00759 [astro-ph.HE].
- 101. Erlykin A., Wibig T., Wolfendale A. W. Young supernova remnants and the knee in the cosmic ray spectrum // Astrophysics and Space Sciences Transactions. 2011. Май. Т. 7. С. 179—182. DOI: 10.5194/astra-7-179-2011. arXiv: 1009.0600 [astro-ph.HE].
- 102. Erlykin A. D., Lagutin A. A., Wolfendale A. W. Properties of the interstellar medium and the propagation of cosmic rays in the Galaxy // Astroparticle Physics. 2003. Июнь. Т. 19, № 3. С. 351—362. DOI: 10.1016/S0927-6505(02)00216-5. arXiv: astro-ph/0209506 [astro-ph].
- 103. Erlykin A. D., Wolfendale A. W. Interpretation of features in the cosmic ray proton and helium energy spectra in terms of a local source // Journal of Physics G Nuclear Physics. 2015. Дек. Т. 42, № 12. С. 125201. DOI: 10.1088/0954-3899/42/12/125201.

- 104. *Erlykin A. D., Wolfendale A. W.* The nature of the 'knee' in the cosmic ray energy spectrum // Journal of Physics G Nuclear Physics. 2006. Янв. Т. 32. С. 1—7. DOI: 10.1088/0954-3899/32/1/001. eprint: astro-ph/0510680.
- 105. Everett J. E., Zweibel E. G. The Interaction of Cosmic Rays with Diffuse Clouds // The Astrophysical Journal. 2011. Окт. Т. 739. С. 60. DOI: 10.1088/0004-637X/739/2/60. arXiv: 1107.1243.
- 106. Fermi E. Galactic Magnetic Fields and the Origin of Cosmic Radiation. // The Astrophysical Journal. — 1954. — Янв. — Т. 119. — С. 1. — DOI: 10.1086/145789.
- 107. *Fermi E*. On the Origin of the Cosmic Radiation // Physical Review. 1949. Апр. Т. 75. —
  C. 1169—1174. DOI: 10.1103/PhysRev.75.1169.
- 108. Fermi Bubbles Inflated by Winds Launched from the Hot Accretion Flow in Sgr A\* / G. Mou [и др.] // The Astrophysical Journal. 2014. Авг. Т. 790. С. 109. DOI: 10.1088/0004-637X/790/2/109. arXiv: 1403.2129 [astro-ph.HE].
- 109. Fermi-LAT Observations of High- and Intermediate-velocity Clouds: Tracing Cosmic Rays in the Halo of the Milky Way / L. Tibaldo [и др.] // The Astrophysical Journal. 2015. Июль. Т. 807. С. 161. DOI: 10.1088/0004-637X/807/2/161. arXiv: 1505.04223 [astro-ph.HE].
- 110. Fermi-LAT Observations of the Diffuse γ-Ray Emission: Implications for Cosmic Rays and the Interstellar Medium / M. Ackermann [и др.] // The Astrophysical Journal. 2012. Май. Т. 750. С. 3. DOI: 10.1088/0004-637X/750/1/3. arXiv: 1202.4039 [astro-ph.HE].
- 111. Ferraro V. C. A. On the Reflection and Refraction of Alfven Waves. // The Astrophysical Journal. —
  1954. Mapt. T. 119. C. 393. DOI: 10.1086/145837.
- 112. *Ferrière K.* Interstellar gas within ~10 pc of Sagittarius A? // Astronomy & Astrophysics. —
  2012. Апр. Т. 540. А50. DOI: 10.1051/0004-6361/201117181. arXiv: 1201.6031.
- 113. *Ferrière K.* Interstellar magnetic fields in the Galactic center region // Astronomy & Astrophysics. —
  2009. Окт. Т. 505, № 3. С. 1183—1198. DOI: 10.1051/0004-6361/200912617. —
  arXiv: 0908.2037 [astro-ph.GA].
- 114. Ferrière K., Gillard W., Jean P. Spatial distribution of interstellar gas in the innermost 3 kpc of our galaxy // Astronomy & Astrophysics. 2007. Май. Т. 467. С. 611—627. DOI: 10.1051/0004-6361:20066992. eprint: astro-ph/0702532.
- 115. *Ferrière K*. The Hot Gas Filling Factor in Our Galaxy // The Astrophysical Journal. 1998. —
   Авг. Т. 503, № 2. С. 700—716. DOI: 10.1086/306003.

- 116. *Finkbeiner D. P.* Microwave Interstellar Medium Emission Observed by the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe // The Astrophysical Journal. 2004. Окт. Т. 614. С. 186—193. DOI: 10.1086/423482. eprint: astro-ph/0311547.
- 117. First Observation of the Greisen-Zatsepin-Kuzmin Suppression / R. U. Abbasi [и др.] // Physical Review Letters. 2008. Март. Т. 100, № 10. С. 101101. DOI: 10.1103/PhysRevLett. 100.101101. eprint: astro-ph/0703099.
- 118. Fujita Y., Ohira Y., Yamazaki R. The Fermi Bubbles as a Scaled-up Version of Supernova Remnants // The Astrophysical Journal, Letters. — 2013. — Ceht. — T. 775. — C. L20. — DOI: 10.1088/ 2041-8205/775/1/L20. — arXiv: 1308.5228 [astro-ph.HE].
- 119. *Fusco-Femiano R., Landi R., Orlandini M.* Nonthermal Hard X-Ray Excess in the Coma Cluster: Resolving the Discrepancy between the Results of Different PDS Data Analyses // The Astrophysical Journal, Letters. — 2007. — Янв. — Т. 654. — С. L9—L12. — DOI: 10.1086/510739. — eprint: astro-ph/0611325.
- Galactic Cosmic Rays in the Local Interstellar Medium: Voyager 1 Observations and Model Results / A. C. Cummings [и др.] // The Astrophysical Journal. 2016. Нояб. Т. 831, № 1. С. 18. DOI: 10.3847/0004-637X/831/1/18.
- 121. Galactic diffusion and wind models of cosmic-ray transport. I Insight from CR composition studies and gamma-ray observations / J. B. G. M. Bloemen [идр.] // Astronomy & Astrophysics. 1993. Янв. Т. 267. С. 372—387.
- 122. GALPROP WebRun: An internet-based service for calculating galactic cosmic ray propagation and associated photon emissions / A. E. Vladimirov [идр.] // Computer Physics Communications. 2011. Май. Т. 182, № 5. С. 1156—1161. DOI: 10.1016/j.cpc.2011.01.017. arXiv: 1008.3642 [astro-ph.HE].
- 123. Giant Lobes of Centaurus A Radio Galaxy Observed with the Suzaku X-Ray Satellite / Ł. Stawarz [идр.] // The Astrophysical Journal. — 2013. — Март. — Т. 766. — С. 48. — DOI: 10.1088/0004-637X/766/1/48. — arXiv: 1210.4237.
- 124. Giant magnetized outflows from the centre of the Milky Way / E. Carretti [и др.] // Nature. 2013. — Янв. — Т. 493. — С. 66—69. — DOI: 10.1038/nature11734. — arXiv: 1301.0512 [astro-ph.GA].
- 125. *Ginzburg V. L.* Gamma Radiation of Magellanic Clouds and Metagalactic Origin of Cosmic Rays // Nature Phys. Sci. 1972. Сент. Т. 239, № 88. С. 8—9. DOI: 10.1038/physci239008a0.

- 126. *Ginzburg V. L.* Origin of Cosmic Rays and Radioastronomy // Uspekhi Fizicheskikh Nauk. 1953. Янв. Т. 51. С. 343.
- 127. *Ginzburg V. L.* The propagation of electromagnetic waves in plasmas. Pergamon Press, 1970. —
   (Commonwealth and International Library). ISBN 9780080155692.
- 128. *Ginzburg V. L.* Theoretical physics and astrophysics. 1979.
- 129. *Ginzburg V. L., Ptuskin V. S.* On the origin of cosmic rays: Some problems in high-energy astrophysics // Reviews of Modern Physics. 1976. Aπp. T. 48, № 2. C. 161—189. DOI: 10.1103/ RevModPhys.48.161.
- 130. Ginzburg V. L., Ptuskin V. S., Tsytovich V. N. On the Role of Plasma Effects in the Cosmic Ray Propagation and Isotropization in the Galaxy // Astrophysics & Space Science. 1973. Mapt. T. 21. C. 13. DOI: 10.1007/BF00642191.
- 131. *Ginzburg V. L., Syrovatskii S. I.* Cosmic Magnetobremsstrahlung (synchrotron Radiation) // Annual Review of Astronomy & Astrophysics. 1965. T. 3. C. 297. DOI: 10.1146/annurev.aa. 03.090165.001501.
- 132. Ginzburg V. L., Syrovatskii S. I. The Origin of Cosmic Rays. New York: Macmillan, 1964.
- Gleeson L. J., Axford W. I. Solar Modulation of Galactic Cosmic Rays // The Astrophysical Journal. — 1968. — Дек. — Т. 154. — С. 1011. — DOI: 10.1086/149822.
- 134. *Gleeson L. J., Webb G. M.* Cosmic Ray Energy Changes // PASA. 1974. Сент. Т. 2. С. 297.
- 135. Global Cosmic-ray-related Luminosity and Energy Budget of the Milky Way / A. W. Strong [и др.] // The Astrophysical Journal, Letters. 2010. Окт. Т. 722. С. L58—L63. DOI: 10.1088/2041-8205/722/1/L58. arXiv: 1008.4330 [astro-ph.HE].
- 136. Goldreich P., Sridhar S. Magnetohydrodynamic Turbulence Revisited // The Astrophysical Journal. —
  1997. ABr. T. 485, № 2. C. 680—688. DOI: 10.1086/304442. arXiv: astro-ph/9612243 [astro-ph].
- 137. Goldreich P., Sridhar S. Toward a Theory of Interstellar Turbulence. II. Strong Alfvenic Turbulence // The Astrophysical Journal. — 1995. — Янв. — Т. 438. — С. 763. — DOI: 10.1086/175121.
- 138. *Gurevich A. V., Zybin K. P.* Kinetic equation for high energy electrons in gases // Physics Letters A. 1998. Φевр. Т. 237, № 4/5. С. 240—246. DOI: 10.1016/S0375-9601(97)00868-2.

- Hard X-Ray Radiation in the Coma Cluster Spectrum / R. Fusco-Femiano [идр.] // The Astrophysical Journal, Letters. 1999. Март. Т. 513. С. L21—L24. DOI: 10.1086/311902. eprint: astro-ph/9901018.
- 140. *Haug E.* Photon Spectra of Electron-Electron Bremsstrahlung // Solar Physics. 1998. T.
  178. C. 341—351. DOI: 10.1023/A:1005098624121.
- 141. Hayakawa S. Cosmic Ray Physics (ed. R. E. Marshak). 1964.
- 142. *Hayakawa S., Ito K., Terashima Y.* Origin of Cosmic Rays // Progress of Theoretical Physics Supplement. 1958. Янв. Т. 6. С. 1—92. DOI: 10.1143/PTPS.6.1.
- 143. *Hennebelle P., Falgarone E.* Turbulent molecular clouds // Astronomy & Astrophysics Reviews. —
  2012. Нояб. Т. 20. С. 55. DOI: 10.1007/s00159-012-0055-y. arXiv: 1211.0637
  [astro-ph.GA].
- 144. High-Energy Particles and Radiation in Star-Forming Regions / А. М. Bykov [и др.] // Space Science Reviews. 2020. Апр. Т. 216, № 3. С. 42. DOI: 10.1007/s11214-020-00663-0. arXiv: 2003.11534 [astro-ph.HE].
- 145. *Hillas A. M.* Some recent developments in cosmic rays. // Physics Reports. 1975. Янв. Т. 20. С. 59—136. DOI: 10.1016/0370-1573(75)90045-9.
- 146. Hooper D., Slatyer T. R. Two emission mechanisms in the Fermi Bubbles: A possible signal of annihilating dark matter // Physics of the Dark Universe. 2013. Сент. Т. 2. С. 118—138. DOI: 10.1016/j.dark.2013.06.003. arXiv: 1302.6589 [astro-ph.HE].
- 147. Hooper D., Goodenough L. Dark matter annihilation in the Galactic Center as seen by the Fermi Gamma Ray Space Telescope // Physics Letters B. 2011. Март. Т. 697, № 5. С. 412—428. DOI: 10.1016/j.physletb.2011.02.029. arXiv: 1010.2752 [hep-ph].
- 148. Hot and Diffuse Clouds near the Galactic Center Probed by Metastable H<sup>+</sup><sub>3</sub>1 / T. Oka [и др.] // The Astrophysical Journal. 2005. Окт. T. 632. C. 882—893. DOI: 10.1086/432679. eprint: astro-ph/0507463.
- 149. Impact of Low-Energy Cosmic Rays on Star Formation / M. Padovani [и др.] // Space Science Reviews. — 2020. — Март. — T. 216, № 2. — C. 29. — DOI: 10.1007/s11214-020-00654-1. arXiv: 2002.10282 [astro-ph.GA].
- 150. In-situ acceleration of subrelativistic electrons in the Coma halo and the halo's influence on the Sunyaev-Zeldovich effect / V. A. Dogiel [идр.] // Astronomy & Astrophysics. 2007. Янв. Т. 461. С. 433—443. DOI: 10.1051/0004-6361:20054092. eprint: astro-ph/0610120.

- 151. Indriolo N., McCall B. J. Investigating the Cosmic-Ray Ionization Rate in the Galactic Diffuse Interstellar Medium through Observations of H<sup>+</sup> 3 // The Astrophysical Journal. — 2012. — Янв. — Т. 745. — С. 91. — DOI: 10.1088/0004-637X/745/1/91. — arXiv: 1111.6936.
- Interacting Cosmic Rays with Molecular Clouds: A Bremsstrahlung Origin of Diffuse High-energy Emission from the Inner 2°×1° of the Galactic Center / F. Yusef-Zadeh [и др.] // The Astrophysical Journal. 2013. Янв. Т. 762, № 1. С. 33. DOI: 10.1088/0004-637X/762/1/33. arXiv: 1206.6882 [astro-ph.HE].
- 153. Interpretation of radio continuum and molecular line observations of Sgr B2: free-free and synchrotron emission, and implications for cosmic rays / R. J. Protheroe [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2008. Окт. Т. 390. С. 683—692. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2008.13752.x. arXiv: 0807.0127.
- 154. Interstellar bubbles. II Structure and evolution / R. Weaver [идр.] // The Astrophysical Journal. 1977. — Дек. — Т. 218. — С. 377—395. — DOI: 10.1086/155692.
- 155. Interstellar Dust Charging in Dense Molecular Clouds: Cosmic Ray Effects / A. V. Ivlev [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2015. — Окт. — Т. 812, № 2. — С. 135. — DOI: 10.1088/0004-637X/812/2/135. — arXiv: 1507.00692 [astro-ph.GA].
- 156. *Ip W.-H., Axford W. I.* Particle acceleration up to 10 exp 20 eV // Particle Acceleration in Cosmic Plasmas. T. 264 / под ред. G. P. Zank, T. K. Gaisser. 08.1992. С. 400—405. (American Institute of Physics Conference Series). DOI: 10.1063/1.42715.
- 157. Jóhannesson G., Porter T. A., Moskalenko I. V. The Three-dimensional Spatial Distribution of Interstellar Gas in the Milky Way: Implications for Cosmic Rays and High-energy Gamma-ray Emissions // The Astrophysical Journal. — 2018. — Mapt. — T. 856, № 1. — C. 45. — DOI: 10.3847/1538-4357/aab26e. — arXiv: 1802.08646 [astro-ph.HE].
- 158. *Jokipii J. R.* Cosmic-Ray Propagation. I. Charged Particles in a Random Magnetic Field // The Astrophysical Journal. 1966. Нояб. Т. 146. С. 480. DOI: 10.1086/148912.
- 159. Jokipii J. R., Morfill G. Ultra-high-energy cosmic rays in a galactic wind and its termination shock // The Astrophysical Journal. 1987. Янв. Т. 312. С. 170—177. DOI: 10. 1086/164857.
- 160. *Jokipii J. R., Parker E. N.* Energy changes of cosmic rays in the solar system // Planetary Space
  Science. 1967. Сент. Т. 15, № 9. С. 1375—1386. DOI: 10.1016/0032-0633(67)
  90111-0.

- 161. *Jones F. C.* The dynamical halo and the variation of cosmic-ray at length with energy. // The Astrophysical Journal. 1979. Апр. Т. 229. С. 747—752. DOI: 10.1086/157010.
- 162. K-Shell Emission of Neutral Iron Line from Sagittarius B2 Excited by Subrelativistic Protons / V. Dogiel [и др.] // Publications of the Astronomical Society of Japan. 2011. Июнь. Т. 63. С. 535—541. DOI: 10.1093/pasj/63.3.535. arXiv: 1104.4484.
- 163. Kafexhiu E. Parametrization of the nucleus-nucleus γ -ray production cross sections below 100 GeV/nucleon: Subthreshold pions and hard photons // Physical Review C: Nuclear Physics. 2016. Дек. Т. 94, № 6. С. 064603. DOI: 10.1103/PhysRevC.94.064603. arXiv: 1608.03348 [astro-ph.HE].
- 164. Khazan I. M., Ptuskin V. S. About the role of the galactic center as a source of cosmic rays // International Cosmic Ray Conference. — 1977. — T. 2. — C. 21—25.
- 165. Kotera K., Olinto A. V. The Astrophysics of Ultrahigh-Energy Cosmic Rays // Annual Review of Astronomy & Astrophysics. — 2011. — Сент. — Т. 49. — С. 119—153. — DOI: 10.1146/ annurev-astro-081710-102620. — arXiv: 1101.4256 [astro-ph.HE].
- 166. *Krymskii G. F.* A regular mechanism for the acceleration of charged particles on the front of a shock wave // Akademiia Nauk SSSR Doklady. 1977. Июнь. Т. 234. С. 1306—1308.
- 167. Kulsrud R., Pearce W. P. The Effect of Wave-Particle Interactions on the Propagation of Cosmic Rays // The Astrophysical Journal. 1969. Май. Т. 156. С. 445. DOI: 10.1086/ 149981.
- Kulsrud R. M. Plasma physics for astrophysics. Princeton University Press, 2005. (Princeton Series in Astrophysics). — ISBN 9780691120737.
- 169. Lagage P. O., Cesarsky C. J. The maximum energy of cosmic rays accelerated by supernova shocks // Astronomy & Astrophysics. — 1983. — Сент. — Т. 125. — С. 249—257.
- 170. Lagutin A. A., Tyumentsev A. G., Yushkov A. V. Energy spectrum and mass composition of primary cosmic rays around the knee in the framework of the model with two types of sources // Nuclear Physics B Proceedings Supplements. 2008. Янв. Т. 175. С. 555—558. DOI: 10. 1016/j.nuclphysbps.2007.11.070. eprint: astro-ph/0610654.
- 171. Landau L. D., Lifshit's E. M. Quantum mechanics : non-relativistic theory. 1991.
- 172. Launhardt R., Zylka R., Mezger P. G. The nuclear bulge of the Galaxy. III. Large-scale physical characteristics of stars and interstellar matter // Astronomy & Astrophysics. 2002. Mapt. T. 384. C. 112—139. DOI: 10.1051/0004-6361:20020017. arXiv: astro-ph/0201294 [astro-ph].

- 173. Lee M. A., Ip W. .-. Hydromagnetic wave excitation by ionized interstellar hydrogen and helium in the solar wind // Journal of Geophysical Research. 1987. Окт. Т. 92, A10. С. 11041— 11052. DOI: 10.1029/JA092iA10p11041.
- 174. Lee M. A., Völk H. J. Damping and Non-Linear Wave-Particle Interactions of Alfvén-Waves in the Solar Wind // Astrophysics & Space Science. 1973. CeHT. T. 24, № 1. C. 31—49. DOI: 10.1007/BF00648673.
- 175. Lerche I., Schlickeiser R. On the transport and propagation of cosmic rays in galaxies. I Solution of the steady-state transport equation for cosmic ray nucleons, momentum spectra and heating of the interstellar medium // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1982. Дек. Т. 201. С. 1041—1072. DOI: 10.1093/mnras/201.4.1041.
- 176. Liang H., Dogiel V. A., Birkinshaw M. The origin of radio haloes and non-thermal emission in clusters of galaxies // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2002. Дек. Т. 337. С. 567—577. DOI: 10.1046/j.1365-8711.2002.05937.x. eprint: astro-ph/0208509.
- 177. Lis D. C., Goldsmith P. F. Modeling of the continuum and molecular line emission from the Sagittarius B2 molecular cloud // The Astrophysical Journal. 1990. Июнь. Т. 356. С. 195—210. DOI: 10.1086/168830.
- 178. Liu W., Guo Y.-Q., Yuan Q. Indication of nearby source signatures of cosmic rays from energy spectra and anisotropies // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2019. OKT. T. 2019, № 10. C. 010. DOI: 10.1088/1475-7516/2019/10/010. arXiv: 1812.09673 [astro-ph.HE].
- MacDonald W. M., Rosenbluth M. N., Chuck W. Relaxation of a System of Particles with Coulomb Interactions // Physical Review. — 1957. — Июль. — Т. 107. — С. 350—353. — DOI: 10.1103/ PhysRev.107.350.
- Magnetic Substructure in the Northern Fermi Bubble Revealed by Polarized Microwave Emission / D. I. Jones [и др.] // The Astrophysical Journal, Letters. 2012. Март. Т. 747. С. L12. DOI: 10.1088/2041-8205/747/1/L12. arXiv: 1201.4491 [astro-ph.HE].
- 181. Magnetohydrodynamic wind driven by cosmic rays in a rotating galaxy. / V. N. Zirakashvili [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 1996. Июль. Т. 311. С. 113—126.
- Malkov M. A., Moskalenko I. V. On the Origin of Observed Cosmic-Ray Spectrum Below 100 TV // The Astrophysical Journal. — 2022. — Июль. — Т. 933, № 1. — С. 78. — DOI: 10.3847/1538-4357/ac7049. — arXiv: 2105.04630 [astro-ph.HE].
- 183. Malkov M. A., Moskalenko I. V. The TeV Cosmic-Ray Bump: A Message from the Epsilon Indi or Epsilon Eridani Star? // The Astrophysical Journal. — 2021. — Апр. — Т. 911, № 2. — С. 151. — DOI: 10.3847/1538-4357/abe855. — arXiv: 2010.02826 [astro-ph.HE].
- 184. Mannheim K., Schlickeiser R. Interactions of cosmic ray nuclei // Astronomy & Astrophysics. —
  1994. Июнь. Т. 286. С. 983—996. eprint: astro-ph/9402042.
- 185. Markarian 6: Shocking the Environment of an Intermediate Seyfert / B. Mingo [и др.] // The Astrophysical Journal. 2011. Апр. Т. 731. С. 21. DOI: 10.1088/0004-637X/731/ 1/21. arXiv: 1101.6000 [astro-ph.CO].
- 186. *Maurin D., Melot F., Taillet R.* A database of charged cosmic rays // Astronomy & Astrophysics. —
  2014. Сент. Т. 569. АЗ2. DOI: 10.1051/0004-6361/201321344. arXiv: 1302.5525
  [astro-ph.HE].
- 187. Measurement of Boron and Carbon Fluxes in Cosmic Rays with the PAMELA Experiment / O. Adriani [и др.] // The Astrophysical Journal. 2014. Авг. Т. 791, № 2. С. 93. DOI: 10.1088/0004-637X/791/2/93. arXiv: 1407.1657 [astro-ph.HE].
- 188. Measurement of the Abundance of Radioactive <sup>10</sup>Be and Other Light Isotopes in Cosmic Radiation up to 2 GeV Nucleon<sup>-1</sup> with the Balloon-borne Instrument ISOMAX / T. Hams [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2004. — Авг. — Т. 611, № 2. — С. 892—905. — DOI: 10.1086/422384.
- 189. Measurement of the Cosmic Ray Helium Energy Spectrum from 70 GeV to 80 TeV with the DAMPE Space Mission / F. Alemanno [и др.] // Physical Review Letters. 2021. Май. Т. 126, № 20. С. 201102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.126.201102. arXiv: 2105.09073 [astro-ph.HE].
- 190. Measurement of the cosmic ray proton spectrum from 40 GeV to 100 TeV with the DAMPE satellite / Q. An [и др.] // Science Advances. 2019. Сент. Т. 5, № 9. eaax3793. DOI: 10.1126/sciadv.aax3793. arXiv: 1909.12860 [astro-ph.HE].
- 191. Measurement of the energy spectrum of cosmic rays above 10<sup>18</sup> eV using the Pierre Auger Observatory / J. Abraham [и др.] // Physics Letters B. 2010. Март. Т. 685. С. 239—246. DOI: 10.1016/j.physletb.2010.02.013. arXiv: 1002.1975 [astro-ph.HE].
- 192. Measurement of the flux of ultra high energy cosmic rays by the stereo technique / High Resolution Fly'S Eye Collaboration [и др.] // Astroparticle Physics. 2009. Авг. Т. 32. С. 53—60. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2009.06.001. arXiv: 0904.4500 [astro-ph.HE].

- 193. Measurements of Cosmic-Ray Proton and Helium Spectra from the BESS-Polar Long-duration Balloon Flights over Antarctica / K. Abe [и др.] // The Astrophysical Journal. 2016. Май. Т. 822, № 2. С. 65. DOI: 10.3847/0004-637X/822/2/65. arXiv: 1506.01267 [astro-ph.HE].
- 194. Melrose D. B., Pope M. H. Diffusive Shock Acceleration by Multiple Shocks // Proceedings of the Astronomical Society of Australia. — 1993. — T. 10. — C. 222.
- Mertsch P., Sarkar S. Fermi Gamma-Ray ``Bubbles" from Stochastic Acceleration of Electrons // Physical Review Letters. — 2011. — ABr. — T. 107, № 9. — C. 091101. — DOI: 10.1103/ PhysRevLett.107.091101. — arXiv: 1104.3585 [astro-ph.HE].
- 196. Miller J. A., Guessoum N., Ramaty R. Stochastic Fermi acceleration in solar flares // The Astrophysical Journal. — 1990. — Окт. — Т. 361. — С. 701—708. — DOI: 10.1086/169233.
- 197. Miller J. A. Magnetohydrodynamic Turbulence Dissipation and Stochastic Proton Acceleration in Solar Flares // The Astrophysical Journal. — 1991. — Июль. — Т. 376. — С. 342. — DOI: 10.1086/170284.
- Miller J. A., Roberts D. A. Stochastic Proton Acceleration by Cascading Alfven Waves in Impulsive Solar Flares // The Astrophysical Journal. — 1995. — Окт. — Т. 452. — С. 912. — DOI: 10. 1086/176359.
- 199. Miller M. J., Bregman J. N. The Structure of the Milky Way's Hot Gas Halo // The Astrophysical Journal. — 2013. — Июнь. — Т. 770, № 2. — С. 118. — DOI: 10.1088/0004-637X/770/2/118. arXiv: 1305.2430 [astro-ph.GA].
- 200. Molecular clouds as origin of the Fermi gamma-ray GeV excess / W. de Boer [и др.] // Physical Review D: Particles, Fields, Gravitation & Cosmology. — 2017. — Авг. — Т. 96, № 4. — C. 043012. — DOI: 10.1103/PhysRevD.96.043012. — arXiv: 1707.08653 [astro-ph.HE].
- 201. *Morlino G., Gabici S.* Cosmic ray penetration in diffuse clouds // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2015. Июль. Т. 451. С. L100—L104. DOI: 10.1093/mnrasl/slv074. arXiv: 1503.02435 [astro-ph.HE].
- 202. Moskalenko I. V., Strong A. W. Production and Propagation of Cosmic-Ray Positrons and Electrons // The Astrophysical Journal. — 1998. — Янв. — Т. 493, № 2. — С. 694—707. — DOI: 10.1086/ 305152. — arXiv: astro-ph/9710124 [astro-ph].
- 203. Neronov A., Semikoz D. V., Taylor A. M. Low-Energy Break in the Spectrum of Galactic Cosmic Rays // Physical Review Letters. 2012. Φεβρ. Τ. 108, № 5. C. 051105. DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.051105. arXiv: 1112.5541 [astro-ph.HE].

- 204. Neronov A., Malyshev D., Semikoz D. V. Cosmic-ray spectrum in the local Galaxy // Astronomy & Astrophysics. 2017. Сент. Т. 606. A22. DOI: 10.1051/0004-6361/201731149. arXiv: 1705.02200 [astro-ph.HE].
- 205. Nonlinear dynamics of the ion Weibel-filamentation instability: An analytical model for the evolution of the plasma and spectral properties / C. Ruyer [и др.] // Physics of Plasmas. 2015. Март. Т. 22, № 3. C. 032102. DOI: 10.1063/1.4913651. arXiv: 1502.03283 [physics.plasm-ph].
- 206. Nonthermal Phenomena in Clusters of Galaxies / Y. Rephaeli [и др.] // Space Science Reviews. 2008. — Февр. — Т. 134. — С. 71—92. — DOI: 10.1007/s11214-008-9314-7. — arXiv: 0801.0982.
- 207. Norman C. A., Ferrara A. The Turbulent Interstellar Medium: Generalizing to a Scale-dependent Phase Continuum // The Astrophysical Journal. — 1996. — Авг. — Т. 467. — С. 280. — DOI: 10.1086/177603. — eprint: astro-ph/9602146.
- 208. Nuclear interaction gamma-ray lines from the Galactic center region / V. A. Dogiel [и др.] // Astronomy & Astrophysics. — 2009. — Дек. — Т. 508. — С. 1—7. — DOI: 10.1051/0004-6361/200911833. — arXiv: 0909.2110 [astro-ph.HE].
- 209. NuSTAR and XMM-Newton observations of the Arches cluster in 2015: fading hard X-ray emission from the molecular cloud / R. Krivonos [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2017. — Июль. — T. 468, № 3. — C. 2822—2835. — DOI: 10.1093/mnras/stx585. arXiv: 1612.03320 [astro-ph.HE].
- 210. On Search and Detection of Hard X-Ray Emission from Orion-Like Complexes Produced by a Flux of Subrelativistic Nuclei / V. A. Dogiel [и др.] // Publications of the Astronomical Society of Japan. — 1998. — Дек. — Т. 50. — С. 567—576. — DOI: 10.1093/pasj/50.6.567.
- 211. Origin of 6.4keV Line Emission from Molecular Clouds in the Galactic Center / V. Dogiel [и др.] // Publications of the Astronomical Society of Japan. — 2009. — Авг. — Т. 61. — С. 901—907. — DOI: 10.1093/pasj/61.4.901.
- 212. Origin of cosmic rays in galactic centre sources / S. S. Said [и др.] // International Cosmic Ray Conference. 1981. T. 2. C. 344—347.
- 213. Origin of the Cosmic Ray Galactic Halo Driven by Advected Turbulence and Self-Generated Waves / C. Evoli [и др.] // Physical Review Letters. 2018. Июль. Т. 121, № 2. C. 021102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.021102. arXiv: 1806.04153 [astro-ph.HE].

- 214. Origin of the Fermi Bubble / K.-S. Cheng [и др.] // The Astrophysical Journal, Letters. 2011. Апр. — Т. 731. — С. L17. — DOI: 10.1088/2041-8205/731/1/L17. — arXiv: 1103.1002 [astroph.HE].
- 215. Origin of Thermal and Non-Thermal Hard X-Ray Emission from the Galactic Center / V. A. Dogiel [и др.] // Publications of the Astronomical Society of Japan. 2009. Окт. Т. 61. С. 1099—1105. DOI: 10.1093/pasj/61.5.1099. arXiv: 0906.2247.
- 216. Ota N. X-ray spectroscopy of clusters of galaxies // Research in Astronomy and Astrophysics. —
  2012. ABr. T. 12, № 8. C. 973—994. DOI: 10.1088/1674-4527/12/8/006. arXiv: 1211.0679 [astro-ph.CO].
- 217. Owens A. J., Jokipii J. R. Cosmic rays in a dynamical halo. I. Age and matter traversal distributions and anisotropy for nuclei. // The Astrophysical Journal. 1977. Июль. Т. 215. С. 677—689. DOI: 10.1086/155401.
- 218. Padovani M., Galli D., Glassgold A. E. Cosmic-ray ionization of molecular clouds // Astronomy & Astrophysics. 2009. Июль. Т. 501. С. 619—631. DOI: 10.1051/0004-6361/ 200911794. arXiv: 0904.4149 [astro-ph.SR].
- 219. *Padovani M., Hennebelle P., Galli D.* Cosmic-ray ionisation in collapsing clouds // Astronomy & Astrophysics. 2013. Дек. Т. 560. A114. DOI: 10.1051/0004-6361/201322407. arXiv: 1310.2158 [astro-ph.GA].
- 220. Palade D. I. Predicting the turbulent transport of cosmic rays via neural networks // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2024. Янв. Т. 2024, № 1. С. 002. DOI: 10.1088/1475-7516/2024/01/002. arXiv: 2307.06062 [astro-ph.HE].
- 221. PAMELA Measurements of Cosmic-Ray Proton and Helium Spectra / O. Adriani [идр.] // Science. 2011. — Апр. — Т. 332. — С. 69—. — DOI: 10.1126/science.1199172. — arXiv: 1103.4055 [astro-ph.HE].
- 222. Parameterization of γ, e<sup>+/-</sup>, and Neutrino Spectra Produced by p-p Interaction in Astronomical Environments / T. Kamae [и др.] // The Astrophysical Journal. 2006. Авг. Т. 647. С. 692—708. DOI: 10.1086/505189. eprint: astro-ph/0605581.
- 223. Parametrization of gamma-ray production cross sections for p p interactions in a broad proton energy range from the kinematic threshold to PeV energies / E. Kafexhiu [и др.] // Physical Review D: Particles, Fields, Gravitation & Cosmology. 2014. Дек. Т. 90, № 12. С. 123014. DOI: 10.1103/PhysRevD.90.123014. arXiv: 1406.7369 [astro-ph.HE].

- 224. Petrosian V. On the Nonthermal Emission and Acceleration of Electrons in Coma and Other Clusters of Galaxies // The Astrophysical Journal. 2001. ABr. T. 557. C. 560—572. DOI: 10.1086/321557. eprint: astro-ph/0101145.
- 225. *Petrosian V.* Stochastic Acceleration by Turbulence // Space Science Reviews. 2012. Но-яб. Т. 173. С. 535—556. DOI: 10.1007/s11214-012-9900-6. arXiv: 1205.2136 [astro-ph.HE].
- 226. Petrosian V., East W. E. Heating and Acceleration of Intracluster Medium Electrons by Turbulence // The Astrophysical Journal. — 2008. — Июль. — Т. 682. — С. 175—185. — DOI: 10.1086/ 588424. — arXiv: 0802.0900.
- 227. Phan V. H. M., Morlino G., Gabici S. What causes the ionization rates observed in diffuse molecular clouds? The role of cosmic ray protons and electrons // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2018. Нояб. Т. 480, № 4. С. 5167—5174. DOI: 10.1093 / mnras / sty2235. arXiv: 1804.10106 [astro-ph.HE].
- 228. Planck intermediate results. IX. Detection of the Galactic haze with Planck / Planck Collaboration [и др.] // Astronomy & Astrophysics. — 2013. — Июнь. — Т. 554. — A139. — DOI: 10.1051/ 0004-6361/201220271. — arXiv: 1208.5483.
- 229. Pohl M., Hoshino M., Niemiec J. PIC simulation methods for cosmic radiation and plasma instabilities // Progress in Particle and Nuclear Physics. — 2020. — Mapt. — T. 111. — C. 103751. — DOI: 10.1016/j.ppnp.2019.103751. — arXiv: 1912.02673 [astro-ph.HE].
- 230. Precision Measurement of the Boron to Carbon Flux Ratio in Cosmic Rays from 1.9 GV to 2.6 TV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station / M. Aguilar [и др.] // Physical Review Letters. 2016. Дек. Т. 117, № 23. С. 231102. DOI: 10.1103/ PhysRevLett.117.231102.
- 231. Precision Measurement of the Proton Flux in Primary Cosmic Rays from Rigidity 1 GV to 1.8 TV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station / M. Aguilar [и др.] // Physical Review Letters. 2015. Май. Т. 114, № 17. С. 171103. DOI: 10.1103/ PhysRevLett.114.171103.
- 232. Probing the Fermi Bubbles in Ultraviolet Absorption: A Spectroscopic Signature of the Milky Way's Biconical Nuclear Outflow / A. J. Fox [и др.] // The Astrophysical Journal, Letters. 2015. Янв. Т. 799. С. L7. DOI: 10.1088/2041-8205/799/1/L7. arXiv: 1412.1480.

- 233. Production cross sections of  $\gamma$ -rays, electrons, and positrons in p-p collisions / T. Shibata [μ др.] // Astroparticle Physics. — 2014. — Mapt. — T. 55. — C. 8—16. — DOI: 10.1016/j.astropartphys. 2014.01.001. — arXiv: 1304.0879 [astro-ph.HE].
- 234. Proton and Helium Spectra from the CREAM-III Flight / Y. S. Yoon [и др.] // The Astrophysical Journal. 2017. Апр. T. 839, № 1. C. 5. DOI: 10.3847/1538-4357/aa68e4. arXiv: 1704.02512 [astro-ph.HE].
- 235. *Ptuskin V., Zirakashvili V., Seo E.-S.* Spectrum of Galactic Cosmic Rays Accelerated in Supernova Remnants // The Astrophysical Journal. — 2010. — Июль. — Т. 718. — С. 31—36. — DOI: 10.1088/0004-637X/718/1/31. — arXiv: 1006.0034.
- 236. *Ptuskin V. S.* Chemical Composition of Cosmic Rays // Cosmic Research. 1972. Май. Т. 10. — С. 318.
- 237. *Ptuskin V. S.* Empirical Models of Cosmic Ray Propagation in the Galaxy // Astrophysics & Space Science. 1974. Май. Т. 28, № 1. С. 17—30. DOI: 10.1007/BF00642235.
- 238. *Ptuskin V. S., Khazan Y. M.* The Galactic Center and the Origin of Cosmic Rays // Soviet Astronomy. 1981. — Окт. — Т. 25. — С. 547.
- 239. *Ptuskin V. S., Zirakashvili V. N.* Limits on diffusive shock acceleration in supernova remnants in the presence of cosmic-ray streaming instability and wave dissipation // Astronomy & Astrophysics. 2003. Май. Т. 403. С. 1—10. DOI: 10.1051/0004-6361:20030323. arXiv: astro-ph/0302053 [astro-ph].
- 240. Radio polarization surveys of Centaurus A (NGC 5128). I The complete radio source at 6.3 CM / N. Junkes [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 1993. Март. Т. 269. С. 29—38.
- 241. *Rephaeli Y., Gruber D., Blanco P.* Rossi X-Ray Timing Explorer Observations of the Coma Cluster // The Astrophysical Journal, Letters. 1999. Янв. Т. 511. С. L21—L24. DOI: 10.1086/311828.
- 242. *Reynolds S. P.* Supernova Remnants at High Energy // Annual Review of Astronomy & Astrophysics. 2008. Сент. Т. 46. С. 89—126. DOI: 10.1146/annurev.astro.46.060407.145237.
- 243. ROSAT Survey Diffuse X-Ray Background Maps. II. / S. L. Snowden [и др.] // The Astrophysical Journal. 1997. Авг. Т. 485. С. 125—135. DOI: 10.1086/304399.
- 244. *Ruszkowski M., Pfrommer C.* Cosmic ray feedback in galaxies and galaxy clusters // Astronomy & Astrophysics Reviews. 2023. Дек. Т. 31, № 1. С. 4. DOI: 10.1007/s00159-023-00149-2. arXiv: 2306.03141 [astro-ph.HE].

- 245. Sarkar K. C. The Fermi/eROSITA bubbles: a look into the nuclear outflow from the Milky Way // Astronomy & Astrophysics Reviews. 2024. Mapt. T. 32, № 1. C. 1. DOI: 10.1007/ s00159-024-00152-1. arXiv: 2403.09824 [astro-ph.HE].
- 246. Schlickeiser R. Cosmic-ray transport and acceleration. I Derivation of the kinetic equation and application to cosmic rays in static cold media. II Cosmic rays in moving cold media with application to diffusive shock wave acceleration // The Astrophysical Journal. 1989. Янв. Т. 336. С. 243—293. DOI: 10.1086/167009.
- 247. Schlickeiser R., Caglar M., Lazarian A. Cosmic Rays and MHD Turbulence Generation in Interstellar Giant Molecular Clouds // The Astrophysical Journal. 2016. Июнь. Т. 824, № 2. С. 89. DOI: 10.3847/0004-637X/824/2/89.
- 248. *Schneider P.* Diffusive particle acceleration by an ensemble of shock waves // Astronomy & Astrophysics. 1993. Окт. Т. 278. С. 315—327.
- 249. Schulreich M. M., Breitschwerdt D. The time-dependent Rayleigh-Taylor instability in interstellar shells and supershells, including the eROSITA bubbles // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2022. Янв. Т. 509, № 1. С. 716—737. DOI: 10.1093/mnras/stab2940. arXiv: 2110.04166 [astro-ph.HE].
- 250. Shocks, Seyferts, and the Supernova Remnant Connection: A Chandra Observation of the Circinus Galaxy / B. Mingo [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2012. — Окт. — Т. 758. — С. 95. — DOI: 10.1088/0004-637X/758/2/95. — arXiv: 1209.0348 [astro-ph.CO].
- 251. *Skilling J.* Cosmic ray streaming. III Self-consistent solutions // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1975. Нояб. Т. 173. С. 255—269. DOI: 10.1093/mnras/ 173.2.255.
- 252. Skilling J., Strong A. W. Cosmic ray exclusion from dense molecular clouds. // Astronomy & Astrophysics. 1976. Дек. Т. 53, № 2. С. 253—258.
- 253. Spectrum of Relativistic and Subrelativistic Cosmic Rays in the 100 pc Central Region / V. A. Dogiel [и др.] // The Astrophysical Journal. 2015. Авг. Т. 809, № 1. С. 48. DOI: 10.1088/0004-637X/809/1/48. arXiv: 1507.02440 [astro-ph.HE].
- 254. Spruit H. C. Particle acceleration in a flow accreting through shock waves // Astronomy & Astrophysics. 1988. Απp. T. 194. C. 319—327.
- 255. Steady-state Hadronic Gamma-Ray Emission from 100-Myr-Old Fermi Bubbles / R. M. Crocker [и др.] // The Astrophysical Journal, Letters. — 2014. — Авг. — Т. 791. — С. L20. — DOI: 10.1088/2041-8205/791/2/L20. — arXiv: 1312.0692 [astro-ph.HE].

- 256. *Stecker F. W., Jones F. C.* The galactic halo question New size constraints from galactic gammaray data // The Astrophysical Journal. — 1977. — Нояб. — Т. 217. — С. 843—851. — DOI: 10.1086/155631.
- 257. Strong A. W., Moskalenko I. V. Propagation of Cosmic-Ray Nucleons in the Galaxy // The Astrophysical Journal. 1998. Дек. Т. 509. С. 212—228. DOI: 10.1086/306470. eprint: astro-ph/9807150.
- 258. Strong A. W., Orlando E., Jaffe T. R. The interstellar cosmic-ray electron spectrum from synchrotron radiation and direct measurements // Astronomy & Astrophysics. 2011. Окт. Т. 534. A54. DOI: 10.1051/0004-6361/201116828. arXiv: 1108.4822 [astro-ph.HE].
- 259. Strong A. W., Moskalenko I. V., Ptuskin V. S. Cosmic-Ray Propagation and Interactions in the Galaxy // Annual Review of Nuclear and Particle Science. 2007. Нояб. Т. 57, № 1. С. 285—327. DOI: 10.1146/annurev.nucl.57.090506.123011. arXiv: astro-ph/0701517 [astro-ph].
- 260. Strong evidence that the galactic bulge is shining in gamma rays / O. Macias [и др.] // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2019. Сент. Т. 2019, № 9. С. 042. DOI: 10.1088/1475-7516/2019/09/042. arXiv: 1901.03822 [astro-ph.HE].
- 261. Su M., Slatyer T. R., Finkbeiner D. P. Giant Gamma-ray Bubbles from Fermi-LAT: Active Galactic Nucleus Activity or Bipolar Galactic Wind? // The Astrophysical Journal. 2010. Дек. Т. 724. С. 1044—1082. DOI: 10.1088/0004-637X/724/2/1044. arXiv: 1005.5480 [astro-ph.HE].
- 262. Sun X.-H., Reich W. The Galactic halo magnetic field revisited // Research in Astronomy and Astrophysics. 2010. Дек. Т. 10, № 12. С. 1287—1297. DOI: 10.1088/1674-4527/10/12/009. arXiv: 1010.4394 [astro-ph.GA].
- 263. Suzaku Observations of the Diffuse X-Ray Emission across the Fermi Bubbles' Edges / J. Kataoka [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2013. — Дек. — Т. 779. — С. 57. — DOI: 10.1088/0004-637X/779/1/57. — arXiv: 1310.3553 [astro-ph.HE].
- 264. *Syrovatskii S. I.* Cosmic Rays of Ultra-High Energy // Comments on Astrophysics and Space Physics. 1971. Сент. Т. 3. С. 155.
- 265. Syrovatskii S. I. The Distribution of Relativistic Electrons in the Galaxy and the Spectrum of Synchrotron Radio Emission. // Soviet Astronomy. — 1959. — Φεβρ. — Τ. 3. — C. 22.

- 266. *Tatischeff V., Decourchelle A., Maurin G.* Nonthermal X-rays from low-energy cosmic rays: application to the 6.4 keV line emission from the Arches cluster region // Astronomy & Astrophysics. 2012. Окт. Т. 546. A88. DOI: 10.1051/0004-6361/201219016. arXiv: 1210.2108 [astro-ph.HE].
- 267. Testing the Origin of High-energy Cosmic Rays / A. E. Vladimirov [и др.] // The Astrophysical Journal. 2012. Июнь. Т. 752, № 1. С. 68. DOI: 10.1088/0004-637X/752/1/68. arXiv: 1108.1023 [astro-ph.HE].
- 268. The All-Particle Spectrum of Primary Cosmic Rays in the Wide Energy Range from 10<sup>14</sup> to 10<sup>17</sup> eV Observed with the Tibet-III Air-Shower Array / M. Amenomori [и др.] // The Astrophysical Journal. 2008. Май. Т. 678. С. 1165—1179. DOI: 10.1086/529514. arXiv: 0801.1803 [hep-ex].
- 269. The Alpha Magnetic Spectrometer (AMS) on the international space station: Part II Results from the first seven years / M. Aguilar [и др.] // Physics Reports. 2021. Февр. Т. 894. С. 1— 116. DOI: 10.1016/j.physrep.2020.09.003.
- 270. The Central 300 pc of the Galaxy Probed by Infrared Spectra of H<sub>3</sub><sup>+</sup> and CO. I. Predominance of Warm and Diffuse Gas and High H<sub>2</sub> Ionization Rate / T. Oka [и др.] // The Astrophysical Journal. 2019. Сент. T. 883, № 1. C. 54. DOI: 10.3847/1538-4357/ab3647. arXiv: 1910.04762 [astro-ph.HE].
- 271. The Fermi Bubble as a Source of Cosmic Rays in the Energy Range  $\geq 10^{15}$  eV / K.-S. Cheng [ $\mu$  др.] // The Astrophysical Journal. 2012. Февр. Т. 746. С. 116. DOI: 10.1088/0004-637X/746/2/116. arXiv: 1111.5127 [astro-ph.HE].
- 272. The Fermi Bubbles: Supersonic Active Galactic Nucleus Jets with Anisotropic Cosmic-Ray Diffusion / H.-Y. K. Yang [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2012. — Дек. — Т. 761. — С. 185. — DOI: 10.1088/0004-637X/761/2/185. — arXiv: 1207.4185.
- 273. The Fermi Bubbles. II. The Potential Roles of Viscosity and Cosmic-Ray Diffusion in Jet Models / F. Guo [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2012. — Сент. — Т. 756. — С. 182. — DOI: 10.1088/0004-637X/756/2/182. — arXiv: 1110.0834 [astro-ph.HE].
- 274. The Fermi Galactic Center GeV Excess and Implications for Dark Matter / M. Ackermann [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2017. — Май. — Т. 840, № 1. — С. 43. — DOI: 10.3847/1538-4357/aa6cab. — arXiv: 1704.03910 [astro-ph.HE].

- 275. The Fermi Haze: A Gamma-ray Counterpart to the Microwave Haze / G. Dobler [и др.] // The Astrophysical Journal. 2010. Июль. Т. 717. С. 825—842. DOI: 10.1088/0004-637X/717/2/825. arXiv: 0910.4583 [astro-ph.HE].
- 276. The Galactic distribution of free electrons / J. M. Cordes [и др.] // Nature. 1991. Нояб. T. 354. — C. 121—124. — DOI: 10.1038/354121a0.
- 277. The Lack of Diffuse, Non-thermal Hard X-ray Emission in the Coma Cluster: The Swift Burst Alert Telescope's Eye View / D. R. Wik [и др.] // The Astrophysical Journal. 2011. Февр. Т. 727, № 2. С. 119. DOI: 10.1088/0004-637X/727/2/119. arXiv: 1012.0003 [astro-ph.CO].
- 278. The Modified Weighted Slab Technique: Models and Results / F. C. Jones [и др.] // The Astrophysical Journal. 2001. Янв. Т. 547. С. 264—271. DOI: 10.1086/318358. eprint: astro-ph/0007293.
- 279. The physical and chemical structure of Sagittarius B2. V. Non-thermal emission in the envelope of Sgr B2 / F. Meng [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 2019. Окт. Т. 630. А73. DOI: 10.1051/0004-6361/201935920. arXiv: 1908.07237 [astro-ph.GA].
- 280. The Radio Continuum Structure of Centaurus A at 1.4 GHz / I. J. Feain [и др.] // The Astrophysical Journal. 2011. Окт. Т. 740. С. 17. DOI: 10.1088/0004-637X/740/1/17. arXiv: 1104.0077.
- 281. The Spectrum and Morphology of the Fermi Bubbles / M. Ackermann [и др.] // The Astrophysical Journal. 2014. Сент. Т. 793. С. 64. DOI: 10.1088/0004-637X/793/1/64. arXiv: 1407.7905 [astro-ph.HE].
- 282. The Vertical Structure of Warm Ionised Gas in the Milky Way / B. M. Gaensler [и др.] // PASA. 2008. Нояб. Т. 25, № 4. С. 184—200. DOI: 10.1071/AS08004. arXiv: 0808.2550 [astro-ph].
- 283. Thoudam S. Fermi Bubble γ-Rays as a Result of Diffusive Injection of Galactic Cosmic Rays // The Astrophysical Journal, Letters. — 2013. — Нояб. — Т. 778. — С. L20. — DOI: 10.1088/2041-8205/778/1/L20. — arXiv: 1304.6972 [astro-ph.HE].
- 284. Time-dependent galactic winds. II. Effects of boundary variations in the disc and galactic halo / E. A. Dorfi [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 2019. Окт. Т. 630. А107. DOI: 10.1051/0004-6361/201935940.
- 285. Transport of relativistic nucleons in a galactic wind driven by cosmic rays. / V. S. Ptuskin [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 1997. Май. Т. 321. С. 434—443.

- 286. Unstable cyclotron waves in relativistic plasmas // Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 1965. T. 283, № 1393. C. 203—215. ISSN 0080-4630. DOI: 10.1098/rspa.1965.0016. eprint: http://rspa.royalsocietypublishing org/content/283/1393/203.full.pdf. URL: http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/283/1393/203.
- 287. Verwer J. G., Sommeijer B. P. Stability Analysis of an Odd-Even-Line Hopscotch Method for Three- Dimensional Advection-Diffusion Problems // SIAM Journal on Numerical Analysis. — 1997. — Т. 34, № 1. — С. 376—388. — ISSN 00361429. — URL: http://www.jstor.org/stable/ 2952047 (дата обр. 01.04.2024).
- 288. VizieR Online Data Catalog: The SEDIGISM survey: molecular clouds (Duarte-Cabral+, 2021) / A. Duarte-Cabral [и др.] // VizieR Online Data Catalog. 2023. Окт. J/MNRAS/500/3027.
- 289. Völk H. J., Cesarsky C. J. Nonlinear Landau damping of Alfvén waves in a high beta plasma. // Zeitschrift Naturforschung Teil A. — 1982. — Янв. — Т. 37. — С. 809—815. — DOI: 10.1515/ zna-1982-0814.
- 290. *Wardle M., Yusef-Zadeh F.* On the Origin of the Central 1" Hole in the Stellar Disk of Sgr A\* and the Fermi Gamma-Ray Bubbles // The Astrophysical Journal, Letters. 2014. Май. Т. 787. С. L14. DOI: 10.1088/2041-8205/787/1/L14. arXiv: 1401.8250.
- 291. Webb G. M., Gleeson L. J. Solutions of the Cosmic Ray Equation of Transport // PASA. 1974. Сент. Т. 2. С. 299.
- 292. *Wei J.*, AMS02 Collaboration. Cosmic-Ray Lithium and Beryllium Isotopes with the Alpha Magnetic Spectrometer. 2023. Contribution at the 38th International Cosmic Ray Conference.
- 293. Weibel E. S. Spontaneously Growing Transverse Waves in a Plasma Due to an Anisotropic Velocity Distribution // Physical Review Letters. 1959. Φεβρ. Τ. 2, № 3. С. 83—84. DOI: 10.1103/PhysRevLett.2.83.
- 294. WFPC2 Studies of the Crab Nebula. III. Magnetic Rayleigh-Taylor Instabilities and the Origin of the Filaments / J. J. Hester [и др.] // The Astrophysical Journal. 1996. Янв. Т. 456. С. 225. DOI: 10.1086/176643.
- 295. Wild at Heart: the particle astrophysics of the Galactic Centre / R. M. Crocker [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2011. — Май. — Т. 413. — С. 763—788. — DOI: 10.1111/j.1365-2966.2010.18170.x. — arXiv: 1011.0206 [astro-ph.GA].

- 296. Wolfe B., Melia F. Covariant Kinetic Theory with an Application to the Coma Cluster // The Astrophysical Journal. 2006. Φεβρ. Τ. 638. C. 125—137. DOI: 10.1086/498227. eprint: astro-ph/0505041.
- 297. X-Ray Observations of the Coma Cluster in a Broad Energy Band with the INTEGRAL, RXTE, and ROSAT Observatories / A. A. Lutovinov [и др.] // The Astrophysical Journal. 2008. Нояб. Т. 687, № 2. С. 968—975. DOI: 10.1086/592032. arXiv: 0802.3742 [astro-ph].
- 298. *Yamamoto S.* Introduction to Astrochemistry: Chemical Evolution from Interstellar Clouds to Star and Planet Formation. 2017. DOI: 10.1007/978-4-431-54171-4.
- 299. Yang C., Liu S. Energy Partition between Energetic Electrons and Turbulent Magnetic Field in Supernova Remnant RX J1713.7-3946 // The Astrophysical Journal. 2013. ABr. T. 773. C. 138. DOI: 10.1088/0004-637X/773/2/138. arXiv: 1306.4399 [astro-ph.HE].
- 300. Yang H.-Y. K., Ruszkowski M., Zweibel E. The Fermi bubbles: gamma-ray, microwave and polarization signatures of leptonic AGN jets // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2013. Дек. Т. 436. С. 2734—2746. DOI: 10.1093/mnras/stt1772. arXiv: 1307.3551 [astro-ph.GA].
- 301. *Yang R.-z., Aharonian F., Crocker R.* The Fermi bubbles revisited // Astronomy & Astrophysics. 2014. Июль. Т. 567. A19. DOI: 10.1051/0004-6361/201423562. arXiv: 1402.0403 [astro-ph.HE].
- 302. Yang R.-z., de Oña Wilhelmi E., Aharonian F. Probing cosmic rays in nearby giant molecular clouds with the Fermi Large Area Telescope // Astronomy & Astrophysics. 2014. Июнь. Т. 566. A142. DOI: 10.1051/0004-6361/201321044. arXiv: 1303.7323 [astro-ph.HE].
- 303. Yang R.-z., Jones D. I., Aharonian F. Fermi-LAT observations of the Sagittarius B complex // Astronomy & Astrophysics. — 2015. — ABr. — T. 580. — A90. — DOI: 10.1051/0004-6361/ 201425233. — arXiv: 1410.7639 [astro-ph.HE].
- 304. Yang R., Aharonian F. Interpretation of the excess of antiparticles within a modified paradigm of galactic cosmic rays // Physical Review D: Particles, Fields, Gravitation & Cosmology. 2019. Ceht. T. 100, № 6. C. 063020. DOI: 10.1103/PhysRevD.100.063020. arXiv: 1812.04364 [astro-ph.HE].
- 305. *Yoon P. H., Rhee T., Ryu C.-M.* Self-Consistent Generation of Superthermal Electrons by Beam-Plasma Interaction // Physical Review Letters. — 2005. — Нояб. — Т. 95, № 21. — С. 215003. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.215003.

- 306. Zirakashvili V. N., Ptuskin V. S. Numerical simulations of diffusive shock acceleration in SNRs // Astroparticle Physics. — 2012. — Дек. — Т. 39. — С. 12—21. — DOI: 10.1016/j.astropartphys. 2011.09.003. — arXiv: 1109.4482 [astro-ph.HE].
- 307. Zirakashvili V. N., Ptuskin V. S., Rogovaya S. I. Galactic origin of ultrahigh energy cosmic rays // Physical Review D: Particles, Fields, Gravitation & Cosmology. 2024. Июль. Т. 110, №
  2. С. 023016. DOI: 10.1103/PhysRevD.110.023016. arXiv: 2312.13172 [astro-ph.HE].
- 308. Zirakashvili V. N., Ptuskin V. S., Völk H. J. Modeling Bell's Nonresonant Cosmic-Ray Instability // The Astrophysical Journal. — 2008. — Май. — Т. 678, № 1. — С. 255—261. — DOI: 10.1086/ 529579. — arXiv: 0801.4486 [astro-ph].
- 309. Zubovas K., Nayakshin S. Fermi bubbles in the Milky Way: the closest AGN feedback laboratory courtesy of Sgr A\*? // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2012. Июль. Т. 424. С. 666—683. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2012.21250.x. arXiv: 1203.3060.
- 310. *Zweibel E. G.* The basis for cosmic ray feedback: Written on the wind // Physics of Plasmas. 2017. Май. Т. 24, № 5. С. 055402. DOI: 10.1063/1.4984017.
- 311. Гуревич А. В. К вопросу о количестве ускоряющихся частиц в ионизованном газе при различных механизмах ускорения // ЖЭТФ. — 1960. — Т. 38. — С. 1597—1607.
- 312. Компанеец А. С. Точечный взрыв в неоднородной атмосфере // Доклады Академии наук. Т. 130. — Российская академия наук. 1960. — С. 1001—1003.
- Ландау Л., Лифшиц Е., Питаевский Л. Теоретическая физика. Том Х. Физическая кинетика. — Физматлит, 2002.
- 314. Топтыгин И. Н. Космические лучи в межпланетных магнитных полях. Наука, 1983.

## Список иллюстраций

1.1	Форма функции распределения $F(p)$ для разных значений $p_0.$ Тон-	
	кая сплошная линия — $F(p)$ , толстая сплошная линия — чистое	
	максвелловское распределение, пунктирная линия — приближе-	
	ние в виде степенного закона.	37
1.2	Сравнение времени перегрева $t_T$ и времени формирования теп-	
	лового хвоста $t_{\rm F}$ для различных значений $p_0$ и различных темпов	
	ускорения. Значение температуры Т=0.016 (соответствующий им-	
	пульс $p_T = 0.12$ ). Пороговое значение отмечено серой горизон-	
	тальной линией	40
1.3	Эволюция температуры плазмы с течением времени для случая	
	равных темпов разогрева и охлаждения плазмы. Значение парамет-	
	ра ускорения равно $\alpha/A = 11.6.$	43
1.4	<b>Слева:</b> Сравнение коэффициента диффузии $\kappa_F(p)$ , полученного в	
	результате численного решения (сплошная кривая) и в результате	
	применения уравнения (1.86) (штриховая кривая). Справа: Срав-	
	нение функции распределения $F(p)$ , полученной в результате чис-	
	ленного решения (сплошная кривая) и в результате использования	
	приближенного выражения для $\kappa_F(p)$ (штриховая кривая)	55

- 2.1 Зависимость спектрального индекса гамма-излучения δ(ς) от спектрального индекса стохастического ускорения, полученная из условий 2 и 3.
  70

2.5 Уровни χ<sub>pp</sub> = const (сплошные линии), а также уровни отклонения спектрального индекса α от экспериментального значения ā = 0.56, Δα = α - ā = const (пунктирные линии). Экспериментальное значение ā = 0.56 взято из данных обсерватории Planck, из работы [228]. Заштрихованная область показывает допустимую область параметров для чисто лептонной модели.

83

- 2.6 Спектра радио- (слева) и гамма-излучения (справа) из пузырей Ферми для магнитного поля B = 5 мкГс. Тонкая сплошная линия — вклад первичных электронов, штрих-пунктирная линия вклад вторичных электронов, штриховая линия (справа) — вклад распада нейтральных пионов в гамма-излучение. Суммарный спектр показан на обоих рисунках жирной сплошной линией. Экспериментальные данные взяты для левого рисунка из [228], для правого рисунка — из [146] для следующего диапазона широт: 20° – 30° (серые линии) и 30° – 40° (черные линии с ромбами). . . . . . . . . 85

2.9 Схематичное изображение гало Галактики (светло-серая область) и области доускорения (темно-серая область). В рамках данной модели я взял h = 8 кпк,  $r_b = 3$  кпк,  $z_b = 5$  кпк и  $z_0 = 3$  кпк. Толщина области доускорения,  $\Delta r_b$ , оценивается по результатам численного моделирования излучения.

92

- 2.10 Спектр микроволнового и гамма-излучения из пузырей Ферми, полученная в рамках чисто диффузионной модели (левый столбец) и для случая модели с конвективным переносом (правый столбец). Верхняя и средняя строка показывают спектр гамма-излучения в диапазонах галактических широт 20° 40° и 40° 60°, соответственно. Нижняя строка демонстрирует микроволновое излучение из пузырей. Экспериментальные данные по гамма-излучению взяты из [281], по микроволновому излучению из [228]. . . . . . . 94
- 2.11 Распределение излучения пузырей Ферми вдоль галактической долготы на широтах 40° ≤ b ≤ 50°. Экспериментальные данные взяты из [281].
- - $E > 3 \times 10^{15}$  эВ) в гало (жирные линии) и контуры плотности фоновых частиц, рожденных остатками сверхновых (тонкие линии). 118

3.5	Гамма-излучение заряженных частиц в центральной молекуляр-
	ной зоне для различных значений толщи облаков. (а) Излучение
	протонов (б) Тормозное излучение релятивистских электронов. Из-
	лучение за счет обратного комптоновского рассеяния также пока-
	зано для сравнения. Экспериментальные точки излучения ГэВного
	избытка взяты из статьи [274]
3.6	Спектр диффузного гамма-излучения Галактики для разных обла-
	стей вблизи центра. Сплошная линия – спектр без учета самомо-
	дуляции, штриховая линия – величина эффекта самомодуляции,
	штрихпунктирная линия – спектр с учетом самомодуляции 171
3.7	Сравнение спектра «ГэВного избытка» из галактического центра
	(экспериментальные точки) и эффекта самомодуляции (сплошная
	кривая)
3.8	Слева: спектр диффузного радиоизлучения из внутренней обла-
	сти Галактики размером $2^{\circ}  imes 1^{\circ}$ (точки) [152] и ожидаемый спектр
	синхротронного излучения электронов из этой области с учетом
	модуляции. Справа: спектр радиоизлучения облака Sgr B2, в ос-
	новном, теплового (точки) [153] и ожидаемый спектр нетеплового
	синхротронного излучения электронов из этой области с учетом
	модуляции
4.1	Схематичное изображение модели гало Галактики, которая рассмат-
	ривается в данной работе
4.2	Поток протонов космических лучей, как функция энергии в срав-
	нении с экспериментальными данными. Сплошная линия соответ-
	ствует численному решению системы (4.8), штриховая линия —
	приближению, основанному на балансе возбуждения и затухания.
	Описание экспериментальных данных приведено в основном тексте. 205

- 4.3 Слева: поток протонов космических лучей, как функция энергии в сравнении с экспериментальными данными. Справа: зависимость размера гало от энергии протона. Штриховая линия соответствует двухкомпонентной модели газового гало без затухания за счет ионнейтрального трения, сплошная линия с учетом затухания на ион-нейтральном трении. Описание экспериментальных данных приведено в основном тексте.
- 4.4 Сверху: спектры первичных ядер космических лучей: гелия (а), углерода (b), азота (c) в зависимости от магнитной жесткости *R*. Снизу: отношения спектров различных ядер космических лучей: бора к углероду (d), бериллия к бору (e) а также, бериллия-10 к бериллию-9 (f). Теоретические кривые соответствуют задаче без учета ион-нейтрального трения (штрихованная кривая) и задаче с учетом ион-нейтрального трения (сплошная кривая). Экспериментальные данные обозначены крестами различного цвета и описаны в тексте. Предварительные данные АМS-02 для отношения <sup>10</sup>Ве/<sup>9</sup>Ве, взятые из докладов [74] и [292] на правом нижнем графике черным крестами и линиями с черными квадратами. . . . . . 221