

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерных исследований Российской академии наук,  
к.ф.-м.н.

Панин А.Г.

«26» сентября 2024 г.

## ОТЗЫВ

Ведущей организации

Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерных исследований Российской академии наук на диссертацию Ваховского Владислава Николаевича «Ковариантные методы в современной квантовой теории поля и квантовой гравитации», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 – теоретическая физика.

**Актуальность направления исследований.** Диссертационная работа Владислава Николаевича Ваховского посвящена исследованию новых функциональных методов в квантовой теории поля в искривленном пространстве-времени, а также в модифицированных теориях гравитации.

Одним из двух основных направлений, раскрытых в диссертации, является исследование внедиагональных разложений теплового ядра для минимальных операторов высших порядков. Фактически, в диссертации построено обобщение метода ДеВитта на операторы старших порядков. Основной проблемой стандартного квазиклассического разложения теплового ядра для операторов порядка выше первого является сингулярность в пределе совпадения. В.Н. Ваховский решил эту проблему, соответственно, одним из центральных результатов диссертации как раз является обобщение метода и построение анзаца типа ДеВитта для старших минимальных операторов. Построен функциональный ряд, анзац, включающий обобщенные экспоненты (новые обобщенные функции гипергеометрического типа) и позволяющий рекурсивно находить коэффициенты. Сам метод рекурсивного расчета тоже потребовал обобщения, и для операторов старшего

порядка В.Н. Ваховским в диссертации были предложены два способа это сделать: метод обобщенного преобразования Фурье и метод теории возмущений над степенью оператора 2го порядка. Кроме этих принципиально важных вопросов квантовой теории поля в диссертации изучен ряд интересных математических свойств используемых объектов, например, представление через интеграл Меллина-Барнса и асимптотическое поведение обобщенных экспонент.

Вторым важным направлением является исследование аномального действия Ригерта-Фрадкина-Цейтлина и его связи с ковариантной теорией возмущений. В диссертации рассмотрено аномальное действие в двух различных калибровках, Ригерта-Фрадкина-Цейтлина и Фрадкина-Вилковьского. Показано, каким образом действие Фрадкина-Вилковьского получается с помощью конформного пересуммирования разложения эффективного действия по степеням кривизны. Таким образом был решен многолетний спор об эквивалентности двух кажущихся противоречащими друг другу выражений. Последняя часть диссертации посвящена применениям нелокального действия, в том числе, рассматривается возможность построить космологию, где динамика Вселенной определяется таким эффективным действием.

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из Введения, пяти глав основного текста, Заключения, списка рисунков и литературы из 166 наименований и двух приложений. Во **Введении** обосновывается актуальность темы диссертационного исследования, формулируются его цели и задачи. Там же приведены основные положения, выносимые на защиту, журнальные статьи, содержащие результаты диссертации, информация о новизне и значимости исследования, об апробации работы.

В **первой главе** обсуждаются стандартные методы вычисления эффективного действия в квантовой теории поля, в том числе, метод теплового ядра и фонового поля, а также классический метод ДеВитта. В этой же главе вводятся основные понятия и определения величин, которые потом используются в последующих главах. Кратко описан метод универсальных функциональных следов.

**Вторая глава** посвящена обобщенным экспоненциальным функциям, их различным свойствам и, в целом, идее, стоящей за обобщенной функториальностью. В этой главе подробно поясняется мотивация для использования и исследования обобщенных экспонент, связанная с необходимостью нахождения недиагонального разложения теплового ядра. В этой же главе рассмотрен простейший пример внедиагонального разложения теплового ядра для степеней оператора Лапласа.

В **третьей главе**, собственно, построено обобщение анзаца ДеВитта для теплового ядра на случай старших минимальных операторов. Предложены два способа рекурсивно найти коэффициенты ряда. Рассмотрен ряд примеров, так, например, были найдены коэффициенты в разложении минимального оператора четвертого порядка. Отдельно стоит отметить, что для оператора типа Лапласа было проведено сравнение коэффициентов и их пределов совпадения со стандартным методом ДеВитта – показано, что полученные выражения в точности совпадают,

**Четвертая глава** посвящена кажущемуся противоречию между эффективным действием, полученным с помощью диаграммной техники Фейнмана, и аномальным действием, полученным с помощью интегрирования конформной аномалии. В этой главе автор доказывает, что действие Ригерта-Фрадкина-Цейтлина может быть переписано в другой

калибровке как действие Фрадкина-Вилковьского, а оно, в свою очередь, связано пересуммированием с эффективным действием, полученным разложением по кривизнам.

**Пятая глава** посвящена приложениям нелокального действия. Обсуждаются тонкости процедуры перенормировок и применения ренормгруппы, а также рассматриваются возможности применить эффективное действие, например, к космологии.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы. Приложения содержат детали проведенных вычислений.

**Результаты диссертации** опубликованы в 4 статьях в рецензируемых журналах, индексируемых в Web of Science и Scopus. Они были доложены на научных семинарах и на международных конференциях.

Полученные результаты могут быть **использованы** в исследованиях, проводимых в Физическом институте имени П.Н. Лебедева РАН, Институте ядерных исследований РАН, Институте теоретической и экспериментальной физики, а также в других научных учреждениях, где ведутся исследования моделей квантовой гравитации.

#### **Замечания к диссертационной работе.**

Следует отметить, что диссертация Владислава Ваховского в целом написана ясно, она адекватно освещает цели, методы и результаты проделанной работы. Работа отражает высокую квалификацию диссертанта в области квантовой теории поля. Недостатки носят чисто редакторский характер. Например, в работе есть небольшое количество опечаток, типа «справаданы», «оциллирующим» вместо осциллирующим или «незельх» вместо нецельх. Но надо отметить, что их на самом деле не много, они не мешают воспринимать текст, а совсем их избежать в тексте такого объема очень тяжело. Во введении немного перепутаны номера глав. Кажется, что между третьей и четвертой главами происходит логический разрыв, разработанные в первых трех главах методы разложения тепловых ядер не применяются дальше, а в четвертой главе речь идет о несколько другой проблеме. В целом по диссертации и особенно в четвертой главе хотелось бы увидеть больше конкретных примеров вычислений. Да, результаты диссертации применимы в достаточно широком классе теорий, но было бы поучительно увидеть, как доказательство проходит для конкретной теории. В частности, когда обсуждается конформная аномалия, автор пишет, что калибровочное поле и скалярное самодействие для простоты не учитывается. А какие поля учитываются? Как явно получается такое эффективное действие (нелокальное)? Какая в нем зависимость от схемы перенормировок, какая свобода? Отдельный вопрос, не возникает ли проблем в теории при обратном повороте Вика, ведь изначально он был сделан, автор перешел к евклидовой теории?

Сделанные замечания не влияют на общую высокую оценку диссертационной работы. Описанные в диссертации исследования выполнены на высоком уровне и полностью соответствуют поставленным целям, а их направленность соответствует специальности 1.3.3-теоретическая физика. Обоснованность и высокая достоверность результатов не вызывают сомнений. Список цитированной литературы соответствует теме исследования. Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

Диссертация Ваховского Владислава Николаевича «Ковариантные методы в современной квантовой теории поля и квантовой гравитации», удовлетворяет всем критериям «Положения о присуждении учёных степеней», утвержденного постановлением правительства РФ от 24 сентября 2013 г. №842, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор бесспорно заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3-теоретическая физика.

**Отзыв составил:**

старший научный сотрудник Отдела теоретической физики ИЯИ РАН,

к.ф.-м.н.

С.А. Миронов

**Подпись С.А. Миронова заверяю:**

Ученый секретарь ИЯИ РАН, к.ф.-м.н.

А.В. Вересникова

**Сведения о ведущей организации:**

Федеральное государственное учреждение науки Институт ядерных исследований  
Российской академии наук (ИЯИ РАН)

Адрес: ИЯИ РАН, проспект 60-летия Октября 7а, Москва, 117312

Адрес электронной почты: [inr@inr.ru](mailto:inr@inr.ru)