



Мусаев Эдвард Таваккулович

**Ковариантный подход к изучению дуальностей в теории
суперструн и в М-теории**

Специальность 1.3.3 —
«теоретическая физика»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)».

Официальные оппоненты: **Арефьева Ирина Ярославна**,
доктор физико-математических наук, проф.
член.-кор. РАН,
ФГБУН Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук,
главный научный сотрудник

Иванов Евгений Алексеевич,
доктор физико-математических наук, проф.,
Международная межправительственная организация Объединенный институт ядерных исследований,
начальник сектора лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова

Юнг Алексей Викторович,
доктор физико-математических наук, проф.,
Петербургский институт ядерной физики НИЦ Курчатовский институт,
заведующий сектором теоретической физики высоких энергий

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Томский государственный педагогический университет»

Защита состоится 25 марта 2024 года на заседании диссертационного совета 24.1.262.04 при ФГБУН Физический институт имени П. Н. Лебедева Российской академии наук по адресу: г. Москва, Ленинский проспект, д. 53.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФИАН.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: г. Москва, Ленинский проспект, д. 53, ученому секретарю диссертационного совета 24.1.262.04.

Автореферат разослан ____ . ____ . ____ .
Телефон для справок: +7(499)132-63-03.

Ученый секретарь
диссертационного совета
24.1.262.04,
к. физ.-мат. наук

Чернышов Дмитрий Олегович

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Симметрии физических систем, особенно имеющие геометрическую природу, являются одним из основных принципов, позволяющих получать информацию о динамике систем, в том числе непертурбативной. Особенную ценность представляют симметрии систем, отражающие дуальности — такие преобразования системы, меняющие формализм, но оставляющие физику неизменной (например, АдС/КТП соответствие). Диссертация посвящена исследованию симметрий T- и U-дуальности в теории струн и M-теории и их проявлений в динамике мембран и свойствах решений супергравитации. В диссертации описывается теоретико-полевой формализм, обобщающий конструкцию десятимерной (одиннадцатимерной) супергравитации, в котором симметрии T(U)-дуальности имеют геометрическую природу и связаны с преобразованиями специально построенного расширенного пространства. Изучаются приложения формализма к динамике p-бран теории струн и M-теории, размерным редукциям, генерированию новых решений супергравитации.

Кроме T-дуальности, являющейся пертурбативной симметрией, т.е. наблюдаемой в каждом порядке теории возмущений отдельно, суперструна обладает непертурбативными симметриями. Например, суперструна типа IIB инвариантна относительно S-дуальности, связывающей режим слабой и сильной связи теории. Преобразования T- и S-дуальности являются отдельными примерами преобразований U-дуальности, понимаемой как симметрия супермембраны. В работах [1, 2] было впервые замечено, что супермембрана является более естественным описанием динамики теории струн в пределе сильной связи. При этом только отдельные вакуумы являются десятимерными, что соответствует размерной редукции одиннадцатимерной супергравитации на окружность. Чтобы избежать путаницы полная теория называется M-теорией, тогда как она же в точках с десятимерным фоновым пространством обычно называется теорией струн.

В пределе низких энергий U-дуальность супермембраны проявляется в виде симметрий максимальных супергравитаций в размерностях $D < 11$. В классических работах [3, 4] было показано, что уравнения движения супергравитации с максимальной суперсимметрией в размерности $11 - d$ могут быть записаны в виде, ковариантном относительно группы U-дуальности $E_{d(d)}$, максимально некомпактной формы группы E_d . При этом солитонные решения уравнений движения супергравитации, браны, преобразуются нетривиальным образом: могут быть самодуальны или отображаться в другие браны, в том числе т.н. экзотические (нестандартные) браны. Простейшими примерами экзотических бран можно считать KK5-монополю,

являющийся образом NS5-браны при T-дуальности вдоль направления перпендикулярного мировому объему браны, и (p,q) 7-браны, образующие мультиплет под действием группы S-дуальности $SL(2)$.

В отличие от стандартных бран, взаимодействующих с калибровочными потенциалами, заданными p -формами, экзотические браны взаимодействуют с потенциалами, заданными тензорами смешанной симметрии [5]. Поскольку такие потенциалы отсутствуют в стандартном формализме супергравитации, солитонные решения уравнений супергравитации, соответствующие экзотическим бранам, с необходимостью оказываются представлены полевыми конфигурациями с нетривиальными глобальными или локальными свойствами. Например, KK5-монополь не является асимптотически плоским решением, обладая ненулевым NUT-зарядом. Решение S^2_2 -браны определено глобально только с точностью до преобразований T-дуальности, выступающих здесь в роли функций склейки карт [6].

Экзотические браны являются не более экзотичными для теории струн и M-теории объектами, чем знакомые NS и D-браны. Основным аргументом в пользу естественности таких конструкций в супергравитации и реального существования таких объектов в теории струн и M-теории является анализ спектра BPS состояний алгебры суперсимметрии в 10 и 11 измерениях. Известно, что потенциалы смешанной симметрии естественным образом появляются в алгебре суперсимметрии как центральные заряды, при условии наличия изометрических направлений [7]. В последнее время экзотические браны и соответствующие им солитонные решения уравнений супергравитации вызывают интерес в связи с приложениями к построению моделей струнной космологии, изучению вопроса термодинамики черных дыр, а также более фундаментальным вопросам динамики струны на экзотических фоновых пространствах. Включение в схемы размерной редукции экзотических бран позволяет улучшить картину стабилизации модулей за счет потоков полей напряженности смешанных потенциалов в дополнение к стандартным потокам полей напряженности R-R и NS-NS потенциалов, кривизны и кручения (см. например [8]). Учет вкладов от экзотических бран в космологических моделях осуществляется обычно в формализме калиброванных супергравитаций в размерности четыре (см. например [9]). В таком подходе потоки напряженности NS-NS и R-R полей описываются т.н. калибровками (gaugings). Те компоненты калибровок, которые нельзя описать в терминах потоков напряженности полей p -форм, называются негеометрическими и считаются аналогом потоков напряженности, но для смешанных потенциалов. По этой причине, такие объекты удобнее называть флюксами (flux), не предполагая их описания в терминах тензора напряженности. Такая терминология является общепринятой в англоязычной литературе, и будет использована в тексте настоящей диссертации.

Мощным инструментом анализа пространства вакуумов струны является непосредственное изучение двумерных сигма-моделей и их свойств

симметрии. Например, анализируя сигма-модель для суперструны Грина–Шварца на пространстве $\text{AdS}_5 \times \mathbb{S}^5$ было обнаружено семейство деформаций фонового пространства, сохраняющих интегрируемость изначальной сигма-модели [10]. Такие деформации параметризуются постоянным антисимметричным тензором второго ранга r , а условием сохранения интегрируемости является выполнение классического уравнения Янга-Бакстера для такой r -матрицы. Неожиданным результатом является то, что в отдельных случаях соответствующее фоновое пространство не может быть интерпретировано как решение уравнений десятимерной супергравитации [11]. Вместо этого оно является T-дуальным полевой конфигурации с дилатоном, линейно зависящим от координаты, вдоль которой производится преобразование [12]. Оставаясь самосогласованным фоном для двумерной суперсимметричной сигма-модели, такая конфигурация не может быть описана в рамках стандартной супергравитации, однако естественным образом интерпретируется в формализме обобщенных теорий поля. Специальным случаем такого описания является т.н. обобщенная супергравитация, уравнения которой были впервые сформулированы в работе [13].

Цели и задачи.

Основная цель диссертации — исследование пространства вакуумов теории струн и M-теории, их свойств относительно преобразований T(U)-дуальности. В диссертации рассматривается широкий класс фоновых пространств для струны и мембраны, в том числе не являющихся решениями уравнений супергравитации. Как показано в работе, такие негеометрические конфигурации следует рассматривать наравне с обычными решениями уравнений супергравитации. Разработанные в основной части диссертации методики и подходы, основанные на понятии обобщенного пространства, применяются к изучению деформаций фоновых пространств сигма-моделей.

Основными задачами диссертации являются:

- разработка полевого формализма для полей супергравитации, ковариантного относительно симметрий T(U)-дуальности теории струн и M-теории (двойная и исключительная теория поля);
- построение схем размерных редукции Шерка–Шварца исключительной теории поля, описание негеометрических флаксов в таких редукциях, интерпретация негеометрических калибрований в терминах обобщенной размерной редукции;
- изучение решений уравнений движений дуальность-ковариантных полевых теорий, поиск и интерпретация решений в виде экзотических черных бран;
- описание динамики экзотических и стандартных бран в формализме, ковариантном относительно T(U)-дуальности, явное построение действий для таких объектов;
- интерпретация экзотических потенциалов в терминах тождеств Бьянки двойной теории поля;

- поиск аналога неабелевой T-дуальности для решений 11-мерной супергравитации в рамках формализма исключительных алгебр Дринфельда, формулировка неабелевой U-дуальности, поиск явных примеров такой дуальности;
- разработка метода генерирования деформированных решений десяти- и одиннадцатимерной супергравитации на основе ковариантного формализма.

Научная новизна.

Полученные в диссертации результаты являются новым. Перечислим основные из них.

- Построены исключительные теории поля для групп симметрии $SL(5)$, $SO(5,5)$, а также суперсимметричное расширение теории с группой E_6 . Предъявлены действия для всех полей теории: бозонных в случае теорий с группами $SL(5)$, $SO(5,5)$ и фермионных до четвертого порядка в случае теории с группой E_6 . Продемонстрировано, что ковариантный формализм описывает стандартные 11-мерную супергравитацию и 10-мерную супергравитацию типа IIB при определенной проекции. Для суперсимметричной теории явно построены геометрическая и спиновая связности, предъявлены преобразования суперсимметрии для всех полей теории.
- Построены размерные редукции Шерка–Шварца скалярного сектора исключительных теорий поля с группами $SL(5)$, $SO(5,5)$, E_6 . В явном виде получена связь между калибровками супергравитаций в размерностях $D = 7, 6, 5$ соответственно и (обобщенными) твистовыми матрицами. Показано, что действия рассматриваемых исключительных теорий при размерной редукции Шерка–Шварца точно воспроизводят скалярный потенциал калиброванной супергравитации. Предложена интерпретация негеометрических калибрований в терминах (обобщенной) геометрии исключительных теорий поля.
- Найдены решения полевых уравнений двойной теории поля, соответствующие фоновым пространствам вокруг экзотических бран 5_2^b с $b = 2, 3, 4$. Показано, что такие полевые конфигурации с необходимостью зависят от дуальной координаты. При этом такая зависимость является источником негеометричности решений в том смысле, что найденные конфигурации не решают полевые уравнения обычной десятимерной супергравитации. Показано, что в случае циклической зависимости от дуальной координаты найденные решения соответствуют учету инстантонных поправок на мировом листе струны.
- Для экзотических бран M-теории, принадлежащих орбите КК6 монополя по действию группы U-дуальности $SL(5)$, получены в явном виде полевые конфигурации, являющиеся решениями уравнений исключительной теории поля. Такие конфигурации зависят от дуальных

координат. Для найденных решений вычислены компоненты флаксов и показано, что они соответствуют экзотической бране $6^{(1,3)}$.

- Предложено ковариантное описание динамики стандартных и экзотических бран теории струн с натяжением $T \sim g_s^{-a}$ с $a = 2, 3, 4$. Описание включает в себя ковариантное DBI действие для бран 5_2^b с $b = 0, 1, 2, 3, 4$, составляющих орбиту NS5-браны по действию группы T-дуальности.
- Построено ковариантное действие Весса–Зумино, описывающее взаимодействие бран со смешанными потенциалами. Показано, что D-браны естественным образом описываются как единый объект с $9+1$ -мерным мировым объемом, различные ориентации которого в двойном пространстве проецируются в известные Dp-браны.
- Найдены примеры неабелевой U-дуальности решений 11-мерной супергравитации. Предъявлено преобразование генераторов исключительной алгебры Дринфельда, всегда генерирующее решения.
- Разработан метод генерирования деформированных решений 10- и 11-мерной супергравитации. В основу метода положена идея рассматривать смешанные потенциалы двойной и исключительной теории поля не как динамические поля, а как параметры деформации решений стандартной супергравитации. В явном виде получены преобразования фоновых полей 11-мерной супергравитации при тривекторных деформациях в рамках $SL(5)$ теории.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Построенные в диссертации исключительные теории поля предлагает теоретико-полевое описание фоновых пространств для струны и мембраны, ковариантное относительно симметрий T(U)-дуальности. Формализм единым образом описывает одиннадцатимерную супергравитацию и десятимерные супергравитации типа II/V. Являясь больше чем просто переформулировкой известных теорий, формализм позволяет описывать фоновые пространства струны и мембраны, недоступные в рамках стандартного подхода. Изученные в диссертации примеры решений полевых уравнений ковариантного формализма показывают чувствительность двойной теорий поля к непертурбативным эффектам теории струн таким как инстантоны на мировом листе струны.

В рамках размерной редукции Шерка–Шварца скалярного сектора исключительных теорий поля получена интерпретация калибрований низкоразмерных теорий супергравитации в терминах (обобщенной) геометрии фонового пространства полной теории. Явные выражения для тензора погружения в терминах твистовых матриц позволяют строить схемы размерных редукций одиннадцатимерной супергравитации с негеометрическими флаксами. В том числе, с истинно негеометрическими флаксами. В литературе

показано, что в рамках данной конструкции удается обобщить понятие параллелизуемых пространств, например, на случай сферы и рассматривать ее как обобщенный твистованный тор.

Динамическими источниками негеометрических флаксов в схемах размерной редукции являются экзотические браны. Полученные в диссертации действия для экзотических и стандартных бран теории струн, ковариантные относительно преобразований T-дуальности, описывают динамику фундаментальных объектов, генерирующих фоновые пространства с негеометрическими флаксами. Известно, что в ориентифолдных схемах размерной редукции с Dp-бранами ключевую роль играет условие сокращения диаграмм типа головастик, определяющее заряд ориентифолда относительно R-R-полей. Полученные в диссертации действия позволяют обобщить это условие на негеометрические ориентифолдные конструкции и строить размерные редукции самосогласованные на однопетлевом уровне (см. например [14]).

Построенный в диссертации формализм, описывающий бивекторные деформации решений полевых уравнений супергравитации, основан на двойной теории поля. А именно, негеометрический потенциал β^{mn} рассматривается как тензор деформации, а не как фундаментальная степень свободы теории. Такой подход позволяет явно доказать, что деформации, пропорциональные векторам Киллинга свернутым с r -матрицей, генерируют решения при условии выполнения классического уравнения Янга-Бакстера. Этот результат был ожидаем, исходя из анализа отдельных примеров деформаций главных киральных двумерных сигма-моделей и сигма-моделей фактор-пространств в работах других авторов. Предложенный в диссертации формализм является более общим по следующим причинам.

- Позволяет описывать деформации любых решений, а не только групповых многообразий и фактор-пространств.
- Не ограничивает выбор деформаций бикиллинговым анзацем, а позволяет рассматривать любые бивекторные деформации, несводимые к векторам Киллинга и r -матрице. Вопрос сохранения интегрируемости сигма-моделей при таких деформациях открыт и представляется важным аспектом изучения пространства вакуумов струны.
- Обобщается на случай исключительных теорий поля, а следовательно, деформаций решений 11-мерной супергравитации. В диссертации найдены отдельные примеры таких деформаций.

Методология и методы исследования.

При построении исключительных теорий поля используется идея расширенного (удвоенного) пространства, восходящая к работам Фрадкина и Цейтлина, и впоследствии развитая в работах Зигеля в приложении к струнной теории поля, и в работах Хома, Хала и Цвибаха непосредственно в форме двойной теории поля. Из более стандартных подходов используются методы дифференциальной геометрии, теории представлений алгебр Ли и методы теории суперсимметрии. Конкретно метод построения теорий, ковариантных

относительно U-дуальности, основан на идеях, предложенных в работах [15] и более ранних работах [16, 17, 18, 19, 20].

Ключевым понятием, обеспечившим возможность удвоения пространства-времени, является симметрия между модами импульса и модами намотки струны на торическом фоне. Понимая правые и левые гармоники как независимые координаты, сумму и разность правых и левых функций вложения мирового листа замкнутой струны в объемлющее пространство можно рассматривать независимо. Условие совпадения уровней в таком случае будет дополнительным условием, накладываемым на все функции на таком удвоенном пространстве. Оно обычно называется условием проекции (section condition), поскольку проецирует динамику на стандартное пространство-время. Вектора на таком обобщенном пространстве преобразуются в неприводимом представлении группы T-дуальности. Несмотря на то, что подобной картины вообще говоря нет для супермембраны, понятие обобщенного пространства и условия проекции обобщаются и на случай групп U-дуальности с использованием методов теории представлений и подсчета намоток мембран.

При построении размерных редукций исключительных теорий поля и изучении негеометрических флаксов использовались методы размерной редукции Шерка–Шварца. В этом подходе все расширенное пространство предполагается внутренним, а твистовые матрицы обобщаются соответствующим образом. Вследствие более широкой группы симметрии в схеме обобщенной редукции Шерка–Шварца по сравнению со стандартной $GL(d)$, полученные твистовые матрицы описывают более широкое множество флаксов. Используя аналогии со стандартными методами дифференциальной геометрии, эти конструкции интерпретируются в терминах геометрии обобщенного пространства.

Задачи построения ковариантного действия для экзотических бран, нахождения решений уравнений исключительной теории поля, генерирования деформаций решений супергравитации решаются в рамках методологии исключительной теории поля и с применением разработанного формализма.

Основные положения, выносимые на защиту:

На защиту выносятся следующие основные результаты

1. Построены теории (т.н. исключительные теории поля), предлагающие формулировку одиннадцатимерной супергравитации ковариантную относительно групп U-дуальности $SL(5)$, $SO(5,5)$, E_6 . Для теории с группой симметрии E_6 построено суперсимметричное обобщение. Показано, что можно выбрать решения условия проекции так, что построенные теории эквивалентны стандартной одиннадцатимерной супергравитации или десятимерной супергравитации типа IIB.
2. Построены редукции Шерка–Шварца скалярного сектора исключительных теорий поля с группами $SL(5)$, $SO(5,5)$, E_6 .

Продемонстрирована связь редуцированных теорий с максимальными супергравитациями с неабелевыми векторными мультиплетами в размерности $D = 7,6,5$ в формализме тензора погружения. Предложена интерпретация компонент тензора погружения (калибрований) в терминах твистовых матриц и геометрии обобщенного пространства.

3. Найдены решения полевых уравнений двойной теории поля, описывающие орбиту по действию группы T-дуальности, содержащую экзотические NS 5-браны в размерности 10. Для найденных решений вычислены компоненты флуксуонов для смешанных потенциалов и показано, что они генерируются экзотическими S^b_2 -бранами с $b = 2,3,4$. Показано, что такие объекты локализуются в дуальном пространстве, соответствующем модам намотки струн и мембран.
4. Построены эффективные действия для NS 5-бран, Dp-бран и экзотических бран с натяжением g_s^{-3} , ковариантные относительно T-дуальности. Построенные действия включают кинетическое DBI действие (для NS 5-бран) и действие Весса–Зумино, описывающее взаимодействие со смешанными потенциалами. Показано, что браны, экзотические с точки зрения стандартной десятимерной супергравитации, могут пониматься как стандартные браны, особым образом ориентированные в удвоенном пространстве.
5. Предложен общий формализм описания деформаций решений десятимерной и одиннадцатимерной супергравитации типа Янга–Бакстера, основанный на подходе исключительной теории поля. В явном виде получены преобразования фоновых полей 11-мерной супергравитации при тривекторных деформациях в рамках $SL(5)$ теории.
6. Найден класс преобразований генераторов исключительной алгебры Дринфельда, соответствующий внешнему автоморфизму алгебры U-дуальности $E_{d(d)}$, сохраняющий ее структуру. Такие преобразования генерируют дуальности решений 11-мерной супергравитации, являющиеся обобщением неабелевой T-дуальности 10-мерной теории. Найдены явные примеры таких неабелевых U-дуальностей, являющиеся первыми примерами нambu–лиевой дуальности. Найдены примеры поливекторных деформаций, реализованные нambu–лиевыми дуальностями.

Степень достоверности и апробация работы.

Результаты представлялись соискателем на отечественных и международных конференциях и семинарах, в частности на семинарах ЛТФ ОИЯИ (г. Дубна), кафедры теории относительности и гравитации института физики КФУ (г. Казань), кафедры физики высоких энергий СПбГУ, отделения теоретической физики ФИАН им. П.Н. Лебедева (г. Москва), лаборатории

физики Высшей Нормальной Школы (г. Лион, Франция), института Нордита (г. Стокгольм, Швеция), университета им. Людвига Максимилиана (г. Мюнхен, Германия), института теоретической физики (г. Сакле, Франция), отделения теоретической физики факультета физики и астрономии университета г. Упсалы (г. Упсала, Швеция), центра исследований теории струн школы физики и астрономии университета Королевы Марии (г. Лондон, Великобритания), школы физики корейского института передовых исследований (г. Сеул, Корея), группы квантовой гравитации и объединенных теорий института гравитационной физики им. Макса Планка (г. Потсдам, Германия), на международных семинарах “Кварки’18” (г. Санкт-Петербург), “Кварки’20” (Валдай), конференциях SIS’18 (г. Ереван, Армения), QFTG’(14,16,18) (г. Томск), Nordic String Theory Meeting’17 (г. Ганновер, Германия), 20th European Workshop on String Theory (г. Майнц, Германия).

Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 20 публикациях в реферируемых журналах. Вклад автора в полученные результаты является определяющим.

Содержание работы

Диссертация посвящена изучению симметрий T(U)-дуальности в теории струн и в M-теории, построению теоретико-полевых формализмов, ковариантных относительно преобразований дуальностей и их приложение к изучению структуры пространства вакуумов теории струн и M-теории. Простейший пример T-дуальности появляется в случае замкнутой бозонной струны на фоне пространства с геометрией $M \times \mathbb{S}^1$, где M — некоторое многообразие, а \mathbb{S}^1 — окружность, параметризованная координатой θ . Процедура Даффа позволяет показать, что функциональный интеграл для такой сигма-модели инвариантен (по-крайней мере в одной петле) относительно замены радиуса окружности R на обратный. При этом поле $X^\theta(\sigma, \tau)$ на мировом листе струны, соответствующее координатным модам, следует заменить на $\tilde{X}_\theta(\sigma, \tau)$, соответствующее модам намотки. Такая \mathbb{Z}_2 симметрия и называется симметрией T-дуальности. В более сложном случае замкнутой струны на фоне d -мерного тора $M \times \mathbb{T}^d$ группа преобразований, оставляющих инвариантным функциональный интеграл будет $O(d, d; \mathbb{Z})$. Такие симметрии производящего функционала говорят о том, что пространство вакуумов суперструны в определенной степени вырождено, и разные фоновые полевые конфигурации оказываются идентичными в смысле динамики струны, а значит и дают идентичную физику. Поскольку одной из первейших задач теории струн является поиск такого вакуума, который соответствует наблюдаемой в экспериментах

физике допланковских энергий, изучение симметрий дуальности оказывается исключительно важной миссией.

Соответствующей конструкцией для М-теории являются симметрии производящего интеграла для супермембраны, анализ и даже самосогласованная формулировка которого по понятным причинам оказывается сложной и до сих пор нерешенной задачей. Тем не менее, дуальности М-теории удается успешно изучать в ее низкоэнергетическом пределе как скрытые симметрии одиннадцатимерной супергравитации на фоне d -мерного тора. Следует отметить, что 11D супергравитация на фоне $M \times \mathbb{S}^1$ эквивалентна супергравитации типа IIA, что соответствует двойной размерной редукции М-теории на окружности, ведущей к теории струн типа IIA. Кроме того, что группа U-дуальности супергравитации $E_{d(d)}$ содержит группу T-дуальности $O(d-1, d-1; \mathbb{R})$ и группу S-дуальности $SL(2; \mathbb{R})$, такая конструкция проходит многие другие проверки на согласованность с симметриями двумерной сигма-модели. Это позволяет утверждать, что группой симметрии трехмерной сигма-модели на фоне d -мерного тора $M \times \mathbb{T}^d$ является $E_{d(d)}(\mathbb{Z})$. Такая симметрия является пертурбативным обобщением T-дуальности.

Расширенная геометрия и исключительные теории поля

Замкнутая суперструна демонстрирует симметрию относительно специального типа преобразований объемлющего пространства, T-дуальности, в случае если оно имеет циклические направления. Более конкретно, рассматривая производящий функционал для суперструны и обозначая $\theta(\sigma, \tau)$ скалярное поле на мировом листе, соответствующее циклической изометрии, можно перейти от интегрирования по $\theta(\sigma, \tau)$ к интегрированию по новому полю $\tilde{\theta}(\sigma, \tau)$, называемому дуальным. При этом производящий функционал не изменится, если метрика, поле Калба–Рамона и дилатон преобразуются согласно правилам Бушера [21, 22, 23]. В более общем случае струны на фоне d -мерного тора возможно производить преобразование T-дуальности вдоль любого из d изометрических направлений. Такие преобразования соответствуют элементам группы $O(d, d; \mathbb{Z})$, лежащим вне компоненты связности единицы группы, и обычно называются факторизованными дуальностями. Кроме факторизованных дуальностей группа $O(d, d; \mathbb{Z})$ содержит геометрические преобразования из подгруппы $GL(d; \mathbb{Z})$ и так называемые В-сдвиги.

Симметрия T-дуальности является пертурбативной симметрией, то есть выполняющейся отдельно в каждом порядке теории возмущений и наблюдающейся на уровне массового спектра линейных возмущений струны. Размерная редукция Калуцы–Клейна ее низкоэнергетического приближения, 10D супергравитации типа IIA/B, на d -мерный тор дает максимальную супергравитацию. На этом уровне симметрия T-дуальности проявляется в инвариантности уравнений движения относительно группы $O(d, d; \mathbb{R})$. Более подробный анализ показывает, что группа симметрии максимальной

10 – d -мерной супергравитации шире и представлена исключительной группой $E_{d+1(d+1)}$, а $O(d,d;\mathbb{R}) \times SL(2;\mathbb{R})$ — её подгруппа. Поскольку группа симметрии супергравитации $O(d,d;\mathbb{R}) \times SL(2;\mathbb{R})$ поднимается до симметрий T-дуальности и S-дуальности полной теории струн, естественно ожидать, что группа $E_{d+1(d+1)}$ поднимается до полной непертурбативной симметрии теории, называемой U-дуальностью. Перемешивая дилатон, метрику и iR-R поля, такая симметрия нивелирует выделенность нулевой моды дилатона в качестве струнной константы связи g_s , по которой ведется пертурбативное разложение, и таким образом является симметрией полной непертурбативной теории струн, M-теории.

Симметрии $E_{d(d)}$ максимальной супергравитации в размерности $D = 11 - d$ называются симметриями Креммера–Джулиа и возникают в редукции 11D супергравитации на тор. Естественно возникает вопрос: в какой мере такие преобразования являются симметриями полной 11D теории и какова их геометрическая природа. Действительно, группу $E_{d(d)}$ можно рассматривать как расширение группы глобальных геометрических преобразований d -мерного тора $GL(d)$. Некоторые ответы на эти вопросы дает формализм исключительной теории поля, который описывает теоретико-полевые системы, ковариантные относительно локальных преобразований U-дуальности.

Удобно начать описание с удвоенной теории поля, инвариантной относительно локальных обобщений преобразований T-дуальности. Для произвольных постоянных метрики G_{mn} и поля B_{mn} массовый спектр струны может быть записан в следующем виде

$$M^2 = \mathcal{P}_M \mathcal{H}^{MN} \mathcal{P}_N + 2\pi\alpha' (N + \bar{N}). \quad (1)$$

Так называемые обобщенные импульс \mathcal{P}^M и метрика \mathcal{H}_{MN} , определенные следующим образом

$$\mathcal{P}_M = \begin{bmatrix} p_m \\ w^m \end{bmatrix}, \quad \mathcal{H}^{MN} = \begin{bmatrix} G^{mn} & B_k^n \\ B_l^m & G_{kl} - B_{kp} B^p_l \end{bmatrix}, \quad (2)$$

преобразуются ковариантно относительно $O(d,d)$. Здесь p_m и w^m — моды импульса и намоток, а индексы $m, n, \dots = 1, \dots, d$. Индексы $M, N, \dots = 1, \dots, 2d$ параметризуют неприводимое представление $2\mathbf{d}$ группы $O(d,d)$. Условие равенства уровней эквивалентно $\mathcal{P}_M \mathcal{P}_N \eta^{MN} = 0$, где η^{MN} — инвариантный тензор ортогональной группы $O(d,d)$

$$\eta^{MN} = \begin{bmatrix} 0 & \delta^m_n \\ \delta^k_l & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

В формализме двойной теории поля, сформулированной в работах [24, 25, 26] предлагается понимать обобщенный импульс, буквально как импульс, соответствующий неким обобщенным координатам $\mathbb{X}^M = (x^m, \tilde{x}_m)$, от которых

могут зависеть все поля теории. Диффеоморфизмы, калибровочные преобразования и локальные преобразования T-дуальности объединяются в так называемые обобщенные диффеоморфизмы

$$\delta_{\Lambda} V^M = \Lambda^N \partial_N V^M + \mathbb{P}_{\text{ad}}^M \mathcal{N}^{\mathcal{K}} \mathcal{L} \partial_{\mathcal{K}} \Lambda^{\mathcal{L}} V^N + \lambda \partial_N \Lambda^N V^M, \quad (4)$$

где $\mathbb{P}_{\text{ad}}^M \mathcal{N}^{\mathcal{K}} \mathcal{L} = -\delta^M_N \delta^{\mathcal{K}}_{\mathcal{L}} + \eta^{MN} \eta_{\mathcal{K}\mathcal{L}}$, проектор на присоединенное представление алгебры $\mathfrak{o}(d,d)$. Алгебра замыкается только при условии $\eta^{MN} \partial_M \Phi_1 \partial_N \Phi_2 = 0$, называемом условием проекции, где $\Phi_{1,2}$ представляют любые комбинации полей теории. Условие проекции имеет множество решений, все сводящиеся к требованию, что поля могут зависеть от максимум половины всех координат. Причем, за исключением отдельных специальных случаев, зависимость должна быть либо от координаты x , либо от ее дуального партнера \check{x} . На момент написания настоящей диссертации в литературе нет общепринятой строгой математической формулировки условия проекции, поэтому в рассматриваемом ниже формализме двойной и исключительной теории поля условие проекции понимается довольно технично. А именно, как условие, требующее независимости функций от определенного подмножества координат обобщенного пространства.

Обобщение действия супергравитации инвариантное относительно обобщенной производной Ли было предложено в работах [25, 26], основываясь на более ранних работах по удвоенной геометрии [27, 28, 29]. По всей видимости, впервые идея о независимом рассмотрении обычной и дуальной гармоник струны была высказана в 1984 году в работе [30]. В терминах обобщенной метрики \mathcal{H}_{MN} и инвариантного дилатона $d = \phi - \frac{1}{4} \det g$ действие двойной теории поля записывается следующим образом

$$S_{DFT} = \int d\mathbb{X} e^{-2d} \left(\frac{1}{8} \mathcal{H}^{MN} \partial_M \mathcal{H}^{\mathcal{K}\mathcal{L}} \partial_N \mathcal{H}_{\mathcal{K}\mathcal{L}} - \frac{1}{2} \mathcal{H}^{\mathcal{K}\mathcal{L}} \partial_{\mathcal{L}} \mathcal{H}^{MN} \partial_N \mathcal{H}_{\mathcal{K}M} - 2\partial_M d \partial_N \mathcal{H}^{MN} + 4\mathcal{H}^{MN} \partial_M d \partial_N d \right), \quad (5)$$

где интегрирование по обобщенному пространству понимается формальным. Естественный выбор решения условия проекции $\check{\delta}^m = 0$ сводит это действие к супергравитации в десяти измерениях (бозонному сектору). Фермионный сектор и суперсимметричное расширение двойной теории поля были построены в работах [31, 32, 33, 34]. Особо следует отметить, что двойная теория поля является теорией, не зависящей от фона, а следовательно не ограничивается описанием торических пространств.

Конструкция удвоенного пространства и двойной теории поля естественным образом обобщается до симметрий $E_{d(d)}$. В Таблице 1 перечислены группы симметрии максимальной супергравитации в размерности $11 - d$. Здесь G обозначает глобальную группу преобразований 11D супергравитации. Преобразования фермионных полей образуют локальную группу симметрий K , являющуюся прямым аналогом группы Лоренца для тетрадного

d	G	K	\mathcal{R}_V
1	$SO(1,1)$	1	1
2	$SL(2)$	$SO(2)$	3
3	$SL3 \times SL(2)$	$SO3 \times SO(2)$	6
4	$SL(5)$	$SO(5)$	10
5	$SO(5,5)$	$SO(5) \times SO(5)$	16 _s
6	E_6	$USp(8)$	27
7	E_7	$Sp(8)$	56
8	E_8	$SO(16)$	248 \oplus 1
hm	$O(d,d)$	$O(d) \times O(d)$	2d

Таблица 1 — Группы симметрии максимальной супергравитации в размерности $D = 11 - d$ и полумаксимальной супергравитации (hm) в размерности $10 - d$.

формализма гравитации. Скалярные поля теории параметризуют факторпространство G/K . Символом \mathcal{R}_V обозначено пространство представления, которому принадлежат векторные поля соответствующей $(11 - d)$ -мерной супергравитации, а также координаты расширенного пространства соответствующей исключительной теории поля.

В работе [3] было детально продемонстрировано симметрия U-дуальности проявляется в максимальных супергравитациях в низших размерностях как глобальная симметрия уравнений движения. В исключительных теориях поля, являющихся обобщением двойной теории поля, глобальная симметрия дуальности становится локальной симметрией координатных преобразований специальным образом построенного пространства. Как и в случае с удвоенным пространством, о геометрии расширенного пространства исключительных теорий поля мало что известно. С уверенностью можно говорить о его размерности, локальных диффеоморфизмах и структуре теорий поля, определяемых на таком пространстве. В настоящей диссертации в подробностях рассмотрены принципы построения исключительных теорий поля и описан формализм для теорий с группами $SL(5)$, $SO(5,5)$, E_6 .

Несмотря на то, что исключительные теории поля, вообще говоря, формулируются не только на торическом фоне, для построения расширенного пространства удобно апеллировать к понятию мод намоток протяженных объектов фундаментальной теории на d -мерный плоский тор. Возможность переноса логики объединения мод импульса и намоток и введения обобщенной координаты на теорию мембран мотивируется следующими наблюдениями. Во-первых, из процедура Даффа [35] следует, что симметрии U-дуальности максимальных супергравитаций оказываются симметриями мембраны на d -мерном торе. Во-вторых, среди генераторов супералгебры токов протяженных объектов на фоне потенциалов p -форм, имеются

центральные заряды, которые преобразуются в неприводимом представлении соответствующей группы U-дуальности [36, 37]. Наконец, на уровне уравнений супергравитации явно демонстрируется, что группа U-дуальности содержит в том числе преобразования T-дуальности и S-дуальности.

Отсутствие пертурбативного описания динамики мембраны лишает возможности говорить о построении массового спектра возбуждений мембраны, явно ковариантного относительно U-дуальности. По этой причине, конструкции U-ковариантных исключительных теорий поля основываются на свойствах максимальной алгебры суперсимметрии и построении обобщенной метрики [19]. Аналогично двойной теории поля, размерность обобщенного пространства для D -мерной максимальной супергравитации получается подсчетом мод намоток всех бран M-теории. В Таблице 2 явно продемон-

d	G	P	M2	M5	KK6	5^3	2^6	$0^{(1,7)}$	\mathcal{R}_V
2	SL(2)	2	1	-	-	-	-	-	3
3	SL3×SL(2)	3	3	-	-	-	-	-	(3,2)
4	SL(5)	4	6	-	-	-	-	-	10
5	SO(5,5)	5	10	1	-	-	-	-	16_s
6	$E_{6(6)}$	6	15	6	-	-	-	-	27
7	$E_{7(7)}$	7	21	21	7	-	-	-	56
8	$E_{8(8)}$	8	28	56	56	56	28	8	248

Таблица 2 — Подсчет мод намоток бран M-теории на фоне вида $M_{11-d} \times \mathbb{T}^d$, где M_{11-d} — некоторое $11 - d$ -мерное многообразие. В первом столбце указана размерность тора, во втором столбце перечислены группы дуальности соответствующих максимальных теорий. Последний столбец показывает для каждого d неприводимое представление группы дуальности для обобщенных координат. В третьем и четвертом столбце подсчитано количество мод импульса и намоток для стандартных и экзотических бран соответственно.

стрирован подсчет для тора размерности $d = 2, \dots, 8$. Видно, что по мере увеличения размерности тора, следует учитывать намотки все большего количества объектов. В размерности 3 уже следует учитывать намотки не только стандартных, но и экзотических бран. Группа $E_{8(8)}$ оказывается максимальной конечномерной группой U-дуальности: для $d = 2$ группой U-дуальности формально является бесконечномерная группа $E_{9(9)}$, и соответствующее обобщенное пространство оказывается бесконечномерным.

В настоящей диссертации рассматривается построение обобщенных пространств для групп U-дуальности SL(5), SO(5,5), $E_{6(6)}$, формулируются соответствующие исключительные теории поля: их полевой состав, действие, симметрии и условия дуальности и самодуальности калибровочных полей.

Обобщенные редукции Шерка–Шварца

Как упоминалось, наиболее тривиальным примером решения условия проекции будет независимость полей от всех координат расширенного пространства $\partial_{\mathcal{M}} \bullet = 0$. При таком выборе исключительные теории поля с группой дуальности $E_{d(d)}$ сводятся к максимальной некалиброванной (абелевой) супергравитации в размерности $D = 11 - d$. Менее тривиальное решение позволяет сохранить зависимость от n или $n - 1$ координат в зависимости от разбиения группы дуальности на максимальные подгруппы, содержащие или не содержащие множитель $SL(2)$ соответственно. В первом случае получаем стандартную 11-мерную супергравитацию, тогда как во втором — супергравитацию типа IIB. Различные способы выбора множества d (или $d - 1$) геометрических координат среди $\mathbb{X}^{\mathcal{M}}$ связаны преобразованием U-дуальности и отражают независимость формулировки от фонового пространства. Существуют однако более экзотические варианты решения условия проекции, оставляющие зависимость от негеометрических координат. Более того, допускаются специальные зависимости от дуальных и стандартных координат, которые нарушают условие проекции, тем не менее оставляя теорию самосогласованной. Такие секторы расширенных теорий поля существенным образом выходят за рамки стандартной супергравитации, оставаясь, тем не менее, в рамках теории струн в ее непertурбативном понимании.

Различные способы выбора решения условия проекции могут рассматриваться как размерные редукции всех или части соответствующих направлений. Простейшее решение $\partial_{\mathcal{M}} = 0$ будет соответствовать редукции на тор, однако такие модели обычно оказываются неподходящими с феноменологической точки зрения поскольку сохраняют все суперсимметрии начальной теории, приводя к некиральной теории. При этом скалярные поля в результирующей теории оказываются безмассовыми, а все векторные поля — абелевыми. Стандартной процедурой, позволяющей получить нетривиальный скалярный потенциал и неабелев калибровочный сектор, является флакс-компактификация, то есть учет кручения и интегральных потоков калибровочных полей p -форм. Феноменологически интересные примеры представлены компактификациями супергравитации типа IIA/B на многообразия и ориентифолды Калаби-Яу с потоками полей p -форм, дающие $\mathcal{N} = 2$ и $\mathcal{N} = 1$ супергравитацию в размерности 4 соответственно [38, 39, 40].

В работах [41, 42] была предложена процедура размерной редукции на скрученный тор, при которой спонтанно нарушается суперсимметрия, генерируется массивный скалярный и неабелев калибровочный сектора. Такая редукция Шерка–Шварца в отличие от стандартной размерной редукции Калуцы–Клейна допускает специального вида зависимость от внутренних координат, задаваемую твистовыми матрицами U^i_j . В такой схеме скаляры и гравитино приобретают массы пропорциональные значениям структурных

констант, что спонтанно нарушает суперсимметрию. Теории супергравитации, полученные редукцией Шерка–Шварца 11D супергравитации, могут рассматриваться как деформации абелевой максимальной супергравитации. Наиболее систематическим подходом к таким деформациям является формализм тензора погружения, разработанный в работах [43, 44, 45, 46, 47, 48, 49].

Идея метода состоит в требовании инвариантности теории относительно калибровочных преобразований, задаваемых подгруппой G группы глобальной симметрии U-дуальности $E_{d(d)}$, и суперсимметричности формализма, что полностью фиксирует как выбор подгруппы G , так и действие теории. Вложение калибровочной группы в глобальную группу U-дуальности параметризуется тензором погружения $\Theta : G \rightarrow E_{d(d)}$, требование ковариантности которого дает квадратичные условия схематично имеющие следующий вид

$$\mathbb{P}_{\mathcal{R}_1} \Theta \Theta = 0, \quad (6)$$

где $\mathbb{P}_{\mathcal{R}_1}$ — проектор на некоторое (вполне определенное) представление группы U-дуальности \mathcal{R}_1 . Калибровочная симметрия $U(1)^{n_V}$ максимальной абелевой супергравитации обобщается до неабелевой калибровочной симметрии

$$\delta_{\Lambda} A_{\mu}{}^M = \partial_{\mu} \Lambda^M + g X_{\mathcal{KL}}{}^M \Lambda^{\mathcal{K}} A_{\mu}{}^{\mathcal{L}}, \quad (7)$$

где $X_{\mathcal{KL}}{}^M$ обозначают структурные константы $n_V = \dim \mathcal{R}_V$ генераторов

$$X_M = \Theta_M{}^{\alpha} t_{\alpha}. \quad (8)$$

Требование суперсимметричности деформированной теории фиксирует лагранжиан и накладывает линейное условие на тензор погружения

$$\mathbb{P}_{\mathcal{R}_2} \Theta = 0. \quad (9)$$

Замечательной особенностью формализма является то, что он содержит намного больше информации, чем лишь описание редукций Шерка–Шварца. Например, в размерности $D = 4$ с глобальной группой U-дуальности $E_{7(7)}$ одно из решений квадратичного и линейного условия дает $G = SO(8)$, что соответствует размерной редукции на сферу S^7 и вакууму Фройнда–Рубина. Таким же образом получаются некомпактные группы $CSO(p, q, r) = \mathbb{R}^r \times SO(p, q)$, соответствующие редукции на гиперболические пространства (см. [50, 51]). Схематично отношения деформации и размерных редукций показаны на Рис. 1, среди них: редукции в присутствии потоков тензоров напряженности p -форм и редукции на многообразия с ненулевым кручением (в том числе, на твистованный тор).

Формализм тензора погружения показывает, что все возможные ненулевые константы в максимальных супергравитациях происходят от флаксов

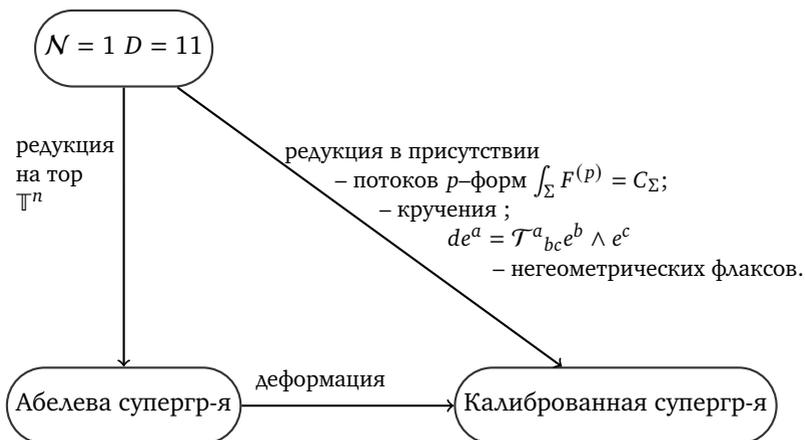


Рис. 1 — Диаграмма иллюстрирует отношения между торическими размерными редукциями $\mathcal{N} = 1 \ D = 11$ супергравитации, суперсимметричными деформациями абелевой супергравитации в формализме тензора погружения и размерными редукциями с ненулевыми флаксами.

геометрических, т.е. имеющих интерпретацию в терминах размерной редукции 11D супергравитации, и негеометрических, т.е. не имеющих таковой. Поскольку симметрия Т-дуальности теории струн (U-дуальности М-теории) связывает неотличимые с точки зрения струны (мембраны) полевые конфигурации, естественно выделять негеометрические флаксы, не принадлежащие орбите Т(U)-дуальности. В литературе такие флаксы принято называть истинно негеометрическими. В целом, следует ожидать, что чем больше параметров (флаксов) имеется в теории, тем более нетривиальным оказывается скалярный потенциал и больше вероятность получить ненулевые массы для всех скаляров. (Возможно, кроме одного — кандидата на инфлатон.) Более подробный обзор флаксов компактификаций см. в [52, 53, 54]. В таком ракурсе исключительно важными оказываются именно истинно негеометрические флаксы.

В настоящей диссертации рассматривается обобщение размерной редукции Шерка–Шварца на случай расширенного пространства. Вводится обобщенная твистовая матрица $U_M^{\mathcal{N}}(\mathbb{X})$, которая задает зависимость от обобщенных координат для всех полей. В отличие от стандартной редукции ШШ твистовые матрицы генерируют компоненты тензора погружения максимальной супергравитации $X_{MN}^{\mathcal{K}}$. В диссертации явно показано построение таких констант в терминах твистовых матриц, явно проделана размерная редукция скалярного сектора исключительных теорий поля и показано, что такая процедура воспроизводит скалярный потенциал калиброванной максимальной супергравитации. При условии проекции ослабляются до квадратичных условий на тензор погружения. Примечательно, что линейные условия, следующие из требования суперсимметричности результирующей

неабелевой супергравитации, в обобщенных редукциях Шерка–Шварца выполняются автоматически.

Стандартные и экзотические браны

Протяженные объекты, браны, являются важнейшим и неотъемлемым атрибутом непертурбативной динамики теории струн и М-теории [55, 37]. Различие свойств p -бран в пертурбативной формулировке явно прослеживается в эффективных низкоэнергетических теориях, где соответствующие фоновые решения характеризуются ненулевыми калибровочными потенциалами из секторов NS-NS или R-R и различной зависимостью натяжения от струнной константы связи g_s . Так, различают три типа бран: фундаментальные (F), Дирихле (D) и солитонные (S) в соответствии с зависимостью натяжения браны, которое пропорционально 1 для фундаментальной струны, g_s^{-1} для D p -бран и g_s^{-2} для солитонной 5-браны. Важно отметить, что не все струны в теории являются фундаментальными. Заметим при этом, что одно и то же решение уравнений супергравитации может иметь различные интерпретации, в зависимости от рассматриваемой теории. Учитывая, что разные теории струн являются лишь разными пертурбативными пределами М-теории, такое различие оказывается неудивительным.

Дуальности между объектами М-теории (теории струн) на уровне компактифицированной супергравитации отражаются в дуальностях между потоками соответствующих тензоров напряженностей. Другими словами, интегральные потоки являются представителями орбит группы U-дуальности, и одновременно генерируют массы и заряды полей в низкоразмерной теории. Подобные объекты уже обсуждались выше, это калибровки X_M в формализме тензора погружения и было отмечено, что по крайней мере некоторые компоненты тензора погружения Θ_M^α соответствуют потокам тензоров напряженности калибровочных форм. Для иллюстрации рассмотрим $D = 7$ калиброванную максимальную супергравитацию. Тензор погружения преобразуется в $15 \oplus 40$ группы $SL(5)$, его под действием пространственной подгруппы $GL(4)$:

$$\begin{aligned} 15 &\longrightarrow 1_{-8} \oplus 4_{-3} \oplus 10_2, \\ 40 &\longrightarrow 4_7 \oplus 6_2 \oplus \overline{10}_2 \oplus 20_{-3}, \end{aligned} \tag{10}$$

где нижний индекс обозначает вес по отношению к диагональной подгруппе $GL(1)$ группы $GL(4)$. При этом синглет 1_{-8} соответствует потоку 4-формы тензора напряженности через нетривиальный 4-цикл (форма объема). Представление $4_{-3} \oplus 20_{-3}$ соответствует коэффициентам неголономичности базиса f_{ab}^c . Оставшиеся компоненты тензора погружения являются негеометрическими флаксами.

На линейном уровне процедура электромагнитной дуализации может быть применена к тензору $f_{ab}{}^c$. Уравнения Маурера-Картана $D_{[a}f_{bc]}{}^d = 0$ могут быть интерпретированы как тождества Бьянки на 2-форму $f_{ab}{}^c$, которая в линейном приближении интерпретируется как тензор напряженности для поля гравитона $h_a{}^b$. Тождества Бьянки имеют вид уравнений движения для некоторой 9-формы $f_{a_1\dots a_9}{}^d = \epsilon_{a_1\dots a_9 ab} f_{ab}{}^d$, принимающей значения в пространстве векторных полей:

$$\partial_a f^{aa_1\dots a_8, d} = 0. \quad (11)$$

Заметим, что позиция индексов в линейной приближении не играет роли. При этом уравнения движения для гравитона, лидирующий вклад в которые имеет вид $\partial^a f_{ab}{}^c$, записываются в виде тождества Бьянки для $f_{a_1\dots a_9}{}^d$

$$\partial_{[a_1} f_{a_1\dots a_{10}]}{}^d = 0, \quad (12)$$

что позволяет на линейном уровне определить калибровочный потенциал $A_{a_1\dots a_8, b}$. Такой потенциал со смешанной симметрией индексов называется потенциалом дуального гравитона и в данной формулировке имеет смысл лишь в линейном приближении супергравитации. С потенциалом $A_{a_1\dots a_8, b}$ взаимодействует монополю Калуды-Клейна, который обозначается КК6. В М-теории такой объект имеет 7-мерный мировой объем, а член Весса-Зумино схематично записывается как

$$S_{WZ}^{KK6} = \int_{\Sigma_7} A_{a_1\dots a_7*,*} d\sigma^{a_1} \wedge \dots \wedge d\sigma^{a_7}, \quad (13)$$

где σ^a обозначают координаты на мировом объеме, а * означает направление U(1) изометрии, необходимое для самосогласованного определения монополя.

Таким образом, три из семи неприводимых представлений группы GL(4) в разложении тензора погружения соответствуют потокам магнитных тензоров напряженности М5 браны и КК6 монополя. В терминах компонент четырехмерных тензоров оставшиеся пространства представлений имеют следующую интерпретацию:

$$\begin{aligned} \mathbf{6}_2 \oplus \mathbf{10}_2 &: Q_a{}^{b_1 b_2 b_3}, \\ \mathbf{4}_7 &: R^{a, b_1 b_2 b_3 b_4}, \\ \overline{\mathbf{10}}_2 &: \mathcal{T}^{(a, b)}. \end{aligned} \quad (14)$$

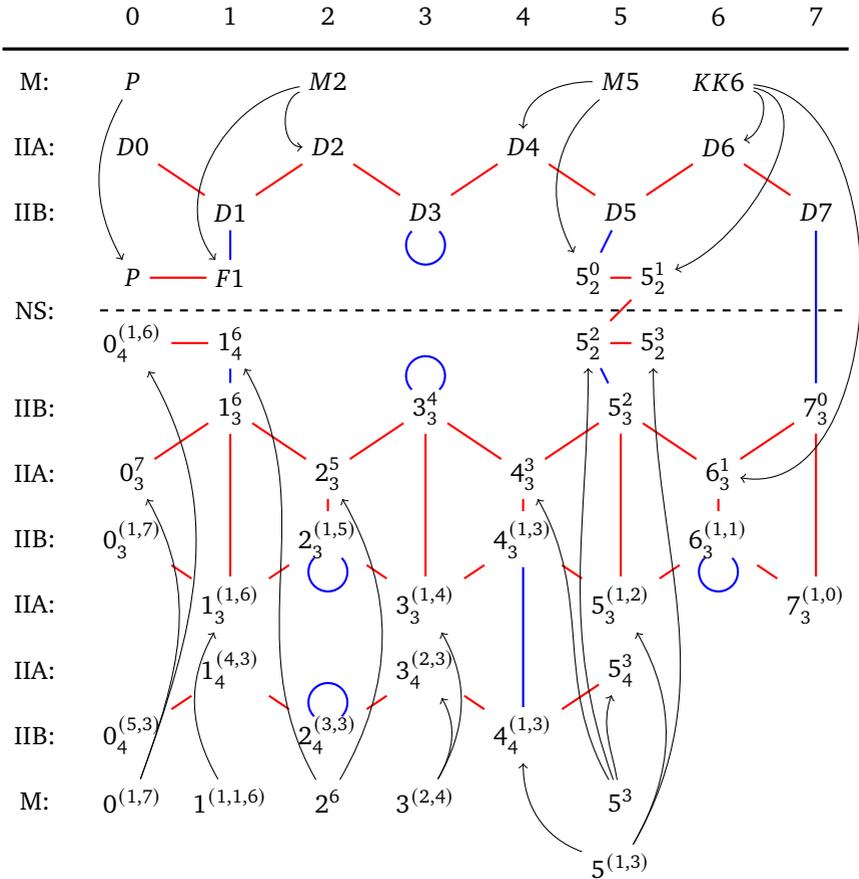


Рис. 2 — 1/2BPS браны теорий Типа II с натяжением $T \sim g_s^{-\alpha}$ где $\alpha \leq 4$ и их связи между друг другом и бранами М-теории (для $\alpha = 4$ показаны не все браны). Черные, красные и голубые стрелки обозначаются редукцию, T-дуальность и S-дуальность соответственно. Пунктирная линия отделяет стандартные браны М-теории и теорий Типа II от экзотических.

Следуя тому же алгоритму, что и в случае анализа дуального гравитона, несложно идентифицировать соответствующие потенциалы смешанных симметрий и фундаментальные браны

$$\begin{aligned}
 Q_a^{b_1 b_2 b_3} &\longrightarrow Q_{a_1 \dots a_{10}, b_1 b_2 b_3} = 10 \partial_{[a_1} A_{a_2 \dots a_{10}], b_1 b_2 b_3} + \dots, & 5^3\text{-брана,} \\
 R^{a, b_1 b_2 b_3 b_4} &\longrightarrow R_{a_1 \dots a_{11}, b_1 b_2 b_3 b_4, a} = 11 \partial_{[a_1} A_{a_2 \dots a_{11}], b_1 b_2 b_3 b_4, a} + \dots, & 5^{(1,3)}\text{-брана,} \\
 \mathcal{T}^{(a,b)} &\longrightarrow \mathcal{T}_{a_1 \dots a_{11}, a, b} = 11 \partial_{[a_1} A_{a_2 \dots a_{11}], a, b} + \dots, & 8^{(1,0)}\text{-брана.}
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Здесь используются обозначения b^c и $b^{(d,c)}$ для фундаментальных бран М-теории, где b обозначает размерность браны, c — число необходимых изометрических направлений встречающихся дважды в потенциале, d — число необходимых изометрических направлений встречающихся трижды в потенциале.

Действием преобразований U-дуальности негеометрические флаксы могут быть получены из геометрических и друг из друга. Например, стандартные Dp-браны могут генерировать экзотические браны с натяжением, пропорциональным g_s^{-3} [37, 56]. Учитывая, что натяжение Dp-бран пропорционально g_s^{-1} , такие объекты оказываются в определенном смысле еще более непертурбативными. Тем не менее, как и в случае КК6-монополя существует множество независимых наблюдений, указывающих на существование подобных объектов. Связи между некоторыми стандартными и экзотическими бранами представлены на Рис. 2, который ярко демонстрирует естественность экзотических бран для теории струн и М-теории, несмотря на название. Действительно, поскольку струна не различает фоновые пространства, связанные друг с другом преобразованиями дуальности, она не может различить фон, генерированный, скажем, $7_3^{(1,0)}$ -браной от правильно размазанной D6-браны. При этом существует два окна из области т.н. стандартных бран в область экзотических бран: T-дуальность КК5-монополя и S-дуальность D7-браны. Идея непертурбативного описания размерных редукций на фоне системы $D7+7_3^0$ лежит в основе F-теории [57, 58].

Стандартная T-дуальность, отображающая NS5-брану (5_2^0 -брану) в КК-монополь (5_2^1 -брану), требует организации изометрии в трансверсальном пространстве, для чего используется процедура размазывания. Следовательно, строго говоря, в таком виде T-дуальность существует только между размазанной NS-браной и размазанным КК-монополем. В работе [59] было показано, что, рассматривая фон размазанной NS5-браны как вакуум линейной $\mathcal{N} = (4,4)$ сигма-модели, фон локализованной NS5-браны восстанавливается при последовательном учете непертурбативных инстантонных поправок. Позднее, в [60] то же самое было показано для линейной сигма-модели на фоне КК-монополя. В работе [61] было явно показано, что фон локализованного КК-монополя является решением уравнений движения двойной теории поля. В настоящей диссертации предлагается и изучается в деталях описание экзотических бран в терминах двойной и исключительной теории поля и конструируется кинетическое действие и действие Весса–Зумино, инвариантные относительно симметрий дуальности. Такой формализм оказывается очень удобным для описания экзотических полевых конфигураций поскольку симметрии T(U)-дуальности являются естественными геометрическими симметриями. При этом нетривиальные монодромии оказываются лишь артефактом неудачной параметризации степеней свободы.

Деформации решений супергравитации

Ковариантность уравнений движения двойной теории поля относительно преобразований Т-дуальности и свобода выбора степеней свободы для параметризации обобщенной метрики позволяют развить естественный язык для описания отдельных вопросов, связанных с интегрируемостью двумерных сигма-моделей. Более того, схожая структура исключительных теорий поля позволяет в определенной степени обобщить полученные результаты на случай 11-мерных фоновых конфигураций и, соответственно, трехмерных сигма-моделей. Интегрируемость двумерных сигма-моделей играет ключевую роль в изучении АдС/КТП соответствия, наряду с интегрируемостью теории $\mathcal{N} = 4$ Янга–Миллса. В работе [62] было показано, что суперструна Грина–Шварца на фоне пространства $\text{AdS}_5 \times \mathbb{S}^5$ является интегрируемой, явным построением однопараметрического семейства плоских связностей из сохраняющихся токов на мировом листе и им дуальных. Первоначальная АдС/КТП дуальность, устанавливающая соответствие между $\mathcal{N} = 4$ СЯМ и струной на фоне $\text{AdS}_5 \times \mathbb{S}^5$, связывает системы с большим числом суперконформных симметрий, тогда как более реалистичными оказываются теории поля с меньшим числом симметрий или вовсе их отсутствием. По крайней мере некоторые из них могут быть получены деформациями $\mathcal{N} = 4$ СЯМ на стороне теории поля и фона $\text{AdS}_5 \times \mathbb{S}^5$ на стороне теории струн. Дуальность между такими теориями, вообще говоря, определена в пределе слабой связи на стороне струны или в пределе большой константы т'Хоофта на стороне теории поля. На промежуточных же значениях константы связи ни дуальная гравитационная картина, ни пертурбативное разложение не являются адекватными. Поэтому особый интерес представляют такие деформации изначального АдС/КТП соответствия, при котором сохраняется интегрируемость, а следовательно, теория оказывается точно решаемой при любой константе связи.

Существенным аспектом интегрируемых деформаций двумерных сигма-моделей на фоне факторпространств G/H , является возникновение классического уравнения Янга–Бакстера

$$[r_{12}, r_{23}] + [r_{12}, r_{13}] + [r_{23}, r_{13}] = 0, \quad (16)$$

где $r \in \mathfrak{g} \wedge \mathfrak{g}$. Конкретно, для деформаций сигма-модели на факторпространстве алгебра \mathfrak{g} является алгеброй изометрий фонового пространства. Выбирая базис $\{T_\alpha\} = \text{bas } \mathfrak{g}$ можно записать:

$$r = r^{\alpha\beta} T_\alpha \wedge T_\beta. \quad (17)$$

Известные на сегодняшний день примеры деформаций укладываются в следующую классификацию: если генераторы T_α , входящие в r -матрицу все коммутируют, деформация называется абелевой; если генераторы не коммутируют и принадлежат борелевской подалгебре алгебры \mathfrak{g} , деформация

называется жордановой. Примеры неабелевых янг-бакстеровых деформаций, не являющихся жордановыми, не известны.

В контексте настоящей диссертации особенно важным представляется следующее наблюдение, сделанное в работе [13]. Было замечено, что АВФ-фон можно получить формальным применением Т-дуальности к некоторому решению уравнений обычной супергравитации, для которого метрика и калибровочные поля не зависят от некоторой координаты u , а дилатон зависит от нее линейно. Формальное применение правил Бушера к линейному дилатону заменяет координату u на ее дуальную \tilde{u} , и ни в коем случае не может давать решение уравнений супергравитации. Однако, такие преобразования являются допустимыми в двойной теории поля и действительно, в работах [63, 64] было показано, что обобщенная десятимерная супергравитация типа II является частным случаем двойной теории поля, когда обобщенный дилатон линейно зависит от дуальной координаты. Учитывая это наблюдение, естественно ожидать, что деформации двумерной сигма-модели должны иметь естественное описание в терминах двойной теории поля. Серьезным шагом вперед в изучении деформаций оказались результаты работ [65, 66], где было предложено обобщение формализма на решения, не являющиеся фактор-пространствами супергрупп.

В настоящей диссертации предлагается описание нелинейных деформаций рассматриваемых в [65, 66] в виде некоторого линейного $O(10,10)$ преобразования полей двойной теории поля. Для матрицы обобщенной метрики с компонентами \mathcal{H}_{MN} такое преобразование будет записываться в виде

$$\mathcal{H} \longrightarrow O_\beta^{-1} \mathcal{H} O_\beta, \quad O_\beta = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ \beta & \mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

где $\mathbf{1}$ обозначает единичную 10×10 матрицу. В диссертации показано, что такое преобразование не нарушает уравнения движения двойной теории поля, если выполняется классическое уравнение Янга–Бакстера для g -матрицы, задающей бивектор β , и дополнительно так называемое условие унимодулярности $r^{\alpha\beta} f_{\alpha\beta}{}^\gamma = 0$, где $f_{\alpha\beta}{}^\gamma$ обозначают структурные константы алгебры векторов Киллинга. Линейность преобразования O_β позволяет показать выполнение уравнений движения точно в любом порядке по β .

Преобразование O_β является элементом группы $O(10,10)$, порождаемым генераторами T_{mn} с весом $l = -1$ по отношению к подалгебре $\mathfrak{gl}(1)$ в разложении алгебры $\mathfrak{o}(10,10) \rightarrow \mathfrak{sl}(10) \oplus \mathfrak{gl}(1)$

$$O_\beta = \exp[\beta^{mn} T_{mn}]. \quad (19)$$

На основе данного наблюдения в диссертации предлагается обобщение понятия деформаций на случай решений 11D супергравитации. Для этого рассматриваются генераторы группы U-дуальности $E_{d(d)}$ для некоторого $d \leq 6$ с весом $l = -1$ по отношению к разложению $\mathfrak{e}_d \rightarrow \mathfrak{sl}(d) \oplus \mathfrak{gl}(1)$. Для $d \leq 4$ такие генераторы параметризуются антисимметричной тройкой индексов T_{mnk} ,

для $4 < d \leq 6$ к ним добавляются $T_{m_1 \dots m_6}$, и в самом общем виде отображение деформации записывается следующим образом

$$O_{\Omega} = \exp[\Omega^{mnk} T_{mnk}] \exp[\Omega^{m_1 \dots m_6} T_{m_1 \dots m_6}]. \quad (20)$$

Таким образом, деформации решений 11D супергравитации задаются некоторым тривектором Ω^{mnk} и некоторым 6-вектором $\Omega^{m_1 \dots m_6}$, обобщая бивекторные деформации. В диссертации предъясняются отдельные примеры таких тривекторных деформаций.

Содержание по главам

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы. В последующих главах сначала описывается общий принцип, позволяющий построить формализм исключительной и двойной теории поля, а потом демонстрируется апробация на частных примерах: обобщенные редукции Шерка–Шварца, ковариантное описание экзотических бран, явные примеры намбу–лиевой U-дуальности и описание бивекторных и тривекторных деформаций решений супергравитации.

Первая глава посвящена более детальному обзору симметрий T-дуальности и U-дуальности в теории струн и в теории M2-браны. Более подробно описывается процедура Даффа для струны и для мембраны, а также следующие из нее правила Бушера для фоновых полей. Для сигма-модели на фоновом пространстве, являющемся фактор-группой, описывается процедура пуассон–лиевой T-дуальности и ее частный случай, неабелевой T-дуальности.

Вторая глава посвящена симметриям дуальности низкоэнергетических теорий. Рассматриваются симметрии Креммера–Жулиа максимальной супергравитации в низших размерностях, симметрии 1/2БПС состояний $\mathcal{N} = (2,0)$ и $\mathcal{N} = (1,1)$ супералгебр в размерности $d = 10$ и $\mathcal{N} = 1$ в $d = 11$, орбиты T- и U-дуальности состояний, соответствующих бранам. Дается краткий обзор формализма тензора погружения, его связь с потенциалами экзотических бран.

Третья глава посвящена построению исключительных теорий поля с группой симметрий $SL(5)$, $SO(5,5)$, $E_{6(6)}$, а также расширенной двойной теории поля в размерности $D = 3$ с группой симметрии $O(8,8)$. Предъясняются явно преобразования полей относительно локальных преобразований дуальности, описывается построение следующей из них тензорной иерархии и инвариантных тензоров напряженности. Строится инвариантный лагранжиан теории, включая члены Черна–Саймонса, для теории с группой $E_{6(6)}$ формулируется алгебра суперсимметрии.

Четвертая глава посвящена исследованию схемы обобщенной размерной редукции Шерка–Шварца скалярного сектора исключительных теорий поля. Явно демонстрируется, что такие размерные редукции дают скалярный потенциал калиброванных супергравитаций в соответствующей размерности. Явно строятся редукции $D = 6$ теории на S^3 при помощи обобщенной редукции Шерка–Шварца расширенной двойной теории поля.

Пятая глава посвящена изучению решений экзотических бран в формализме исключительной теории поля и построению инвариантных действий для соответствующих фундаментальных объектов. Здесь вводится принцип, согласно которому полевые конфигурации могут зависеть от дуальной координаты, являясь при этом решением уравнений обобщенной теории поля, но не уравнений супергравитации. Демонстрируется, что построенные действия для экзотических бран дают естественную интерпретацию такой зависимости в терминах поворота мирового объема в обобщенном пространстве.

Шестая глава посвящена построению обобщения неабелевой U -дуальности для 11-мерных фоновых пространств и построению формализма для изучения би- и тривекторных деформаций решений 10-мерной и 11D супергравитации. Показано, что преобразование генераторов исключительной алгебры Дринфельда, соответствующее внешнему автоморфизму алгебры группы U -дуальности, сохраняет ее структуру. Предъявляются явные примеры решений уравнений 11D супергравитации, неабелево U -дуальные друг другу, а также примеры поливекторных деформаций, реализованных набухшими U -дуальностями.

Заключение

Представленные результаты показывают, что разработанный формализм исключительной теории поля является исключительно мощным инструментом изучения как пространства вакуумов M -теории, так и фундаментальных объектов, в том числе, экзотических бран. В частности, на настоящий момент в литературе можно встретить множество работ по построению самосогласованных редукций 11D супергравитации, выполненных в формализме обобщенных редукций Шерка–Шварца. На основе этого подхода в работах [67, 68] был разработан метод т.н. калуца–кляйновской спектроскопии, позволяющий строить спектр масс компактифицированной теории. На стороне теории поля при голографической дуальности этот формализм позволяет вычислять спектр защищенных и незащищенных операторов. Представляет интерес дальнейшая разработка формализма, описывающего предложенные в диссертации поливекторные деформации, и их приложение к изучению ренормгруппового потока таких операторов с гравитационной стороны.

Рассматривая самосогласованные модели струнной флукс компактификации, следует учитывать источники флуксов, которыми являются браны, в

том числе экзотические. Одним из подходов к построению моделей флакс компактификаций является учет сокращения диаграмм головастиков при помощи тождеств Бьянки. Для негеометрических схем редукции такие тождества будут включать флаксы экзотических бран наряду со стандартными бранами. В исключительной теории поля такие тождества проявляются в виде соотношений на обобщенные флаксы, которые следуют из их определения и трансформационных свойств относительно обобщенной производной Ли. Задача нахождения всех тождеств Бьянки исключительных теорий поля представляется заслуживающей внимания.

Особенно интригующим остается вопрос интерпретации обобщенного уравнения Янга–Бакстера, как классического предела некоторого квантового уравнения, описывающего интегрируемость трехмерных систем. Интуитивные соображения указывают на то, что таковым должно быть уравнение Замолотникова, описывающее условие факторизации S -матрицы рассеяния плоских струн, однако его классический предел плохо определен, и требуется дополнительное исследование. Знание полного квантового уравнения позволит ставить вопрос о построении аналога дринфельдовского твиста, который, как было показано например в [69], позволяет строить деформированную теорию поля. Предположительно, обобщенный твист будет полезен при построении деформаций теорий, типа АВJM, описывающих динамику полей на $M2$ -бранах и их пересечениях.

Все представленные в диссертации примеры намбу–лиевой U -дуальности в качестве начального фона имеют чисто метрическое пространство, заданное групповым многообразием. Естественным стремлением будет обобщение формализма на произвольные пространства с заданным набором изометрий. В литературе представлен определенный прогресс в обобщении неабелевой T -дуальности за пределы фактор-групповых пространств (см. например [70]). Автору интересным видится продолжение работы в данном направлении для неабелевой U -дуальности и приложение к пространствам, имеющим известную голографическую интерпретацию. Известно, что неабелева T -дуальность позволяет генерировать пространства, голографически дуальные $\mathcal{N} = 1$ суперконформным теориям поля [71, 72]. Ожидается, что конструкция неабелевой U -дуальности, основанная на внешнем автоморфизме, описанная в настоящей диссертации окажется полезной для приложения к суперконформным теориям, дуальным решениям $11D$ супергравитации.

С математической точки зрения представляет интерес вопрос классификации исключительных алгебр Дринфельда и, соответственно, возможных орбит намбу–лиевой U -дуальности. Для пуассон–лиевой T -дуальности такая классификация, основанная на классификации Бьянки трехмерных алгебр Ли была представлена в работе [73] для шестимерных алгебр Дринфельда. Для шестимерных исключительных алгебр Дринфельда классификация

была найдена в работе [74]. Основываясь на классификации алгебр более высоких размерностей, интересно получить классификацию соответствующих исключительных алгебр Дринфельда и сопоставить классы решений 11D супергравитации, дуальных (плюральных) друг другу.

Список литературы

- [1] C.M. Hull и P.K. Townsend. — «Unity of superstring dualities». — В: *Nucl.Phys.* B438 (1995), с. 109—137. — DOI: [10.1016/0550-3213\(94\)00559-W](https://doi.org/10.1016/0550-3213(94)00559-W). — arXiv: [hep-th/9410167](https://arxiv.org/abs/hep-th/9410167) [hep-th].
- [2] Edward Witten. — «String theory dynamics in various dimensions». — В: *Nucl.Phys.* B443 (1995), с. 85—126. — DOI: [10.1016/0550-3213\(95\)00158-0](https://doi.org/10.1016/0550-3213(95)00158-0). — arXiv: [hep-th/9503124](https://arxiv.org/abs/hep-th/9503124) [hep-th].
- [3] E. Cremmer и др. — «Dualization of dualities. 1.» — В: *Nucl.Phys.* B523 (1998), с. 73—144. — DOI: [10.1016/S0550-3213\(98\)00136-9](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(98)00136-9). — arXiv: [hep-th/9710119](https://arxiv.org/abs/hep-th/9710119) [hep-th].
- [4] E. Cremmer и др. — «Dualization of dualities. 2. Twisted self-duality of doubled fields, and superdualities». — В: *Nucl. Phys.* B535 (1998), с. 242—292. — DOI: [10.1016/S0550-3213\(98\)00552-5](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(98)00552-5). — arXiv: [hep-th/9806106](https://arxiv.org/abs/hep-th/9806106) [hep-th].
- [5] Axel Kleinschmidt. — «Counting supersymmetric branes». — В: *JHEP* 10 (2011), с. 144. — DOI: [10.1007/JHEP10\(2011\)144](https://doi.org/10.1007/JHEP10(2011)144). — arXiv: [1109.2025](https://arxiv.org/abs/1109.2025) [hep-th].
- [6] Jan de Boer и Masaki Shigemori. — «Exotic Branes in String Theory». — В: *Phys. Rept.* 532 (2013), с. 65—118. — DOI: [10.1016/j.physrep.2013.07.003](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2013.07.003). — arXiv: [1209.6056](https://arxiv.org/abs/1209.6056) [hep-th].
- [7] Eric A. Bergshoeff, Fabio Riccioni и Luca Romano. — «Branes, Weights and Central Charges». — В: *JHEP* 06 (2013), с. 019. — DOI: [10.1007/JHEP06\(2013\)019](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2013)019). — arXiv: [1303.0221](https://arxiv.org/abs/1303.0221) [hep-th].
- [8] Cesar Damian и др. — «Slow-Roll Inflation in Non-geometric Flux Compactification». — В: *JHEP* 06 (2013), с. 109. — DOI: [10.1007/JHEP06\(2013\)109](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2013)109). — arXiv: [1302.0529](https://arxiv.org/abs/1302.0529) [hep-th].
- [9] Bernard de Wit, Henning Samtleben и Mario Trigiante. — «On Lagrangians and gaugings of maximal supergravities». — В: *Nucl. Phys. B* 655 (2003), с. 93—126. — DOI: [10.1016/S0550-3213\(03\)00059-2](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(03)00059-2). — arXiv: [hep-th/0212239](https://arxiv.org/abs/hep-th/0212239).
- [10] Francois Delduc, Marc Magro и Benoit Vicedo. — «An integrable deformation of the $AdS_5 \times S^5$ superstring action». — В: *Phys. Rev. Lett.* 112.5 (2014), с. 051601. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.112.051601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.051601). — arXiv: [1309.5850](https://arxiv.org/abs/1309.5850) [hep-th].

- [11] Gleb Arutyunov, Riccardo Borsato и Sergey Frolov. — «Puzzles of η -deformed $AdS_5 \times S^5$ ». — B: *JHEP* 12 (2015), с. 049. — DOI: [10.1007/JHEP12\(2015\)049](https://doi.org/10.1007/JHEP12(2015)049). — arXiv: [1507.04239 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1507.04239).
- [12] B. Hoare и A. A. Tseytlin. — «Type IIB supergravity solution for the T-dual of the η -deformed $AdS_5 \times S^5$ superstring». — B: *JHEP* 10 (2015), с. 060. — DOI: [10.1007/JHEP10\(2015\)060](https://doi.org/10.1007/JHEP10(2015)060). — arXiv: [1508.01150 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1508.01150).
- [13] G. Arutyunov и др. — «Scale invariance of the η -deformed $AdS_5 \times S^5$ superstring, T-duality and modified type II equations». — B: *Nucl. Phys.* B903 (2016), с. 262—303. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2015.12.012](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2015.12.012). — arXiv: [1511.05795 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1511.05795).
- [14] Chris D.A. Blair, Emanuel Malek и Daniel C. Thompson. — «O-folds: Orientifolds and Orbifolds in Exceptional Field Theory». — B: *JHEP* 09 (2018), с. 157. — DOI: [10.1007/JHEP09\(2018\)157](https://doi.org/10.1007/JHEP09(2018)157). — arXiv: [1805.04524 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1805.04524).
- [15] Olaf Hohm и Henning Samtleben. — «Exceptional Form of D=11 Supergravity». — B: *Phys.Rev.Lett.* 111 (2013), с. 231601. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.111.231601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.231601). — arXiv: [1308.1673 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1308.1673).
- [16] David S. Berman и Malcolm J. Perry. — «Generalized Geometry and M theory». — B: *JHEP* 06 (2011), с. 074. — DOI: [10.1007/JHEP06\(2011\)074](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2011)074). — arXiv: [1008.1763 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1008.1763).
- [17] David S. Berman, Hadi Godazgar и Malcolm J. Perry. — «SO(5,5) duality in M-theory and generalized geometry». — B: *Phys.Lett.* B700 (2011), с. 65—67. — DOI: [10.1016/j.physletb.2011.04.046](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2011.04.046). — arXiv: [1103.5733 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1103.5733).
- [18] David S. Berman и др. — «The Local symmetries of M-theory and their formulation in generalised geometry». — B: *JHEP* 1201 (2012), с. 012. — DOI: [10.1007/JHEP01\(2012\)012](https://doi.org/10.1007/JHEP01(2012)012). — arXiv: [1110.3930 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1110.3930).
- [19] David S. Berman и др. — «Duality Invariant Actions and Generalised Geometry». — B: *JHEP* 1202 (2012), с. 108. — DOI: [10.1007/JHEP02\(2012\)108](https://doi.org/10.1007/JHEP02(2012)108). — arXiv: [1111.0459 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1111.0459).
- [20] Emanuel Malek. — «U-duality in three and four dimensions». — B: *Int. J. Mod. Phys. A* 32.27 (2017), с. 1750169. — DOI: [10.1142/S0217751X1750169X](https://doi.org/10.1142/S0217751X1750169X). — arXiv: [1205.6403 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1205.6403).
- [21] T. H. Buscher. — «A Symmetry of the String Background Field Equations». — B: *Phys. Lett.* B194 (1987), с. 59—62. — DOI: [10.1016/0370-2693\(87\)90769-6](https://doi.org/10.1016/0370-2693(87)90769-6).
- [22] M.J. Duff. — «Duality rotations in string theory». — B: *Nucl.Phys.* B335 (1990), с. 610. — DOI: [10.1016/0550-3213\(90\)90520-N](https://doi.org/10.1016/0550-3213(90)90520-N).

- [23] T. H. Buscher. — «Path Integral Derivation of Quantum Duality in Nonlinear Sigma Models». — В: *Phys. Lett.* B201 (1988), с. 466—472. — DOI: [10.1016/0370-2693\(88\)90602-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(88)90602-8).
- [24] Chris Hull и Barton Zwiebach. — «The Gauge algebra of double field theory and Courant brackets». — В: *JHEP* 0909 (2009), с. 090. — arXiv: [0908.1792 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/0908.1792).
- [25] Olaf Hohm, Chris Hull и Barton Zwiebach. — «Background independent action for double field theory». — В: *JHEP* 1007 (2010), с. 016. — DOI: [10.1007/JHEP07\(2010\)016](https://doi.org/10.1007/JHEP07(2010)016). — arXiv: [1003.5027 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1003.5027).
- [26] Olaf Hohm, Chris Hull и Barton Zwiebach. — «Generalized metric formulation of double field theory». — В: *JHEP* 1008 (2010), с. 008. — DOI: [10.1007/JHEP08\(2010\)008](https://doi.org/10.1007/JHEP08(2010)008). — arXiv: [1006.4823 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1006.4823).
- [27] Arkady A. Tseytlin. — «Duality symmetric formulation of string world sheet dynamics». — В: *Phys.Lett.* B242 (1990), с. 163—174. — DOI: [10.1016/0370-2693\(90\)91454-J](https://doi.org/10.1016/0370-2693(90)91454-J).
- [28] Arkady A. Tseytlin. — «Duality symmetric closed string theory and interacting chiral scalars». — В: *Nucl.Phys.* B350 (1991), с. 395—440. — DOI: [10.1016/0550-3213\(91\)90266-Z](https://doi.org/10.1016/0550-3213(91)90266-Z).
- [29] Taichiro Kugo и Barton Zwiebach. — «Target space duality as a symmetry of string field theory». — В: *Prog. Theor. Phys.* 87 (1992), с. 801. — arXiv: [hep-th/9201040 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/hep-th/9201040).
- [30] E.S. Fradkin и Arkady A. Tseytlin. — «QUANTUM EQUIVALENCE OF DUAL FIELD THEORIES». — В: *Annals Phys.* 162 (1985), с. 31. — DOI: [10.1016/0003-4916\(85\)90225-8](https://doi.org/10.1016/0003-4916(85)90225-8).
- [31] Imtak Jeon, Kanghoon Lee и Jeong-Hyuck Park. — «Incorporation of fermions into double field theory». — В: *JHEP* 1111 (2011), с. 025. — DOI: [10.1007/JHEP11\(2011\)025](https://doi.org/10.1007/JHEP11(2011)025). — arXiv: [1109.2035 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1109.2035).
- [32] Imtak Jeon, Kanghoon Lee и Jeong-Hyuck Park. — «Supersymmetric Double Field Theory: Stringy Reformulation of Supergravity». — В: *Phys.Rev.* D85 (2012), с. 081501. — DOI: [10.1103/PhysRevD.85.089903](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.089903), [10.1103/PhysRevD.85.081501](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.081501), [10.1103/PhysRevD.85.089908](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.089908). — arXiv: [1112.0069 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1112.0069).
- [33] Olaf Hohm и Seung Ki Kwak. — «N=1 Supersymmetric Double Field Theory». — В: *JHEP* 1203 (2012), с. 080. — DOI: [10.1007/JHEP03\(2012\)080](https://doi.org/10.1007/JHEP03(2012)080). — arXiv: [1111.7293 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1111.7293).
- [34] Imtak Jeon и др. — «Stringy Unification of Type IIA and IIB Supergravities under N=2 D=10 Supersymmetric Double Field Theory». — В: *Phys. Lett. B* 723 (2013), с. 245—250. — DOI: [10.1016/j.physletb.2013.05.016](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2013.05.016). — arXiv: [1210.5078 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1210.5078).

- [35] M.J. Duff и J.X. Lu. — «Duality rotations in membrane theory». — В: *Nucl.Phys.* B347 (1990), с. 394—419. — DOI: [10.1016/0550-3213\(90\)90565-U](https://doi.org/10.1016/0550-3213(90)90565-U).
- [36] J.A. de Azcarraga и др. — «Topological Extensions of the Supersymmetry Algebra for Extended Objects». — В: *Phys. Rev. Lett.* 63 (1989), с. 2443. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.63.2443](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.63.2443).
- [37] N.A. Obers и В. Pioline. — «U duality and M theory». — В: *Phys.Rept.* 318 (1999), с. 113—225. — DOI: [10.1016/S0370-1573\(99\)00004-6](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(99)00004-6). — arXiv: [hep-th/9809039](https://arxiv.org/abs/hep-th/9809039) [[hep-th](#)].
- [38] Jan Louis и Andrei Micu. — «Type 2 theories compactified on Calabi-Yau threefolds in the presence of background fluxes». — В: *Nucl. Phys. B* 635 (2002), с. 395—431. — DOI: [10.1016/S0550-3213\(02\)00338-3](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(02)00338-3). — arXiv: [hep-th/0202168](https://arxiv.org/abs/hep-th/0202168).
- [39] Thomas W. Grimm и Jan Louis. — «The Effective action of N = 1 Calabi-Yau orientifolds». — В: *Nucl. Phys. B* 699 (2004), с. 387—426. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2004.08.005](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2004.08.005). — arXiv: [hep-th/0403067](https://arxiv.org/abs/hep-th/0403067).
- [40] Thomas W. Grimm и Jan Louis. — «The Effective action of type IIA Calabi-Yau orientifolds». — В: *Nucl. Phys. B* 718 (2005), с. 153—202. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2005.04.007](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2005.04.007). — arXiv: [hep-th/0412277](https://arxiv.org/abs/hep-th/0412277).
- [41] Joel Scherk и John H. Schwarz. — «Spontaneous Breaking of Supersymmetry Through Dimensional Reduction». — В: *Phys. Lett. B* 82 (1979), с. 60—64. — DOI: [10.1016/0370-2693\(79\)90425-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(79)90425-8).
- [42] Joel Scherk и John H. Schwarz. — «How to Get Masses from Extra Dimensions». — В: *Nucl.Phys.* B153 (1979), с. 61—88.
- [43] H. Nicolai и H. Samtleben. — «Maximal gauged supergravity in three-dimensions». — В: *Phys.Rev.Lett.* 86 (2001), с. 1686—1689. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.86.1686](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.1686). — arXiv: [hep-th/0010076](https://arxiv.org/abs/hep-th/0010076) [[hep-th](#)].
- [44] Bernard de Wit, Henning Samtleben и Mario Trigiante. — «The Maximal D=5 supergravities». — В: *Nucl.Phys.* B716 (2005), с. 215—247. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2005.03.032](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2005.03.032). — arXiv: [hep-th/0412173](https://arxiv.org/abs/hep-th/0412173) [[hep-th](#)].
- [45] Bernard de Wit и Henning Samtleben. — «Gauged maximal supergravities and hierarchies of nonAbelian vector-tensor systems». — В: *Fortsch.Phys.* 53 (2005), с. 442—449. — DOI: [10.1002/prop.200510202](https://doi.org/10.1002/prop.200510202). — arXiv: [hep-th/0501243](https://arxiv.org/abs/hep-th/0501243) [[hep-th](#)].
- [46] Henning Samtleben и Martin Weidner. — «The Maximal D=7 supergravities». — В: *Nucl.Phys.* B725 (2005), с. 383—419. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2005.07.028](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2005.07.028). — arXiv: [hep-th/0506237](https://arxiv.org/abs/hep-th/0506237) [[hep-th](#)].

- [47] E. Bergshoeff, H. Samtleben и E. Sezgin. — «The Gaugings of Maximal D=6 Supergravity». — В: *JHEP* 0803 (2008), с. 068. — DOI: [10.1088/1126-6708/2008/03/068](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2008/03/068). — arXiv: [0712.4277 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/0712.4277).
- [48] Bernard de Wit, Henning Samtleben и Mario Trigiante. — «The Maximal D=4 supergravities». — В: *JHEP* 0706 (2007), с. 049. — DOI: [10.1088/1126-6708/2007/06/049](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2007/06/049). — arXiv: [0705.2101 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/0705.2101).
- [49] Arnaud Le Diffon и Henning Samtleben. — «Supergravities without an Action: Gauging the Trombone». — В: *Nucl.Phys.* B811 (2009), с. 1—35. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2008.11.010](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2008.11.010). — arXiv: [0809.5180 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/0809.5180).
- [50] Henning Samtleben. — «Lectures on Gauged Supergravity and Flux Compactifications». — В: *Class.Quant.Grav.* 25 (2008), с. 214002. — DOI: [10.1088/0264-9381/25/21/214002](https://doi.org/10.1088/0264-9381/25/21/214002). — arXiv: [0808.4076 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/0808.4076).
- [51] Antonio Gallerati и Mario Trigiante. — «Introductory Lectures on Extended Supergravities and Gaugings». — В: *Springer Proc. Phys.* 176 (2016). Под ред. Renata Kallosh и Emanuele Orazi, с. 41—109. — DOI: [10.1007/978-3-319-31352-8_2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-31352-8_2). — arXiv: [1809.10647 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1809.10647).
- [52] Jessie Shelton, Washington Taylor и Brian Wecht. — «Nongeometric flux compactifications». — В: *JHEP* 0510 (2005), с. 085. — DOI: [10.1088/1126-6708/2005/10/085](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2005/10/085). — arXiv: [hep-th/0508133 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/hep-th/0508133).
- [53] Ralph Blumenhagen и др. — «Four-dimensional String Compactifications with D-Branes, Orientifolds and Fluxes». — В: *Phys.Rept.* 445 (2007), с. 1—193. — DOI: [10.1016/j.physrep.2007.04.003](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2007.04.003). — arXiv: [hep-th/0610327 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/hep-th/0610327).
- [54] Mariana Grana. — «Flux compactifications in string theory: A Comprehensive review». — В: *Phys.Rept.* 423 (2006), с. 91—158. — DOI: [10.1016/j.physrep.2005.10.008](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2005.10.008). — arXiv: [hep-th/0509003 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/hep-th/0509003).
- [55] John H. Schwarz. — «Lectures on superstring and M theory dualities: Given at ICTP Spring School and at TASI Summer School». — В: *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* 55 (1997). Под ред. С. Efthimiou и В. Greene, с. 1—32. — DOI: [10.1016/S0920-5632\(97\)00070-4](https://doi.org/10.1016/S0920-5632(97)00070-4). — arXiv: [hep-th/9607201](https://arxiv.org/abs/hep-th/9607201).
- [56] Ernesto Lozano-Tellechea и Tomas Ortin. — «7-branes and higher Kaluza-Klein branes». — В: *Nucl. Phys. B* 607 (2001), с. 213—236. — DOI: [10.1016/S0550-3213\(01\)00177-8](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(01)00177-8). — arXiv: [hep-th/0012051](https://arxiv.org/abs/hep-th/0012051).
- [57] Cumrun Vafa. — «Evidence for F theory». — В: *Nucl. Phys. B* 469 (1996), с. 403—418. — DOI: [10.1016/0550-3213\(96\)00172-1](https://doi.org/10.1016/0550-3213(96)00172-1). — arXiv: [hep-th/9602022](https://arxiv.org/abs/hep-th/9602022).

- [58] Clifford V. Johnson. — «From M theory to F theory, with branes». — B: *Nucl. Phys. B* 507 (1997), с. 227—244. — DOI: [10.1016/S0550-3213\(97\)00550-6](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(97)00550-6). — arXiv: [hep-th/9706155](https://arxiv.org/abs/hep-th/9706155).
- [59] David Tong. — «NS5-branes, T duality and world sheet instantons». — B: *JHEP* 07 (2002), с. 013. — DOI: [10.1088/1126-6708/2002/07/013](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2002/07/013). — arXiv: [hep-th/0204186](https://arxiv.org/abs/hep-th/0204186).
- [60] Jeffrey A. Harvey и Steuard Jensen. — «Worldsheet instanton corrections to the Kaluza-Klein monopole». — B: *JHEP* 10 (2005), с. 028. — DOI: [10.1088/1126-6708/2005/10/028](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2005/10/028). — arXiv: [hep-th/0507204](https://arxiv.org/abs/hep-th/0507204).
- [61] David S. Berman и Felix J. Rudolph. — «Branes are Waves and Monopoles». — B: *JHEP* 05 (2015), с. 015. — DOI: [10.1007/JHEP05\(2015\)015](https://doi.org/10.1007/JHEP05(2015)015). — arXiv: [1409.6314 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1409.6314).
- [62] Iosif Bena, Joseph Polchinski и Radu Roiban. — «Hidden symmetries of the AdS(5) x S**5 superstring». — B: *Phys. Rev. D* 69 (2004), с. 046002. — DOI: [10.1103/PhysRevD.69.046002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.69.046002). — arXiv: [hep-th/0305116](https://arxiv.org/abs/hep-th/0305116).
- [63] Yuho Sakatani, Shozo Uehara и Kentaroh Yoshida. — «Generalized gravity from modified DFT». — B: *JHEP* 04 (2017), с. 123. — DOI: [10.1007/JHEP04\(2017\)123](https://doi.org/10.1007/JHEP04(2017)123). — arXiv: [1611.05856 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1611.05856).
- [64] Arnaud Baguet, Marc Magro и Henning Samtleben. — «Generalized IIB supergravity from exceptional field theory». — B: *JHEP* 03 (2017), с. 100. — DOI: [10.1007/JHEP03\(2017\)100](https://doi.org/10.1007/JHEP03(2017)100). — arXiv: [1612.07210 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1612.07210).
- [65] I. Bakhmatov и др. — «Classical Yang-Baxter Equation from Supergravity». — B: *Phys. Rev. D* 98.2 (2018), с. 021901. — DOI: [10.1103/PhysRevD.98.021901](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.021901). — arXiv: [1710.06784 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1710.06784).
- [66] I. Bakhmatov и др. — «Yang-Baxter Deformations Beyond Coset Spaces (a slick way to do TsT)». — B: *JHEP* 06 (2018), с. 161. — DOI: [10.1007/JHEP06\(2018\)161](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2018)161). — arXiv: [1803.07498 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1803.07498).
- [67] Emanuel Malek и Henning Samtleben. — «Kaluza-Klein Spectrometry for Supergravity». — B: *Phys. Rev. Lett.* 124.10 (2020), с. 101601. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.124.101601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.101601). — arXiv: [1911.12640 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1911.12640).
- [68] Emanuel Malek и Henning Samtleben. — «Kaluza-Klein Spectrometry from Exceptional Field Theory». — B: *Phys. Rev. D* 102.10 (2020), с. 106016. — DOI: [10.1103/PhysRevD.102.106016](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.102.106016). — arXiv: [2009.03347 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/2009.03347).
- [69] Stijn J. van Tongeren. — «Yang-Baxter deformations, AdS/CFT, and twist-noncommutative gauge theory». — B: *Nucl. Phys.* B904 (2016), с. 148—175. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2016.01.012](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2016.01.012). — arXiv: [1506.01023 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1506.01023).
- [70] Yuho Sakatani. — «Type II DFT solutions from Poisson-Lie T-duality/plurality». — B: (2019). [PTEP,073B04(2019)]. — DOI: [10.1093/ptep/ptz071](https://doi.org/10.1093/ptep/ptz071). — arXiv: [1903.12175 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1903.12175).

- [71] Georgios Itsios и др. — «Non-Abelian T-duality and the AdS/CFT correspondence: new $N=1$ backgrounds». — В: *Nucl. Phys. B* 873 (2013), с. 1—64. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2013.04.004](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2013.04.004). — arXiv: [1301.6755 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1301.6755).
- [72] Georgios Itsios и др. — «On Non-Abelian T-Duality and new $N=1$ backgrounds». — В: *Phys. Lett. B* 721 (2013), с. 342—346. — DOI: [10.1016/j.physletb.2013.03.033](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2013.03.033). — arXiv: [1212.4840 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1212.4840).
- [73] L. Hlavaty и L. Snobl. — «Classification of 6-dimensional manin triples». — В: (февр. 2002). — arXiv: [math/0202209](https://arxiv.org/abs/math/0202209).
- [74] Ladislav Hlavaty. — «Classification of 6D Leibniz algebras». — В: *PTEP* 2020.7 (2020), 071B01. — DOI: [10.1093/ptep/ptaa082](https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa082). — arXiv: [2003.06164 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/2003.06164).

Публикации автора по теме диссертации

В реферируемых журналах

- [1] David S. Berman и др. — «Duality Invariant M-theory: Gauged supergravities and Scherk-Schwarz reductions». — В: *JHEP* 10 (2012), с. 174. — DOI: [10.1007/JHEP10\(2012\)174](https://doi.org/10.1007/JHEP10(2012)174). — arXiv: [1208.0020 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1208.0020).
- [2] Edvard T. Musaev. — «Gauged supergravities in 5 and 6 dimensions from generalised Scherk-Schwarz reductions». — В: *JHEP* 05 (2013), с. 161. — DOI: [10.1007/JHEP05\(2013\)161](https://doi.org/10.1007/JHEP05(2013)161). — arXiv: [1301.0467 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1301.0467).
- [3] Edvard Musaev и Henning Samtleben. — «Fermions and supersymmetry in $E_{6(6)}$ exceptional field theory». — В: *JHEP* 03 (2015), с. 027. — DOI: [10.1007/JHEP03\(2015\)027](https://doi.org/10.1007/JHEP03(2015)027). — arXiv: [1412.7286 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1412.7286).
- [4] Aidar Abzalov, Ilya Bakhmatov и Edvard T. Musaev. — «Exceptional field theory: $SO(5,5)$ ». — В: *JHEP* 06 (2015), с. 088. — DOI: [10.1007/JHEP06\(2015\)088](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2015)088). — arXiv: [1504.01523 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1504.01523).
- [5] Edvard T. Musaev. — «Exceptional field theory: $SL(5)$ ». — В: *JHEP* 02 (2016), с. 012. — DOI: [10.1007/JHEP02\(2016\)012](https://doi.org/10.1007/JHEP02(2016)012). — arXiv: [1512.02163 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1512.02163).
- [6] Ilya Bakhmatov, Axel Kleinschmidt и Edvard T. Musaev. — «Non-geometric branes are DFT monopoles». — В: *JHEP* 10 (2016), с. 076. — DOI: [10.1007/JHEP10\(2016\)076](https://doi.org/10.1007/JHEP10(2016)076). — arXiv: [1607.05450 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1607.05450).
- [7] Olaf Hohm, Edvard T. Musaev и Henning Samtleben. — « $O(d+1, d+1)$ enhanced double field theory». — В: *JHEP* 10 (2017), с. 086. — DOI: [10.1007/JHEP10\(2017\)086](https://doi.org/10.1007/JHEP10(2017)086). — arXiv: [1707.06693 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1707.06693).

- [8] Chris D. A. Blair и Edvard T. Musaev. — «Five-brane actions in double field theory». — В: *JHEP* 03 (2018), с. 111. — DOI: [10.1007/JHEP03\(2018\)111](https://doi.org/10.1007/JHEP03(2018)111). — arXiv: [1712.01739 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1712.01739).
- [9] Ilya Bakhmatov и др. — «Exotic branes in Exceptional Field Theory: the $SL(5)$ duality group». — В: *JHEP* 08 (2018), с. 021. — DOI: [10.1007/JHEP08\(2018\)021](https://doi.org/10.1007/JHEP08(2018)021). — arXiv: [1710.09740 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1710.09740).
- [10] David S. Berman, Edvard T. Musaev и Ray Otsuki. — «Exotic Branes in Exceptional Field Theory: $E_{7(7)}$ and Beyond». — В: *JHEP* 12 (2018), с. 053. — DOI: [10.1007/JHEP12\(2018\)053](https://doi.org/10.1007/JHEP12(2018)053). — arXiv: [1806.00430 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1806.00430).
- [11] Ilya Bakhmatov и Edvard T. Musaev. — «Classical Yang-Baxter equation from β -supergravity». — В: *JHEP* 01 (2019), с. 140. — DOI: [10.1007/JHEP01\(2019\)140](https://doi.org/10.1007/JHEP01(2019)140). — arXiv: [1811.09056 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1811.09056).
- [12] Edvard T. Musaev. — «Gauge Field Fluxes and Bianchi Identities in Extended Field Theories». — В: *Theor. Math. Phys.* 200.2 (2019). [*Theor. Mat. Fiz.*200,no.2,269(2019)], с. 1158—1170. — DOI: [10.1134/S0040577919080087](https://doi.org/10.1134/S0040577919080087), [10.4213/tmf9671](https://doi.org/10.4213/tmf9671). — arXiv: [1907.12222 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1907.12222).
- [13] Eric Bergshoeff и др. — «The different faces of branes in Double Field Theory». — В: *JHEP* 09 (2019). [*JHEP*19,110(2020)], с. 110. — DOI: [10.1007/JHEP09\(2019\)110](https://doi.org/10.1007/JHEP09(2019)110). — arXiv: [1903.05601 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1903.05601).
- [14] Ilya Bakhmatov и др. — «Tri-vector deformations in $d = 11$ supergravity». — В: *JHEP* 08 (2019), с. 126. — DOI: [10.1007/JHEP08\(2019\)126](https://doi.org/10.1007/JHEP08(2019)126). — arXiv: [1906.09052 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1906.09052).
- [15] Edvard T. Musaev. — «U-Dualities in Type II and M-Theory: A Covariant Approach». — В: *Symmetry* 11.8 (2019), с. 993. — DOI: [10.3390/sym11080993](https://doi.org/10.3390/sym11080993).
- [16] Edvard T. Musaev и Yuho Sakatani. — «Non-Abelian U duality at work». — В: *Phys. Rev. D* 104.4 (2021), с. 046015. — DOI: [10.1103/PhysRevD.104.046015](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.104.046015). — arXiv: [2012.13263 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/2012.13263).
- [17] Edvard T. Musaev. — «On non-abelian U-duality of 11D backgrounds». — В: (июль 2020). — arXiv: [2007.01213 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/2007.01213).
- [18] Edvard T. Musaev и Jeffrey P. Molina. — «The invariant action for solitonic 5-branes». — В: *Eur. Phys. J. C* 82.11 (2022), с. 978. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-022-10946-1](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-10946-1). — arXiv: [2205.07526 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/2205.07526).
- [19] Alexander Kulyabin и Edvard T. Musaev. — «SUSY and Tri-Vector Deformations». — В: *Symmetry* 14.12 (2022), с. 2525. — DOI: [10.3390/sym14122525](https://doi.org/10.3390/sym14122525). — arXiv: [2210.14788 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/2210.14788).

- [20] Sameer Kumar и Edvard T. Musaev. — «On 10-dimensional Exceptional Drinfeld algebras». — В: *PTEP* 2023.8 (2023), 083B05. — DOI: [10.1093/ptep/ptad100](https://doi.org/10.1093/ptep/ptad100). — arXiv: [2301.11963](https://arxiv.org/abs/2301.11963) [hep-th].

В сборниках трудов конференций

- [21] Edvard Musaev. — «Exotic branes in Double Field Theory». — В: *EPJ Web Conf.* 125 (2016), с. 05017. — DOI: [10.1051/epjconf/201612505017](https://doi.org/10.1051/epjconf/201612505017).
- [22] Edvard T. Musaev. — «Isometries of five-branes and T-duality». — В: *EPJ Web Conf.* 191 (2018), с. 06009. — DOI: [10.1051/epjconf/201819106009](https://doi.org/10.1051/epjconf/201819106009).
- [23] Edvard T. Musaev. — «Dynamics of branes in Double Field Theory». — В: *PoS CORFU2018* (2019), с. 138. — DOI: [10.22323/1.347.0138](https://doi.org/10.22323/1.347.0138). — arXiv: [1904.02650](https://arxiv.org/abs/1904.02650) [hep-th].
- [24] David S. Berman, Edvard T. Musaev и R. Otsuki. — «Exotic Branes in M-Theory». — В: *PoS CORFU2018* (2019), с. 138. — DOI: [10.22323/1.347.0138](https://doi.org/10.22323/1.347.0138). — arXiv: [1903.10247](https://arxiv.org/abs/1903.10247) [hep-th].
- [25] S. Kumar и E. Musaev. — «On 10-Dimensional Exceptional Drinfel'd Algebras». — В: *Phys. Part. Nucl. Lett.* 20.6 (2023), с. 1452—1455. — DOI: [10.1134/S1547477123060213](https://doi.org/10.1134/S1547477123060213).

Мусаев Эдвард Таваккулович

Ковариантный подход к изучению дуальностей в теории суперструн и в М-теории

Автореф. дис. на соискание ученой степени д. физ.-мат. наук

Подписано в печать _____._____._____. Заказ № _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 2. Тираж 30 экз.

Типография Переплетофф