

## Отзыв

официального оппонента доктора физико-математических наук,  
профессора Иванова Евгения Алексеевича о диссертационной работе  
Э.Т. Мусаева «Ковариантный подход к изучению дуальностей в  
теории суперструн и в М-теории»,  
представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук  
по специальности 1.3.3 – «Теоретическая физика».

Диссертация Эдварда Таваккуловича Мусаева посвящена интересной и актуальной проблеме изучения симметрий пространства вакуумов теории струн и М-теории и разработке теоретико-полевого формализма, ковариантного по отношению к этим симметриям.

Теория суперструн в настоящее время рассматривается как основной кандидат на роль единой теории всех взаимодействий. Согласно сегодняшним воззрениям, различные варианты суперструн (струны типа II A, II B, гетеротическая струна и др), равно как и соответствующие супергравитации, а также разнообразные браны и 11-мерная супергравитация как максимально расширенная супергравитация, включая их размерные редукции, отвечают различным вакуумам М-теории. Последняя ``живёт" в 11-мерном пространстве и включает в себя теории суперструн, которые являются редукцией М-теории в размерность 10. Хотя полное явно ковариантное описание М-теории неизвестно, информацию о ней можно получить, изучая её пределы, отвечающие вышеуказанным вакуумам. Обнаружилось, что в соответствующих вариантах теории суперструн имеются нетривиальные симметрии, дуальности, которые могут выполняться в каждом порядке струнной теории возмущений, или быть непертурбативными. К первому классу относится знаменитая Т-дуальность, которая существует при наличии той или иной изометрии у теории над данным вакуумом. Метрика, кручение и дилатон струнных конфигураций, связанных Т-дуальностью, вычисляются по правилам Бушера. Т-дуальность можно сделать явной, т.е. реализованной как род изометрии, в пространстве удвоенной размерности, в котором дополнительные размерности - компактные, и они связаны с модами намотки струны на максимальный тор. Соответственно, стандартное пространственно-временное описание суперструны расширяется до Лагранжиана двойной теории поля. Зависимость от лишних координат в итоге исключается наложением условия проекции, которое в теории струн эквивалентно секционному условию. Известны также непертурбативные S-дуальность, связывающая режимы сильной и слабой связи, а также наиболее общая U-дуальность, которая является обобщением Т-дуальности на мембранные конфигурации и включает Т- и S- дуальности как частные случаи. Аналогом двойной теории поля в случае U-дуальности являются исключительные теории поля,



количество дополнительных координат в которых связано с числом мод намоток различных бран М-теории. Различные проекции расширенного пространства соответствуют различным группам U-дуальности и описывают различные сектора М-теории. Исследование геометрических свойств, присущих двойной и исключительной теорий поля, является чрезвычайно актуальной задачей, решение которой призвано существенно прояснить непертурбативную структуру М-теории.

Среди множества работ, посвящённых этой ``горячей" тематике, работы Эдварда Мусаева, составившие содержание его докторской диссертации, выделяются тем, что в них получен ряд пионерских результатов и открыты новые направления исследований.

Во-первых, это формулировка исключительной теории поля для групп  $SL(5)$ ,  $SO(5,5)$ ,  $E_6$  и ее суперсимметричного расширения для  $E_6$ . Впервые были построены размерные редукции ее скалярного сектора и была показана связь с калиброванными супергравитациями. В целом новым направлением можно считать всю эту U-ковариантную формулировку М-теории в теоретико-полевых терминах.

Во-вторых, это идея ковариантного описания бран в теории струн и М-теории через вложения в расширенное пространство. В таком виде все браны представляют собой единый объект, по-разному воспринимаемый после проекции. После этого было немало работ, развивающих эту идею дальше.

Наконец, самое богатое на приложения направление состоит в формулировке общего формализма описания деформаций решений (так называемые тривекторные деформации). В диссертацию, помимо самой оригинальной идеи такого описания, вошли конкретные формулы преобразования и результаты в терминах исключительных алгебр Дринфельда. Из предложенного подхода уже выросло немало очень интересных результатов, типа деформаций на компактных изометриях, решений, дуальных дефектным SFT, обобщения 11-мерной супергравитации и т.п.

Среди других интересных результатов стоит упомянуть техники генерации решений уравнений супергравитации, построение геометрий микросостояний черных дыр, изучения зеркальной симметрии, программы Лэнглендса, а также построение спектра операторов в голографически дуальных суперконформных теориях. Соответствующие области активно развиваются и поэтому разработка методов, позволяющий исследовать сугубо струнные симметрии в терминах теоретико-полевого формализма представляет несомненную научную ценность. Кроме того, следует отметить приложения формализма к размерным редукциям 10-мерной супергравитации, конкретнее, построение скалярного потенциала теории в низкой размерности. Проблема построения скалярного потенциала с минимальным количеством плоских направлений хорошо известна и является актуальной задачей струнной космологии. Это также указывает на высокую актуальность темы представленной диссертации.



Диссертация состоит из Введения, шести глав, Заключения и списка литературы, который содержит 271 наименование.

Во Введении и двух первых главах диссертации вводятся основные понятия, в ней используемые. В первой главе объясняются понятия абелевой T-дуальности и ее неабелевых расширений, в том числе пуассон-лиевой T-дуальности. Вторая глава посвящена симметриям U-дуальности в M-теории и в 11-мерной супергравитации. В частности, демонстрируется возникновение группы Вейля исключительных алгебр U-дуальности как симметрий спектра 1/2БПС состояний в размерности одиннадцать. Также в первой части диссертации вводится понятие калиброванной супергравитации, описывается тензорная иерархия соответствующих теорий и ее связь с суперсимметричными мембранами M-теории. В частности, во второй главе продемонстрировано возникновение симметрии Кремера-Джулиа в размерных редукциях 11-мерной супергравитации на плоской тор и ее связь с симметрией U-дуальности M-теории.

В третьей главе приводится описание разработанного Э.Т. Мусаевым теоретико-полевого формализма, ковариантного по отношению к струнным симметриям дуальности. Этот метод основан на расширении пространства-времени дополнительными направлениями, соответствующими модам намотки всех 1/2БПС бран в случае торической редукции. В общем случае торическая редукция не предполагается. Так расширенное пространство позволяет распределить все поля теории и их производные по мультиплетам по группы U-дуальности. При этом на поля накладывается условие проекции, необходимое для замкнутости алгебры инфинитезимальных координатных преобразований. В диссертации построены кинетический лагранжиан, скалярный потенциал и действие Черна-Саймонса для теорий, ковариантных относительно локальных преобразований из групп  $SL(5)$ ,  $SO(5,5)$ ,  $E_6$ . В последнем случае построен полностью суперсимметричный формализм. Показано вложение 11-мерной супергравитации и супергравитации типа IIB в построенные исключительные теории поля. Особенностью построенного ковариантного формализма состоит в том, что он предлагает теоретико-полевого подход к существенно струнным симметриям, которые не реализуются в обычных теориях поля. Данный формализм позволяет изучать явления и объекты, существенным образом связанные с дуальностями: негеометрические флакс-компактификации, динамику экзотических бран, методы генерации решений 11-мерной супергравитации и т.п.

В четвертой главе построены размерные редукции типа Шерка-Шварца скалярного сектора исключительных теорий поля с группами симметрии  $SL(5)$ ,  $SO(5,5)$  и  $E_6$ . Показано, что действие для скаляров, содержащее производные вдоль направлений расширенного пространства, воспроизводит скалярный потенциал максимальный калиброванных супергравитаций с соответствующими глобальными группами. В диссертации демонстрируется, что все компоненты тензора погружения выражаются через обобщенные твистовые матрицы и их производные, включая компоненты,



соответствующие негеометрическим флаксам. Таким образом, обобщенная редукция Шерка-Шварца построенных исключительных теорий поля описывает размерные редукции в присутствии негеометрических флаксов, которые не описываются в терминах стандартной супергравитации.

Пятая глава посвящена описанию динамики пятимерных бран, принадлежащих орбите T-дуальности NS5-браны в ковариантном формализме. Показано, что эффективные действия всех пяти бран упомянутой орбиты представляют собой проекции единого действия, которое включает кинетический член и действие Весса-Зумино. То же показано для действия Весса-Зумино Dp-бран. В диссертации Э.Т. Мусаевым предложен метод обобщенных векторов Киллинга и тензорных зарядов бран для описания ориентации браны в расширенном пространстве и получены условия, которым должны удовлетворять введенные объекты. Этот же формализм приложенный к решениям полевых уравнений двойной теории поля позволяет получить фоны экзотических бран из стандартных. При этом решения получаются локализованными в дуальном пространстве, что соответствует учету инстантонных поправок на мировом листе струны. Та же локализация показана для браны  $b^{(3,1)}$  M-теории.

В шестой главе рассматриваются неабелевы обобщения T- и U-дуальности, которые включают пуассон-лиеву и намбу-лиеву дуальности. В диссертации Э.Т. Мусаевым предложены преобразования решений уравнений 11-мерной супергравитации, которые естественным образом обобщают известные преобразования неабелевой T-дуальности 10-мерных решений. Алгоритм основан на ковариантном формализме исключительных теорий поля и включает внешний автоморфизм группы абелевой U-дуальности, что для группы T-дуальности эквивалентно дуализации всех направлений. Показано, что алгоритм всегда дает решения уравнений 11-мерной супергравитации по построению. В диссертации представлены конкретные примеры неабелево U-дуальных решений. Наряду с неабелевой T-дуальностью предложенные преобразования выступают в роли преобразований, генерирующих новые решения уравнений 11-мерной супергравитации.

В Заключение сформулированы положения, выносимые на защиту, и представлены наиболее интересные направления дальнейших исследований по тематике диссертации.

Оценивая работу в целом, могу сказать, что диссертация Э.Т. Мусаева является законченным исследованием в актуальной области теоретической физики, выполненным на высоком научном уровне. Следует отметить хорошее изложение материала, что облегчает понимание диссертации. Автору стоит опубликовать её в журнале как обзор.

Результаты диссертации своевременно опубликованы в зарубежных и отечественных рецензируемых журналах, в том числе, в журналах первого квартиля, и в 5 статьях в сборниках трудов конференций и неоднократно докладывались на международных конференциях. Все работы выполнены при непосредственном участии диссертанта, и его вклад в эти работы является определяющим.



В качестве замечаний стоит отметить

1. При обсуждении неабелевой T-дуальности не поясняются глобальные свойства дуального фона и отсутствуют ссылки на процедуру определения диапазона изменения дуальной координаты в неабелевом случае.
2. При обсуждении T-дуальности в теории струн в Главе 1 отсутствует обсуждение решетки Нарэйна и нарушение  $O(d,d;R)$  до  $O(d,d;Z)$  при переходе от супергравитации к струне.

Эти замечания, однако, не снижают ценности полученных в диссертации результатов.

Диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ №842 от 24 сентября 2013 года, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Автореферат диссертации полностью отражает содержание диссертации и опубликованные статьи по её тематике.

Диссертант Э.Т. Мусаев несомненно заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.3.3 – «Теоретическая физика».

Официальный оппонент,  
начальник сектора  
Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова,  
Объединенного института ядерных исследований,  
доктор физико-математических наук, профессор Е.А. Иванов

141980, г.Дубна, Московская область, ОИЯИ, ЛТФ  
Тел. +749621 63024  
e-mail: eivanov@theor.jinr.ru

Подпись Е.А. Иванова заверяю:

Заместитель директора ЛТФ им. Н.Н. Боголюбова,  
Объединенного института ядерных исследований,  
доктор физико-математических наук

29 февраля 2024 г.

О.В. Теряев



Список основных работ Е.А. Иванова по теме защищаемой диссертации в рецензируемых научных изданиях за последние 5 лет:

1. Buchbinder Ioseph, Ivanov Evgeny, Zaigraev Nikita.  $N = 2$  higher spins: superfield equations of motion, the hypermultiplet supercurrents, and the component structure // JHEP — 2023. — Vol. 03 — 036 P. — 2212.14114
2. Buchbinder Ioseph, Ivanov Evgeny, Merzlikin Bodirs, Stepanyantz Konstantin. On two-loop divergences of effective action in 6D,  $N = (1, 1)$  SYM theory // JHEP — 2023. — Vol. 05 — 089 P. — 2212.03766
3. Buchbinder Ioseph, Ivanov Evgeny, Zaigraev Nikita. Off-shell cubic hypermultiplet couplings to  $N = 2$  higher spin gauge superfields // JHEP. — 2022. — Vol. 05. — 104 P. — 2202.08196.
4. Ivanov Evgeny, Sidorov Stepan. Couplings of  $N=4$ ,  $d=1$  mirror supermultiplets // Phys. Rev. D. — 2022. — Vol. 105, no. 8. — 086027 P. — 2112.04420.
5. Buyucli Serafim, Ivanov Evgeny. Higher-dimensional invariants in 6D super Yang-Mills theory // JHEP. — 2021. — Vol. 07. — 190 P. — 2105.05899.
6. Delduc F., Ivanov E.  $N=4$  supersymmetric  $d = 1$  sigma models on group manifolds // Nucl. Phys. B. — 2019. — Vol. 949. — 114806 P. — 1907.09518.
7. Ivanov Evgeny, Lechtenfeld Olaf, Sidorov Stepan. Deformed  $N = 8$  Supersymmetric Mechanics // Symmetry. — 2019. — Vol. 11, no. 2. — 135 P. DOI: 10.3390/sym11020135.
8. Ivanov Evgeny, Nersessian Armen, Shmavonyan Hovhannes. CPN -Rosochatius system, superintegrability, supersymmetry // Phys. Rev. D. — 2019. — Vol. 99, no. 8. — 085007 P. — 1812.00930.