

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук

На правах рукописи

Коваленко Александр Михайлович

**Флуктуационные явления в анизотропной
гидродинамике**

Специальность 1.3.3 —
«Теоретическая физика»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2024

Работа выполнена в Отделении теоретической физики им. И.Е. Тамма Федерального государственного бюджетного учреждения науки Физического института им. П.Н. Лебедева Российской академии наук.

Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук, профессор
Леонидов Андрей Владимирович

Официальные оппоненты: **Теряев Олег Валерианович**,
доктор физико-математических наук, профессор,
Объединенный институт ядерных исследований (ОИЯИ),
начальник сектора Лаборатории теоретической физики ОИЯИ
Захаров Бронислав Глебович,
доктор физико-математических наук,
Институт теоретической физики им. Л.Д.
Ландау,
ведущий научный сотрудник

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» (МГУ)

Защита диссертации состоится 03.06.2024 в 12:00 на заседании диссертационного совета 24.1.262.04 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Физического института им. П.Н. Лебедева Российской академии наук по адресу: 119991, г. Москва, Ленинский проспект, д.53.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФИАН и на сайте института www.lebedev.ru.

Автореферат разослан « » 2024 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.1.262.04,
кандидат физ.-мат. наук

Чернышов Дмитрий Олегович

Общая характеристика работы

Актуальность темы и степень её разработанности Крупные эксперименты по ультрарелятивистским столкновениям тяжёлых ядер, проводимые в начале двадцать первого века на Большом адронном коллайдере (ЛHC) в ЦЕРН и на коллайдере релятивистских ионов (RHIC) в Брукхейвенской национальной лаборатории, показали признаки появления нового горячего и плотного кварк-глюонного вещества, образующегося на начальной стадии этих столкновений [1; 2]. Было обнаружено, что такое плотное и горячее адронное вещество взаимодействует коллективно [3; 4]. Это позволяет использовать гидродинамические методы описания для эволюции кварк-глюонной плазмы.

Быстрое продольное расширение кварк-глюонной материи на начальных стадиях столкновения приводит к появлению такой анизотропии продольного P_{\parallel} и поперечного P_{\perp} давлений, что отношение $P_{\parallel}/P_{\perp} < 1$. Причём, вне зависимости от начальной конфигурации (вытянутой $P_{\parallel} > P_{\perp}$ или сплюсненной $P_{\parallel} < P_{\perp}$), последующее расширение материи приводит к анизотропии $P_{\parallel} < P_{\perp}$, которая не исчезает полностью в системе в течение всей её эволюции [5]. Диссипативные гидродинамические теории второго порядка, активно использовавшиеся для описания релятивистских сред, применялись и для описания анизотропной кварк-глюонной материи [6–8]. Однако, введение такой большой анизотропии в теориях второго порядка приводило к появлению отрицательного давления на определённых этапах эволюции материи, что могло означать наличие областей фазового пространства, где одночастичная функция распределения становилась отрицательной [9]. Причиной такого поведения являлся рост величин гидродинамических поправок, которые становились соизмеримы с вкладом от идеальной жидкости [10]. Фактически, анизотропия приводила к необходимости учёта градиентов всех порядков. Таким образом, классические диссипативные теории давали правильные результаты только на некоторых временных масштабах, вследствие чего появилась мотивация к созданию нового гидродинамического описания, где анизотропия заложена в явном виде, - анизотропной релятивистской гидродинамики [11–14].

Самым главным достоинством нового подхода являлся тот факт, что сама постановка теории делает невозможным появление отрицательных значений давления [15], в отличие от уже упомянутых традиционных теорий второго порядка и современных теорий, созданных на основе разложения по моментам [16]. Уравнения движения приводят к решениям, которые оказываются в значительной степени близки к точному решению уравнения Больцмана, в сравнении со стандартными вязкими гидродинамическими теориями. Были получены результаты как для бустинвариантных систем с течением Бьёркена [11; 13], так и для течения Гапсера в симметричных конформных системах [17; 18]. Анизотропный

подход предусматривает задание анизотропного тензора, а не только лишь одного параметра анизотропии, что в диагональном случае позволяет задать несколько параметров в каждом из направлений [19; 20]. Релятивистская анизотропная гидродинамика применялась и для описания массивных квази-частиц в феноменологическом контексте [21], а также показала себя как хороший инструмент для моделирования экспериментальных данных по столкновениям тяжёлых ядер [22; 23].

Одним из примеров опыта построения анизотропных теорий являются исследования в области магнетогидродинамики [24—26]. Методика в данных работах, как в релятивистском, так и в нерелятивистском случаях, также основана кинетическом уравнении Больцмана и явном разделении продольного и поперечного давлений, однако в роль направления анизотропии здесь играет направление магнитного поля. Это приводит к аналогии между формами тензора энергии-импульса и уравнениями движения. Однако в случае магнетогидродинамики не приводится явная запись анизотропной одночастичной функции распределения, которая бы представляла собой деформацию изотропной функции распределения уже в нулевом порядке. Также основное внимание уделяется изучению вытянутой конфигурации $P_{\parallel} > P_{\perp}$ для распространяющегося потока.

В связи со всем вышеперечисленным, в анизотропной гидродинамике интересно изучить базовые явления, например, связанные со звуком, которые скорее всего будут выглядеть совсем иначе, чем в изотропном случае. Звуковые явления в кварк-глюонной и ядерной материях изучались, в основном, в контексте формирования ударных волн [27; 28]. В ранних работах было показано, что поперечные ударные волны в горячем кварк-глюонном веществе могут создаваться начальными флуктуациями локальной плотности энергии (горячие точки), которые являются результатом большого числа КХД-взаимодействий [29]. Такие взаимодействия генерируют мини-струи случайной турбулентной направленности, совпадение которых в малом объёме (порядка 1 фм^3) приводит, в свою очередь, к возникновению неоднородностей плотности энергии.

После открытия эффекта гашения струй в столкновениях тяжёлых ионов возник огромный интерес к явлению конуса Маха [30—32]. В частности, результаты экспериментов по двухчастичным азимутальным корреляциям показали наличие двугорбой структуры с минимумом в точке $\Delta\varphi = \pi$ для струи, которая потеряла значительную часть энергии при прохождении через плотную и горячую среду [33; 34], - так называемый ридж-эффект. Образование подобной структуры довольно хорошо объяснялось излучением конуса частиц под углом Маха, относительно направления гашённой струи. Альтернативное объяснение наблюдаемой двугорбой структуры заключалось в черенковском излучении партона, движущегося со скоростью, превышающей скорость распространения глюона в горячей плотной среде, образованной при столкновениях тяжёлых ионов

[35]. Возможность формирования ударных волн и конуса Маха в таких средах была показана для небольших значений отношения сдвиговой вязкости к плотности энтропии $\eta/S < 0.2$, что указывает на сильновязкую жидкость [36; 37].

В контексте столкновений тяжёлых ионов важным является изучение скорости звука и её зависимости от температуры, химического потенциала и других свойств среды. Самые ранние расчёты указывали на аномальное падение скорости звука до нуля в точке фазового перехода первого рода конфаймент-деконфаймент [38]. Обнаруженная температурная зависимость скорости звука в рамках решёточных вычислений КХД демонстрировала резкий минимум $c_s \simeq 0$ в критической точке фазового перехода T_c [39]. Более поздние вычисления показали менее глубокий минимум при предположении, что переход конфаймент-деконфаймент является очень быстрым кроссовером, а не настоящим фазовым переходом с сингулярным поведением термодинамических величин [40]. При рассмотрении течения Бьёркена в рамках голографического подхода было продемонстрировано наличие двух различных скоростей звука в продольном и поперечном направлениях [41]. В продольном направлении скорость звука меньше значения $c_s^2 = 1/3$, а в поперечном направлении это значение, наоборот, превышает. Такое различие появляется ввиду сильной анизотропии давлений в продольном и поперечном направлениях.

Несмотря на успех применения гидродинамического описания в контексте экспериментов и феноменологии столкновений тяжёлых ионов, существуют определённые проблемы в широко используемых диссипативных релятивистских гидродинамических теориях. Разрывные решения ударных волн хорошо известны в рамках релятивистской гидродинамики нулевого порядка для идеальной жидкости [42]. Непрерывные ударноволновые решения появляются в релятивистской теории Навье-Стокса для любых чисел Маха, однако в такой теории возможно распространение информации с неограниченной скоростью [43]. Эта известная проблема нарушения причинности в теориях первого порядка послужила мотивацией к созданию более полных диссипативных теорий, как, например, теория Израэля-Стюарта второго порядка [44], которая с большим успехом применялась для описания многих релятивистских жидкостей и сред [45; 46], что породило обобщение гидродинамики второго порядка [16; 47]. Проблемой в теории Израэля-Стюарта является неспособность адекватно описать ударные волны [48; 49]. Описание ударных волн в теории второго порядка напоминает непрерывные решения в рамках теории Навье-Стокса до достижения определённой критической точки, после которой решения становятся разрывными, как в случае идеальной жидкости. Таким образом, для теории Израэля-Стюарта существование ударных волн доказано только при малых числах Маха [48]. Анизотропная релятивистская гидродинамика может сделать возможным описание ударных волн в нулевом

порядке, что заметно выделяет её среди гидродинамических теорий, которые используются для описания эволюции кварк-глюонной плазмы.

Целью работы является построение описания распространения звука и флуктуаций, а также получение свойств ударных волн в анизотропной релятивистской гидродинамике.

Для достижения этой цели необходимо выполнить следующие **задачи**:

1. Получение волнового уравнения, качественно описывающее особенности распространения звука в рамках анизотропной релятивистской гидродинамики.

2. Исследование деформации конуса Маха и, как следствие, углов Маха для летящей со сверхзвуковой скоростью частицы в рамках анизотропной релятивистской гидродинамики.

3. Получение разрывных решений ударных волн в анизотропной релятивистской гидродинамике для поперечного и продольного случаев расположения нормали к поверхности разрыва относительно оси пучка и для произвольного полярного угла.

4. Исследование устойчивости ударных волн в анизотропной релятивистской гидродинамике.

Научная новизна.

1. Впервые в рамках релятивистской анизотропной гидродинамики получено волновое уравнение в случае постоянной анизотропии, содержащее две различные скорости распространения звука в среде ввиду разности продольного и поперечного давлений. Выведены аналитически выражения для двух углов Маха в случае постоянного параметра анизотропии и показана асимметричность конуса Маха [A50].

2. В рамках релятивистской анизотропной гидродинамики получены аналитически решения для плоских ударных волн сжатия в поперечном и продольном случаях расположения нормали к ударной волне относительно оси распространения пучка. Показано, что имеет место ослабление ударной волны в поперечном случае и её усиление в продольном. Также были численно решены разрывные ударноволновые уравнения. Было показано, что в анизотропной среде происходит преломление прошедшего через поверхность разрыва потока в сторону оси анизотропии. Также было обнаружено, что для некоторых достаточно больших значений анизотропии и отношении изотропных давлений имеет место проявление некоторых свойств волн разрежения, что может указывать на возможные ограничения параметров задачи [A51].

3. Было показано, что существование ударных волн сжатия (при величине отношения изотропных давлений больше единицы) в анизотропной релятивистской гидродинамике в случае изменяемой анизотропии и отсутствии преломления потока возможно лишь для значений параметра анизотропии ниже некоторого критического значения. Была получена

зависимость данного критического значения параметра анизотропии от направления нормали к ударной волне. Также было продемонстрировано, что генерация ударных волн может являться одним из механизмов изотропизации системы [A52].

4. Показана аналитически линейная устойчивость ударных волн в анизотропной релятивистской гидродинамике к малому гармоническому возмущению в случае постоянной анизотропии [A53].

Научная и практическая значимость.

Исследования звуковых явлений и флуктуаций позволяет дополнить релятивистскую анизотропную гидродинамику, которая получила широкое распространение в качестве инструмента для описания плотной и горячей кварк-глюонной материи. Показанная деформация изотропных решений конуса Маха и ударных волн может найти отклик в исследованиях ранних стадий столкновений. Показанная возможность получения разрывных решений для ударных волн обходит проблему диссипативной теории Израэля-Стюарта. В тоже время, скрытое наличие высших порядков в анизотропной релятивистской гидродинамике позволяет трактовать полученные эффекты на более фундаментальном уровне. Более того, продемонстрированный механизм изотропизации материи посредством генерации ударных волн может дополнить ответ на вопрос о скорости и степени изотропизации кварк-глюонной плазмы.

Методология и методы исследования.

Методология работы содержит кинетический и гидродинамический подходы исследования ультрарелятивистского вещества. Главным образом используется закон сохранения тензора энергии-импульса. В случае изучения ударных волн данный закон трансформируется в уравнение согласования проекции тензора энергии-импульса на нормаль к поверхности разрыва. Теоретические результаты исследования получены аналитическими и численными методами. Применялись методы математического аппарата, такие как аналитическая геометрия и линейная алгебра. Численные расчёты проводились в программе Mathematica, результаты которых исследовались, в основном, графически.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Волновое уравнение, скорости звука и выражения для углов конуса Маха в рамках анизотропной релятивистской гидродинамики с случае постоянной анизотропии.

2. Аналитические разрывные решения для поперечной и продольной ударных волн в случае постоянной анизотропии в анизотропной релятивистской гидродинамике.

3. Численные решения для нормальной ударной волны, направленной под произвольным полярным углом, в случае постоянной анизотропии в анизотропной релятивистской гидродинамике и её свойства.

4. Доказательство существования верхней границы для параметра анизотропии при описании ударных волн сжатия (при величине отношения изотропных давлений больше единицы) в случае изменяемой анизотропии и отсутствия преломления потока.

5. Механизм изотропизации системы посредством генерации ударных волн в анизотропной релятивистской гидродинамике.

6. Доказательство устойчивости ударных волн аналитическими методами в граничных (поперечном и продольном) положениях в случае постоянной анизотропии в анизотропной релятивистской гидродинамике.

7. Доказательство устойчивости численными методами для нормальной ударной волны, направленной под произвольным полярным углом, в случае постоянной анизотропии в анизотропной релятивистской гидродинамике.

Достоверность и личный вклад автора.

Достоверность полученных результатов обеспечивается проведёнными аналитическими вычислениями, а также соответствием с изотропным пределом и уже известными решениями в релятивистской гидродинамике идеальной жидкости. Все представленные в диссертации результаты являются оригинальными и получены автором лично или при его непосредственном участии.

Апробация работы.

Основные результаты работы опубликованы в 5 статьях [А50—А54] в журналах, индексируемых Web of Science и Scopus. Помимо этого, основные результаты диссертации докладывались на семинарах ОТФ ФИАН, а также на конференциях:

1. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2018» (МГУ, 9 - 13 апреля 2018, Москва, Россия)

2. Конференция "RFBR Grants for NICA (ОИЯИ, 20 - 23 октября 2020, Дубна, Россия)

Объём и структура работы.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и четырёх приложений. Полный объём диссертации составляет 93 страниц с 24 рисунками. Список литературы содержит 74 наименований.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы. Приводится обзор научной литературы по применению гидродинамических методов описания плотного кварк-глюонного вещества, а также по изучению звуковых явлений в нём. Отдельное внимание уделено изложению результатов применения анизотропной релятивистской гидродинамики к описанию кварк-глюонной

плазмы. Обсуждаются исследования, связанные с изучением звуковых явлений в кварк-глюонной материи. Далее формулируются цели и задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы, описываются используемые методы исследования и излагаются защищаемые положения.

В **первой главе** изложен теоретический аппарат анизотропной релятивистской гидродинамики, базирующийся на кинетической теории.

Первый раздел содержит описание процесса построения тензора энергии-импульса при наличии анизотропии пространства в одном направлении (в направлении оси распространения пучка). В таком случае мы имеем в системе покоя $T^{\mu\nu} = \text{diag}(\varepsilon, P_{\perp}, P_{\perp}, P_{\parallel})$, где ε - плотность энергии, а P_{\parallel}, P_{\perp} продольное и поперечное давления соответственно. Для получения $T^{\mu\nu}$ в движущейся системе отсчёта вводится ортогональный базис векторов, на основе которых производится построение анизотропного тензора энергии-импульса в любой системе отсчёта.

Во втором разделе приводится анзац для одночастичной функции распределения

$$f_{\text{aniso}}(x, p) = f_{\text{iso}} \left(\frac{\sqrt{p^{\mu} \Xi_{\mu\nu}(x) p^{\nu}}}{\Lambda(x)}, \frac{\mu(x)}{\Lambda(x)} \right), \quad (1)$$

которая в явном виде содержит в себе анизотропный тензор $\Xi_{\mu\nu}(x)$. Здесь $\Lambda(x)$ - температурный масштабный параметр. В простейшем случае наличия только продольной анизотропии в системе покоя $p^{\mu} \Xi_{\mu\nu}(x) p^{\nu}$ переходит в $p^2 + \xi(x)p_{\parallel}$, где $\xi(x)$ - параметр анизотропии.

Важнейшим свойством такой функции распределения является возможность факторизации плотности энергии ε , давлений P_{\perp}, P_{\parallel} на анизотропную и изотропную части:

$$\varepsilon(\Lambda, \xi) = R(\xi) \varepsilon_{\text{iso}}(\Lambda), \quad (2)$$

$$P_{\perp}(\Lambda, \xi) = R_{\perp}(\xi) P_{\text{iso}}(\Lambda), \quad (3)$$

$$P_{\parallel}(\Lambda, \xi) = R_{\parallel}(\xi) P_{\text{iso}}(\Lambda), \quad (4)$$

где $R(\xi)$, $R_{\perp}(\xi)$, $R_{\parallel}(\xi)$ - некоторые функции, зависящие от параметра анизотропии ξ .

В третьем разделе содержится вывод уравнений движения в бустинвариантном случае при наличии только продольного расширения. Такое упрощение задачи позволяет получить уравнение на $\xi(x)$ из уравнения Больцмана с релаксационным приближением интеграла столкновений. Также описываются результаты решения уравнений движения для параметра анизотропии.

Вторая глава содержит вывод волнового уравнения при постоянном параметре анизотропии $\xi \approx \text{const}$, что должно продемонстрировать

качественные изменения описания среды в анизотропном случае в отличие от изотропного. Из волнового уравнения были получены продольная и поперечная скорости звука

$$c_{s\perp} = \sqrt{\frac{R_{\perp}(\xi)}{3R(\xi)}}, \quad c_{s\parallel} = \sqrt{\frac{R_{\parallel}(\xi)}{3R(\xi)}}. \quad (5)$$

Поперечная скорость звука с ростом анизотропии стремится к пределу $c_{s\perp} \rightarrow 1/\sqrt{2}$. Уменьшение знаменателя на единицу по сравнению с изотропным случаем наталкивает на аналогию потери одного из измерений. Действительно, стремление анизотропии к бесконечности приводит к полному исчезновению возможности распространения возмущений в продольном направлении, поскольку $c_{s\parallel} \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow \infty$. В изотропном пределе обе скорости стремятся к известной величине $c_{s\perp}, c_{s\parallel} \rightarrow 1/\sqrt{3}$.

Знание скоростей звука в во всех направлениях и предположение о том, что фронт звуковой волны представляет из себя эллипс с полуосями, равными $c_{s\perp}$ и $c_{s\parallel}$, даёт возможность описать явления, связанные с волновым фронтом, например с конусом Маха. Действительно, частица, движущаяся быстрее звукового волнового фронта формирует ударные волны, расположенные под углом Маха к направлению движения частицы. В анизотропном случае стоит ожидать, что конус Маха будет ассиметричным. В простейшем случае постоянной анизотропии в основании конуса расположен эллипс, а углы раскрытия конуса (углы Маха) различаются.

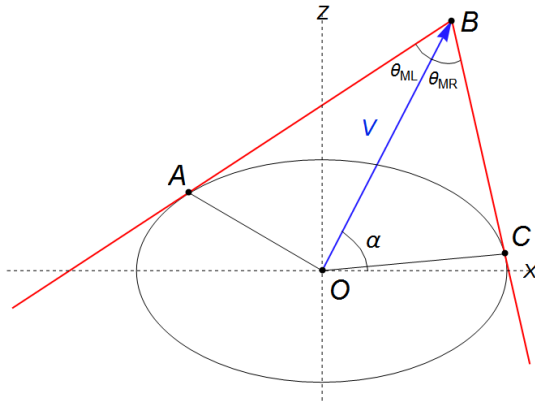


Рис. 1 — Конус Маха в лабораторной системе координат.

В диссертационной работе были найдены выражения для двух углов Маха. Ввиду симметрии в плоскости Oxy была выбрана ось Ox и рассмотрена задача в плоскости Oxz . Тогда в сечении плоскостью $y = 0$ можно

рассмотреть два угла раскрытия конуса - правый θ_{MR} и левый θ_{ML} . Методами аналитической геометрии можно найти следующие выражения

$$\tan \theta_M = \pm \frac{\sin \alpha \cos \alpha (\kappa - 1) \pm \sqrt{v^2 (\kappa \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) (\kappa + 2) - \kappa}}{v^2 (\kappa + 2) - \kappa \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}, \quad (6)$$

где знак \pm относится к углам θ_{ML}, θ_{MR} соответственно, а $\kappa = P_{\parallel}/P_{\perp} = R_{\parallel}(\xi)/R_{\perp}(\xi)$. Заметим, что при $\kappa = 1$ ответ для конуса Маха переходит в ответ в случае обычной изотропной релятивистской гидродинамики $\theta_{ML} = \theta_{MR} = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Третья глава посвящена получению разрывных решений для ударных волн в анизотропной релятивистской гидродинамики.

Первый раздел содержит описание методики изучения разрывных решений в изотропном случае. Рассматривается плоская ударная волна, которая является трёхмерной гиперповерхностью. Таким образом, поверхность делит пространство на две части, а движущийся поток направлен перпендикулярно данной поверхности. Уравнения диктуются условием сохранения проекции тензора энергии-импульса на нормаль к поверхности разрыва - так называемым уравнением согласования:

$$T_{\mu\nu} N^{\mu} = T'_{\mu\nu} N^{\mu}, \quad (7)$$

где N^{μ} - единичный вектор нормали к поверхности разрыва, а $T_{\mu\nu}$ и $T'_{\mu\nu}$ - тензоры энергии-импульса падающего и прошедшего потоков соответственно.

Прохождение потоком поверхности разрыва выражается в преобразовании давления, энтропии и нормальной компоненты скорости v :

$$(P, S, v) \Rightarrow (P', S', v') \quad (8)$$

Мы будем рассматривать только случай ударных волн сжатия, для которых $P' > P$, $S' > S$. Отношение $\sigma = P'/P$, характеризующее ударную волну, является параметром задачи.

В случае безмассового газа, когда для уравнения состояния имеем $\varepsilon = 3P$, можно получить выражения для скоростей падающего и прошедшего потоков. Для получения самих решений, без потери общности, выбирается направление $N^{\mu} = (0, 1, 0, 0)$ и 4-вектор скорости в виде $U^{\mu} = (u_0, u_x, 0, 0)$, тогда для компонент трёхмерного вектора скорости v_i получим следующие выражения [55]:

$$v_x = \sqrt{\frac{3\sigma + 1}{3(\sigma + 3)}}, \quad v'_x = \sqrt{\frac{\sigma + 3}{3(3\sigma + 1)}}. \quad (9)$$

Достаточно ёмкой характеристикой ударной волны, отражающей свойства преобразования скорости потока, будет относительная разность скоростей падающего и прошедшего потоков соответственно

$$\delta_{\text{iso}} = \frac{v'_x - v_x}{v_x} = -\frac{2}{3\sigma + 1}(\sigma - 1). \quad (10)$$

Во втором разделе в рамках анизотропной релятивистской гидродинамики рассмотрены граничные случаи, когда нормаль к ударной волне направлена в поперечном и продольном направлениях к направлению анизотропии (оси движения пучка). Падающий поток направлен по нормали к поверхности разрыва. Как и при выводе волнового уравнения, предполагается, что параметр анизотропии постоянен. Поскольку нет общего уравнения на параметр анизотропии, данное предположение является некоторым частным случаем, справедливым на более поздних этапах эволюции плотной и горячей кварк-глюонной материи. Такое приближение помогает понять качественные изменения в ударноволновых решениях в сравнении с изотропными решениями. Однако, как мы увидим далее, данное приближение несёт с собой существенные ограничения на параметры рассматриваемой задачи.

Для поперечной ударной волны, по аналогии с изотропным случаем, можно получить выражения для скоростей потока в случае безмассового газа $\varepsilon = 2P_{\perp} + P_{\parallel}$:

$$v_x(\sigma, \xi) = \sqrt{\frac{R_{\perp}(3\sigma R + R_{\perp})}{3R(R_{\perp}\sigma + R)}}, \quad v'_x(\sigma, \xi) = \sqrt{\frac{R_{\perp}(R_{\perp}\sigma + R)}{3R(3\sigma R + R_{\perp})}}, \quad (11)$$

где $\sigma = P'_{\text{iso}}/P_{\text{iso}}$.

Для анизотропного случая также выпишем величину относительной разности скоростей

$$\delta_{\perp}(\xi) = \frac{v'_x - v_x}{v_x} = -(\sigma - 1)\frac{3R - R_{\perp}}{3\sigma R + R_{\perp}}, \quad (12)$$

которая характеризует силу ударной волны.

Для продольной ударной волны получим для скоростей падающего и прошедшего потока следующие выражения

$$v_z(\sigma, \xi) = \sqrt{\frac{R_{\parallel}(\sigma R + R_{\parallel})}{3R(R_{\parallel}\sigma + R)}}, \quad v'_z(\sigma, \xi) = \sqrt{\frac{R_{\parallel}(R_{\parallel}\sigma + R)}{3R(3\sigma R + R_{\parallel})}}. \quad (13)$$

Относительная разность в этом случае определяется формулой

$$\delta_{\parallel}(\xi) = \frac{v'_z - v_z}{v_z} = -(\sigma - 1)\frac{3R - R_{\parallel}}{3\sigma R + R_{\parallel}}. \quad (14)$$

На рис. 2 видно, что зависимость от величины анизотропии относительной разности в поперечном случае $\delta_{\perp}(\xi)$ и продольном $\delta_{\parallel}(\xi)$ носит разный, противоположный характер.

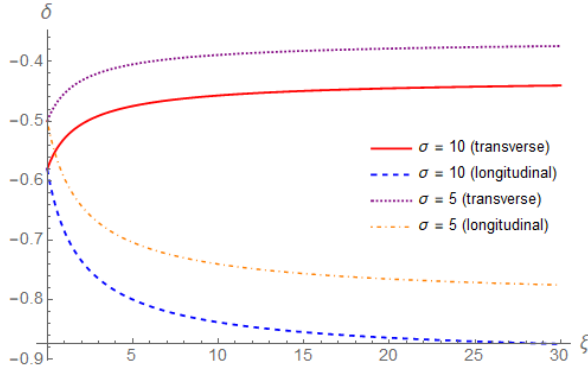


Рис. 2 — Графики $\delta(\xi|\sigma)$ для продольной ($\sigma = 5$ - пунктир и $\sigma = 10$ - точка-пунктир) и поперечной ($\sigma = 5$ - сплошная и $\sigma = 10$ - точки) ударных волн.

Начиная с изотропного значения δ_{iso} при $\xi = 0$, относительная скорость $\delta_{\perp}(\xi)$ растет с ростом ξ до своего асимптотического значения (12). Это означает, что перепад скоростей потока при прохождении поперечной ударной волны уменьшается с увеличением ξ , так что поперечная ударная волна ослабевает с ростом анизотропии. Наоборот, относительный перепад скорости $\delta_{\parallel}(\xi)$ увеличивается с ξ в сторону его асимптотического значения, заданного соотношением (14), следовательно, продольная ударная волна показывает усиление с ростом анизотропии.

Как было показано ранее, поперечная скорость звука $c_{s\perp}$ возрастает от изотропного значения $1/\sqrt{3}$ при $\xi = 0$ до $1/\sqrt{2}$ при $\xi \rightarrow \infty$, а продольная $c_{s\parallel}$ затухает от того же значения $1/\sqrt{3}$ в точке $\xi = 0$ до 0 в точке $\xi \rightarrow \infty$. Поскольку существование ударной волны возможно только при движении потока со скоростью, превышающей скорость звука, для генерации ударной волны в направлении анизотропии требуется значительно меньшая скорость потока. Таким образом, при большей анизотропии образование продольных ударных волн становится все легче, а поперечных, наоборот, все труднее.

В третьем разделе рассматривается случай произвольного направления нормали к ударной волне и вводится полярный угол α между направлением нормали, и осью Oz . Движущийся поток направлен по нормали к поверхности разрыва, как и в рассмотренных граничных случаях. Важно отметить, что угол направления движения потока после прохождения ударной волны α' не обязательно будет равен углу α (см. рис. 3).

Разность между углами α' и α обозначим как β . Также благодаря симметрии в плоскости Oxy можно выбрать, например, ось Ox в качестве перпендикулярного направления к направлению анизотропии.

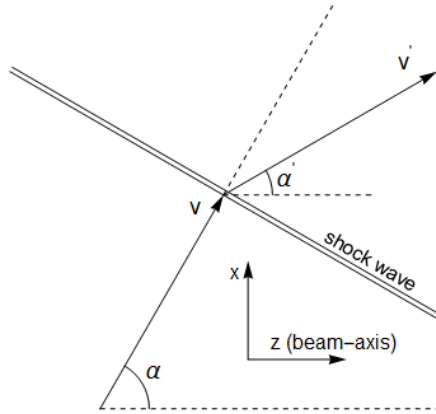


Рис. 3 — Преобразование потока через ударную волну.

Уравнения из закона сохранения (7) составляют систему уравнений относительно трех неизвестных γ, γ', α' , зависящих от трёх входных параметров σ, ξ, α , которые решаются численно.

В изотропной релятивистской гидродинамике нормальная ударная волна изменяет только абсолютную величину скорости набегающего потока, но не направление проходящего через него потока. Проведенный анализ поперечных и продольных нормальных ударных волн показал, что в этих случаях в анизотропной релятивистской гидродинамике также отсутствует отклонение набегающего потока. Однако оказывается, что такое поведение нарушается для нормальных ударных волн, падающих под произвольным полярным углом, и происходит преломление потока.

На рис. 4 представлены зависимости угла отклонения $\beta = \alpha' - \alpha$ от угла падения α для нескольких значений σ и различных анизотропий. Было показано, что имеет место отклонение потока от первоначального направления. Во всех случаях функция $\beta(\alpha)$ принимает отрицательные значения и имеет минимум при некотором α^* . Заметим, что при сильной анизотропии, больших σ и углах падения $\alpha \leq \pi/4$ имеем отклонение потока от начального направления почти на $\pi/2$, так что прошедший поток стремится распространяться вдоль фронта ударной волны.

В работе были изучены скорости потока $v(\xi, \alpha, \sigma)$ и $v'(\xi, \alpha, \sigma)$. Была продемонстрирована нетривиальная зависимость скоростей от параметра анизотропии. В частности, скорость прошедшего потока $v'(\xi|\alpha, \sigma)$ является монотонно возрастающей функцией при $\alpha \in (\pi/4, \pi/2]$, однако при $\alpha \in$

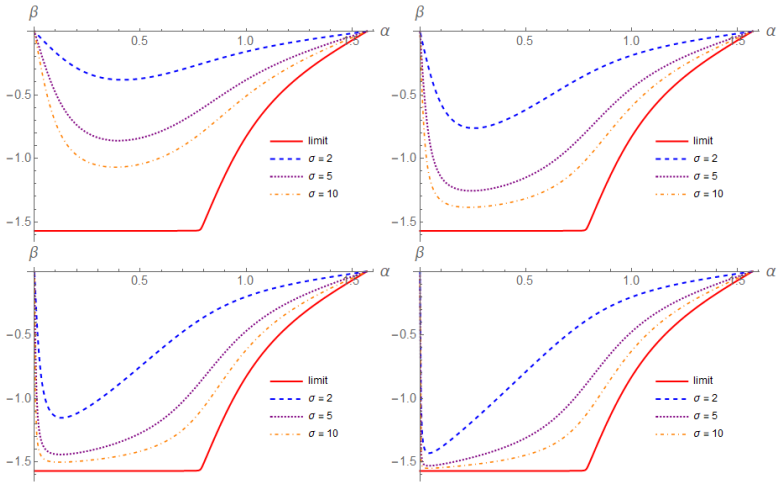


Рис. 4 — График $\beta = \alpha' - \alpha$ в зависимости от α для разных значений σ при $\xi = 5$ (слева сверху), $\xi = 20$ (справа сверху), $\xi = 100$ (слева внизу), $\xi = 1000$ (справа внизу). На каждом графике изображена предельный случай $\sigma \rightarrow \infty$, $\xi \rightarrow \infty$ (сплошная).

$[0, \pi/4]$ функция имеет минимум при некотором $\xi^*(\alpha)$ таком, что $\xi^*(\alpha) \rightarrow 0$ при $\alpha \rightarrow \alpha_{\text{crit}}$ и $\xi^*(\alpha) \rightarrow \infty$ при $\alpha \rightarrow 0$ (см. рис. 5). Таким образом, кривая при $\alpha = 0$ является предельной при любом значении $\sigma > 1$.

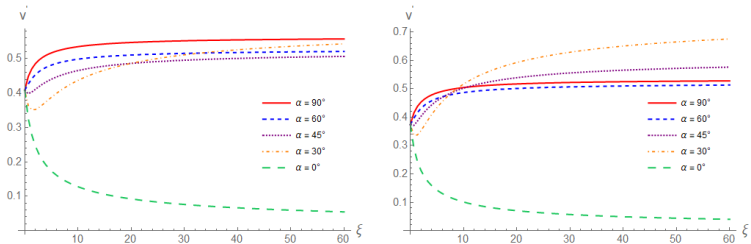


Рис. 5 — Графики $v'(\xi)$ в зависимости от параметра анизотропии ξ для различных значений α , $\alpha \in [0, \pi/2]$, при $\sigma = 5$ (слева) и $\sigma = 10$ (справа).

Интересный результат был получен для угловой зависимости относительного изменения абсолютного значения скорости

$$\delta_{\alpha \alpha'}(\xi, \sigma) = \frac{v'(\xi, \sigma, \alpha) - v(\xi, \sigma, \alpha)}{v(\xi, \sigma, \alpha)}. \quad (15)$$

Как видно на рис. 6, для каждого угла падения ударной волны $\alpha \in (0, \pi/2)$ при некотором критическом значении анизотропии $\xi^*(\alpha)$ относительный перепад скорости $\delta_{\alpha \alpha'}(\xi)$ меняет знак, что соответствует ускорению потока

ударной волной. Такое поведение является атрибутом волн разрежения в изотропной гидродинамике. Невозможность существования волн разрежения (т.е. при $P' < P$, $S' < S$) обсуждалась в литературе [56], и появление в анизотропной гидродинамике атрибутов ударных волн разрежения ставит вопрос о возможных ограничениях на параметр анизотропии, либо указывает на различие величин анизотропии до и после ударной волны $\xi' \neq \xi$.

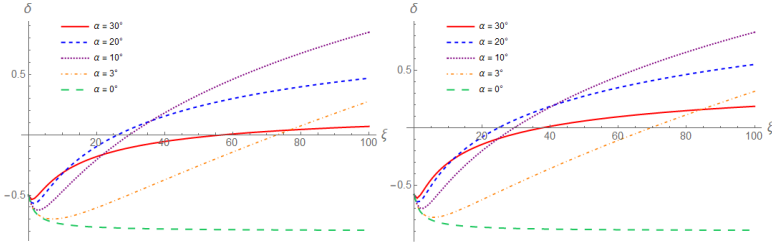


Рис. 6 — Графики $\delta_{\alpha\alpha'}(\xi)$ в зависимости от параметра анизотропии для различных значений α при $\sigma = 5$ (слева) и $\sigma = 10$ (справа).

Если проанализировать относительное изменение абсолютного значения скорости $\delta_{\alpha\alpha'}$ в зависимости от угла падения α при фиксированном ξ , то будет видно (см. рис. 7), что суперпозиция угловых зависимостей $v(\alpha)$ и $v'(\alpha)$ приводит к графику $\delta_{\alpha\alpha'}(\xi, \sigma)$, содержащим максимум, который становится более выраженным с увеличением анизотропии. При больших σ и ξ появляется интервал углов, в котором $\delta_{\alpha\alpha'}(\xi, \sigma)$ меняет знак и, следовательно, как было сказано, ударная волна приобретает свойства волны разрежения. Ширина этого интервала растет с ростом σ .

Особый интерес для описания эффектов падающего и прошедшего потоков, связанных с формированием ударной волны при столкновениях тяжелых ионов, представляют связанные с ними поперечный и продольный импульсы, которые вносят вклад в спектры поперечного импульса и быстрых.

В работе было показано, что для найденных решений ударных волн происходит смена направления p'_T на противоположное (в сравнении с изотропным случаем) при малых углах падения $\alpha < \alpha_T^*(\xi)$ (см. Рис 8). Однако при больших углах падения $\alpha_T^*(\xi) < \alpha < \pi/2$ идёт возврат p'_T в положительную область, что в конечном итоге приводит к усилению производства p'_T при $\alpha = \pi/2$, то есть $p'_T(\xi > 0) > p'_T(\xi = 0)$. Что касается продольных импульсов, то в целом наблюдается картина уменьшения продольного импульса. Незначительное его усиление наблюдается лишь при больших углах $\alpha_L^*(\xi) < \alpha < \pi/2$ (см. Рис 9), где $\alpha_L^*(\xi)$ отличается от своего поперечного аналога $\alpha_T^*(\xi)$.

В четвёртом разделе рассматривается случай изменяемой анизотропии. Поскольку естественно ожидать процесса изотропизации для

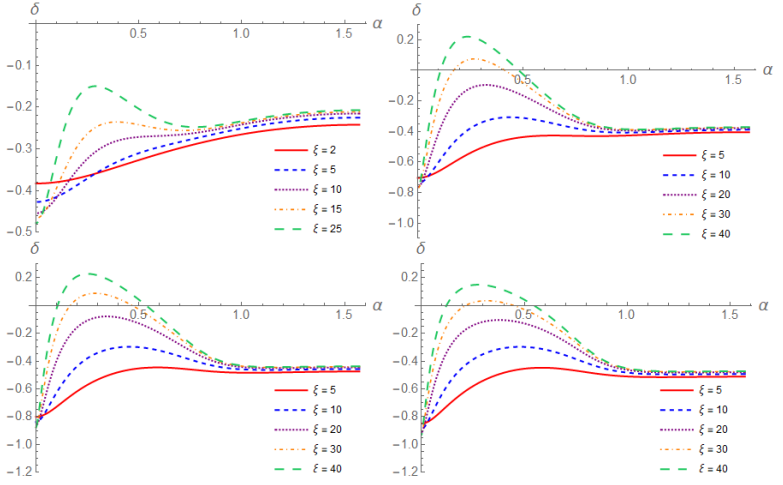


Рис. 7 — Графики $\delta_{\alpha\alpha'}(\xi)$ в зависимости от полярного угла α для различных ξ при $\sigma = 2$ (слева сверху), $\sigma = 5$ (справа сверху), $\sigma = 10$ (слева снизу) и $\sigma = 20$ (справа снизу).

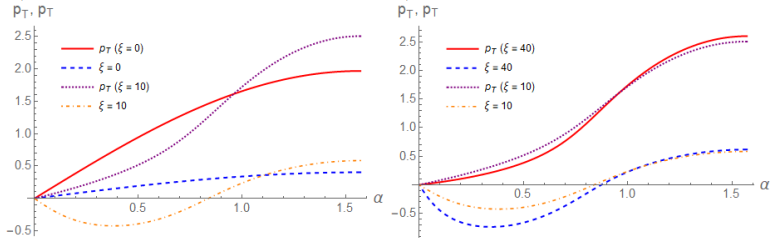


Рис. 8 — Слева: графики $p_T(\alpha|\xi)$ для $\xi = 0$ (сплошная), $\xi = 10$ (точки) и $p'_T(\alpha|\xi)$ для $\xi = 0$ (пунктир), $\xi = 10$ (точка-пунктир). Справа: Слева: графики $p_T(\alpha|\xi)$ для $\xi = 40$ (сплошная), $\xi = 10$ (точки) и $p'_T(\alpha|\xi)$ для $\xi = 40$ (пунктир), $\xi = 10$ (точка-пунктир).

эволюции горячей адронной материи, допущение $\xi' = \xi$ может привести к потере информации об эволюции материи. В связи с этим, вместо фиксирования параметра анизотропии можно принять $\alpha = \alpha'$ для решений ударных волн, что возвращает нас к более знакомому поведению падающего и прошедшего потоков в изотропном случае.

При рассмотрении уравнения согласования (7) в граничных случаях уже возникает некоторая особенность задачи. Так, рассматривая поперечный случай ($\alpha = \pi/2$), приходим к уравнению

$$f_{\pi/2}(\sigma, \xi, \xi') = R_{\parallel}(\xi') - R_{\perp}(\xi') - \frac{R_{\parallel}(\xi) - R_{\perp}(\xi)}{\sigma} = 0. \quad (16)$$

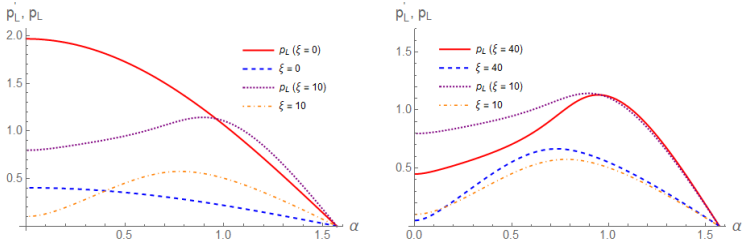


Рис. 9 — Слева: графики $p_L(\alpha|\xi)$ для $\xi = 0$ (сплошная), $\xi = 10$ (точки) и $p'_L(\alpha|\xi)$ для $\xi = 0$ (пунктир), $\xi = 10$ (точка-пунктир). Справа: Слева: графики $p_T(\alpha|\xi)$ для $\xi = 40$ (сплошная), $\xi = 10$ (точки) и $p'_T(\alpha|\xi)$ для $\xi = 40$ (пунктир), $\xi = 10$ (точка-пунктир).

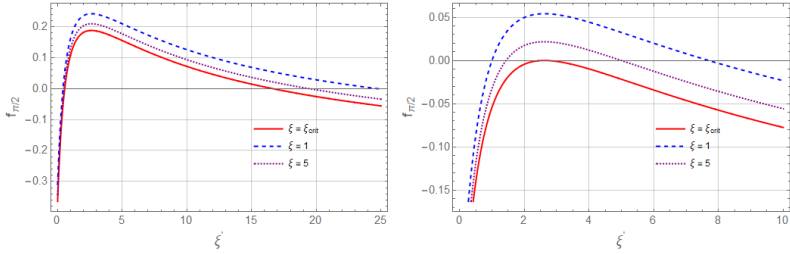


Рис. 10 — График $f_{\pi/2}$ в зависимости от ξ' для $\xi = \xi_{\text{crit}}$ (сплошная), $\xi = 1$ (пунктир), $\xi = 5$ (точки) при $\sigma = 1.5$ (слева) и $\sigma = 1$ (справа).

Решение уравнения (16) для ξ' всегда будет давать два корня (см. рис. 10) $\xi'_1 < \xi$ и $\xi'_2 > \xi$ для $\sigma \geq 1$, за исключением случая, когда для $\sigma = 1$ имеем $\xi' = \xi = \xi_{\text{crit}}(\alpha = \pi/2)$, где $\xi_{\text{crit}}(\pi/2) \simeq 2.62143\dots$

Очевидно ожидать, что при $\sigma = 1$ ударная волна не существует, что соответствует решению $v' = v$, $\xi' = \xi$. Выбирая один из двух корней уравнения (16) при $\sigma > 1$, мы хотим получить решение $\xi' \rightarrow \xi$ при $\sigma \rightarrow 1$. Таким образом, точка ξ_{crit} разделяет два пространства решений. Если $\xi < \xi_{\text{crit}}$, то для непрерывного предела $\sigma \rightarrow 1$ необходимо выбрать левое решение $\xi' < \xi_{\text{crit}}$, так как только в этом случае выполняется условие $\xi' \rightarrow \xi$ при $\sigma \rightarrow 1$. И наоборот, если $\xi > \xi_{\text{crit}}$, то мы должны выбрать правое решение $\xi' > \xi_{\text{crit}}$, чтобы обеспечить выполнение того же условия. В случае, когда $\xi = \xi_{\text{crit}}$, возможны оба решения. Таким образом, для любого $\sigma > 1$, при плавном изменении ξ мы теряем непрерывность решения по ξ' всякий раз, когда ξ переходит через точку ξ_{crit} , из-за необходимости смены пространства решений. Это показывает возможность существования ударных волн только в одном из пространств решений ξ' в случае фиксированного полярного угла $\alpha' = \alpha$.

Более того, для правого решения $\xi > \xi_{\text{crit}}$, $\sigma > 1$ нет возможности перейти к изотропному пределу $\xi \rightarrow 0$. Отсутствие изотропного предела

явно противоречит эволюции кварк-глюонной материи, а именно наличию процесса изотропизации системы. Кроме того, в правом решении $\xi > \xi_{\text{crit}}$ выражения для скоростей обеспечивают поведение ударной волны разрежения, т.е. $v' > v$. В связи с этим, необходимо выбрать решение при $\xi < \xi_{\text{crit}}$. Поэтому можно считать, что критическая точка ξ_{crit} является верхней границей параметра анизотропии для рассматриваемых ударно-волновых решений. Решая систему уравнений движения для полярного угла $\alpha = 0$, можно найти существование аналогичной критической точки $\xi_{\text{crit}}(\alpha = 0) \simeq 5.47941$.

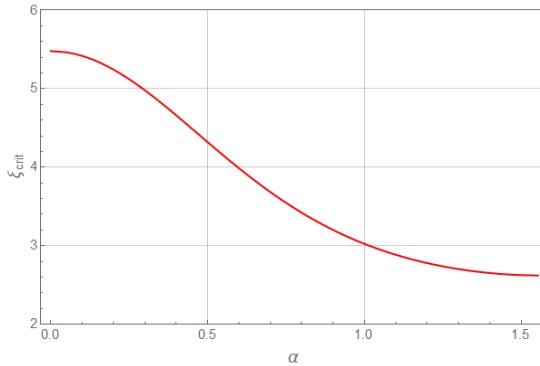


Рис. 11 — График зависимости $\xi_{\text{crit}}(\alpha)$.

На рис. 11 показаны значения $\xi_{\text{crit}}(\alpha)$ для произвольного полярного угла α . Функция $\xi_{\text{crit}}(\alpha)$ представляет собой монотонно убывающую функцию, которая идёт от значения $\xi_{\text{crit}}(\alpha = 0)$ к значению $\xi_{\text{crit}}(\alpha = \pi/2)$. Таким образом, для формирования рассматриваемых ударных волн имеется ограничение на параметр анизотропии ξ для любого полярного угла α .

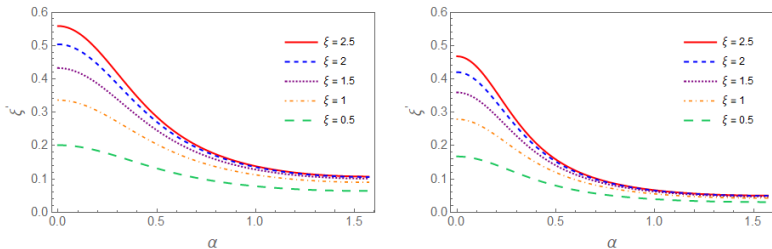


Рис. 12 — Графики $\xi'(\alpha|\sigma)$ для $\xi = 2.5$ (сплошная), $\xi = 2$ (пунктир), $\xi = 1.5$ (точки), $\xi = 1$ (штрих-пунктир) и $\xi = 0.5$ (длинный пунктир) при $\sigma = 5$ (слева) и $\sigma = 10$ (справа).

Эволюцию параметра анизотропии можно получить, решая уравнения движения как в буст-инвариантном случае [11; 12], так и в не буст-инвариантном случае [15]. Из этих решений следует, что при начальном условии $\xi_0 = 0$ параметр анизотропии достигает максимума ξ_{\max} при определенном значении собственного времени $\tau = \tau^*$. Этот максимум зависит от отношения сдвиговой вязкости к плотности энтропии η/S , значение которого заложено в формуле для времени релаксации в уравнении Больцмана. Низкие значения η/S соответствуют низким значениям ξ_{\max} , и наоборот. Таким образом, образование ударных волн возможно на протяжении всей эволюции материи, если $\xi_{\max} \leq \xi_{\text{crit}}$.

Была также рассмотрена угловая зависимость параметра анизотропии $\xi'(\alpha, \sigma)$. На рис. 12 изображён график функции $\xi'(\alpha|\sigma)$, где рассматривается область определения $\xi \in [0, \xi_{\text{crit}}(\pi/2)]$. Видно, что изотропизация системы возможна за счет генерации ударных волн данного типа. Для поперечного случая ($\alpha = \pi/2$) мы имеем большее падение анизотропии, чем для продольного случая.

В **четвёртой главе** производится анализ линейной устойчивости решений ударных волн при постоянной анизотропии.

Первый раздел содержит описание методики анализа устойчивости на примере изотропного случая. Линейная устойчивость ударных волн исследуется в соответствии с методом, описанным для релятивистской изотропной гидродинамики идеальной жидкости [57; 58]. Изложено описание данного подхода с незначительными правками и изменениями. Рассматривается плоская ударная волна (пусть нормаль направлена вдоль оси Oz) и вводится малое гармоническое возмущение на её поверхности в виде

$$f(t, x, y, z) = z - \eta e^{-i(\omega t + kx + ly)} = 0, \quad (17)$$

где η - малая амплитуда возмущения. Нас интересует режим неустойчивости, для которого k, l - действительные числа и $\text{Im } \omega > 0$. В этом случае возмущение нарастает экспоненциально во времени. Также считаем, что в общем случае $l \neq 0, k \neq 0$.

Далее линеаризуются уравнения движения, причём для вектора возмущений скоростей потока и давления предполагается следующий вид

$$\mathbf{W}(t, x, y, z) = (\delta P, \delta u_x, \delta u_y, \delta u_z) = \mathbf{Y}(z) e^{-i(\omega t + kx + ly)}, \quad (18)$$

где $\mathbf{Y}(z)$ - амплитуды возмущенных величин.

Предполагается, что при $z \rightarrow \pm\infty$ возмущения физических величин обращаются в нуль, так что $\delta u_0, \delta u_x, \delta u_y, \delta u_z, \delta P \rightarrow 0$. При таких граничных условиях экспоненциальный рост не может быть обусловлен передачей энергии от удаленных границ [57]. Область фазового пространства, где выполняется это граничное условие, вместе с $k, l \in \mathbb{R}, \text{Im } \omega > 0$ образует условие неустойчивости ударной волны.

Предполагается, что $\mathbf{Y}(z)$ допускает преобразование Лапласа в полупространствах $\Lambda_- : z < 0$ (за ударной волной) и $\Lambda_+ : z > 0$ (впереди ударной волны), тогда уравнения движения легко записываются в матричной форме

$$A_3^{-1} A \widehat{\mathbf{Y}}(m) = \pm i \mathbf{Y}(0), \quad \text{для } \Lambda_{\pm},$$

где $A_3, A =$ - матрицы, получаемые из уравнений движения.

Выражение для вектора $\mathbf{Y}(0)$ можно получить, используя уравнение сохранения проекции тензора энергии-импульса на нормаль к поверхности разрыва (7). Для известного вектора $\mathbf{Y}(0)$ можно воспользоваться методом Крамера, введя матрицы B_i ($i = 0, 1, 2, 3$), которые строятся заменой i -го столбца матрицы M на $\mathbf{Y}(0)$. Обозначая $\det B_i = \Delta_i$, $\det M = \Delta_M$, получаем следующее выражение

$$\widehat{\mathbf{Y}}(m) = \left(\frac{\Delta_0}{\Delta_M}, \frac{\Delta_1}{\Delta_M}, \frac{\Delta_2}{\Delta_M}, \frac{\Delta_3}{\Delta_M} \right).$$

Мы можем переписать вектор $\widehat{\mathbf{Y}}(m)$ в виде разложения по корням характеристического уравнения m_i :

$$\widehat{\mathbf{Y}}(m) = \sum_i \mathbf{C}_i \frac{1}{m - m_i}, \quad (19)$$

где \mathbf{C}_i - некоторые постоянные векторы.

Тогда для обратного преобразования Лапласа имеем

$$\frac{1}{2i\pi} \int e^{-qz} \frac{1}{\pm iq - m_i} dq \sim e^{\mp im_i z}, \quad \text{для } \Lambda_{\pm}. \quad (20)$$

Следовательно, $\mathbf{Y}(z)$ есть сумма плоских волн $e^{im_i z}$. Это означает, что система уравнений движения сводится к линейной системе уравнений, для непротиворечивости которой необходимо соблюдение условия $\text{Det } A = 0$. Это условие порождает характеристическое уравнение для m . Чтобы понять поведение решений $e^{\mp im_i z}$, необходимо проанализировать корни этого характеристического уравнения.

Анализ корней характеристического уравнения даёт связь между мнимыми и действительными частями ω и m . Для Λ_- ($z < 0$) было получено $\text{Im } m_0 < 0$, $\text{Im } m_2 < 0$, $\text{Im } m_3 < 0$, тогда при $z \rightarrow \infty$ имеем экспоненциальный рост из (20), что нарушает граничное условие, вследствие этого необходимо положить $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \mathbf{C}_3 = 0$. Для полупространства Λ_+ ($z > 0$) выполняются неравенства $\text{Im } m_0 < 0$, $\text{Im } m_2 < 0$, $\text{Im } m_3 > 0$, что приводит к условию необходимости выполнения условия $\mathbf{C}_3 = 0$.

Условие $\mathbf{C}_3 = 0$ и характеристическое уравнение порождают систему уравнений, наличие решений которой свидетельствовало бы о режиме неустойчивости.

Анализ устойчивости для ударной волны в изотропной релятивистской идеальной жидкости и анализ для продольной ударной волны в релятивистской анизотропной гидродинамике очень похожи. Оба рассуждения приводят к квадратичной нетривиальной части характеристического уравнения и, в дальнейшем, к системе уравнений, которая не имеет решений. Последнее свидетельствует об отсутствии неустойчивых мод.

Более сложные аналитические вычисления появляются для поперечной ударной волны, поскольку нетривиальная часть характеристического уравнения представляет собой полином третьей степени, корни которого находятся лишь с помощью формулы Кардано и имеют очень громоздкий вид. Вследствие этого, анализ в поперечном случае проводился несколько в другом порядке без явной подстановки корней характеристического уравнения в уравнение $C_3 = 0$. Анализ также показал отсутствие режима неустойчивости.

В последнем пункте проводился анализ устойчивости для случая произвольного полярного угла. В этом случае вектор нормали принимает вид $N^\mu = (0, \sin \alpha, 0 \cos \alpha)$. Предполагается, что восходящий поток движется со скоростью v , где $v_x = v \sin \alpha$, $v_z = v \cos \alpha$. Прошедший поток движется со скоростью v' , где $v'_x = v' \sin \alpha'$, $v'_z = v' \cos \alpha'$.

При введении гармонического возмущения на поверхность разрыва, необходимо теперь учесть полярный угол α . Уравнение возмущенной поверхности имеет вид

$$f(t, x, y, z) = x \sin \alpha + z \cos \alpha - e^{-i[\omega t + k(x \cos \alpha - z \sin \alpha) + ly]} = 0. \quad (21)$$

Ввиду аналитической неразрешимости уравнений в общем случае для ударной волны с произвольным полярным углом, анализ устойчивости проводился численно.

Характеристическое уравнение в этом случае может быть решено также численно относительно m . Корни характеристического уравнения равны

$$m_0 = -\frac{\omega - kv' \sin(\alpha - \alpha')}{mv' \cos(\alpha - \alpha')} \quad (22)$$

и три корня кубического уравнения, которые рассматриваются графически.

Для полупространства Λ_- было найдено, что для всех корней выполняется $\text{Im } m < 0$, что не отличается от поперечного и продольного случаев. Однако было выявлено появление областей, где $\text{Re } m < 0$ при $\text{Im } m > 0, \text{Re } \omega > 0$. Ранее наблюдалась чёткая закономерность - $\text{Re } m > 0$, если $\text{Im } m > 0, \text{Re } \omega > 0$. Таким образом, в случае произвольного полярного угла расширяется область возможных значений волновых чисел.

Результирующая система состояла из трёх уравнений и одного неравенства. Было обнаружено, что три уравнения имеют решения именно в

тех областях, где $\text{Re } m < 0$ при $\text{Im } m > 0$, $\text{Re } \omega > 0$, что обсуждалось выше. Однако, несмотря на существенно более широкую область возможных значений волновых чисел, не было выявлено никаких неустойчивых мод.

В заключении приводятся основные результаты работы.

Заключение

1. Предполагая постоянность параметра анизотропии, было получено волновое уравнение, из которого следует существование двух различных скоростей распространения звука в среде. Поперечная скорость звука $c_{s\perp}$ стремится к значению $1/\sqrt{2}$ при $\xi \rightarrow \infty$, а продольная скорость звука $c_{s\parallel}$ стремится к нулю при $\xi \rightarrow \infty$. Несмотря на то, что фиксация параметра является грубым приближением, полученное асимметричное волновое уравнение даёт верное качественное описание влияния анизотропии. Различие скоростей распространения звука немедленно ведёт к асимметрии конуса Маха. Основание конуса при наличии анизотропии описывается эллипсом, в отличие от окружности в изотропном случае. Показано, что аналитическое исследование углов раскрытия конуса (углов Маха) приводит к двум выражениям, зависящим от величины анизотропии и скорости движения потока. Данные формулы при стремлении параметра анизотропии к нулю переходят к значениям углов Маха в изотропном релятивистском случае.
2. Анизотропная релятивистская гидродинамика нулевого порядка позволяет получить разрывные решения для ударных волн. В рамках работы были получены аналитические решения для ударных волн сжатия в поперечном и продольном случаях расположения нормали к поверхности разрыва относительно оси пучка. Было показано, что в поперечном случае имеет место ослабление ударной волны, а в продольном случае - её усиление. Степень усиления (ослабления) выражается в увеличении (уменьшении) величины относительной разности скоростей падающего и прошедшего потоков.
3. Поскольку продольная скорость звука $c_{s\parallel}$ затухает от изотропного значения $1/\sqrt{3}$ в точке $\xi = 0$ до 0 в точке $\xi \rightarrow \infty$ и существование ударной волны возможно только при движении потока со скоростью, превышающей скорость звука, то для генерации ударной волны в направлении анизотропии требуется значительно меньшая скорость потока.
4. Численными методами были решены разрывные ударноволновые уравнения для произвольного расположения нормали к поверхности разрыва (произвольном полярном угле α). При неизменном

параметре анизотропии $\xi' = \xi$ было показано, что в анизотропной среде происходит преломление прошедшего через поверхность разрыва потока в сторону оси анизотропии (оси распространения пучка). Также было показано, что для больших значений анизотропии и большом отношении изотропных давлений $\sigma = P'_{\text{iso}}/P_{\text{iso}}$ имеет место ускорение потока после прохождения поверхности разрыва, что является атрибутом волн разрежения. Данное поведение может указывать на некоторые ограничения на параметр анизотропии, а также на необходимость различия величин анизотропии впереди и позади ударной волны. Было продемонстрировано, что генерация ударной волн данного типа при определённых углах α может дать вклад в распределение по p_T в столкновениях тяжёлых ядер.

5. Были получены решения для ударных волн сжатия (при отношении изотропных давлений $\sigma = P'_{\text{iso}}/P_{\text{iso}} > 1$) в безмассовом газе при отсутствии преломления падающего потока (при $\alpha = \alpha'$) в рамках анизотропной релятивистской гидродинамики. Если анизотропия падающего потока ξ задана, то для прошедшего потока параметр анизотропии ξ имеет два решения, причём существует критическая точка ξ_{crit} , разделяющая два пространства решений. Было показано, что описание ударных и существование изотропного предела $\xi \rightarrow 0$ волн возможно только при $\xi \leq \xi_{\text{crit}}$. Иными словами, существование ударных волн возможно при малых анизотропиях. Несмотря на достаточно сильные ограничения на параметр анизотропии, предположение отсутствия преломления потока ($\alpha' = \alpha$) является более "мягким" чем предположение неизменяемости анизотропии ($\xi' = \xi$). Однако, возможно, существует переход от рассмотренного в работе случая $\alpha = \alpha'$ к случаю $\xi = \xi'$, при котором $\xi_{\text{crit}} \rightarrow \infty$.
6. Эволюция параметра анизотропии ξ , которую можно получить из уравнений движения, например, для буст-инвариантного случая, определяется отношением сдвиговой вязкости к плотности энтропии η/S . При нулевой начальной анизотропии ($\xi_0 = 0$) мы получаем связь между максимальным значением параметра анизотропии ξ , достигаемым в ходе эволюции, и η/S , что также может привести к оценке значений η/S , при которых возможна генерация ударных волн. Найденные значения критической точки ξ_{crit} показывают, что низкие значения η/S необходимы для существования ударных волн в течение всей эволюции системы $\xi_0 = 0$.
7. Также было показано, что образование ударных волн может привести к изотропизации системы, поскольку $\xi' \leq \xi$. Механизм изотропизации в случае поперечных ударных волн сильнее, чем в случае продольных ударных волн.

8. Для полученных решений ударных волн с постоянной анизотропией был проведён анализ их устойчивости к малому гармоническому возмущению. Аналитически была показана линейная устойчивость ударных волн в поперечном и продольном случаях. Для произвольного полярного угла были проведены численные расчёты. Анализ корней характеристического уравнения показал наличие более широкой области возможных значений волновых чисел. Однако дальнейшие численные расчёты не выявили существование режима неустойчивости.

Публикации автора по теме диссертации

- A50. *Kirakosyan M., Kovalenko A., Leonidov A.* Sound propagation and Mach cone in anisotropic hydrodynamics [текст] // The European Physical Journal C. — 2018. — Vol. 79. — P. 1–5.
- A51. *Kovalenko A., Leonidov A.* Shock waves in relativistic anisotropic hydrodynamics [текст] // Eur. Phys. J. C. — 2022. — Vol. 82, no. 4. — P. 378.
- A52. *Kovalenko A.* Critical Point from Shock Waves Solution in Relativistic Anisotropic Hydrodynamics [текст] // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. — 2024. — Vol. 51, no. 1. — P. 1–6.
- A53. *Kovalenko A.* Linear stability of shock waves in ultrarelativistic anisotropic hydrodynamics [текст] // Eur. Phys. J. C. — 2023. — Vol. 83, no. 8. — P. 754.
- A54. *Kovalenko A.* Stability of Shock Waves in Anisotropic Hydrodynamics [текст] // Phys. Part. Nucl. — 2021. — Vol. 52, no. 4. — P. 569–570.

Список литературы

1. *Busza W., Rajagopal K., Schee W. van der.* Heavy Ion Collisions: The Big Picture, and the Big Questions [текст] // Annual Review of Nuclear and Particle Science. — 2018. — Feb. — Vol. 68.
2. *Rafelski J.* Discovery of Quark-Gluon Plasma: Strangeness Diaries [текст] // The European Physical Journal Special Topics. — 2020. — Jan. — Vol. 229. — P. 1–140.
3. *Romatschke P., Strickland M.* Collective Modes of an Anisotropic Quark-Gluon Plasma [текст] // Physical Review D. — 2003. — May. — Vol. 68.
4. *Heinz U., Snellings R.* Collective Flow and Viscosity in Relativistic Heavy-Ion Collisions [текст] // Annual Review of Nuclear and Particle Science. — 2013. — Jan. — Vol. 63.

5. *Strickland M.* Anisotropic Hydrodynamics: Three Lectures [текст] // Acta Physica Polonica B. — 2014. — Oct. — Vol. 45.
6. *Muronga A.* Second Order Dissipative Fluid Dynamics for Ultra-Relativistic Nuclear Collisions [текст] // Physical Review Letters. — 2002. — Jan. — Vol. 88.
7. *Kolb P. F., Heinz U. W.* Hydrodynamic description of ultrarelativistic heavy ion collisions [текст]. — 2003. — May.
8. *Baier R., Romatschke P., Wiedemann U. A.* Dissipative hydrodynamics and heavy-ion collisions [текст] // Phys. Rev. C. — 2006. — июнь. — т. 73, вып. 6. — с. 064903.
9. *Martinez M., Strickland M.* Constraining relativistic viscous hydrodynamical evolution [текст] // Phys. Rev. C. — 2009. — Apr. — Vol. 79, issue 4. — P. 044903.
10. *Ryblewski R., Florkowski W.* Highly anisotropic and strongly dissipative hydrodynamics with transverse expansion [текст] // European Physical Journal. — 2011. — Vol. C, 71(11). — P. 1761.
11. *Martinez M., Strickland M.* Dissipative dynamics of highly anisotropic systems [текст] // Nucl.Phys. — 2010. — Vol. A, no. 848. — P. 183—197.
12. *Martinez M., Ryblewski R., Strickland M.* Boost-Invariant (2+1)-dimensional Anisotropic Hydrodynamics [текст] // Physical Review C. — 2012. — Apr. — Vol. 85.
13. *Florkowski W., Ryblewski R., Strickland M.* Anisotropic Hydrodynamics for Rapidly Expanding Systems [текст] // Nuclear Physics A. — 2013. — Vol. 916.
14. *Alqahtani M., Nopoush M., Strickland M.* Relativistic anisotropic hydrodynamics [текст] // Prog. Part. Nucl. Phys. — 2018. — Vol. 101. — P. 204—248.
15. Non-boost-invariant dissipative hydrodynamics [текст] / W. Florkowski [и др.] // Phys. Rev. C. — 2016. — дек. — т. 94, вып. 6. — с. 064903.
16. Derivation of transient relativistic fluid dynamics from the Boltzmann equation [текст] / G. S. Denicol [и др.] // Phys. Rev. D. — 2012. — июнь. — т. 85, вып. 11. — с. 114047.
17. *Nopoush M., Ryblewski R., Strickland M.* Anisotropic hydrodynamics for conformal Gubser flow [текст] // Phys. Rev. D. — 2015. — Feb. — Vol. 91, issue 4. — P. 045007.
18. *Martinez M., McNelis M., Heinz U.* Anisotropic fluid dynamics for Gubser flow [текст] // Phys. Rev. C. — 2017. — May. — Vol. 95, issue 5. — P. 054907.

19. *Tinti L., Florkowski W.* Projection method and new formulation of leading-order anisotropic hydrodynamics [текст] // Phys. Rev. C. — 2014. — Mar. — Vol. 89, issue 3. — P. 034907.
20. *Nopoush M., Ryblewski R., Strickland M.* Bulk viscous evolution within anisotropic hydrodynamics [текст] // Phys. Rev. C. — 2014. — July. — Vol. 90, issue 1. — P. 014908.
21. Leading-order anisotropic hydrodynamics for systems with massive particles [текст] / W. Florkowski [et al.] // Phys. Rev. C. — 2014. — May. — Vol. 89, issue 5. — P. 054909.
22. Anisotropic hydrodynamic modeling of 2.76 TeV Pb-Pb collisions [текст] / M. Alqahtani [и др.] // Phys. Rev. C. — 2017. — окт. — т. 96, вып. 4. — с. 044910.
23. Anisotropic hydrodynamic modeling of heavy-ion collisions at LHC and RHIC [текст] / M. Alqahtani [и др.] // Nucl. Phys. A. — 2019. — т. 982. — с. 423—426.
24. *Chew G. F., Goldberger M. L., Low F. E.* The Boltzmann Equation and the One-Fluid Hydromagnetic Equations in the Absence of Particle Collisions [текст] // Proceedings of the Royal Society of London Series A. — 1956. — июль. — т. 236, № 1204. — с. 112—118.
25. *Gedalin M.* Linear waves in relativistic anisotropic magnetohydrodynamics [текст] // Phys. Rev. E. — 1993. — июнь. — т. 47, вып. 6. — с. 4354—4357.
26. *Beskin V., Kuznetsova I.* Grad-Shafranov Equation with Anisotropic Pressure [текст] // The Astrophysical Journal. — 2000. — апр. — т. 541.
27. *Rischke D. H., Bernard S., Maruhn J. A.* Relativistic hydrodynamics for heavy ion collisions. 1. General aspects and expansion into vacuum [текст] // Nucl. Phys. A. — 1995. — Vol. 595. — P. 346—382.
28. *Dumitru A., Rischke D. H.* Collective dynamics in highly relativistic heavy-ion collisions [текст] // Phys. Rev. C. — 1999. — Jan. — Vol. 59, issue 1. — P. 354—363.
29. *Gyulassy M., Rischke D. H., Zhang B.* Hot spots and turbulent initial conditions of quark-gluon plasmas in nuclear collisions [текст] // Nuclear Physics A. — 1997. — Vol. 613, no. 4. — P. 397—434.
30. *Casalderrey-Solana J., Shuryak E., Teaney D.* Conical Flow induced by Quenched QCD Jets [текст] // Nucl. Phys. — 2006. — Vol. A, no. 774. — P. 577—580.
31. *Renk T., Ruppert J.* Three-particle azimuthal correlations and Mach shocks [текст] // Phys. Rev. — 2007. — Vol. C, no. 76. — P. 014908.

32. *Roy V., Chaudhuri A.* Equation of state dependence of Mach cone like structures in Au+Au collisions [текст] // J.Phys. — 2010. — Vol. G, no. 37. — P. 035105.
33. *STAR-Collaboration.* Azimuthal di-hadron correlations in d+Au and Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}}=200$ GeV from STAR [текст] // Phys. Rev. — 2010. — Vol. C, no. 82. — P. 024912.
34. *PHENIX-Collaboration.* Transition in Yield and Azimuthal Shape Modification in Dihadron Correlations in Relativistic Heavy Ion Collisions [текст] // Phys. Rev. Lett. — 2010. — No. 104. — P. 252301.
35. *Dremin I. M.* In-medium QCD and Cherenkov gluons [текст] // Eur.Phys.J. — 2008. — Vol. C, no. 56. — P. 81–86.
36. Relativistic Shock Waves in Viscous Gluon Matter [текст] / I. Bouras [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2009. — July. — Vol. 103, issue 3. — P. 032301.
37. *Wang F.* Novel phenomena in particle correlations in relativistic heavy-ion collisions [текст] // Progress in Particle and Nuclear Physics. — 2014. — Vol. 74. — P. 35–54.
38. *Rischke D. H., Gyulassy M.* The maximum lifetime of the quark-gluon plasma [текст] // Nuclear Physics A. — 1996. — Vol. 597, no. 4. — P. 701–726.
39. *Redlich K., Satz H.* Critical behavior near deconfinement [текст] // Phys. Rev. D. — 1986. — June. — Vol. 33, issue 12. — P. 3747–3752.
40. *Karsch F.* Recent lattice results on finite temperature and density QCD, part I [текст] // Proceedings of Science. — 2007. — Dec.
41. *Cartwright C., Kaminski M., Knipfer M.* Hydrodynamic attractors for the speed of sound in holographic Bjorken flow [текст] // Phys. Rev. D. — 2023. — май. — т. 107, вып. 10. — с. 106016.
42. *Ландау Л. Д., Луфшурц Е. М.* Теоретическая физика, том VI, Гидродинамика [текст] / под ред. Л. П. Питаевский. — 6-е изд, исправ. — Москва : Физматлит, 2021. — 727 с.
43. *Hiscock W. A., Lindblom L.* Linear plane waves in dissipative relativistic fluids [текст] // Phys. Rev. D. — 1987. — June. — Vol. 35, issue 12. — P. 3723–3732.
44. *Israel W., Stewart J.* Transient relativistic thermodynamics and kinetic theory [текст] // Annals of Physics. — 1979. — Vol. 118, no. 2. — P. 341–372.
45. *Heinz U., Song H., Chaudhuri A.* Dissipative hydrodynamics for viscous relativistic fluids [текст] // Physical Review C. — 2005. — Nov. — Vol. 73.

46. *Molnar E., Niemi H., Rischke D.* Numerical tests of causal relativistic dissipative fluid dynamics [текст] // European Physical Journal C. — 2009. — July. — Vol. 65.
47. *Denicol G., Koide T., Rischke D.* Dissipative Relativistic Fluid Dynamics: A New Way to Derive the Equations of Motion from Kinetic Theory [текст] // Physical review letters. — 2010. — Oct. — Vol. 105. — P. 162501.
48. *Olson T. S., Hiscock W. A.* Plane steady shock waves in Isreal-Stewart fluids [текст] // Annals of Physics. — 1990. — Vol. 204, no. 2. — P. 331—350.
49. *Majorana A., Motta S.* Shock Structure in Relativistic Fluid-Dynamics [текст]. — 1985.
55. *Mitchell T. P., Pope D. L.* Shock Waves in an Ultra-Relativistic Fluid [текст] // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. — 1964. — т. 277, № 1368. — с. 24—31.
56. *Зельдович Я. Б.* Теория ударных волн и введение в газодинамику [текст]. — Москва-Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. — 186 с.
57. *Gardner C. S., Kruskal M. D.* Stability of Plane Magnetohydrodynamic Shocks [текст] // The Physics of Fluids. — 1964. — Vol. 7, no. 5. — P. 700—706.
58. *Russo G., Anile A. M.* Stability properties of relativistic shock waves: Basic results [текст] // Physics of Fluids. — 1987. — Vol. 30. — P. 2406—2413.