

Отзыв официального оппонента
на диссертацию В.В.Мишнякова “Матричные модели и
интегрируемость”,
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 1.3.3 –
теоретическая физика.

Построение и исследование общих свойств, характерных для различных, но похожих теорий, объединение их в одно целое - одна из основных задач современной теоретической и математической физики. В этом подходе существенное место занимают матричные модели, сохраняющие основные свойства теорий поля: интегрируемость, различные способы представления ответа, а с другой стороны они допускают точное решение. Последнее позволяет получить полное описание их в простых терминах, например, матрично-модельное описание. Было показано, что разложение по диаграммам Фейнмана-т'Хоофта в матричных моделях совпадает с разложением по римановым поверхностям в теории струн. Именно развитию теории матричных моделей и их связей с интегрируемостью посвящена рассматриваемая диссертация.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, списка литературы и трех приложений.

Во введении автор обосновывает актуальность предлагаемой тематики исследований, дает обзор соответствующей научной литературы. Здесь же формулируются основные результаты, выносимые на защиту.

В первой главе автор вводит основные понятия теории матричных моделей, используемые в диссертации. При этом главным образом рассматривается связь условия Вирасоро и интегрируемости. Возникающая инвариантность функционального интеграла приводит к наличию бесконечной системы соотношений на корреляторы. Интегрируемость матричных моделей – это равенство статсумм матричных моделей τ -функциям интегрируемых систем, откуда следует, что статсуммы матричных моделей удовлетворяют различным билинейным соотношениям. Автор показывает, что интегрируемость в простейших случаях связана с возможностью описания матричных моделей на языке двумерной конформной теории свободных фермионов. Далее в этой главе автор рассматривает свойство суперинтегрируемости, дает примеры соответствующих моделей.

Вторая глава посвящена эрмитовой матричной модели, а именно связи между условиями Вирасоро, интегрируемости и суперинтегрируемости в ней. Автор показывает, что условия Вирасоро в базисе характеров имеют единственное решение и предлагает анзац для решения. В результате получены выражения средних от функций Шура. В то же время, явно, на уровне средних от характеров, демонстрируется, что одновременный учет уравнений интегрируемой иерархии и лишь одного из условий Вирасоро позволяет восстановить полный ответ.

Третья глава посвящена исследованию известного W -представления в матричных моделях. Здесь доказывается, что условия Вирасоро в некоторых моделях можно

свести к одному, достаточно простому, уравнению, полностью задающему статусу. Это, в свою очередь, позволяет решить уравнение в терминах W -представления. В свою очередь следствием такого представления является реализация старой идеи о представлении статусы в форме эволюции в пространстве теорий. Помимо этого, автор показывает, что из W -представления можно восстановить свойство суперинтегрируемости в разложении по характерам. Автор выводит также W -представление для обобщенной модели Концевича. Этот случай существенно более сложен технически. Показано, что получающееся единственное уравнение содержит операторы разной градуировки, так что решением такого уравнения является упорядоченная экспонента. Автор рассматривает эффект на примере потенциалов четвертой и пятой степени и приводит схему общего ответа.

В четвертой главе автор проверяет согласованность различных деформаций матричных моделей со сформулированными утверждениями. Здесь рассматриваются два вида деформаций. Во-первых, это деформация, обобщающая эрмитовы случайные матрицы. Показано, что рассмотренные автором алгебраические свойства W -операторов допускают деформацию, где вместо функций Шура следует рассматривать функции Джека. Показано также, что действие оператора на них согласовано с известным свойством суперинтегрируемости. Кроме того автор исследует модели, связанные с так называемыми Q -функциями Шура. Он доказывает, что для таких моделей также существуют W -операторы, имеющие специальное представление в базисе Q -функций. В качестве примера рассмотрена модель Брезана–Гросса–Виттена.

В пятой главе автор рассматривает логарифмическую матричную модель в представлении Доценко–Фатеева для конформного блока, чтобы установить связь между условиями Вирасоро, интегрируемостью и уравнениями Пенлеве для матричных моделей. Линейная комбинация конформных блоков удовлетворяет уравнению Пенлеве VI, которое также возникает в теории функций Некрасова и в матричных моделях. Автор показывает, что наиболее удобный язык для изучения интегрируемости в моделях Доценко–Фатеева – это уравнения Хироты в переменных Мивы, являющиеся в этом случае конечно-разностными. Автор показывает, что система из восьми τ -функций делится на две части: квадратичные уравнения интегрируемой системы и тождества Уорда.

Автор подробно рассматривает, как предлагаемая конструкция ведет себя в неавтономном пределе калибровочной теории от $5d$ к $4d$. В частности, показано, что соотношение “интегрируемость + струнное уравнение = Пенлеве” согласуется с непрерывным пределом. Автор изучает предельный переход и получает новое представление τ -функции дифференциального уравнения Пенлеве в терминах конформных блоков.

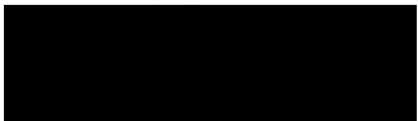
В Заключение автор перечисляет основные результаты, выносимые на защиту, и обсуждает их дальнейшее развитие. В Приложения вынесены основные факты из теории симметрических функций и характеров, использованные в работе; статусы для обобщенной модели Концевича и доказательство интегрируемости в модели Натансона–Орлова.

В диссертации автор подробно исследовал и описал связь нескольких важных

свойств матричных моделей: интегрируемости, суперинтегрируемости, тождеств Уорда и W -представления. Результаты диссертации хорошо известны специалистам и цитируются как в российских, так и в международных изданиях. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. Основные результаты диссертации являются новыми, представляют несомненный научный интерес и в достаточной мере отражены в опубликованных работах автора.

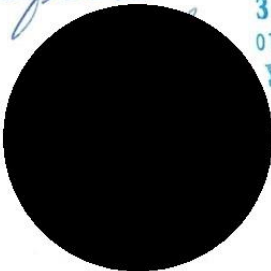
Диссертация В.В.Мишнякова "Матричные модели и интегрируемость" удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Мишняков Виктор Викторович, несомненно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 – теоретическая физика.

Доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник
Математического института им. В.А.Стеклова РАН



А.К.Попробков

*Подпись А.К. Попробкова
заведующего*



ЗАВЕДУЮЩИЙ
ОТДЕЛОМ КАДРОВ
УСАЧЕВА О. Г.

Список основных работ по теме защищаемой диссертации в рецензируемых научных изданиях за последние 5 лет (не более 15):

1. Pogrebkov, Andrei K. "Kadomtsev–Petviashvili hierarchy: negative times." *Mathematics* 9.16 (2021): 1988.
2. Pogrebkov A. K. et al. Negative times of the Davey-Stewartson integrable hierarchy //SIGMA. Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications. – 2021. – Т. 17. – С. 091.
3. Погребков А. К. Коммутаторные тождества и интегрируемые иерархии //Теоретическая и математическая физика. – 2020. – Т. 205. – №. 3. – С. 391-399.
4. Погребков А. К. Мультипликативные динамические системы в терминах индуцированной динамики //Теоретическая и математическая физика. – 2020. – Т. 204. – №. 3. – С. 436-444.
5. Pogrebkov A. K. Induced dynamics //Journal of Nonlinear Mathematical Physics. – 2020. – Т. 27. – №. 2. – С. 324-336.
6. Pogrebkov A. Hirota Difference Equation and Darboux System: Mutual Symmetry //Symmetry. – 2019. – Т. 11. – №. 3. – С. 436.
7. Погребков А. К. Высшие разностные уравнения Хироты и их редукции //Теоретическая и математическая физика. – 2018. – Т. 197. – №. 3. – С. 444-463.