

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской Академии Наук

На правах рукописи

Цыганков Евгений Александрович

**Магнитооптические резонансы в атомах щелочных
металлов и в полихроматических полях**

Специальность 1.3.19 —
Лазерная физика

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Яковлев Валерий Петрович

Москва — 2022

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1. Двойной радиооптический резонанс на переходе	
$F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$	19
1.1. Двухквантовый магнитный резонанс в гармоническом РЧ-поле	22
1.1.1. Влияние РЧ-сдвига частоты одноквантовых переходов на структуру резонанса	30
1.1.2. Влияние квадратичного эффекта Зеемана на структуру резонанса	35
1.2. Двухквантовый магнитный резонанс в модулированных РЧ-полях	37
1.2.1. Магнитный резонанс в случае фазовой модуляции РЧ-поля	39
1.2.2. Магнитный резонанс в РЧ-гребёнке частот	41
Глава 2. Когерентное пленение населённостей	
в полихроматическом лазерном поле	54
2.1. Модуляционная спектроскопия резонансов КПН	56
2.1.1. Синфазный и квадратурный сигналы. Максимизация крутизны	68
2.1.2. Влияние скорости релаксации оптических когерентностей на световой сдвиг	72
2.2. Эффекты асимметрии резонанса КПН	77
Глава 3. Поле с фазово-амплитудной модуляцией и спектры	
диодных лазеров с вертикальным резонатором	98
3.1. Спектр поля с фазово-амплитудной модуляцией	98
3.2. Описание спектров ДИЛВЕР, основанное на уравнениях Максвелла	101
3.3. Экспериментальные результаты	108
Заключение	111

Список сокращений и условных обозначений	113
Список литературы	114

Введение

Актуальность темы и степень её разработанности

В данной диссертационной работе представлены результаты теоретических исследований в области квантовых магнитометров с оптической накачкой и микроволновых стандартов частоты. Их объединяет использование одинаковых ансамблей атомов щелочных металлов, но различает тип используемых переходов. В первом случае измеряется частотный интервал между магниточувствительными подуровнями, энергия которых изменяется в силу эффекта Зеемана. Во втором случае опорным является резонанс на переходе, частота которого не зависит от магнитного поля в линейном приближении. Несмотря на то, что указанные области зародились в середине XX века, развитие существующих и создание новых методов спектроскопии опорных переходов атомов щелочных металлов остаётся актуальной задачей, поскольку позволяет улучшать метрологические характеристики магнитометров и стандартов частоты, что открывает новые возможности их применения в прикладных и фундаментальных дисциплинах. Например, в настоящее время разрабатываются бортовые стандарты частоты для задач глобальных навигационных спутниковых систем, малогабаритные атомные стандарты частоты для беспилотных аппаратов, требующих автономной навигации, ведётся разработка более чувствительных переносных магнитометров, сенсоров магнитного поля биологических объектов.

Прецизионные измерения магнитного поля составляют раздел метрологии, находящий множество применений как в фундаментальных (проверка СРТ-инвариантности [1, 2], поиск частиц тёмной материи [3], гео- и космофизика [4] и пр.), так и в прикладных исследованиях. К последним можно отнести задачи магнитной разведки (в геологии — поиск полезных ископаемых; в военном деле — боеприпасов и военной техники; в археологии — артефактов), навигации, медицинских и биологических исследований (в частности, магнитной кардиографии и магнитной энцефалографии [5, 6]), мониторинга магнитных полей (например, в сейсмологии для обнаружения предвестников землетрясений). Магнитометрия как область точных исследований началась с создания и использования классических устройств для измерения магнитного поля, регистрирующих его воздействие на постоянные магниты, движущиеся заряды

и т. п. Как правило, эти устройства подвержены сильному дрейфу частоты и не обладают высокой вариационной чувствительностью (способность регистрировать малые изменения измеряемой величины) и пространственным разрешением.

Принцип оптического детектирования магнитных резонансов (МР) [7], увеличивший чувствительность по сравнению с прямым электромагнитным методом, и метод оптической накачки [8, 9] легли в основу нового класса магнитометрических устройств — квантовых магнитометров с оптической накачкой (КМОН). Данный тип приборов позволил добиться необычайно высокой точности и чувствительности измерения магнитного поля. КМОН обладают наибольшей точностью, а по вариационной чувствительности не уступают сверхпроводящим квантовым датчикам, достигая значений лучше чем $10 \text{ фТл}/\sqrt{\text{Гц}}$ [10]. Детальный обзор пионерских и современных методов измерения магнитных полей приведён в работе [11].

Для возможности оптической накачки существенным является наличие у атома углового момента количества движения в основном состоянии используемого электродипольного перехода. Также необходимо, чтобы его линии поглощения находились в тех областях спектра, для которых есть эффективные источники излучения. Этим требованиям удовлетворяют некоторые химические элементы, среди которых — щелочные металлы. Требование к значению температуры (оно должно быть таким, при котором давление паров обеспечивает достаточное поглощение излучения), сужает диапазон рабочих вариантов до атомов цезия, калия и рубидия. Оптическая накачка приводит к нарушению больцмановского распределения населённостей подуровней основного состояния атома, а изменение относительной населённости магнитных (зеemanовских) подуровней приводит к возникновению ненулевого макроскопического магнитного момента атомного ансамбля (дипольного или более высоких порядков). До появления диодных лазеров излучение необходимого спектрального состава получали за счёт пропускания флуоресценции лампового источника через интерференционный фильтр. Поскольку их излучение идёт в полный телесный угол, лишь малая его часть осуществляет оптическую накачку, что требует больших затрат энергии на нагрев «ламп». Полупроводниковые лазеры позволили значительно уменьшить габариты КМОН (снижение количества элементов питания и устранение «ламп») и их энергопотребление.

Чаще всего для определения частоты зеемановского сдвига подуровней основного состояния атома используется двойной радиооптический резонанс (ДРОР). В этой технике используется РЧ-поле, частота которого сканируется в области зеемановского расщепления подуровней основного состояния атомов. В результате в поглощении излучения атомным ансамблем возникают осцилляции на одинарной и/или удвоенной частоте РЧ-поля (первая и вторая гармоника). Зависимости амплитуд осцилляций от частоты РЧ-поля имеют резонансный характер, что позволяет определить величину магнитного поля по частоте, соответствующей максимальному значению амплитуды. Однако ещё до появления лазерных источников накачки был предложен другой вариант зондирования МР — с помощью модуляции амплитуды оптического поля на зеемановской частоте [12]. С появлением лазеров, обладающих лучше контролируемыми спектральными, модуляционными и шумовыми характеристиками, этот метод был обобщён на случаи модуляции других параметров оптического излучения — частоты и поляризации [13–15]. В дальнейшем были предложены другие методы, например такие, в которых используется резонанс нелинейного магнитооптического вращения частотно-модулированного оптического поля [16–18], а также такие, где следят за тем же резонансом, но применяют и РЧ-поле [19]. Далее появились полностью оптические схемы для векторной [20] и свободной от мёртвых зон магнитометрии [21] на базе эффекта когерентного пленения населённостей. Детальный обзор методов приведён в [22].

Эффективность метода ДРОР прежде всего определяется возможностью обеспечить малую релаксацию населённостей и поляризации основного состояния атома, скорость которой определяет ширину МР. В одном из первых экспериментов [8, 9] был использован атомный пучок, поэтому ширина резонансов определялась временем пролёта, составлявшим 10^{-4} с. В ячейках с парами щелочных металлов (запаянные стеклянные колбы), которые стали использоваться в дальнейшем, релаксация происходит при столкновениях атома со стенками ячейки, где время пролёта мало. В ходе работ, целью которых был поиск способов уменьшения скорости релаксации основного состояния атомов, было выявлено, что столкновения с атомами некоторых газов (по преимуществу — инертных) вызывают существенно меньшую релаксацию основного состояния, чем при столкновении атома со стенками ячейки; в то же время быстрый баллистический пролёт от стенки до стенки сменяется медленной диффузией в исполь-

зуюмом буферном газе [23, 24], что позволяет увеличить время жизни неравновесного состояния атома.

Значительно снизить вероятность релаксации также позволило нанесение на внутреннюю поверхность стенок ячеек различных антирелаксационных покрытий [25]. Наиболее часто используемым покрытием является парафин (смесь различных алканов с прямым углеродным скелетом), сохраняющий состояние атома вплоть до 10^4 столкновений, однако имеющий сравнительно низкую температуру плавления 60—80 °С. Подробную информацию об антирелаксационных покрытиях различного типа можно найти в [26, 27]. Отметим, что при использовании ячеек с покрытием частота МР определяется средней величиной светового сдвига его частоты [28] и усреднённой величиной магнитного поля, если оно имеет пространственную неоднородность, а в ячейках с буферным газом МР является суперпозицией парциальных резонансов от атомов, находящихся в областях с различной интенсивностью оптического и индукции магнитного полей.

В КМОН на базе первой гармоники для оптической накачки и детектирования МР используется излучение циркулярной поляризации, проходящее под некоторым углом к магнитному полю (чаще всего $\pi/4$). Поскольку минимальный полный момент основного состояния F_g используемых атомов щелочных металлов равен единице, то в общем случае РЧ-поле вызывает переходы между несколькими парами его подуровней. В силу этого МР является суперпозицией нескольких Лоренцианов. В земном поле (порядка 0.5 Гс) частотный интервал между ними в парах ^{39}K или ^{41}K составляет сотни герц и более (определяется величиной квадратичного зеемановского сдвига частоты магнитных подуровней, которая приводит к неэквидистантности интервалов между ними), что много больше ширины каждого из Лоренцианов (в случае использования достаточно большой ячейки с буферным газом или антирелаксационным покрытием). Это позволяет не только разрешить спектр, но и работать с каждым из Лоренцианов в отдельности, частоты которых испытывают слабое затягивание из-за влияния соседних. Квадратичный зеемановский сдвиг у изотопов калия ^{39}K , ^{41}K существенно превышает соответствующие величины для цезия и рубидия [29–31]. Момент ядра ^{133}Cs , имеющего самую низкую рабочую температуру среди атомов щелочных металлов, равен $7/2$, что даёт величины $F_g = 3$ и $F_g = 4$ для моментов его сверхтонких уровней. Они, в свою очередь, имеют 7

и 9 магнитных подуровней, вырождение по которым снимается в магнитном поле. Частотные интервалы между соседними подуровнями в силу квадратичного эффекта Зеемана отличаются на величину около 7 Гц в магнитном поле Земли. Так как эта величина в общем случае будет меньше ширины каждого Лоренциана, а их амплитуды различны (они определяются разностями населённостей между соседними подуровнями, которые различны при оптической накачке), то группа даёт общий несимметричный резонанс. Его частота подвержена ориентационному сдвигу, то есть изменяется при повороте оптической оси КМОН относительно вектора измеряемого магнитного поля, поскольку от угла между ними зависят амплитуды каждого из Лоренцианов. Из-за недостатков использования ^{39}K или ^{41}K (необходимость поддержания высокой температуры для создания рабочего давления паров) и ^{133}Cs (асимметричный резонанс, частота которого подвержена ориентационному сдвигу) возник вопрос о возможности использования атомов ^{87}Rb с накачкой и зондированием излучением линейной поляризации и регистрацией МР на удвоенной частоте РЧ-поля (предложено В. И. Юдиным и В. Л. Величанским). Частота такого резонанса определяется единственным двухквантовым переходом между подуровнями $m_{F_g} = \pm 1$ уровня $F_g = 1$, частотный интервал между которыми не зависит от квадратичного зеемановского сдвига, поэтому она не должна быть подвержена ориентационному сдвигу. Такой переход потенциально способен обеспечить МР, состоящий из одной симметричной линии, то есть не подверженный ориентационному сдвигу. Указанные факторы обусловили необходимость теоретического описания двойного радиооптического резонанса на оптическом переходе $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$, которая представлена в первой главе работы.

Другим примером использования атомов щелочных металлов в метрологии являются микроволновые стандарты частоты. В них, в отличие от КМОН, рабочим является переход между подуровнями с $m_{F_g} = 0$, частота которых малочувствительна к изменениям величины магнитного поля, поскольку она испытывает только квадратичный зеемановский сдвиг. Первоначально этот переход был применён в пучковых стандартах частоты, в которых атом подвергается воздействию $\pi/2$ импульсов, разделённых интервалом свободной эволюции (совершается пролёт между двумя пространственными областями, в которых есть СВЧ-поле). Эффект когерентного пленения населённостей (КПН), описанный далее, позволил перейти к атомным часам с полностью оптической схемой

и таким образом создать варианты устройств со значительно меньшими размерами по сравнению с теми, где используется СВЧ-резонатор.

Отличительной особенностью взаимодействия трёхуровневой системы с бихроматическим излучением, возбуждающим электродипольные переходы из двух основных состояний в одно общее возбуждённое, является уменьшение поглощения в условиях двухфотонного резонанса. Минимум достигается, когда разность частот обеих компонент оптического поля равна частоте интервала между уровнями основного состояния (точный двухфотонный резонанс). Данный эффект был экспериментально обнаружен и теоретически объяснён в работах как результат оптической накачки системы в когерентную суперпозицию основных состояний, приводящую к деструктивной интерференции каналов возбуждения [32–34]. Позже в литературе он приобрёл название эффекта когерентного пленения населённостей, а состояние системы часто называют тёмным. Важное свойство резонансов КПН состоит в том, что их ширина определяется скоростью релаксации когерентности между уровнями основного состояния, а не шириной оптических переходов в возбуждённое состояние. Таким образом, эффект КПН позволяет получать узкие резонансы с шириной, много меньшей обратного времени жизни возбуждённого состояния, поэтому он нашёл применение в самых различных областях физики и практических приложениях (лазерное охлаждение атомов ниже предела отдачи, КПН-мазер, медленный свет, стандарты частоты и пр. [35–39]).

В большинстве приложений эффекта КПН, в особенности метрологических, используются сверхтонкие подуровни основного состояния атомов щелочных металлов с нулевой проекцией m_{F_g} на ось квантования (переход между которыми часто называют переходом « $0 - 0$ »). Энергетический интервал между этими подуровнями значительно меньше характерной тепловой энергии, поэтому их населённости равны при отсутствии оптических возмущений. Действие бихроматического излучения приводит к оптической накачке атомов в тёмное состояние посредством нескольких циклов поглощения и спонтанного распада. Отметим, что возникающая в этом процессе суперпозиция указанных состояний является непоглощающей только для излучения, которое его непосредственно формирует. Даже вариация разности фаз компонент бихроматического излучения вызывает соответствующее изменение тёмного состояния. При этом,

чем чаще изменяется относительная фаза, то есть чем шире спектр флуктуаций разности частот, тем шире КПН-резонанс и тем меньше его амплитуда [39].

Число публикаций на тему эффекта КПН стало быстро расти после работ, в которых для получения оптического излучения с требуемыми для реализации эффекта характеристиками впервые были использованы диодные лазеры [40, 41]. В работе [40] малый уровень флуктуаций разности частот двух диодных лазеров с внешним резонатором был обеспечен за счёт высокого уровня когерентности каждого из них, в то время как в [41, 42] оптическое поле необходимого спектрального состава было получено с помощью модуляции излучения лазера. Работы [41, 43] были важны с практической точки зрения, потому что впервые был использован диодный лазер с вертикальным резонатором (ДИЛВЕР) [44], а также в них было, во-первых, показано, что спектральная ширина компонент излучения, превышающая естественную ширину возбуждённого состояния и сравнимая с доплеровской шириной, не влияет на ширину резонансов КПН; во-вторых, наблюдались узкие метрологические резонансы шириной порядка 50 Гц.

Диодные лазеры с вертикальным резонатором оказались весьма эффективны в задачах стандартов частоты, особенно для квантовых датчиков малого размера в силу стабильности режима одночастотной генерации даже в условиях глубокой модуляции тока инжекции (более пяти спектральных компонент), а также благодаря малому энергопотреблению. Однако наиболее значительный интерес к приложению эффекта КПН к стандартам частоты возник после работ [45, 46], в которых, помимо ДИЛВЕР, были использованы небольшие ячейки с атомами щелочного металла, изготовленные на базе технологий микроэлектромеханических систем. Результатом этого подхода стала разработка первых малогабаритных атомных часов (МАЧ) [47, 48] (объём порядка 10 см^3). Усилия компаний Honeywell и Microsemi привели к появлению коммерчески доступных МАЧ. На данный момент в лабораториях по всему миру ведутся работы по улучшению характеристик МАЧ, в особенности их долговременной стабильности частоты.

После преобразования в синтезаторе частота опорного генератора (ОГ, чаще всего кварцевый генератор частоты) стабилизируется по частоте резонанса КПН на переходе « $0-0$ » в атомах ^{133}Cs или ^{87}Rb . До разработки диодных лазеров с требуемыми спектральными характеристиками и появления МАЧ в стан-

дартах частоты на базе тех же сверхтонких переходов для оптической накачки использовалась изотопически отфильтрованная флуоресценция «ламп» с атомами щелочного металла [24]. Для стабилизации частоты ОГ использовалась зависимость пропускания излучения от частоты прикладываемого к ансамблю атомов СВЧ-поля, то есть эффект ДРОР. В этом случае два электромагнитных поля (оптическое и СВЧ) взаимодействуют с атомами, в то время как в эффекте КПН может использоваться излучение как двух лазеров, так и СВЧ модулированного ДИЛВЕР. В последнем случае в обеих схемах есть две независимые частоты. В ДРОР это частота излучения и частота СВЧ-поля, в КПН-схеме это частота ДИЛВЕР и частота модуляции тока. Последняя может быть резонансна переходу между сверхтонкими подуровнями, но чаще используется модуляция на половине частоты перехода. Несмотря на схожесть, эффекты ДРОР и КПН имеют ряд существенных различий. В схеме ДРОР используется СВЧ-резонатор, пропускание излучения минимально, когда разность населённостей подуровней $m_{F_g} = 0$ максимальна. В схеме КПН, напротив, не используется СВЧ-резонатор, пропускание излучения максимально, когда населённости подуровней $m_{F_g} = 0$ равны. Поглощение излучения ансамблем атомов в случае ДРОР приводит к продольной неоднородности интенсивности, но при этом пространственное распределение пробного СВЧ-поля не изменяется. В эффекте КПН излучение формирует и регистрирует резонанс, то есть поглощение ведёт к продольной неоднородности интенсивности накачки и детектирования. Сигнал ошибки и петлю обратной связи формируют с помощью техники модуляционной спектроскопии. В её случае используется медленная модуляция СВЧ-поля или переменной составляющей тока ДИЛВЕР. Это приводит к гармоническому отклику среды на этой же частоте. При этом осцилляции, происходящие в фазе с модуляцией частоты ОГ, называют синфазным сигналом, а сдвинутые на $\pi/2$ — квадратурным. Их амплитуды выделяются из сигнала пропускания за счёт синхронного детектирования (его умножения на косинус и синус такой же частоты и усреднения по её периоду). Поскольку они имеют дисперсионный вид как функции расстройки частоты СВЧ-поля (случай ДРОР) или модулирующей ток ДИЛВЕР (случай КПН) от частоты перехода «0 — 0», то могут быть использованы для стабилизации частоты ОГ. Детальное сравнение методов проведено в работах [49, 50].

В настоящее время МАЧ на эффекте когерентного пленения населённых уровней используются во множестве различных направлений, например в задачах навигации для контроля траектории движения автономных беспилотных аппаратов. Для применения МАЧ в таких направлениях как обеспечение связи и системы идентификации «свой–чужой» в условиях радиоэлектронной борьбы, локация объектов с движущихся платформ, необходимо улучшение их долговременной стабильности частоты (на временах более 10^4 с), которая ограничена рядом факторов. Одним из них является асимметрия спектра излучения (мощности компонент, равноудалённых от несущей, не совпадают) СВЧ-модулированных диодных лазеров с вертикальным резонатором, которым зондируют метрологический переход. В силу этого одна из глав диссертационной работы посвящена исследованию механизмов, приводящих к асимметрии спектра излучения лазеров такого типа. Основными факторами, приводящими к нестабильности частоты часов (её флуктуациям и дрейфу), в которых используется ДРОР или эффект КПН, являются вариации температуры внешней среды [51] и световой сдвиг, из-за которого частота перехода «0–0» зависит от интенсивности и спектра излучения и его распределения между спектральными компонентами. Световой сдвиг частоты атомных уровней (динамический эффект Штарка) считается одним из основных эффектов, ограничивающих долговременную стабильность частоты МАЧ. Флуктуации и дрейфы интенсивности излучения и его спектра приводят к шуму и дрейфу выходной частоты часов, что снижает её стабильность. Эффективный метод подавления светового сдвига, основанный на модуляции интенсивности излучения лазера [52], не может быть применён в МАЧ, поскольку требует использования громоздкого модулятора. В работе [53] был предложен подход, позволяющий подавить световой сдвиг частоты ДРОР без применения этих устройств. Он работает следующим образом. Частота опорного генератора модулируется с частотой ω_m , а затем из сигнала пропускания излучения атомной средой выделяют синфазный и квадратурный сигналы. Их амплитуды одновременно обращаются в ноль, когда световой сдвиг оказывается подавлен. Один из них (для определённости — синфазный) используется в системе стабилизации частоты ОГ, а с помощью второго подстраивают частоту лазерного излучения к значению, при котором световой сдвиг равен нулю. Возникает закономерный вопрос о возможности использования квадратурного сигнала для контроля светового сдвига частоты.

ты резонанса когерентного пленения населённости. Во-первых, он изначально присутствует в сигнале пропускания, то есть техника не требует модификации физического модуля устройства и увеличения габаритов стандарта частоты. Во-вторых, как показано в работе [52], контроль светового сдвига почти на порядок улучшает долговременную стабильность частоты. Проверка указанной возможности требовала теоретического описания указанного метода спектроскопии резонансов когерентного пленения населённости, которое представлено в одной из глав работы.

Целью данной работы был поиск возможностей улучшения метрологических характеристик переносных магнитометров на основе двойного радиооптического резонанса и малогабаритных атомных часов на эффекте когерентного пленения населённости.

Для достижения поставленных целей необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Определить возможность формирования магнитного резонанса, состоящего из одной симметричной линии, за счёт использования двухквантового радиочастотного перехода $|F_g = 1, m_{F_g} = -1\rangle \leftrightarrow |F_g = 1, m_{F_g} = 1\rangle$ в атомах ^{87}Rb и его зондирования оптическим излучением линейной поляризации.
2. Установить возможность использования отличия частот нулей синфазного и квадратурного сигналов для контроля светового сдвига частоты резонанса когерентного пленения населённости, вызываемого полихроматическим лазерным излучением, в приложении к малогабаритным атомным часам на атомах ^{87}Rb или ^{133}Cs .
3. Установить механизм возникновения асимметрии спектров диодных лазеров с вертикальным резонатором при СВЧ-модуляции тока инжекции и определить её влияние на характеристики резонанса когерентного пленения населённости в атомах ^{87}Rb или ^{133}Cs , регистрируемого излучением этих лазеров.

Научная новизна:

1. Впервые теоретически исследован магнитный резонанс на оптическом переходе $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ для случая линейной поляризации оптического излучения. Получены аналитические выражения, описывающие его структуру, связанную с квадратичным и динамическим эффектами

ми Зеемана. Показано, что амплитуда двухквантового магнитного резонанса на переходе $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ падает с ростом измеряемого поля пропорционально четвёртой степени его индукции. Сделано обобщение на случай оптического излучения эллиптической поляризации и модуляции амплитуды РЧ-поля последовательностью прямоугольных импульсов и получены аналитические выражения для ориентационного сдвига частоты резонанса.

2. Впервые теоретически рассмотрен эффект когерентного пленения населённостей в случае поля вида $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos [\omega_0 t + a \sin (\Omega t + b \sin \omega_m t)]$, первые боковые полосы которого настроены на оптические переходы Λ -схемы уровней. Получены аналитические выражения для амплитуд синфазного и квадратурного сигналов (осцилляции поглощения, пропорциональные $\cos \omega_m t$ и $\sin \omega_m t$ соответственно) и светового сдвига их частоты. Сделано обобщение на случай двойной Λ -схемы уровней и неравенства мощностей первых боковых компонент спектра излучения и получены аналитические выражения для сдвигов их частот, связанные с асимметрией резонанса. Показано, что частота как синфазного, так и квадратурного сигнала нелинейно зависит от интенсивности полихроматического излучения. Это объясняет экспериментально наблюдаемое отличие этой частоты при разных спектрах, обеспечивающих подавление линейного отклика на вариации мощности оптического излучения — в такой ситуации световой сдвиг частоты резонанса когерентного пленения населённостей оказывается не равен нулю и отличен по величине.
3. Впервые показано, что модель фазово-амплитудной модуляции монохроматического поля обеспечивает асимметрию спектра, для которой справедливо либо неравенство $P_{|k|} > P_{-|k|}$, либо противоположное, где $P_{|k|}$ — мощность спектральной компоненты индекса k , в то время как для излучения диодных лазеров с вертикальным резонатором в режиме глубокой СВЧ-модуляции тока инжекции такое правило не выполняется. В подходе, учитывающем нелинейное взаимодействие спектральных компонент в активной области, получено аналитическое решение, корректно описывающее экспериментально наблюдаемую асимметрию

спектров излучения указанного типа лазеров, когда существенны амплитуда несущей и первых четырёх боковых полос.

Практическая значимость:

1. Развитые методы спектроскопии двухквантового магнитного резонанса на переходе $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ могут быть использованы для увеличения диапазона измеряемых магнитных полей переносными магнитометрами на основе атомов щелочных металлов, в которых для оптической накачки используется излучение линейной поляризации.
2. Проведённые расчёты показали, что отличие частот нулей синфазного и квадратурного сигналов является следствием асимметрии резонанса когерентного пленения населённостей. Таким образом, оно не может быть использовано в малогабаритных атомных часах для подавления светового сдвига частоты магнитонезависимого в линейном приближении СВЧ-перехода атомов щелочных металлов за счёт вариации спектра полихроматического излучения.
3. Проведённый расчёт позволил установить допустимую область давления буферного газа, в которой одновременно можно обеспечить минимум ширины резонанса когерентного пленения населённостей и подавить световой сдвиг его частоты за счёт вариации спектра фазово-модулированного оптического поля. Этот диапазон может быть использован в малогабаритных атомных часах для улучшения их стабильности частоты.

Положения, выносимые на защиту:

1. Модуляция зондирующего радиочастотного поля периодической последовательностью импульсов позволяет более чем на порядок уменьшить ориентационный сдвиг частоты магнитного резонанса на оптическом переходе $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$, обусловленный нелинейным эффектом Зеемана и эллиптичностью поляризации оптического излучения.
2. Световой сдвиг частоты резонанса когерентного пленения населённостей можно подавить за счёт вариации спектра излучения фазово-модулированного поля, первые боковые полосы которого настроены на оптические переходы Λ -схемы уровней, если их однородное уширение меньше 0.428 величины интервала между уровнями её основного состояния.

3. Асимметрия резонанса когерентного пленения населённостей, возникающая из-за отличия мощностей первых боковых полос спектра полихроматического излучения, настроенных на оптические переходы двойной Λ -схемы уровней, или их затухания в атомной среде, приводит к нелинейной зависимости частот нулей синфазного и квадратурного сигналов от его интенсивности.
4. Отношение мощностей вторых боковых полос спектра излучения диодного лазера с вертикальным резонатором, для которого выполняется неравенство $P_{\mp 2} < P_{\mp 1} < P_0$, где P_k — мощность спектральной компоненты индекса k , образует резонанс как функция тока инжекции. Его максимум достигается, когда удвоенная частота переменной составляющей тока близка к частоте релаксационных колебаний.

Полученные в диссертационной работе результаты могут быть использованы для увеличения точности измерения магнитных полей квантовыми магнитометрами с оптической накачкой и улучшения долговременной стабильности частоты атомных часов на эффекте когерентного пленения населённостей специалистами в области метрологии частоты и времени, например, во Всероссийском научно-исследовательском институте физико-технических и радиотехнических измерений (ВНИИФТРИ).

Степень достоверности представленных аналитических результатов обеспечивается их согласием с экспериментальными данными, полученными сотрудниками Лаборатории стандартов частоты Физического института академии наук им. П. Н. Лебедева.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на научных сессиях НИЯУ «МИФИ» (2014 и 2015 год); школе молодых учёных ФИАН (2014 год); IX семинаре памяти Д. Н. Клышко (Москва, 2015 год); конференции «Физика ультрахолодных атомов» (Новосибирск, 2015 год); конференции «Проблемы математической и теоретической физики и математическое моделирование» (Москва, 2016 год); конференциях «Лазерные, плазменные исследования и технологии» (Москва, 2017, 2019 и 2021 год).

Личный вклад. Проведённые расчёты выполнены либо самим автором, либо при его непосредственном участии. Аналитические результаты работ [55, 56, 59, 61] получены автором под руководством В. П. Яковлева, экспе-

риментальные результаты — С. А. Зибровым. Расчёты, представленные в работах [57, 58, 60, 62], проведены автором совместно с В. П. Яковлевым, численное моделирование сделано С. В. Петропавловским, экспериментальные результаты получены М. И. Васьковской. Аналитический расчёт работы [63] выполнен автором по методологии А. П. Богатова, экспериментальные результаты получены С. А. Зибровым.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 16 печатных изданиях, 9 из которых изданы в журналах, индексируемых системами Web of Science и Scopus [55–63], 7 — в следующих тезисах докладов:

1. Двойной радиооптический резонанс в магнитном поле: модуляция коэффициента поглощения / Е. А. Цыганков, В. П. Яковлев, В. Л. Величанский, С. А. Зибров, А. А. Зибров // Научная сессия НИЯУ МИФИ—2014. Аннотации докладов: в 3-х томах. — 2014. — Т. 2. — С. 136. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25659943>.
2. Уединённая линия двойного радиооптического магнитного резонанса в атомах ^{87}Rb / Е. А. Цыганков, С. А. Зибров, А. А. Зибров, В. П. Яковлев, В. В. Васильев, В. Л. Величанский, В. И. Юдин, А. Е. Тайченачев, А. Н. Козлов // XV школа молодых ученых ФИАН. Труды конференции. — 2014. — С. 249–250. — URL: <https://sites.lebedev.ru/ru/u-nk/3379.html>.
3. Уединённая линия двойного радиооптического магнитного резонанса в атомах ^{87}Rb / Е. А. Цыганков, С. А. Зибров, В. П. Яковлев, В. Л. Величанский, А. Н. Козлов // Научная сессия НИЯУ МИФИ—2015. Аннотации докладов: в 3-х томах. — 2015. — Т. 2. — С. 183а. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25145847>.
4. Осциллирующая структура радиооптического резонанса в магнитном поле на переходе $1 \rightarrow 1$ / Е. А. Цыганков, С. А. Зибров, А. С. Зибров, А. А. Зибров, В. В. Васильев, В. Л. Величанский, В. И. Юдин, А. Е. Тайченачев // Проблемы математической и теоретической физики и математическое моделирование. Сборник докладов V Международной конференции. — 2016. — Т. 2. — С. 163–165. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26749391>.
5. Контроль светового сдвига частоты КПН-резонанса модуляционным методом / Е. А. Цыганков, С. В. Петропавловский, М. И. Васьковская, С. А. Зибров, В. Л. Величанский, В. П. Яковлев // Лазерные, плазменные исследования и технологии ЛАПЛАЗ—2017. Сборник научных трудов III Междуна-

- родной конференции. — 2017. — С. 221. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29380575>.
6. Усиление уединённого магнитооптического резонанса в модулированном радиочастотном поле / Е. А. Цыганков, С. А. Зибров, М. И. Васьковская, С. В. Петропавловский, А. С. Поляков, В. П. Яковлев // Лазерные, плазменные исследования и технологии ЛАПЛАЗ—2019. Сборник научных трудов V Международной конференции. — 2019. — С. 45. — URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=40875301>.
7. Метрологические свойства магнитооптического резонанса в радиочастотной гребенке частот / Е. А. Цыганков, С. А. Зибров, В. В. Васильев, Д. С. Чучелов, М. И. Васьковская, В. П. Яковлев // Лазерные, плазменные исследования и технологии ЛАПЛАЗ—2021. Сборник научных трудов VII Международной конференции. — 2021. — С. 65—66. — URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=45698249>.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 130 страниц с 22 рисунками и 2 таблицами. Список литературы содержит 134 наименования.

Глава 1. Двойной радиооптический резонанс на переходе $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$

Как было отмечено во введении, в случае классического варианта ДРОР излучение циркулярной поляризации используется для создания неравновесного распределения населённости по подуровням основного состояния атомов щелочного металла, создавая так называемую оптическую ориентацию атомного ансамбля. Направление РЧ-поля $\vec{B}_{rf}(t)$, осциллирующего на частоте ω_{rf} , выбирается ортогональным к измеряемому магнитному полю \vec{B} . Переменное магнитное поле наводит когерентности в основном состоянии, осциллирующие на частотах, кратных ω_{rf} , от которых, как и от населённости, зависит поглощение оптического поля. Амплитуда осцилляций последнего становится максимальной когда частота РЧ-поля совпадает с интервалом между соседними подуровнями основного состояния. Поскольку его величина определяется зеемановским сдвигом, по частоте резонанса можно определить величину измеряемого магнитного поля \vec{B} . Отметим, что в случае циркулярной поляризации детектируется отклик атомов на частоте ω_{rf} , то есть амплитуда первой гармоники относительно частоты РЧ-поля.

Точность и вариационная чувствительность КМОН зависят не только от ширины используемого резонанса и отношения сигнал/шум, но также его асимметрии [22]. Интервалы между соседними подуровнями не являются эквидистантными из-за нелинейного эффекта Зеемана [64]. Поэтому МР в общем случае является суперпозицией нескольких пиков, частоты которых различны, если измеряемое магнитное поле \vec{B} достаточно велико, например это поле Земли порядка 0.5 Гс. В результате резонансная зависимость представляет собой асимметричный контур, частота которого зависит от взаимной ориентации оптического и магнитных полей, поскольку от неё зависят амплитуды отдельных пиков (в общем случае меняются и частоты их максимумов в силу динамического эффекта Штарка [28]). Этот сдвиг частоты МР, не связанный с изменением \vec{B} , называют ориентационным [65–67]. Для его уменьшения были предложены различные подходы, например подавление квадратичного зеемановского сдвига с помощью светового [68, 69], использование дополнительной модуляции оптического поля [70] или применение вспомогательно РЧ-поля [71]. Однако первый подход приводит к более сильной зависимости частоты МР от вариаций

интенсивности излучения; в случае [68] также требуется использование дополнительного лазера, что является техническим усложнением. В работе [71] схема детектирования магнитного резонанса изначально была полностью оптической, но после введения РЧ-поля утратила потенциальные преимущества, связанные с отсутствием магнитных катушек.

Более простой способ увеличить точность и чувствительность КМОН — использование одиночного симметричного резонанса. Было отмечено [72, 73], что атомы калия, имеющие значительно бóльший квадратичный зеемановский сдвиг по сравнению с цезием и рубидием, позволяют естественным образом получить симметричную линию в магнитном поле Земли — МР состоит из отдельных пиков, значительно отстоящих друг от друга по частоте. Это позволяет выбрать один из пиков и по его частоте определять величину \vec{B} (в стандартной схеме выбирается пик, соответствующий РЧ-переходу между подуровнями $m_{F_g} = 1$ и $m_{F_g} = 2$ сверхтонкого уровня $F_g = 2$). Однако среди атомов цезия, рубидия и калия именно последние требуют наибольшей температуры для получения рабочей концентрации атомных паров, что существенно увеличивает энергопотребление КМОН.

Уровень $F_g = 1$ атомов с моментами $S = 1/2$, $I = 3/2$ (в том числе для ^{87}Rb , рабочая температура которого значительно меньше, чем для калия), имеет наименьшее число магнитных подуровней и, следовательно, РЧ-переходов. В интересующем нас случае, когда $\omega_B \ll \Delta$, где ω_B — линейный член зеемановского сдвига, а Δ — частотный интервал между сверхтонкими уровнями основного состояния, энергия магнитного подуровня с моментом m_{F_g} при спине ядра $I = 3/2$ определяется как [30]

$$E(F_g, m_{F_g}) \approx E_{F_g} + (-1)^{F_g} \hbar \left[m_{F_g} \cdot \omega_B + (4 - m_{F_g}^2) \frac{\omega_B^2}{\Delta} \right],$$

где E_{F_g} и $\omega_B^2/\Delta \equiv \omega_{B^2}$ — энергия сверхтонких уровней и квадратичный зеемановский сдвиг их частоты. При этом разность энергий крайних подуровней $m_{F_g=1} = \mp 1$ линейно зависит от магнитного поля \vec{B} , поскольку они испытывают одинаковый нелинейный сдвиг: $E(1, -1) - E(1, 1) = 2\hbar\omega_B$. Это позволяет измерять величину магнитного поля посредством одиночного двухквантового резонанса между этими подуровнями, не являющимся суперпозицией нескольких линий, частота которого не зависит от квадратичного эффекта Зеемана.

При этом указанный переход обеспечивает осцилляции в поглощении лазерного излучения на удвоенной частоте РЧ-поля, поскольку связан с процессом, при котором происходит поглощение двух квантов РЧ-поля. Для измерения магнитного поля в предложенной схеме используется зависимость амплитуды осцилляций на частоте $2\omega_{rf}$ от величины зеемановского сдвига частоты подуровней основного состояния $F_g = 1$.

Чувствительность КМОН пропорциональна фактору $g_F \cdot N$, где N — количество атомов. Учитывая, что g_F -фактор рубидия в два раза больше чем у цезия, а также переход от первой ко второй гармонике (интервал между крайними подуровнями в два раза больше изменяется при вариациях магнитного поля, чем между соседними), в случае ^{87}Rb необходимо иметь в четыре раза меньшую концентрацию атомов (при равном объёме ячеек) по сравнению с ^{133}Cs , чтобы получить равенство факторов $g_{F_{Cs}} \cdot N$ и $2g_{F_{Rb}} \cdot N$. Таким образом, рабочие температуры для указанных схем (^{133}Cs , излучение циркулярной поляризации, первая гармоника; ^{87}Rb , излучение линейной поляризации) оказываются практически одинаковыми.

В работе [74] (В. И. Юдин, В. Л. Величанский) было предложено использовать уровень $F_g = 1$ и излучение линейной поляризации как для оптической накачки, так и для детектирования МР, поскольку: 1) частота резонанса в меньшей степени зависит от ориентации оптического и магнитного полей, чем при излучении циркулярной поляризации; 2) также имеет место её меньший штарковский сдвиг, поскольку он одинаков для подуровней $m_{F_g} = \mp 1$ при пренебрежении зеемановским сдвигом по сравнению с естественной шириной возбуждённого состояния атомов; 3) детектирование на удвоенной частоте $2\omega_{rf}$ позволяет уменьшить шумы типа $1/f$.

Перспективность использования одиночного двухквантового РЧ-перехода в атомах ^{87}Rb в переносных магнитометрах с лазерной накачкой обусловила необходимость теоретического описания МР на оптическом переходе $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$, которое было выполнено автором диссертационной работы с помощью аппарата атомной матрицы плотности. В настоящее время указанный подход является общепринятым для теоретического исследования МР в атомах щелочных металлов. При этом подавляющее большинство работ посвящено исследованию схем с излучением циркулярной поляризации и использованием осцилляций его поглощения на одинарной частоте РЧ-поля. С другой

стороны, в случае рассмотрения излучения линейной поляризации и осцилляций на удвоенной частоте РЧ-поля, квадратичным эффектом Зеемана для простоты рассмотрения пренебрегают. Для примера приведём здесь работу [75], где рассматривался случай произвольного момента F_g в основном состоянии, и работу [76], где исследовался оптический переход с моментом $J_g = 1$ в основном и $J_e = 0$ в возбуждённом состоянии соответственно. Подчеркнём здесь, что в последнем случае не рассматривалась возможность получения МР, состоящего из одной линии и не подверженного ориентационной ошибке.

В данной главе, изложенной по материалам работ [55, 56, 59, 61], впервые представлено исследование указанной выше схемы в случае ДРОР, когда используется гармоническое или модулированное РЧ-поле.

1.1. Двухквантовый магнитный резонанс в гармоническом РЧ-поле

Датчик КМОН представляет собой ячейку с антирелаксационным покрытием, содержащую атомарный газ щелочного металла, находящуюся в постоянном внешнем магнитном поле $\vec{\mathcal{B}}$, величина которого измеряется. Атомный ансамбль подвергается воздействию линейно-поляризованной монохроматической лазерной волны $\vec{\mathcal{E}} \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_L t)$, имеющей малую отстройку $\Delta_L = \omega_L - \omega_0$ от частоты ω_0 рабочего оптического перехода для свободного покоящегося атома, а также переменного РЧ-поля с магнитной индукцией $\vec{\mathcal{B}}_{rf}$.

Постоянное магнитное поле $\vec{\mathcal{B}}$, направление которого выбрано в качестве оси квантования z , приводит к линейному зеемановскому сдвигу частоты подуровней величиной $\omega_B = g_F \mu_B \mathcal{B} / \hbar$. Поскольку эксперимент проводился с атомами ^{87}Rb , у которых отрицателен g_F -фактор уровня $F_g = 1$, то в рассматриваемой здесь схеме оптических переходов $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ (такой переход также имеет место для одной из четырёх сверхтонких компонент D_1 -линии $^{39,41}\text{K}$) энергия подуровня основного состояния с $m_{F_g} = -1$ увеличивается, а подуровня с $m_{F_g} = 1$ уменьшается. Оптические переходы в уровень $F_e = 2$ возбуждённого состояния можно не учитывать, поскольку сверхтонкое расщепление возбуждённого состояния ~ 800 МГц больше, чем характерная доплеровская полуширина ~ 500 МГц. РЧ-поле $\mathcal{B}_{rf} \cos \omega_{rf} t$, ориентированное по оси x , имеет малую отстройку $\delta_{rf} = \omega_{rf} - \omega_B$ от частоты зеемановского сдвига и вызывает ре-

зональное перемешивание соседних подуровней основного состояния. Наконец, для общности примем, что электрическое поле $\vec{\mathcal{E}} = \{\mathcal{E}_\perp, \mathcal{E}_z\}$ образует некоторый угол θ с осью z (см. рис. 1.1), поэтому $\mathcal{E}_z = \mathcal{E} \cos \theta$ и $\mathcal{E}_\perp = \mathcal{E} \sin \theta$.

С помощью такой конфигурации полей реализуется ДРОР, который регистрируется в зависимости коэффициента поглощения лазерной волны от частоты ω_{rf} . Характерной особенностью эффекта является наличие в коэффициенте поглощения, кроме постоянного слагаемого, вкладов, которые осциллируют во времени на частотах, кратных ω_{rf} . Появление этих гармоник обусловлено воздействием переменного магнитного поля, которое наводит на подуровнях основного состояния атомов когерентности с периодической зависимостью от времени на указанных частотах.

Поскольку мы приняли, что вектор $\vec{\mathcal{E}}$ имеет угол θ с осью квантования (для определённости будем считать, что он может принимать значения от 0 до $\pi/2$), то оптическое поле вызывает переходы $|F_g = 1, m_{F_g} = \mp 1\rangle \rightarrow |F_e = 1, m_{F_e} = \mp 1\rangle$ с сохранением проекции момента, а также переходы $|F_g = 1, m_{F_g} = 0\rangle \rightarrow |F_e = 1, m_{F_e} = \mp 1\rangle$, $|F_g = 1, m_{F_g} = \mp 1\rangle \rightarrow |F_e = 1, m_{F_e} = 0\rangle$

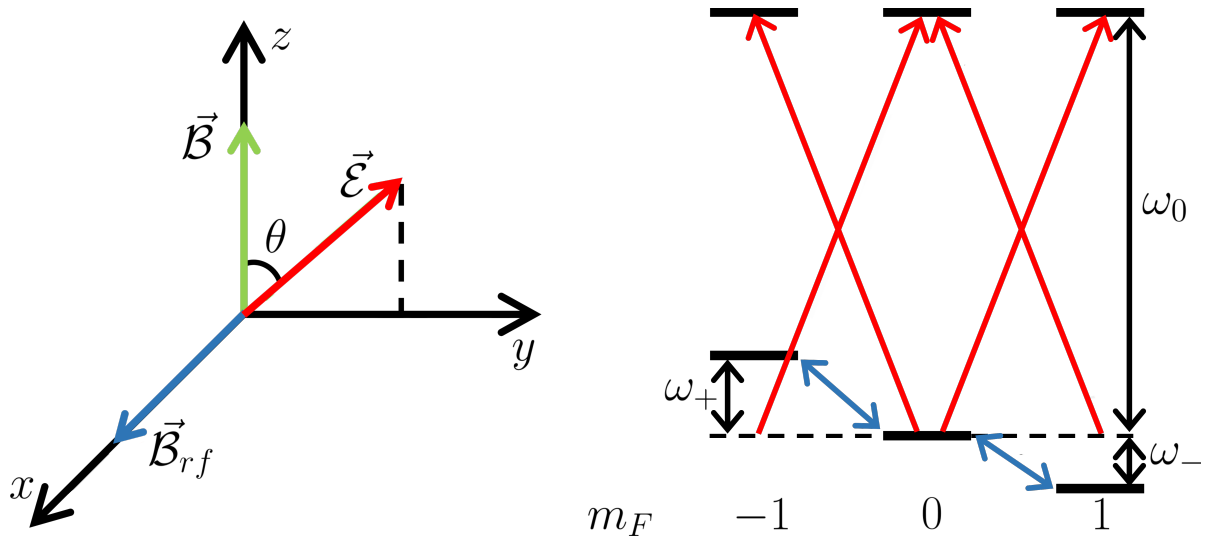


Рис. 1.1. Рассматриваемая геометрия полей и система уровней. Красные стрелки в схеме уровней показывают вынужденные электродипольные переходы для случая $\theta = \pi/2$, синие — магнитодипольные. Величины ω_\pm учитывают линейный и квадратичный сдвиг частотных интервалов между подуровнями основного состояния; $\omega_\pm = \omega_B \pm \omega_B^2$. Соответствующие сдвиги для возбуждённого состояния не показаны и не учитываются, поскольку его g_F -фактор в 3 раза меньше, чем для основного. Для оптических переходов с крайних подуровней пренебрежено изменением интервала ω_0 на ω_\pm , поскольку в поле Земли зеемановский сдвиг значительно меньше естественной ширины верхнего уровня γ

с её изменением на ∓ 1 . Причём первые вызывает продольная компонента поля, а вторые — ортогональная. Коэффициенты Клебша — Гордана одинаковы по модулю для переходов с изменением и сохранением проекции момента m_F , а именно, пропорциональны $\sqrt{1/12}$. Поэтому для сокращения записей далее мы опустим множитель $\sqrt{1/12}$, но учтём различие знаков коэффициентов Клебша — Гордана; частоту Раби для оптического поля в таком случае определяет приведённый матричный дипольный элемент d . После указанных выше приближений, используя уравнение Лиувилля $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}(t) = [\hat{H}(t), \hat{\rho}(t)]$, получим следующую систему уравнений для элементов атомной матрицы плотности возбуждённого состояния:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{-1-1}^{ee} = -d\mathcal{E}(t) \left[\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} (\rho_{0-1}^{ge} - \rho_{-10}^{eg}) + \cos \theta (\rho_{-1-1}^{ge} - \rho_{-1-1}^{eg}) \right] - i\hbar\gamma \rho_{-1-1}^{ee}, \quad (1.1a)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{00}^{ee} = d\mathcal{E}(t) \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} (\rho_{01}^{eg} - \rho_{10}^{ge} + \rho_{-10}^{ge} - \rho_{0-1}^{eg}) - i\hbar\gamma \rho_{00}^{ee}, \quad (1.1b)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{11}^{ee} = d\mathcal{E}(t) \left[\cos \theta (\rho_{11}^{ge} - \rho_{11}^{eg}) + \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} (\rho_{01}^{ge} - \rho_{10}^{eg}) \right] - i\hbar\gamma \rho_{11}^{ee}, \quad (1.1c)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{-1-1}^{eg} = \hbar\omega_0 \rho_{-1-1}^{eg} - d\mathcal{E}(t) \left(\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} \rho_{0-1}^{gg} + \cos \theta \rho_{-1-1}^{gg} \right) - i\hbar\gamma \rho_{-1-1}^{eg}/2. \quad (1.1d)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{-10}^{eg} = \hbar\omega_0 \rho_{-10}^{eg} - d\mathcal{E}(t) \left(\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} \rho_{00}^{gg} + \cos \theta \rho_{-10}^{gg} \right) - i\hbar\gamma \rho_{-10}^{eg}/2, \quad (1.1e)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{0-1}^{eg} = \hbar\omega_0 \rho_{0-1}^{eg} - d\mathcal{E}(t) \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} (\rho_{1-1}^{gg} - \rho_{-1-1}^{gg}) - i\hbar\gamma \rho_{0-1}^{eg}/2, \quad (1.1f)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{01}^{eg} = \hbar\omega_0 \rho_{01}^{eg} - d\mathcal{E}(t) \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} (\rho_{11}^{gg} - \rho_{-11}^{gg}) - i\hbar\gamma \rho_{01}^{eg}/2, \quad (1.1g)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{10}^{eg} = \hbar\omega_0 \rho_{10}^{eg} + d\mathcal{E}(t) \left(\cos \theta \rho_{10}^{gg} + \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} \rho_{00}^{gg} \right) - i\hbar\gamma \rho_{10}^{eg}/2, \quad (1.1h)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_{11}^{eg} = \hbar\omega_0 \rho_{11}^{eg} + d\mathcal{E}(t) \left(\cos \theta \rho_{11}^{gg} + \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} \rho_{01}^{gg} \right) - i\hbar\gamma \rho_{11}^{eg}/2. \quad (1.1i)$$

В полученных выше уравнениях мы ввели релаксацию с характерной скоростью γ , определяющей естественную ширину верхнего уровня. Также было сделано пренебрежение населённостями подуровней возбуждённого состояния по сравнению с диагональными элементами основного в силу режима малого

насыщения, который с большим запасом выполняется в КМОН. Кроме того, в них мы опустили зеемановские сдвиги возбуждённого и основного состояния, считая их малыми по сравнению с константой затухания γ . Влияние РЧ-поля на возбуждённое состояние не учитывается, поскольку величина зеемановского сдвига его подуровней отлична от имеющей место в основном состоянии ω_B , к которой близка частота РЧ-поля. Отметим, что множитель $1/\sqrt{2}$ для членов, пропорциональных $\sin \theta$ возникает из-за представления поперечной компоненты оптического поля линейной поляризации в виде суперпозиции двух компонент с ортогональными циркулярными поляризациями и того факта, что операторы переходов с изменением проекции m_F содержат множитель $1/\sqrt{2}$.

Будем решать систему уравнений (1.1), сделав резонансное приближение, то есть выделив в оптических когерентностях медленные амплитуды и быстро осциллирующие фазовые множители: $\rho_{mn}^{eg} = \tilde{\rho}_{mn}^{eg} e^{-i\omega_L t}$, $m \neq n$. Пренебрегая членами, осциллирующими на удвоенной частоте ω_L , получим установившееся решение на временах $t \gg 1/\gamma$ (для удобства записи также опустим далее надстрочные знаки \sim в медленных амплитудах $\tilde{\rho}_{mn}^{eg}$) для населённостей подуровней возбуждённого состояния:

$$\rho_{-1-1}^{ee} = \mathcal{S} \left[\cos^2 \theta \rho_{-1-1}^{gg} + \frac{\sin^2 \theta}{2} \rho_{00}^{gg} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta \cdot \text{Re} (\rho_{-10}^{gg}) \right], \quad (1.2a)$$

$$\rho_{00}^{ee} = \mathcal{S} \frac{\sin^2 \theta}{2} [\rho_{-1-1}^{gg} + \rho_{11}^{gg} - 2\text{Re} (\rho_{-11}^{gg})], \quad (1.2b)$$

$$\rho_{11}^{ee} = \mathcal{S} \left[\frac{\sin^2 \theta}{2} \rho_{00}^{gg} + \cos^2 \theta \rho_{11}^{gg} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta \cdot \text{Re} (\rho_{01}^{gg}) \right], \quad (1.2c)$$

где был введён параметр насыщения $\mathcal{S} = V^2 / [\Delta_L^2(\vec{v}) + \gamma^2/4]$, с расстройкой, учитывающей эффект Доплера: $\Delta_L(\vec{v}) = \Delta_L - \vec{k} \cdot \vec{v}$. $V = \frac{d\mathcal{E}}{2\hbar}$ — частота Раби электродипольных переходов. Для него выполняется сильное неравенство $\mathcal{S} \ll 1$ в силу указанного выше режима малого насыщения. Для суммарной населённости $\rho^{ee} \equiv \rho_{-1-1}^{ee} + \rho_{00}^{ee} + \rho_{11}^{ee}$ имеем:

$$\begin{aligned} \rho^{ee} = \frac{\mathcal{S}}{2} & \left[(1 + \cos^2 \theta) (\rho_{-1-1}^{gg} + \rho_{11}^{gg}) + 2 \sin^2 \theta \rho_{00}^{gg} \right. \\ & \left. + \sqrt{2} \sin 2\theta \cdot \text{Re} (\rho_{-10}^{gg} + \rho_{10}^{gg}) - 2 \sin^2 \theta \cdot \text{Re} (\rho_{-11}^{gg}) \right]. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Помимо уже указанных выше величин (ω_B и V_{rf} , γ , V , а также малых отстроек Δ_L и δ_{rf}), в задаче есть ещё одна характерная частота. А именно, частота Раби $V_{rf} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{g_F \mu_B \mathcal{B}_{rf}}{2\hbar}$ магнито-дипольных переходов между соседними подуровнями основного состояния. Для физических приложений наибольший интерес представляет случай достаточно слабых полей, когда имеет место следующая иерархия характерных частот:

$$V, V_{rf} \ll \omega_B \ll \gamma. \quad (1.4)$$

Тогда, в рамках этих неравенств, получим следующую систему уравнений для атомной матрицы плотности основного состояния:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \rho_{-1-1}^{gg} = V \left[\cos \theta (\rho_{-1-1}^{ge} - \rho_{-1-1}^{eg}) - \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} (\rho_{-10}^{ge} - \rho_{0-1}^{eg}) \right] + 2V_{rf}(t) (\rho_{0-1}^{gg} - \rho_{-10}^{gg}) + i\gamma (\rho_{-1-1}^{ee} + \rho_{00}^{ee}) / 2 - i\Gamma (\rho_{-1-1}^{gg} - 1/3), \quad (1.5a)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \rho_{11}^{gg} = -V \left[\cos \theta (\rho_{11}^{ge} - \rho_{11}^{eg}) - \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} (\rho_{10}^{ge} - \rho_{01}^{eg}) \right] + 2V_{rf}(t) (\rho_{01}^{gg} - \rho_{10}^{gg}) + i\gamma (\rho_{00}^{ee} + \rho_{11}^{ee}) / 2 - i\Gamma (\rho_{11}^{gg} - 1/3), \quad (1.5b)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \rho_{-10}^{gg} = \omega_+ \rho_{-10}^{gg} + 2V_{rf}(t) (\rho_{00}^{gg} - \rho_{-1-1}^{gg} - \rho_{-11}^{gg}) - i\Gamma_1 \rho_{-10}^{gg}, \quad (1.5c)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \rho_{01}^{gg} = \omega_- \rho_{01}^{gg} + 2V_{rf}(t) (\rho_{11}^{gg} - \rho_{00}^{gg} + \rho_{-11}^{gg}) - i\Gamma_1 \rho_{01}^{gg}, \quad (1.5d)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \rho_{-11}^{gg} = 2\omega_B \rho_{-11}^{gg} + 2V_{rf}(t) (\rho_{01}^{gg} - \rho_{-10}^{gg}) - i\Gamma_2 \rho_{-11}^{gg}, \quad (1.5e)$$

где $V_{rf}(t) = (1/\sqrt{2})g_F \mu_B \mathcal{B}_{rf}(t)/2\hbar$.

Из-за столкновений атомов щелочного металла со стенками ячейки происходит релаксация населённостей и когерентностей основного состояния, которая учтена стандартным способом — в уравнения (1.5) введены феноменологические константы затухания $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$ для населённостей, когерентностей между соседними и крайними подуровнями соответственно. Диагональные элементы между соседними магнитными подуровнями описывают магнитный дипольный момент, между крайними — квадрупольный. Использование различных констант релаксации Γ_1 и Γ_2 позволило при дальнейшем сравнении теоретических

результатов с экспериментальными сделать оценку скоростей релаксации дипольного и квадрупольного моментов основного состояния. В силу закона сохранения $\rho_{-1-1}^{gg} + \rho_{00}^{gg} + \rho_{11}^{gg} = 1$ (с точностью до величины порядка параметра насыщения \mathcal{S}), мы опустили уравнение для ρ_{00}^{gg} в (1.5). Поскольку релаксационные константы определяют ширину МР, то для физических приложений они должны быть достаточно малы, так, чтобы $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2 \ll \omega_B$. С другой стороны, оптическое поле должно быть достаточно слабым, чтобы не возникало оптической накачки на сверхтонкий уровень $F_g = 2$. Поэтому мы записали уравнения для случая $V^2/\gamma \ll \Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$, то есть пренебрегли полевым уширением МР и штарковским сдвигом его частоты, описываемых членами типа $V^2/[\Delta_L(\vec{v}) + i\gamma/2]$. Кроме того, мы учли квадратичный эффект Зеемана, записав частотные интервалы между соседними подуровнями основного состояния как $\omega_{\pm} \equiv \omega_B \pm \omega_B^2$.

Систему уравнений (1.5) также будем решать в резонансном приближении: $\rho_{-10}^{gg} = \rho_{-10} e^{-i\omega_{rf}t}$, $\rho_{01} = \rho_{01} e^{-i\omega_{rf}t}$, $\rho_{-11}^{gg} = \rho_{-11} e^{-2i\omega_{rf}t}$. Установившееся решение имеет место для случая $t \gg 1/\Gamma, 1/\Gamma_1, 1/\Gamma_2$ и $t \gg T_p$, где T_p — характерное время оптической накачки атомов по всем скоростям и объёму ячейки с антирелаксационным покрытием (ячейка такого типа использовалась в приведённом в главе эксперименте), рассмотренное в работах [77–79].

Далее удобно перейти к отличию населённостей от их равновесных значений, $\rho_{mm}^{gg} = 1/3 + \rho_{mm}$ (при этом закон сохранения изменится как $\rho_{-1-1} + \rho_{00} + \rho_{11} = 0$). Таким образом, опустив антирезонансные слагаемые (осциллирующие с частотой $2\omega_{rf}$), получим:

$$\rho_{-1-1} = i \frac{V_{rf}}{\Gamma} (\rho_{-10} - \rho_{0-1}) + S_p(\theta), \quad (1.6a)$$

$$(\delta_+ + i\Gamma_1) \rho_{-10} = -V_{rf} (2\rho_{-1-1} + \rho_{11} + \rho_{-11}), \quad (1.6b)$$

$$(\delta_- + i\Gamma_1) \rho_{01} = V_{rf} (2\rho_{11} + \rho_{-1-1} + \rho_{-11}), \quad (1.6c)$$

$$(2\delta_{rf} + i\Gamma_2) \rho_{-11} = V_{rf} (\rho_{01} - \rho_{-10}), \quad (1.6d)$$

где неоднородный член имеет вид $S_p = \frac{\gamma \mathcal{S}}{4\Gamma} (1/3 - \cos^2 \theta)$. Его также можно представить в виде $S_p = -\frac{\gamma \mathcal{S}}{6\Gamma} \mathcal{P}_2(\cos \theta)$, где $\mathcal{P}_2(\xi) = \frac{1}{2} (3\xi^2 - 1)$ — полином Лежандра второй степени. Не выписанное в явном виде уравнение для отклонения

населённости ρ_{11}^{gg} от равновесного значения получается заменой индекса $-1 \rightarrow 1$ в уравнении для ρ_{-1-1} . Расстройки δ_{\pm} учитывают квадратичный зеемановский сдвиг: $\delta_{\pm} = \delta_{rf} \pm \omega_B^2$.

Отметим некоторые особенности системы уравнений (1.6). Взаимодействие со слабой лазерной волной входит только в виде неоднородного члена $S_p(\theta)$ в уравнение (1.6a) для элемента ρ_{-1-1} и точно таким же образом — в уравнение для ρ_{11} . Эта величина представляет собой скорость оптической накачки крайних подуровней, нарушающую равномерную заселённость подуровней основного состояния. Угловая зависимость в $S_p(\theta)$ связана с величинами продольной и поперечной компонент электрического поля, которые индуцируют переходы без изменения и с изменением проекции момента. При углах, когда $\cos^2 \theta > 1/3$, преобладают «вертикальные» ($\Delta m_F = 0$) переходы, а так как такой переход из подуровня $m_{F_g} = 0$ запрещён, — его населённость возрастает, так что $S_p(\theta) < 0$. Напротив, если $\cos^2 \theta < 1/3$, преобладают переходы с изменением проекции момента, а они, как известно, приводят к накачке крайних подуровней в системе с $F_g = 1$, $F_e = 1$, т. е. $S_p(\theta) > 0$.

Подчеркнём, что оптическая накачка совершенно необходима. Действительно, при $S_p(\theta) = 0$ система (1.6) имеет только тривиальное решение $\hat{\rho} = 0$, так что $\rho_{mm}^{gg} = 1/3$, и МР отсутствует. Хотя система уравнений (1.6) получена для перехода $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$, в рамках сделанных приближений её вид сохраняется и для переходов с другими значениями момента возбуждённого состояния $F_e = 0; 2$, изменится только выражение для источника $S_p(\theta)$.

Коэффициент поглощения лазерной волны пропорционален населённости возбуждённого состояния, которая, в свою очередь, выражается через элементы матрицы плотности основного состояния, удовлетворяющие уравнениям (1.6a)-(1.6d). В сигнале поглощения, помимо постоянного во времени слагаемого, возникают два интересующих нас вклада, которые осциллируют на частотах ω_{rf} и $2\omega_{rf}$ и описываются следующими выражениями:

$$\kappa_1(t) \propto \langle S_1(\theta) \cdot \text{Re} [(\rho_{-10} - \rho_{10}) e^{-i\omega_{rf}t}] \rangle, \quad (1.7a)$$

$$\kappa_2(t) \propto \langle S_2(\theta) \cdot \text{Re} [\rho_{-11} e^{-2i\omega_{rf}t}] \rangle. \quad (1.7b)$$

Здесь угловыми скобками обозначено усреднение с функцией распределения по скоростям, а величины $\mathcal{S}_1(\theta) = \mathcal{S} \sin 2\theta / \sqrt{2}$ и $\mathcal{S}_2(\theta) = \mathcal{S} \sin^2 \theta$ выражаются через введённый ранее параметр насыщения \mathcal{S} .

Первая гармоника $\kappa_1(t)$ связана с населённостями ρ_{-1-1}^{ee} и ρ_{11}^{ee} крайних подуровней возбуждённого состояния, в которые дают вклады когерентности, наводимые переменным магнитным полем между соседними подуровнями основного состояния. Такие вклады определяются произведением проекций оптического поля на ось z и плоскость $x-y$, связанных с переходами с изменением и без изменения проекции момента, то есть $\kappa_1(t) \propto \mathcal{E}_\perp \mathcal{E}_z \propto \mathcal{E}^2 \sin 2\theta$.

Вторая гармоника $\kappa_2(t)$ связана с населённостью ρ_{00}^{ee} , в которую даёт вклад когерентность, наводимая РЧ-полем между крайними подуровнями основного состояния, как это происходит в стандартной Λ -конфигурации переходов. Поэтому указанный вклад определяется произведением двух амплитуд вероятностей переходов с изменением проекции момента, которые в свою очередь пропорциональны поперечной компоненте электрического поля, так что $\kappa_2(t) \propto \mathcal{E}_\perp^2 \propto \mathcal{E}^2 \sin^2 \theta$.

Из структуры уравнений (1.6a)-(1.6d) видно, что все элементы матрицы плотности основного состояния пропорциональны величине $S_p(\theta)$, которая будет фигурировать в решении как общий множитель. Поэтому гармоники (1.7a)-(1.7b) коэффициента поглощения пропорциональны величине \mathcal{S}^2 , то есть эффект квадратичен по интенсивности слабой оптической волны. Эта нелинейность вполне очевидна, так как гармоники в поглощении лазерного поля появляются только тогда, когда то же самое поле осуществляет оптическую накачку основного состояния.

В заключение отметим, что зависимость от скорости атомов входит только в виде доплеровского сдвига в параметр насыщения \mathcal{S} . Поэтому процедура усреднения по скоростям в случае $\Delta_L = 0$ приводит к появлению в $\kappa_1(t)$ и $\kappa_2(t)$ общего масштабного множителя $\langle \mathcal{S}^2 \rangle \simeq \sqrt{\pi} (2V^2/\gamma^2)^2 (\gamma/kv_T)$, где v_T — характерная тепловая скорость, который в дальнейшем для краткости будет опущен.

1.1.1. Влияние РЧ-сдвига частоты одноквантовых переходов на структуру резонанса

Резонансная структура $\kappa_1(t)$ и $\kappa_2(t)$ регистрируется как функция δ_{rf} при сканировании частоты РЧ-поля в окрестности зеемановского сдвига ω_B . Характерная ширина резонанса определяется релаксационными константами Γ_1 и Γ_2 , то есть $|\delta_{rf}| \sim \Gamma_{1,2}$. Если $\omega_B^2 \ll \Gamma_{1,2}$, то квадратичным эффектом Зеемана можно пренебречь, положив в уравнениях (1.6b) и (1.6c) $\delta_+ = \delta_- = \delta_{rf}$. В этом случае между смежными переходами есть определённая симметрия, и, как следствие, система уравнений (1.6) обладает следующими свойствами: $\rho_{11} = \rho_{-1-1}$ и $\rho_{10} = -\rho_{-10}$.

С учётом этих соотношений из (1.6b) следует, что в коэффициенте при ρ_{-10} появляется дополнительное слагаемое $-V_{rf}^2/(\delta_{rf} + i\Gamma_2/2)$, которое представляет собой комплексный РЧ-сдвиг, возникающий из-за двухквантового резонансного перехода между подуровнями с $m_{F_g} = \mp 1$, идущего через промежуточное состояние с $m_{F_g} = 0$. В результате происходит перенормировка расстройки частоты и константы релаксации: $\delta_{rf} + i\Gamma_1 \rightarrow \tilde{\delta}_{rf} + i\tilde{\Gamma}_1$, где

$$\tilde{\delta}_{rf} = \delta_{rf} \left(1 - \frac{V_{rf}^2}{\delta_{rf}^2 + \Gamma_2^2/4} \right), \quad (1.8a)$$

$$\tilde{\Gamma}_1 = \Gamma_1 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{V_{rf}^2}{\delta_{rf}^2 + \Gamma_2^2/4} \right). \quad (1.8b)$$

Важной особенностью эффективной отстройки $\tilde{\delta}_{rf}$ как функции δ_{rf} является то, что она обращается в ноль не только в точке $\delta_{rf} = 0$, а также в $\delta_{rf} = \mp \delta^*$ при $V_{rf} > \Gamma_2/2$, где

$$\delta^* = \sqrt{V_{rf}^2 - \Gamma_2^2/4}. \quad (1.9)$$

Такое поведение функции $\tilde{\delta}_{rf}(\delta_{rf})$ существенным образом влияет на структуру гармоник резонанса поглощения.

Положим, для простоты, что константы затухания одинаковы: $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$. Тогда гармоники (1.7a) и (1.7b) коэффициента поглощения имеют вид (общий множитель $\langle \mathcal{S}^2 \rangle$ для краткости опущен):

$$\kappa_{1,2}(t) \propto F_{1,2}(\theta) \text{Re} (\mathcal{A}_{1,2} e^{-i\omega_{1,2}t}) \quad (1.10)$$

Здесь $F_1(\theta) = \sin 2\theta (1/3 - \cos^2 \theta) / \sqrt{2}$, $F_2(\theta) = \sin^2 \theta (1/3 - \cos^2 \theta)$, частоты $\omega_1 \equiv \omega_{rf}$ и $\omega_2 \equiv 2\omega_{rf}$, а комплексные амплитуды $\mathcal{A}_{1,2}$ выражаются как

$$\mathcal{A}_1 = -V_{rf} \frac{\tilde{\delta}_{rf} - i\tilde{\Gamma}}{\tilde{\delta}_{rf}^2 + \tilde{\Gamma} \left(\tilde{\Gamma} + 6V_{rf}^2/\Gamma \right)}, \quad (1.11a)$$

$$\mathcal{A}_2 = V_{rf}^2 \frac{(\delta_{rf} - i\Gamma/2)(\delta_{rf} - i\Gamma) - V_{rf}^2}{\left(\delta_{rf}^2 + 2V_{rf}^2 + \Gamma^2 \right) \left(\delta_{rf}^2 + 2V_{rf}^2 + \Gamma^2/4 \right)}. \quad (1.11b)$$

В первую очередь отметим, что амплитуды осцилляций первой и второй гармоник имеют дисперсионную часть (нечётные функции δ_{rf}) и вклады, которые по форме являются Лоренцианами. Как показывают выражения (1.11a)-(1.11b), дисперсионные вклады определяются реальной частью \mathcal{A}_1 и мнимой частью \mathcal{A}_2 , а для вкладов в амплитуды, чётных по δ_{rf} , ситуация противоположна. Для измерения магнитного поля в КМОН могут использоваться дисперсионные части амплитуд, позволяющие определить знак разности $\omega_{rf} - \omega_B$. Далее мы будем исследовать совокупные амплитуды гармоник, то есть величины $\sqrt{\text{Re}(\mathcal{A}_{1,2})^2 + \text{Im}(\mathcal{A}_{1,2})^2}$, поскольку именно они измерялись в эксперименте.

Зависимость амплитуд гармоник от ориентации электрического вектора $\vec{\mathcal{E}}$ лазерной волны относительно направления постоянного магнитного поля \vec{B} определяется функциями $|F_1(\theta)|$ и $|F_2(\theta)|$. В интервале $0 \leq \theta \leq \pi/2$ каждая из них обращается в ноль в точке $\cos^2 \theta = 1/3$, а слева и справа имеет локальные максимумы. Наибольшего значения $|F_1(\theta)|$ достигает для угла $\theta_m \simeq 0.142\pi$ (25.52°), когда продольная компонента электрического поля оказывается больше поперечной приблизительно в два раза. Величина $|F_2(\theta)|$ имеет наибольшее значение при $\theta = \pi/2$, когда $\vec{\mathcal{E}}$ и \vec{B} ортогональны, что вполне очевидно, поскольку в таком случае происходит наиболее эффективная оптическая накачка на крайние подуровни основного состояния.

Зависимость сигналов первой и второй гармоник МР от отстройки δ_{rf} определяется величинами $|\mathcal{A}_{1,2}|$. Из (1.11a) и (1.11b) следует, что они зависят только от δ_{rf}^2 и описываются выражениями вида $|\mathcal{A}_{1,2}(\delta_{rf}^2)| = \sqrt{Q_{3,2}(\delta_{rf}^2)/P_2(\delta_{rf}^2)}$, где Q_2 и P_2 — полиномы второй степени, а Q_3 — полином 3-й степени. P_2 представляет собой знаменатель в формуле (1.11b) и является монотонно возрастающей функцией, так как все его коэффициенты положительны. У полиномов Q_2 и Q_3 коэффициенты не являются, вообще говоря,

знакоопределёнными, так что поведение этих функций может быть немонотонным. Очевидно, что поведение функции $|\mathcal{A}_1(\delta_{rf}^2)|$, в которую входит полином 3-й степени Q_3 , оказывается более сложным, чем функции $|\mathcal{A}_2(\delta_{rf}^2)|$, зависящей от полинома 2-й степени Q_2 .

В пределе слабого РЧ-поля, когда $V_{rf} \ll \Gamma$, эти функции имеют вид

$$|\mathcal{A}_1| = V_{rf} / \sqrt{\delta_{rf}^2 + \Gamma^2}, \quad (1.12a)$$

$$|\mathcal{A}_2| = V_{rf}^2 / \sqrt{(\delta_{rf}^2 + \Gamma^2)(\delta_{rf}^2 + \Gamma^2/4)}, \quad (1.12b)$$

и монотонно убывают с ростом отстройки δ_{rf} . С увеличением амплитуды переменного магнитного поля в области $V_{rf} \geq \Gamma$ существенную роль начинает играть РЧ-сдвиг, и форма резонансов становится более сложной.

Из формулы (1.11a), которая в явном виде показывает зависимость амплитуды \mathcal{A}_1 от эффективной расстройки $\tilde{\delta}_{rf}$, следует, что при $V_{rf} > \Gamma/2$ функция $|\mathcal{A}_1(\delta_{rf}^2)|$ имеет локальные минимумы в точках, где $\tilde{\delta}_{rf} = 0$, то есть при $\delta_{rf} = 0$ и $|\delta_{rf}| = \delta^*$. Так как в этих точках \mathcal{A}_1 является чисто мнимой величиной, то $\kappa_1(t) \propto \sin \omega_{rf} t$. Очевидно, что в промежутках $0 < |\delta_{rf}| < \delta^*$ есть локальные максимумы. Заметим, что функция $|\mathcal{A}_1(\delta_{rf}^2)|$ в точке $\delta_{rf} = 0$ имеет максимум, если $V_{rf} \lesssim 0.19\Gamma$, а при бóльших значениях V_{rf} в этой точке будет минимум. Кривая I на рис. 1.2 демонстрирует такое нетривиальное поведение функции $|\mathcal{A}_1|$.

Далее рассмотрим влияние РЧ-сдвига на структуру второй гармоники МР. При возрастании V_{rf} монотонный характер убывания функции $|\mathcal{A}_2(\delta_{rf}^2)|$, как это было в выражении (1.12), нарушается, и на склонах кривой появляются точки перегиба, когда $V_{rf} = 2\Gamma$. При бóльших значениях параметра V_{rf}/Γ на этих склонах возникают локальные минимумы и максимумы. Такой характер поведения $|\mathcal{A}_2(\delta_{rf}^2)|$ становится особенно наглядным в области $V_{rf} \gg \Gamma$, когда форма резонанса описывается более простым выражением, а именно:

$$|\mathcal{A}_2(\delta_{rf}^2)| = V_{rf}^2 \frac{\sqrt{(\delta_{rf}^2 - V_{rf}^2)^2 + (3\Gamma V_{rf}/2)^2}}{(\delta_{rf}^2 + 2V_{rf}^2)^2}. \quad (1.13)$$

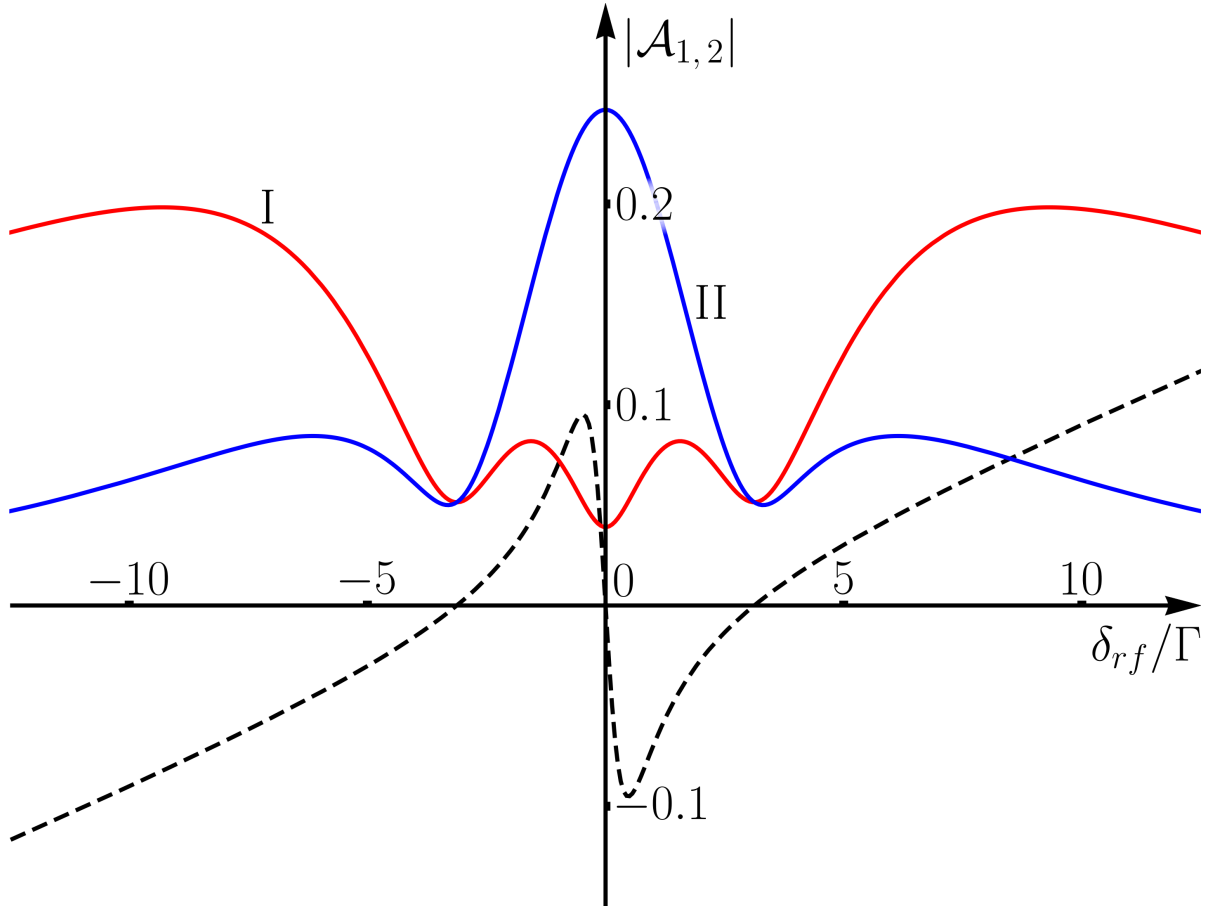


Рис. 1.2. Резонансная структура амплитуд первой ($|\mathcal{A}_1|$, кривая I) и второй ($|\mathcal{A}_2|$, кривая II) гармоник МР. Штриховой линией изображена функция $10^{-2}\tilde{\delta}_{rf}/\Gamma$. Параметр $(V_{rf}/\Gamma)^2 = 10$

Эта функция имеет наибольшее значение ($\approx 1/4$) в точке $\delta_{rf} = 0$. Кроме того, есть локальный минимум ($\approx \Gamma/6V_{rf}$) в точке $|\delta_{rf}| \simeq \delta^* \simeq V_{rf}$ и локальный максимум ($\approx 1/12$) в точке $|\delta_{rf}| \simeq 2V_{rf}$. Отметим, что локальный минимум находится вблизи точки $\tilde{\delta}_{rf} = 0$, так что в сильном РЧ-поле ширина центрального пика порядка V_{rf} . Эти особенности и характерные масштабы видны на жирной кривой, изображённой на рис. 1.2. Отметим, что хотя РЧ-сдвиг изменяет форму резонанса второй гармоники, частота центрального максимума не зависит от амплитуды \mathcal{B}_{rf} переменного магнитного поля. В этом отношении его действие схоже с квадратичным эффектом Зеемана, в результате которого изменяются частотные интервалы между соседними подуровнями, но сохраняется значение интервала между крайними.

На рис. 1.2 для наглядного сопоставления изображена в уменьшенном масштабе функция $\tilde{\delta}_{rf}(\delta_{rf})/\Gamma$, которая демонстрирует, что положение минимумов функции $|\mathcal{A}_1(\tilde{\delta}_{rf})|$ точно совпадает с точками, где $\tilde{\delta}_{rf} = 0$, а минимумы $|\mathcal{A}_2(\tilde{\delta}_{rf})|$ лежат вблизи этих точек, как было сказано выше.

Выражения (1.11a) и (1.11b) были получены при упрощающем предположении о равенстве входящих в уравнения (1.6) релаксационных констант. Положения минимумов кривых $|\mathcal{A}_1(\tilde{\delta}_{rf})|$ и $|\mathcal{A}_2(\tilde{\delta}_{rf})|$ определяются величиной δ^* (1.9), в которую входит только константа Γ_2 . Тогда из сопоставления с экспериментом (см. кривую I на рис. 1.3) получаем $\Gamma_2 \simeq 2\pi \cdot 48$ Гц.

Справедливость такой оценки подтверждается и более детальным теоретическим расчётом, не использующим предположение о равенстве констант.

Соответствующие громоздкие аналитические выражения здесь не приводятся, а результаты сопоставления с экспериментом представлены на кривой II рис. 1.3. Такое сравнение позволяет оценить не только константу Γ_2 , но и две другие, Γ и Γ_1 . Для них получены значения $\simeq 2\pi \cdot 74$ и $\simeq 2\pi \cdot 71$ Гц соответственно.

В эксперименте (С. А. Зибров), приведённом в этой главе, использовался диодный лазер с вертикальным резонатором, частота излучения которого была

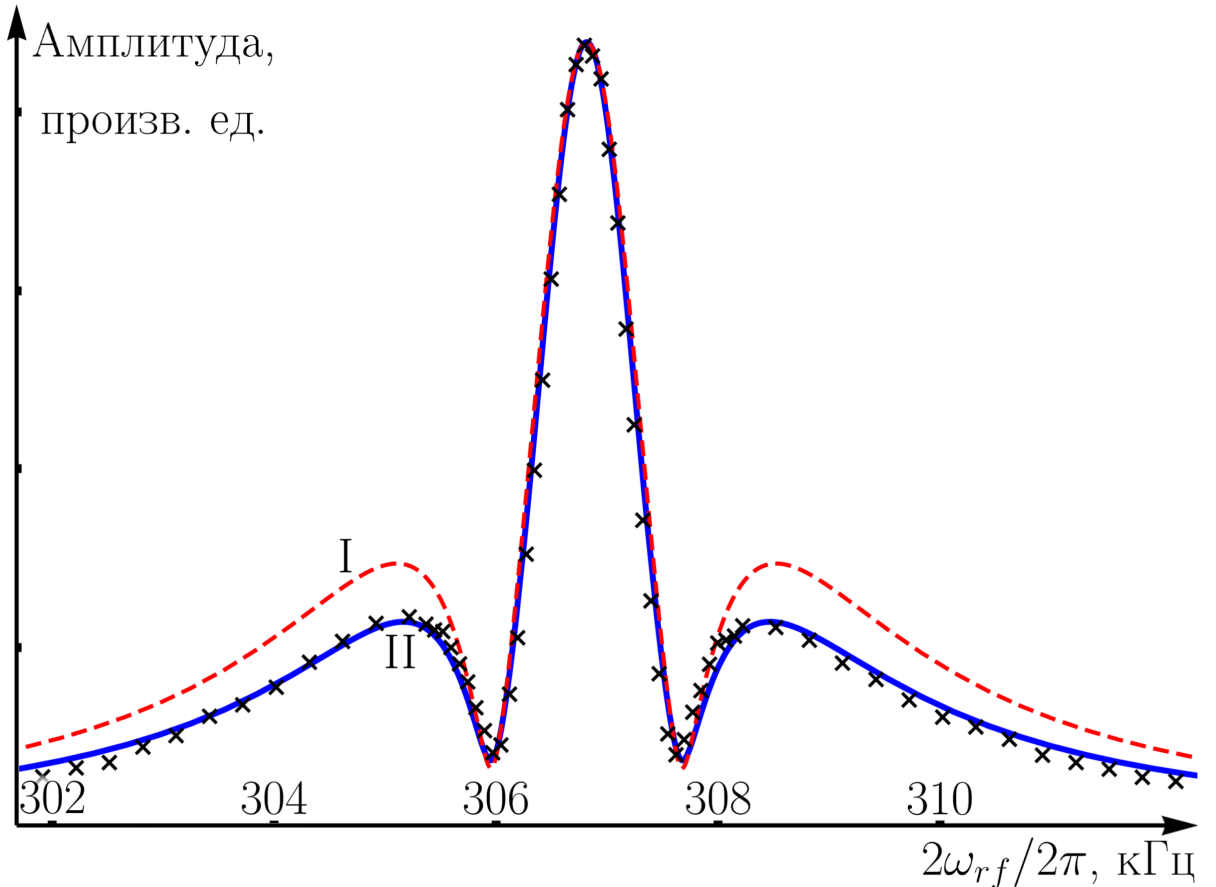


Рис. 1.3. Экспериментально полученная амплитуда второй гармоники магнитного резонанса при $\mathcal{B} \sim 0.22$ Гс (кресты) и теоретические зависимости. Кривая I (II) построена по формуле (1.11b) при $\Gamma = \Gamma_1 = \Gamma_2 \simeq 2\pi \cdot 48$ Гц и $\Gamma \simeq 2\pi \cdot 74$ Гц, $\Gamma_1 \simeq 2\pi \cdot 71$ Гц, $\Gamma_2 \simeq 2\pi \cdot 47$ Гц соответственно. Параметр $V_{rf} \simeq 2\pi \cdot 427$ Гц

настроена на переход $F_e = 1 \rightarrow F_g = 1$ D₁-линии атомов ^{87}Rb . Электрическая компонента образовывала ортогональную тройку векторов с магнитными полями: $\vec{\mathcal{E}} \perp \vec{\mathcal{B}}, \vec{\mathcal{E}} \perp \vec{\mathcal{B}}_{rf}, \vec{\mathcal{B}}_{rf} \perp \vec{\mathcal{B}}$. Мощность излучения была 30 мкВт при диаметре пучка 3 мм. При этом длина и диаметр ячейки с антирелаксационным покрытием были 18 мм.

1.1.2. Влияние квадратичного эффекта Зеемана на структуру резонанса

Квадратичный эффект Зеемана приводит к тому, что частотные интервалы между соседними подуровнями основного состояния становятся неэквидистантными. Один интервал уменьшается на величину $\omega_{\mathcal{B}^2}$, и расстройка равна δ_+ ; другой увеличивается, что даёт расстройку δ_- . Интервал между крайними подуровнями остаётся неизменным, а расстройка равной $2\delta_{rf}$. Этот эффект может играть заметную роль, если $\omega_{\mathcal{B}^2} \geq \Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$. Тогда при сканировании частота РЧ-поля проходит через различные резонансы, связанные с расстройками δ_{\pm} и $2\delta_{rf}$.

Как известно, в амплитуде первой гармоники коэффициента поглощения происходит наложение двух пиков в окрестностях $\delta_{rf} = \pm\omega_{\mathcal{B}^2}$, которые связаны с одноквантовыми РЧ-переходами. Более интересным представляется рассмотреть влияние квадратичного эффекта Зеемана на структуру амплитуды второй гармоники, которую определяет не только двухквантовый переход между крайними подуровнями, но также и резонансные условия для одноквантовых переходов.

В случае малой амплитуды переменного магнитного поля, когда $V_{rf} \ll \Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$, решение уравнений (1.6a)–(1.6d) даёт следующее выражение для амплитуды \mathcal{A}_2 второй гармоники:

$$\mathcal{A}_2 = \frac{V_{rf}^2/2}{\delta_{rf} + i\Gamma_2/2} \cdot \left(\frac{1}{\delta_+ + i\Gamma_1} + \frac{1}{\delta_- + i\Gamma_1} \right), \quad (1.14)$$

где для наглядности сохранены индивидуальные значения констант релаксации для одноквантового (Γ_1) и двухквантового переходов (Γ_2). Слагаемые в скобках ответственны за резонансные вклады на смещённых частотах $\delta_{rf} = \pm\omega_{\mathcal{B}^2}$.

Оба соответствующих пика, как и следовало ожидать, имеют ширину Γ_1 . Множитель перед скобкой отвечает за вклад от двухквантового перехода между крайними подуровнями. Ширина соответствующего пика зависит от константы Γ_2 , то есть от скорости релаксации когерентности между крайними магнитными подуровнями основного состояния.

Из выражения (1.14) следует, что в случае $\Gamma_1 = \Gamma_2/2$ (с учётом $\delta_+ + \delta_- = 2\delta_{rf}$) отсутствует центральный пик. Это означает, что в зависимости от соотношения релаксационных констант Γ_1 и Γ_2 функция $|\mathcal{A}_2(\delta_{rf}^2)|$ в окрестности точки $\delta_{rf} = 0$ может иметь либо пик ($\Gamma_1 > \Gamma_2/2$), либо провал ($\Gamma_2/2 > \Gamma_1$).

Это свойство отчётливо проявляется в случае, когда $\omega_{\mathcal{B}^2} \gg \Gamma_{1,2}$. Тогда в окрестности $|\delta_{rf}| \lesssim \Gamma_{1,2}$ имеем

$$|\mathcal{A}_2| \simeq \left(\frac{V_{rf}}{\omega_{\mathcal{B}^2}} \right)^2 \sqrt{\frac{\delta_{rf}^2 + \Gamma_1^2}{\delta_{rf}^2 + \Gamma_2^2/4}}. \quad (1.15)$$

Экспериментальная кривая (см. рис. 1.4) имеет пик в точке $\delta_{rf} = 0$, следовательно $\Gamma_1 > \Gamma_2/2$.

Формула (1.15) показывает, что амплитуда центрального пика быстро убывает с ростом магнитного поля ($|\mathcal{A}_2| \sim \mathcal{B}^{-4}$). Что касается высот боковых пиков, расположенных в точках $|\delta_{rf}| = \omega_{\mathcal{B}^2}$, то они, по сравнению с (1.15), содержат дополнительный фактор $\omega_{\mathcal{B}^2}/\Gamma_1$ и поэтому убывают как \mathcal{B}^{-2} . Указанные особенности были экспериментально подтверждены в работе [56] (С. А. Зибров).

На рис. 1.4 представлено сравнение теории с экспериментально полученной трёхпиковой структурой, когда центральный и два боковых максимума разрешаются. Экспериментальная кривая хорошо аппроксимируется теоретическим выражением для $|\mathcal{A}_2|$ по формуле (1.14) при соответствующем выборе величины релаксационных констант Γ_1 и Γ_2 .

Отметим, что оценки релаксационных констант как для Γ_1 , так и для Γ_2 совпадают с достаточной точностью для заметно различающихся условий. Действительно, результаты, представленные на рис. 1.3, получены, когда постоянное магнитное поле много меньше по сравнению с тем, при котором получена кривая рис. 1.4, а для амплитуд РЧ-поля соотношение обратное.

1.2. Двухквантовый магнитный резонанс в модулированных РЧ-полях

Исследуем влияние комплексного РЧ-сдвига на трёхпиковую структуру амплитуды второй гармоники $\kappa_2(t)$, описанную в предыдущем параграфе. Будем считать, что выполняется соотношение $V_{rf}^2/\Gamma \lesssim \omega_{B^2}$, то есть, что полевое уширение МР, вызванное перемешиванием населённостей переменным магнитным полем, может быть сравнимо с частотой квадратичного зеемановского сдвига. Кроме того, будем считать структуру разрешённой, то есть положим $\omega_{B^2} \gg \Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$.

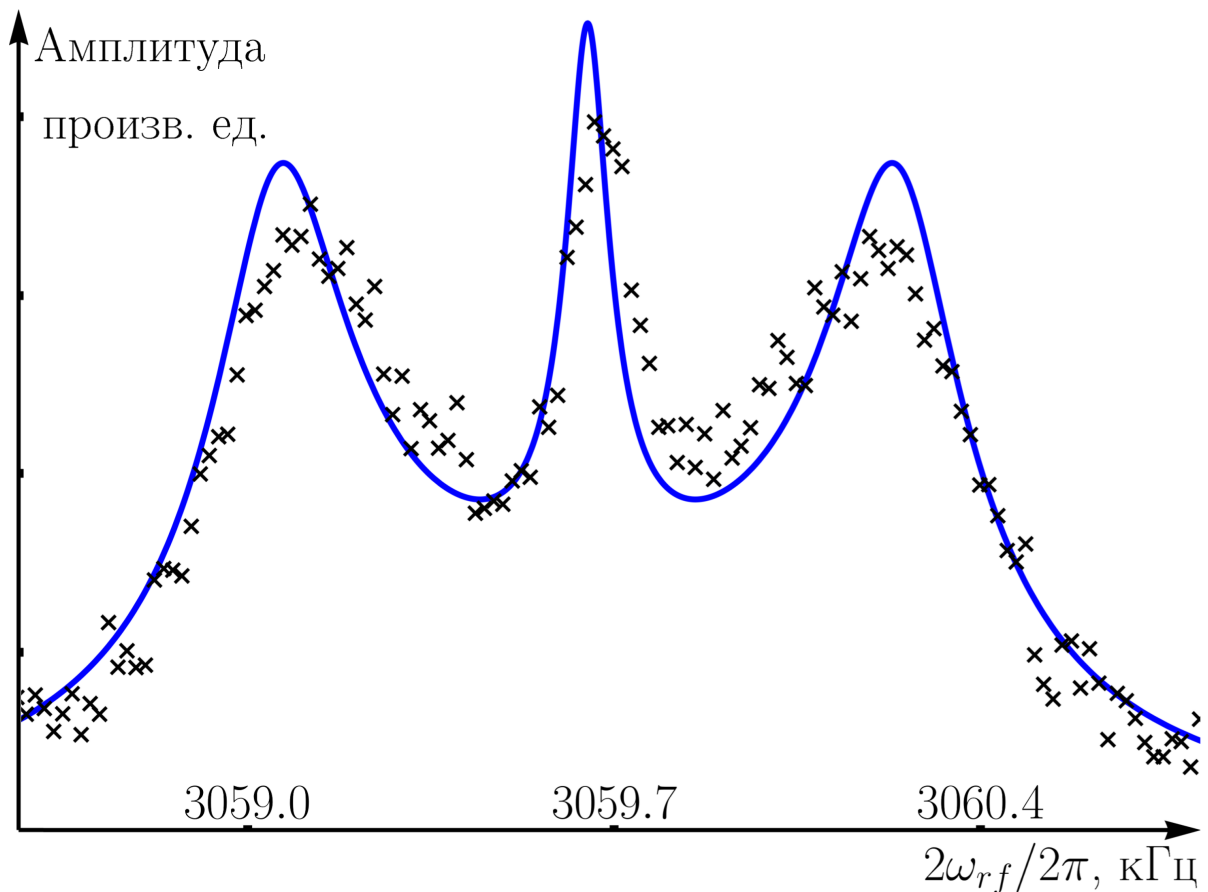


Рис. 1.4. Экспериментально полученная амплитуда второй гармоники магнитного резонанса при $B \sim 2.18$ Гс (кресты) и теоретическая зависимость $|A_2|$ (сплошная линия), построенная по формуле (1.14) при следующих значениях параметров: $\Gamma_1 \simeq 2\pi \cdot 71$ Гц, $\Gamma_2 \simeq 2\pi \cdot 46$ Гц и $\omega_{B^2} \simeq 2\pi \cdot 340$ Гц

Рассмотрев область расстроек $|\delta_{rf}| \lesssim \Gamma_2$, получим следующее выражение, описывающее центральный пик, решив систему уравнений (1.6):

$$\mathcal{A}_2 = -\frac{V_{rf}^2}{\omega_{\mathcal{B}^2}} \cdot \frac{\delta_{rf}^2 + \Gamma_1\Gamma_2/2 + i\delta_{rf}(\Gamma_1 - \Gamma_2/2)}{\delta_{rf}^2 + \Gamma_2/2 \left(\Gamma_2/2 + 2\frac{V_{rf}^4}{\Gamma\omega_{\mathcal{B}^2}^2} \right)}. \quad (1.16)$$

Напомним, при действии монохроматического поля на двухуровневую систему, когерентность между её уровнями пропорциональна отношению частоты Раби к расстройке между частотой поля и перехода, если эта разность значительно превышает ширину перехода. Центральный пик образуется за счёт двух последовательных одноквантовых РЧ-переходов, для которых расстройка частоты порядка $\omega_{\mathcal{B}^2}$. Поэтому неудивительно, что выражение (1.16) содержит общий множитель $(V_{rf}/\omega_{\mathcal{B}^2})^2$. Кроме того, член $2\frac{V_{rf}^4}{\Gamma\omega_{\mathcal{B}^2}^2}$ в знаменателе (1.16) описывает полевое РЧ-уширение центрального пика. Он остаётся достаточно узким до тех пор, пока $V_{rf}^2/\Gamma \lesssim \omega_{\mathcal{B}^2}$, и его ширина определяется константами релаксации Γ_1 и Γ_2 .

Перейдём к расстройке $\delta_{rf} = \omega_{\mathcal{B}^2} + \epsilon$, приняв, что $|\epsilon| \lesssim \Gamma_1$. В таком случае решение уравнений (1.6) даст выражение, описывающее правый пик амплитуды второй гармоники:

$$\mathcal{A}_2(\epsilon) = \frac{V_{rf}^2}{2\omega_{\mathcal{B}^2}} \frac{\epsilon + \frac{V_{rf}^2}{\Gamma\omega_{\mathcal{B}^2}}(\Gamma_1 - \Gamma/2) - i\Gamma_1}{\epsilon^2 + \Gamma_1 \left(\Gamma_1 + 4\frac{V_{rf}^2}{\Gamma} \right)}. \quad (1.17)$$

Боковые пики образуются тогда, когда РЧ-поле резонансно одному из одноквантовых переходов, а на другом имеет расстройку частоты порядка квадратичного зеемановского сдвига, поэтому их амплитуды обратно пропорциональны $\omega_{\mathcal{B}^2}$. Мощность переменного магнитного поля, при котором РЧ-уширение боковых пиков начинает играть роль, существенно меньше, чем для центрального. А именно, она определяется условием $V_{rf}^2/\Gamma \simeq \Gamma_1$.

Анализ выражения (1.17) при упрощении $\Gamma_1 = \Gamma$, $V_{rf}^2/\Gamma \ll \omega_{\mathcal{B}^2}$ показывает, что функция $|\mathcal{A}_2(\epsilon)|$ имеет максимум в точке $\epsilon = 0$ при $V_{rf} < \Gamma/2$ и минимум при обратном неравенстве, а при $V_{rf} = \Gamma/2$ — точку перегиба. При $V_{rf}^2/\Gamma \simeq \omega_{\mathcal{B}^2}$

положение экстремума зависит от РЧ-сдвига, то есть от члена $\frac{V_{rf}^2}{\Gamma\omega_{\mathcal{B}^2}}(\Gamma_1 - \Gamma/2)$ в числителе (1.17). Поскольку было получено, что $\Gamma \simeq \Gamma_1 > \Gamma_2$, то боковые пики смещаются к центральному с ростом V_{rf} .

Выражение (1.16) для центрального пика показывает, что его высота пропорциональна малой величине $(V_{rf}/\omega_{\mathcal{B}^2})^2$. Её можно увеличить, подняв мощность переменного магнитного поля, но ценой ширины МР, которая значительно возрастёт из-за полевого уширения. С другой стороны, использование ячеек с бóльшей релаксацией $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$ позволит снизить влияние квадратичного эффекта Зеемана на МР, но ценой меньшей разрешающей способности. Таким образом, в случае гармонического РЧ-поля, область измеряемых магнитных полей ограничена сверху. Для увеличения диапазона измеряемых магнитных полей КМОН на базе двухквантового МР при $F_g = 1$, был предложен нижеследующий подход.

1.2.1. Магнитный резонанс в случае фазовой модуляции РЧ-поля

Рассмотрим фазово-модулированное РЧ-поле:
 $\mathcal{B}_{rf}(t) = \mathcal{B}_{rf} \cos(\omega_{rf}t + a \sin \omega_m t) = \mathcal{B}_{rf} \sum_k J_k(a) \cos(\omega_{rf} + k\omega_m)t$, которое имеет спектральные компоненты с частотами $\omega_{rf} \pm k\omega_m$, амплитуды которых определяются функциями Бесселя первого рода $J_k(a)$. При расстройке $\delta_{rf} = 0$ в случае $\omega_m = \omega_{\mathcal{B}^2}$ первые боковые компоненты ($k = \pm 1$) находятся в точном резонансе с переходами $m_{F_g} = -1 \leftrightarrow m_{F_g} = 0$ и $m_{F_g} = 0 \leftrightarrow m_{F_g} = 1$, не испытывая расстройек порядка $\omega_{\mathcal{B}^2}$, что приводит к существенному возрастанию амплитуды осцилляций на суммарной частоте $2\omega_{rf}$.

Чтобы продемонстрировать справедливость этого предположения, сперва получим аналог системы уравнений (1.6) для фазово-модулированного поля:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \Gamma\right) \rho_{-1-1} - i(V_{rf}^*(t)\rho_{-10} - V_{rf}(t)\rho_{0-1}) = \Gamma S_p, \quad (1.18a)$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t} + \delta_- + i\Gamma_1\right) \rho_{-10} + V_{rf}(t)(2\rho_{-1-1} + \rho_{11}) + V_{rf}^*(t)\rho_{-11} = 0, \quad (1.18b)$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t} + \delta_+ + i\Gamma_1\right) \rho_{01} - V_{rf}(t)(2\rho_{11} + \rho_{-1-1}) - V_{rf}^*(t)\rho_{-11} = 0, \quad (1.18c)$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t} + 2\delta_{rf} + i\Gamma_2\right) \rho_{-11} + V_{rf}(t)(\rho_{-10} - \rho_{10}) = 0, \quad (1.18d)$$

где взаимодействие имеет вид $V_{rf}(t) = V_{rf} \sum_k J_k(a) e^{-ik\omega_m t}$, а уравнения (1.18a)-(1.18d) записаны в резонансном приближении для РЧ-поля.

Будем решать систему (1.18) с помощью разложения элементов атомной матрицы плотности в ряд Фурье по частоте ω_m (что подразумевает рассмотрение установившегося режима на временах $t \gg 1/\Gamma, 1/\Gamma_1, 1/\Gamma_2$). Также, чтобы получить простые аналитические выражения, рассмотрим случай слабого РЧ-поля, когда частота Раби V_{rf} мала по сравнению с константами релаксации. В таком случае получим следующее выражение для нулевой гармоники \mathcal{C}_0 когерентности ρ_{-11} , опуская множитель S_p :

$$\mathcal{C}_0 = -\frac{V_{rf}^2/2}{\delta_{rf} + i\Gamma_2/2} \sum_k (\mathcal{A}_k^+ + \mathcal{A}_k^-), \quad (1.19)$$

где $\mathcal{A}_k^\pm = (-1)^k J_k^2(a) / (\delta_{rf} + k\omega_m \pm \omega_{\mathcal{B}^2} + i\Gamma_1)$ — вклады от спектральных компонент индекса k . Поскольку мы рассматриваем ситуацию $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2 \ll \omega_{\mathcal{B}^2}$, когда при гармоническом РЧ-поле амплитуда центрального пика мала, все нерезонансные вклады (имеют величины, кратные $\omega_{\mathcal{B}^2}$ в знаменателе) в (1.19) могут быть опущены, и для области $|\delta_{rf}| \leq \Gamma_2$ имеет место выражение:

$$\mathcal{C}_0 = \frac{J_1^2(a)V_{rf}^2/2}{\delta_{rf} + i\Gamma_2/2} \cdot \sum_{k=\pm 1} \frac{1}{\delta_{rf} + k\delta_{\mathcal{B}^2} + i\Gamma_1}, \quad (1.20)$$

где $\delta_{\mathcal{B}^2} = \omega_m - \omega_{\mathcal{B}^2}$ — отстройка частоты модуляции от квадратичного зеемановского сдвига. Выражение (1.20) и, соответственно, $\kappa_2(t)$ имеют максимум

при $\delta_{\mathcal{B}^2} = 0$, что было отмечено ранее (см. рис. 1.5). Амплитуда центрального пика возрастает в $\sim J_1^2(a)\omega_{\mathcal{B}^2}^2/\Gamma_1^2 \gg 1$ раз по сравнению с немодулированным полем. Это увеличение происходит благодаря резонансным вкладам \mathcal{A}_1^- и \mathcal{A}_{-1}^+ и достигает наибольшей величины при значении $a \simeq 1.841$, максимизирующем функцию $J_1(a)$.

Резонансные вклады дают также компоненты $k \neq \pm 1$. Для пика в области $\delta_{rf} = -\omega_{\mathcal{B}^2} \leftrightarrow \delta_+ = 0$, наибольший вклад в (1.19) вносят члены \mathcal{A}_0^+ и \mathcal{A}_2^- , в то время как для противоположного пика — при $\delta_{rf} = \omega_{\mathcal{B}^2} \leftrightarrow \delta_- = 0$, т. е. \mathcal{A}_0^- и \mathcal{A}_{-2}^+ . Таким образом можно описать пики при бóльших расстройках δ_{rf} , например в области расстроек $\delta_{rf} = -2\omega_{\mathcal{B}^2}$ и $\delta_{rf} = 2\omega_{\mathcal{B}^2}$, где в амплитуды отклика дают определяющий вклад члены \mathcal{A}_1^+ , \mathcal{A}_3^- и \mathcal{A}_{-1}^- , \mathcal{A}_{-3}^+ . Однако, такая логика не может быть продолжена до бесконечности, поскольку функции $J_k(a)$ малы при индексах k , превышающих индекс модуляции a .

На рис. 1.5 приведено сравнение резонансов для гармонического (кривая I) и модулированного поля (кривая III) при индексе модуляции $a \simeq 2.405$ (в спектре РЧ-поля отсутствует несущая). В первом случае амплитуда центрального пика значительно меньше, но за счёт увеличения РЧ-мощности её можно поднять до уровня, соответствующего второму случаю. При этом, как было сказано выше, происходит полевое уширение каждого из пиков. В указанном случае оно приводит не только к их объединению, но также к появлению структуры, схожей с рассмотренной в предыдущей главе, когда доминирует РЧ-сдвиг частоты подуровней основного состояния. Таким образом, использование фазовой модуляции существенно увеличивает отношение амплитуда/ширина резонанса в условиях $\omega_{\mathcal{B}^2} \gg \Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$, что позволяет применять его для измерения магнитных полей в указанном диапазоне параметров.

1.2.2. Магнитный резонанс в РЧ-гребёнке частот

Фазовая модуляция РЧ-поля позволяет увеличить амплитуду центрального пика, однако при этом сохраняются и усиливаются боковые пики. Амплитуда последних, сдвинутых на величину удвоенного квадратичного зеемановского сдвига от центрального, примерно в два раза меньше. Пики, находящиеся в окрестности расстроек $\delta_{rf} = \mp\omega_{\mathcal{B}^2}$, оказались малы из-за отсутствия несущей

в спектре РЧ-поля. В случае выбора индекса модуляции, максимизирующего амплитуду первых боковых полос, высота ближайших к центральному пиков также будет существенной. Наличие боковых пиков может приводить к затягиванию частоты метрологического, то есть к уменьшению точности определения величины магнитного поля \vec{B} . Как мы покажем далее, этот эффект возникает при отличии населённостей крайних подуровней основного состояния, которое может быть вызвано оптической накачкой излучением с эллиптической поляризацией. В этой секции мы обобщим результаты предыдущей и продемонстрируем, что использование РЧ-гребёнки частот позволяет получить резонанс без боковых пиков.

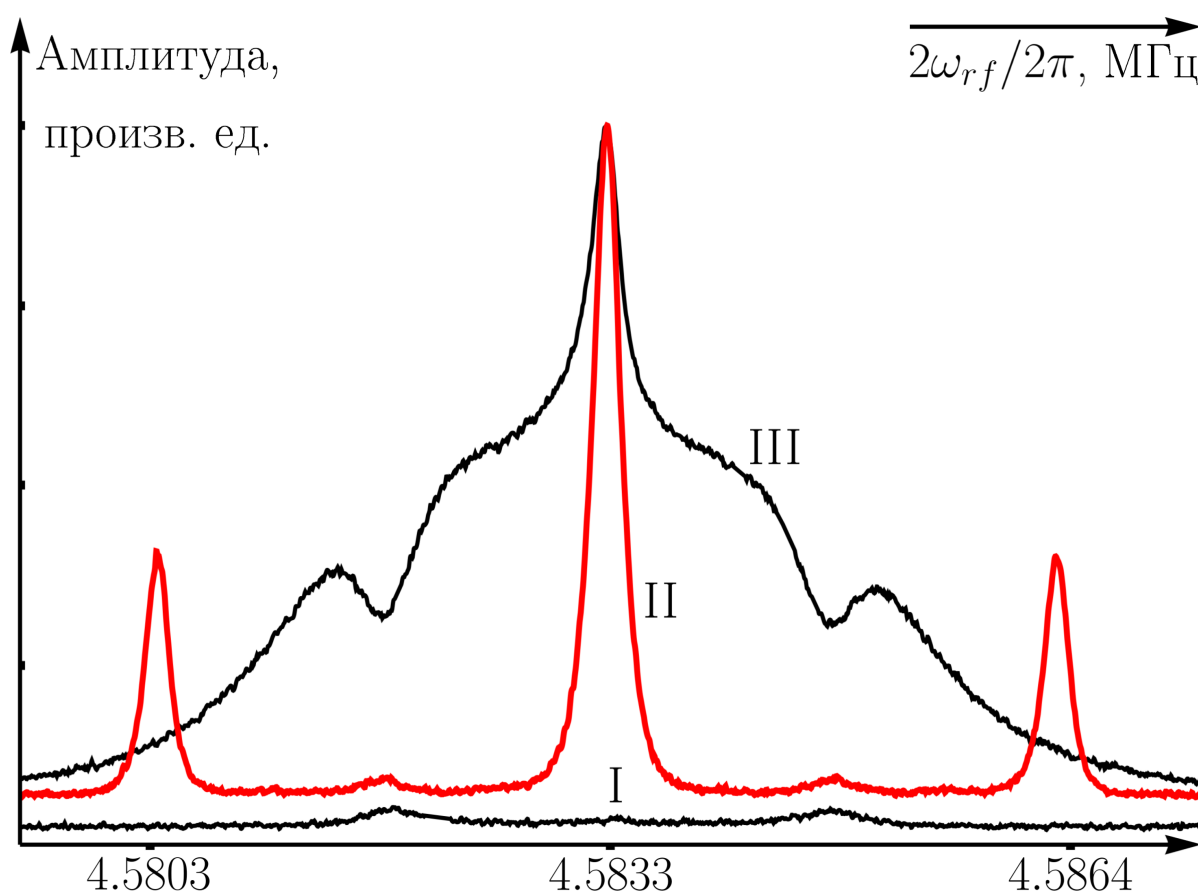


Рис. 1.5. Амплитуда МР в случае модулированного и гармонического РЧ-поля. Кривая III получена при мощности переменного магнитного поля, увеличенной в 17.3 раз по сравнению с резонансной зависимостью, отображённой кривой I. Линия II показывает зависимость амплитуды от частоты РЧ-поля в случае фазовой модуляции при $\omega_m = \omega_{B^2}$. Центральная частота соответствует удвоенному линейному члену зеемановского сдвига в поле $B \sim 3.3$ Гс. Для полуширины резонансов получены значения ~ 56 и ~ 440 Гц (при использовании модуляции и без неё). Кривые I-III сдвинуты в вертикальном направлении для удобства восприятия

Рассмотрим гармоническое поле, амплитуда которого модулируется последовательностью прямоугольных импульсов: $\mathcal{B}_{rf}(t) = \mathcal{B}_{rf}M(t) \cos \omega_{rf}t$,

$$M(t) = \frac{\tau}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc} \frac{k\pi\tau}{T} \cos k\Theta t = \sum_{k=-\infty}^{\infty} M_k \cos k\Theta t, \quad (1.21)$$

где τ — длительность одного импульса, а T определяет их период, $\Theta = 2\pi/T$, $\operatorname{sinc}(\xi) = \sin(\xi)/\xi$. В случае достаточно малой длительности импульсов с большим периодом, спектр $\mathcal{B}_{rf}(t)$ становится плоской и плотной гребёнкой частот. Когда несущая частота близка к $\omega_{\mathcal{B}}$, спектр РЧ-поля содержит множество компонент с «красной» и «синей» расстройками (по сравнению с $\omega_{\mathcal{B}}$), частоты которых резонансны одноквантовым переходам $m_{F_g} = 0 \Leftrightarrow m_{F_g} = \pm 1$. В этом случае огибающая Фурье-амплитуд $\kappa_2(t)$ различного индекса k образует одиночный пик (без структуры, связанной с квадратичным эффектом Зеемана) в окрестности частоты $2\omega_{\mathcal{B}}$, см. рис. 1.6. В такой ситуации максимум спектра $\kappa_2(t)$ позволяет определить величину зеемановского сдвига и, как следствие, извлечь значение $|\vec{\mathcal{B}}|$. Дальнейший анализ показывает механизм эффекта в более подробно.

Во-первых, используя те же приближения, что и ранее, получим систему уравнений для когерентностей основного состояния:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + \delta_- + i\Gamma_1 \right) \rho_{-10} = -3S_p V_{rf}(t), \quad (1.22a)$$

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + \delta_+ + i\Gamma_1 \right) \rho_{01} = 3S_p V_{rf}(t), \quad (1.22b)$$

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + 2\delta_{rf} + i\Gamma_2 \right) \rho_{-11} = V_{rf}(t)(\rho_{01} - \rho_{-10}), \quad (1.22c)$$

где $V_{rf}(t) = V_{rf} \sum_{k=-\infty}^{\infty} M_k e^{-ik\Theta t}$, причём считается, что $V_{rf} \ll \Gamma_1, \Gamma_2$, а также рассматривается область расстроек $|\delta_{rf}| \lesssim \Gamma_2$.

Будем искать установившееся решение уравнений (1.22) на временах $t \gg T \gg T_p, \Gamma_1, \Gamma_2$ с помощью разложения медленных амплитуд в ряд Фурье по частоте Θ : $(\rho_{-10}, \rho_{01}, \rho_{-11}) = 3S_p \sum_k (\mathcal{L}_k, \mathcal{R}_k, \mathcal{C}_k) e^{-ik\Theta t}$. Как было сказано, $1/\tau \gg \omega_{\mathcal{B}^2}/2\pi \gg 1/T$, что даёт РЧ-гребёнку частот в представляющей интерес области $(\omega_{\mathcal{B}} - \omega_{\mathcal{B}^2}, \omega_{\mathcal{B}} + \omega_{\mathcal{B}^2})$, поэтому $M_k \simeq \tau/T$, поскольку у функции

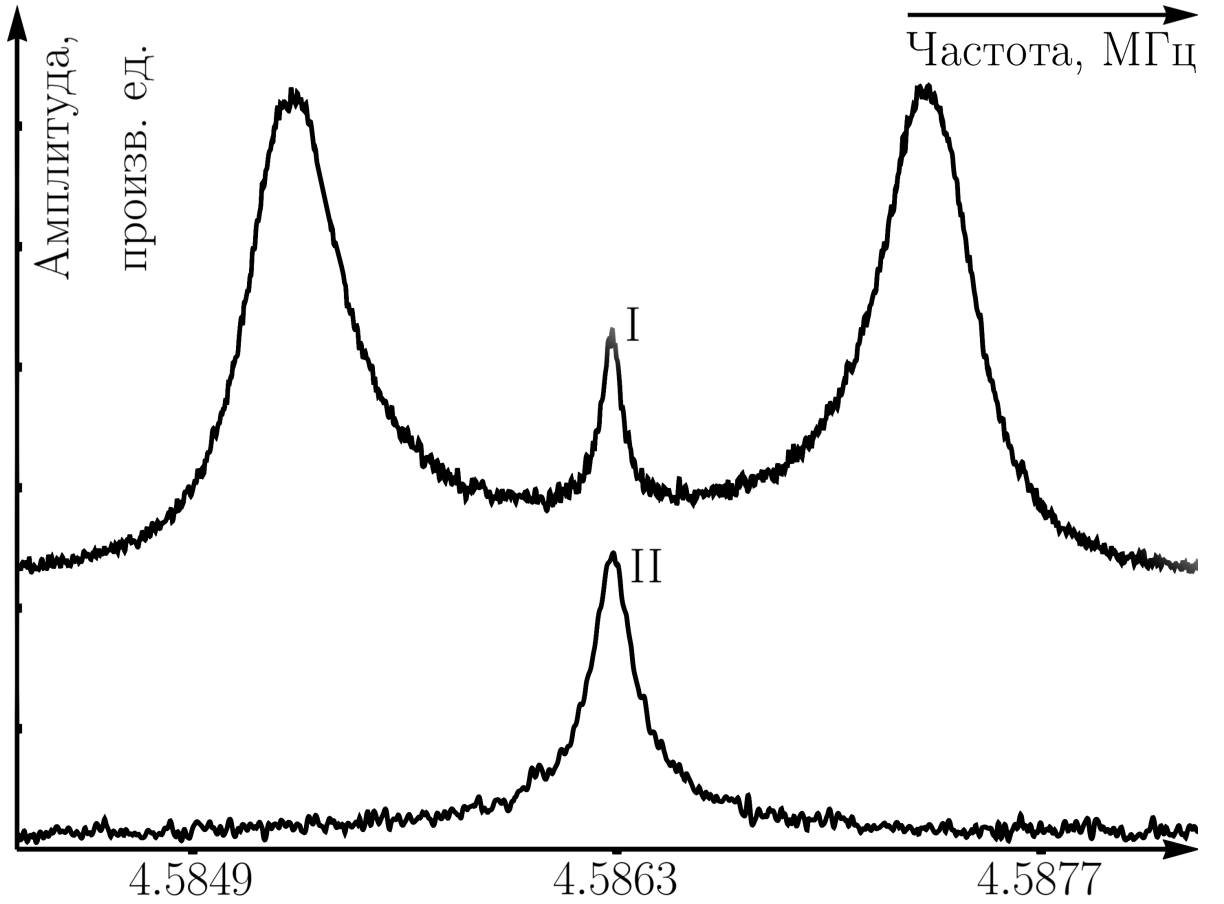


Рис. 1.6. Кривая I: амплитуда второй гармоники магнитного резонанса $\kappa_2(t)$, полученная сканированием частоты гармонического поля ω_{rf} . Кривая II: спектр отклика атомов ^{87}Rb в случае использования РЧ-гребёнки с интервалом 10 Гц между спектральными компонентами. Для верхней кривой горизонтальная ось показывает величину $2\omega_{rf}/2\pi$, для нижней — частоту осциллирующий отклика. Кривые сдвинуты в вертикальном направлении для наглядности. Центральная частота соответствует удвоенному линейному члену зеемановского сдвига в поле $\mathcal{B} \sim 3.3$ Гс

sinc аргумент $k\pi\tau/T \simeq k\Theta\tau \ll 1$ в достаточно большом диапазоне индексов $k \ll T/\tau$. В таком случае получим для амплитуды \mathcal{C}_k :

$$\mathcal{C}_k = \frac{V_{rf}^2}{2\delta_{rf} + k\Theta + i\Gamma_2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} M_m M_{k-m} (\mathcal{A}_m^+ + \mathcal{A}_m^-) \simeq \left(\frac{\tau}{T}\right)^2 \frac{V_{rf}^2}{2\delta_{rf} + k\Theta + i\Gamma_2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\mathcal{A}_m^+ + \mathcal{A}_m^-), \quad (1.23)$$

где члены $\mathcal{A}_m^\pm = 1/(m\Theta + \delta_\pm + i\Gamma_1)$ определяют вклад одноквантовых переходов $m_{F_g} = -1 \Leftrightarrow m_{F_g} = 0$, $m_{F_g} = 0 \Leftrightarrow m_{F_g} = 1$. Выражение для \mathcal{A}_m^\mp показывает, что в резонанс даёт вклад большое число «зубцов» РЧ-гребёнки, а именно,

условие $(\omega_B + m\Theta) + (\omega_B - m\Theta) = 2\omega_B$ резонансным образом выполняется для $m_0 \simeq 2\Gamma_1/\Theta$ пар спектральных компонент.

Сумма по m в (1.23) при $\Theta \ll \Gamma_1$ сводится к разложению котангенса на простейшие дроби. Имеем: $\sum_m (\mathcal{A}_m^- + \mathcal{A}_m^+) = 2 \sum_m [1/(\xi + m)]/\Theta = 2\pi \cot(\pi\xi)/\Theta \simeq -2i\pi/\Theta = -iT$, поскольку $e^{i\pi\xi} = e^{i\pi(\delta_{\mp} + i\Gamma_1)/\Theta} \propto e^{-\pi\Gamma_1/\Theta} \ll 1$. В итоге, для (1.23) получим выражение

$$\mathcal{C}_k = -i \frac{\tau^2}{T} \cdot \frac{V_{rf}^2}{2\delta_{rf} + k\Theta + i\Gamma_2}, \quad (1.24)$$

показывающее, что компоненты Фурье-амплитуд когерентности ρ_{-11} и, следовательно, амплитуды второй гармоники коэффициента поглощения не зависят от квадратичного зеемановского сдвига ω_{B^2} . Максимальная амплитуда имеет место для индекса k_0 , ближайшего к $2\delta_{rf}/\Theta$, а при $\omega_{rf} = \omega_B$ имеет место $k_0 = 0$. С ростом величины $|k - k_0|$ происходит убыль $|\mathcal{C}_k|$, то есть соседние с k_0 компоненты имеют меньшую амплитуду.

Обсудим поведение амплитуд $|\mathcal{C}_k|$ как функций периода T . В эксперименте величина $|\mathcal{C}_0|$ падает как $1/T$ до нескольких десятков мс, см. рис. 1.7. С дальнейшим увеличением длительности T форма резонанса практически не изменяется. Эта особенность возникает из-за конечного разрешения анализатора спектра $\zeta\Lambda$. В случае, когда оно становится недостаточным для различения соседних линий, отстоящих друг от друга на интервал Θ , то есть когда $\zeta\Lambda \gg \Theta$, Фурье-компоненты $\kappa_2(t)$ существенно перекрываются, и можно заменить дискретный параметр k непрерывным $\Lambda = k\Theta$ с помощью стандартного соотношения $\mathcal{C}_k \rightarrow (T/2\pi)\mathcal{C}(\Lambda) \equiv F(\Lambda) = -i\tau^2/2\pi \cdot V_{rf}^2/(2\omega_B - \Lambda + i\Gamma_2)$. Тогда резонанс описывается универсальной функцией $|F(\Lambda)| \propto 1/\sqrt{(2\omega_B - \Lambda)^2 + \Gamma_2^2}$ ширины порядка Γ_2 с максимумом, находящимся в точке $2\omega_B$.

Сравним метод, в котором используется РЧ-гребёнка частот с классическим, где применяется гармоническое поле $\mathcal{B}_{rf}(t) = \mathcal{B}_{rf} \cos \omega_{rf}t$. Во втором случае резонанс получают, сканируя частоту ω_{rf} , которая последовательно принимает три резонансных значения, что приводит к трём пикам в амплитуде второй гармоники магнитного резонанса при $\omega_{B^2} > \Gamma_1, \Gamma_2$. В случае $\Gamma_1, \Gamma_2 \simeq \omega_{B^2}$ они образуют более широкий (по сравнению с каждым из пиков) резонанс. Напротив, в случае модуляции РЧ-поля последовательностью прямоугольных импульсов, оно сразу имеет спектральные компоненты с частотами близкими к $\omega_B \mp \omega_{B^2}$,

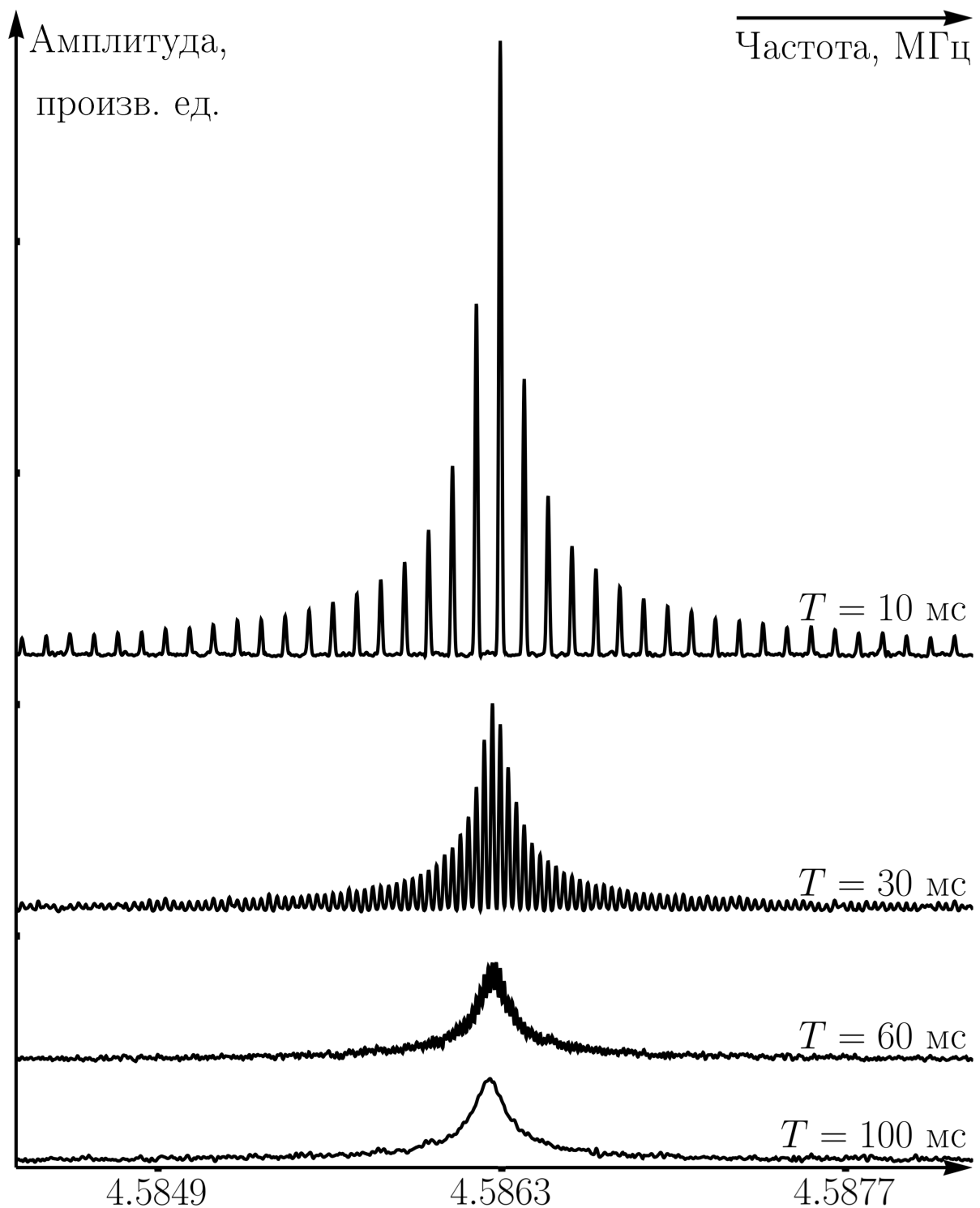


Рис. 1.7. Спектр отклика атомов ^{87}Rb при различном периоде T и фиксированной длительности импульса τ , равной 30 мкс. Кривые сдвинуты в вертикальном направлении для удобства восприятия. Для $T \lesssim 40$ мс частотный интервал между компонентами превышает их ширину и спектр дискретен. С увеличением периода РЧ-гребёнка частота становится более плотной и компоненты отклика объединяются, образуя Лоренциан. На горизонтальной оси показана частота осцилляций отклика атомной системы; центральная частота соответствует магнитному полю $B \sim 3.3$ Гс

то есть сканирования частоты ω_{rf} не требуется. В случае $\delta_{rf} = 0$ пары таких «зубцов» РЧ-гребёнки вызывают осцилляции на частотах $2\omega_B + k\Theta$, амплитуда которых максимальна для $k = 0$ и падает с ростом $|k|$. В итоге в окрестности частоты $2\omega_B$ наблюдается одиночный симметричный пик, ширина которого зависит (не зависит) от скорости релаксации Γ_2 (ω_B^2) в случае достаточно плотного спектра РЧ-поля, что следует из (1.24).

Исследуем влияние эллиптичности поляризации (она может возникать из-за двулучепреломления стекла при прохождении линейно-поляризованного излучения через стенку ячеек) на МР в случае $\vec{\mathcal{E}} \perp \vec{\mathcal{B}}$, $\vec{\mathcal{B}} \perp \vec{\mathcal{B}}_{rf}$, то есть когда лазерная волна распространяется вдоль магнитного поля $\vec{\mathcal{B}}$, а её вектор поляризации вращается в ортогональной ему плоскости. Представим оптическое поле в виде суперпозиции двух циркулярно-поляризованных: $\vec{\mathcal{E}}(t) = \frac{\mathcal{E}_+}{\sqrt{2}}(\vec{e}_x \cos \omega t + \vec{e}_y \sin \omega t) + \frac{\mathcal{E}_-}{\sqrt{2}}(\vec{e}_x \cos \omega t - \vec{e}_y \sin \omega t)$, что даст эллиптическую поляризацию при $\mathcal{E}_- \neq \mathcal{E}_+$. Очевидно, что в такой ситуации частоты Раби для оптических переходов с уменьшением и увеличением проекции момента m_F становятся различны, что приводит к различию населённостей подуровней $m_{F_g} = \pm 1$. Поскольку частотные интервалы между крайними и центральным подуровнем неравны в силу квадратичного эффекта Зеемана, то это приводит к некоторой асимметрии одноквантовых РЧ-переходов. В результате также нарушается симметрия МР и происходит сдвиг его частоты. Система уравнений (1.22) для оптического поля эллиптической поляризации выглядит следующим образом:

$$i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \Gamma \right) \rho_{-1-1} = \tilde{V}_{rf}(t) \rho_{0-1} - \tilde{V}_{rf}^*(t) \rho_{-10} + i\Gamma (2S_- - S_+) / 3, \quad (1.25a)$$

$$i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \Gamma \right) \rho_{11} = \tilde{V}_{rf}^*(t) \rho_{01} - \tilde{V}_{rf}(t) \rho_{10} + i\Gamma (2S_+ - S_-) / 3, \quad (1.25b)$$

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + \delta_- + i\Gamma_1 \right) \rho_{-10} = -\tilde{V}_{rf}(t) (2\rho_{-1-1} + \rho_{11}) - \tilde{V}_{rf}^*(t) \rho_{-11}, \quad (1.25c)$$

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + \delta_+ + i\Gamma_1 \right) \rho_{01} = \tilde{V}_{rf}(t) (2\rho_{11} + \rho_{-1-1}) + \tilde{V}_{rf}^*(t) \rho_{-11}, \quad (1.25d)$$

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + 2\delta_{rf} + i\Gamma_2 \right) \rho_{-11} = \tilde{V}_{rf}(t) (\rho_{01} - \rho_{-10}), \quad (1.25e)$$

где источники имеют вид $S_{\mp} = \frac{\gamma}{2\Gamma} \frac{V_{\mp}^2}{\Delta^2 + \gamma^2/4}$, $\tilde{V}_{rf}(t) = V_{rf} \sum_{k=-\infty}^{\infty} M_k e^{-ik\Theta t}$. Отметим, что уравнение для населённости ρ_{11} можно получить, сделав в урав-

нении для ρ_{-1-1} ряд замен, а именно, $-1 \rightarrow 1$ для индексов, $V_{rf}(t) \leftrightarrow V_{rf}^*(t)$ для взаимодействия, $+ \leftrightarrow -$ для источников. В случае гармонического поля легко найти квазистационарное решение на временах $t \gg 1/\Gamma, 1/\Gamma_1, 1/\Gamma_2$. Поскольку населённости теперь имеют различные источники, то они в явном виде войдут в решение уравнений (1.25). Линеаризуя его по δ_{rf} , получим в пределе слабого РЧ-поля, $V_{rf} \ll \Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$:

$$\begin{aligned} \text{Im}(\rho_{-11}) = & -(S_+ + S_-) \frac{V_{rf}^2}{\Gamma_2^2(\omega_{\mathcal{B}^2}^2 + \Gamma_1^2)} \\ & \cdot \left[2\delta_{rf} \left(\Gamma_1 - \frac{\Gamma_2}{2} \cdot \frac{\omega_{\mathcal{B}^2}^2 - \Gamma_1^2}{\omega_{\mathcal{B}^2}^2 + \Gamma_1^2} \right) + k_e \omega_{\mathcal{B}^2} \Gamma_2 \right], \end{aligned} \quad (1.26)$$

то есть для дисперсионной части амплитуды второй гармоники имеет место затягивание частоты, пропорциональное фактору $k_e \equiv \frac{\mathcal{E}_+^2 - \mathcal{E}_-^2}{\mathcal{E}_+^2 + \mathcal{E}_-^2}$, возникающее в силу квадратичного эффекта Зеемана. Здесь k_e — обратный коэффициент эллиптичности поляризации, определённый по мощности излучения. При достаточно умеренных магнитных полях, когда $(\Gamma_1/\omega_{\mathcal{B}^2})^2 \gg 1$, частота сигнала смещена на величину $\delta_{as} = k_e \cdot \omega_{\mathcal{B}^2} \frac{\Gamma_2}{2\Gamma_1 + \Gamma_2}$. Взяв для оценки $k_e = 10^{-2}$, получим, что для $\mathcal{B} = 0.5$ Гс происходит затягивание частоты порядка 50 мГц, см. рис. 1.8. Такое же по величине смещение в случае магнитного резонанса в атомах ^{87}Rb происходит при изменении магнитного поля на 5 пТл.

Очевидно, что с ростом амплитуды РЧ-поля происходит изменение величины сдвига частоты. Чтобы понять его характер, получим решение уравнений, удержав частоту Раби по сравнению с другими параметрами, а далее сделаем линеаризацию выражения для $\text{Im}(\rho_{-11})$ по δ_{rf} и $\omega_{\mathcal{B}^2}$:

$$\begin{aligned} \text{Im}(\rho_{-11}) = & -(S_+ + S_-) \frac{V_{rf}^2 \Gamma}{2V_{rf}^2 + \Gamma_1 \Gamma_2} \\ & \cdot \left[\delta_{rf} \frac{(2\Gamma_1 + \Gamma_2)}{\Gamma \Gamma_1 \Gamma_2 + 2V_{rf}^2(\Gamma + 3\Gamma_2)} + k_e \frac{\omega_{\mathcal{B}^2}}{2V_{rf}^2 + \Gamma \Gamma_1} \right]. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Как показывает формула выше, частота, при которой функция $\text{Im}[\rho_{-11}(\delta_{rf})]$ обращается в ноль, подвержена РЧ-сдвигу, то есть зависит от мощности переменного магнитного поля. В результате при её флуктуациях и дрейфах падает отношение сигнал/шум и точность измерений магнитного поля.

Кроме того, частота резонанса становится подверженной ориентационному сдвигу, поскольку величина V_{rf} определяется проекцией вектора \vec{B}_{rf} на плоскость, ортогональную измеряемому магнитному полю. Он также возникает из-за того, что в случае волны эллиптической поляризации от угла между её волновым вектором и полем \vec{B} зависит отличие населённостей крайних подуровней основного состояния.

Для РЧ-гребёнки, также при линейризации по δ_{rf} , имеем:

$$C_0 = \frac{V_{rf}^2}{2\delta_{rf} + i\Gamma_2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\mathcal{A}_m^+ + \mathcal{A}_m^-), \quad (1.28)$$

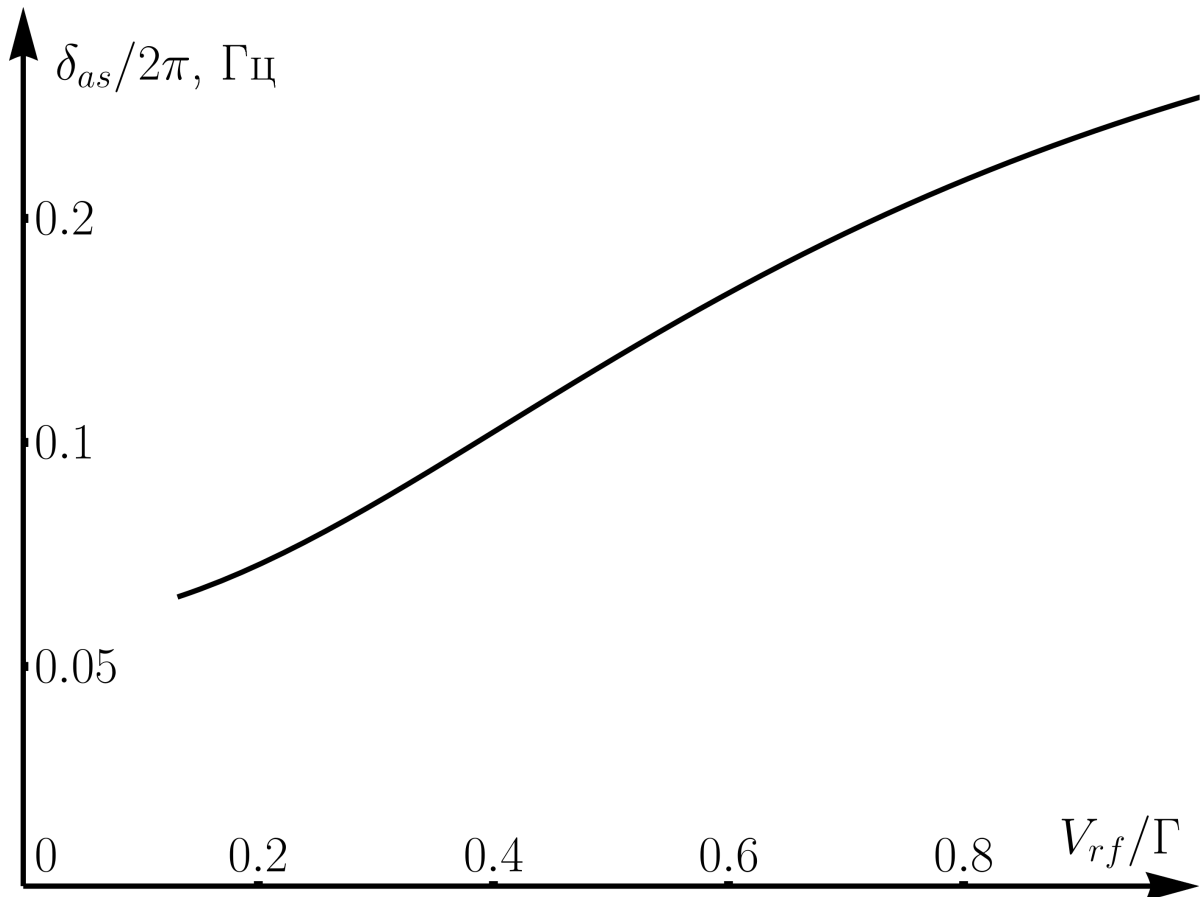


Рис. 1.8. Сдвиг δ_{as} как функция V_{rf}/Γ . Кривая построена по формуле (1.27).

Значения параметров: $k_e = 10^{-2}$, $\omega_{B2} = 2\pi \cdot 71.8/4$ Гц,

$\Gamma_2 = \Gamma_1 = \Gamma = 2\pi \cdot 75$ Гц

где члены в круглых скобках выражаются как $\mathcal{A}_m^\pm = S_\mp / (m\Theta + \delta_\pm + i\Gamma_1)$, то есть, при линеаризации также по $\omega_{\mathcal{B}^2}$,

$$\begin{aligned} \text{Im}(\mathcal{C}_0) = & -(S_+ + S_-) \frac{V_{rf}^2}{\Gamma_2^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{M_m^2}{[(m\Theta)^2 + \Gamma_1^2]^2} \\ & \cdot \{ \delta_{rf} [(m\Theta)^2 (2\Gamma_1 - \Gamma_2) + \Gamma_1^2 (2\Gamma_1 + \Gamma_2)] + k_e \omega_{\mathcal{B}^2} \Gamma_2 [\Gamma_1^2 - (m\Theta)^2] \}. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Затягивание частоты, как и в предыдущем случае, возникает из-за отличия населённостей крайних подуровней и квадратичного эффекта Зеемана. В выражении (1.29) нам интересна сумма членов, которые не пропорциональны δ_{rf} . Они имеют различные знаки, например, при $|m| < (\Gamma_1/\Theta)^2$ они отрицательны, а при бóльших $|m|$ положительны, то есть происходит их некоторая взаимная компенсация.

Выражение (1.29) показывает, что компенсация членов наиболее эффективна для плотной и широкой гребёнки, когда $\Theta \ll \Gamma_1$, $1/\tau \gg \omega_{\mathcal{B}^2}$ и $M_k \simeq \tau/T$. В рамках этих неравенств можно получить следующее выражение для сдвига, используя табличные выражения для сумм, $\delta_{as} = \pi k_e \omega_{\mathcal{B}^2} \Gamma_2 / [\pi \Gamma_2 + \Theta \sinh(2\pi \Gamma_1/\Theta)] \simeq 2\pi k_e \omega_{\mathcal{B}^2} \frac{\Gamma_2/\Theta}{e^{2\pi \Gamma_1/\Theta}}$, где функция $\sinh \xi$ есть гиперболический синус. Уже при $\Gamma_1/\Theta = 10$ величина δ_{as} оказывается ничтожно малой. На рис. 1.9 приведён сдвиг δ_{as} как функция V_{rf}/Γ . Кривая показывает, что затягивание частоты значительно меньше, чем при использовании гармонического РЧ-поля.

Сравнение сдвигов для случая гармонического и модулированного поля, приведённых на рис. 1.8-1.9 показывает их отличие на 3 порядка. Более того, частота Раби, при которой сдвиг частоты начинает зависеть от мощности РЧ-поля, существенно выше для случая модуляции его амплитуды последовательно прямоугольных импульсов. Для рабочих значений $V_{rf} \sim \Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$ сдвиг практически не зависит от значения частоты Раби. Таким образом, влияние асимметрии на частоту дисперсионной части амплитуды второй гармоники МР может быть значительно снижено. Для полноты картины отметим, что в обоих случаях она выделяется за счёт умножения $\kappa_2(t)$ на $\sin 2\omega_{rf}t$ и усреднения по периоду частоты ω_{rf} , то есть с помощью техники синхронного детектирования. В случае использования модулированного поля необходимо усреднение по интервалу $[0, T]$ для устранения вкладов амплитуд осцилляций на частотах $2\omega_{rf} + k\Theta$, $k \neq 0$.

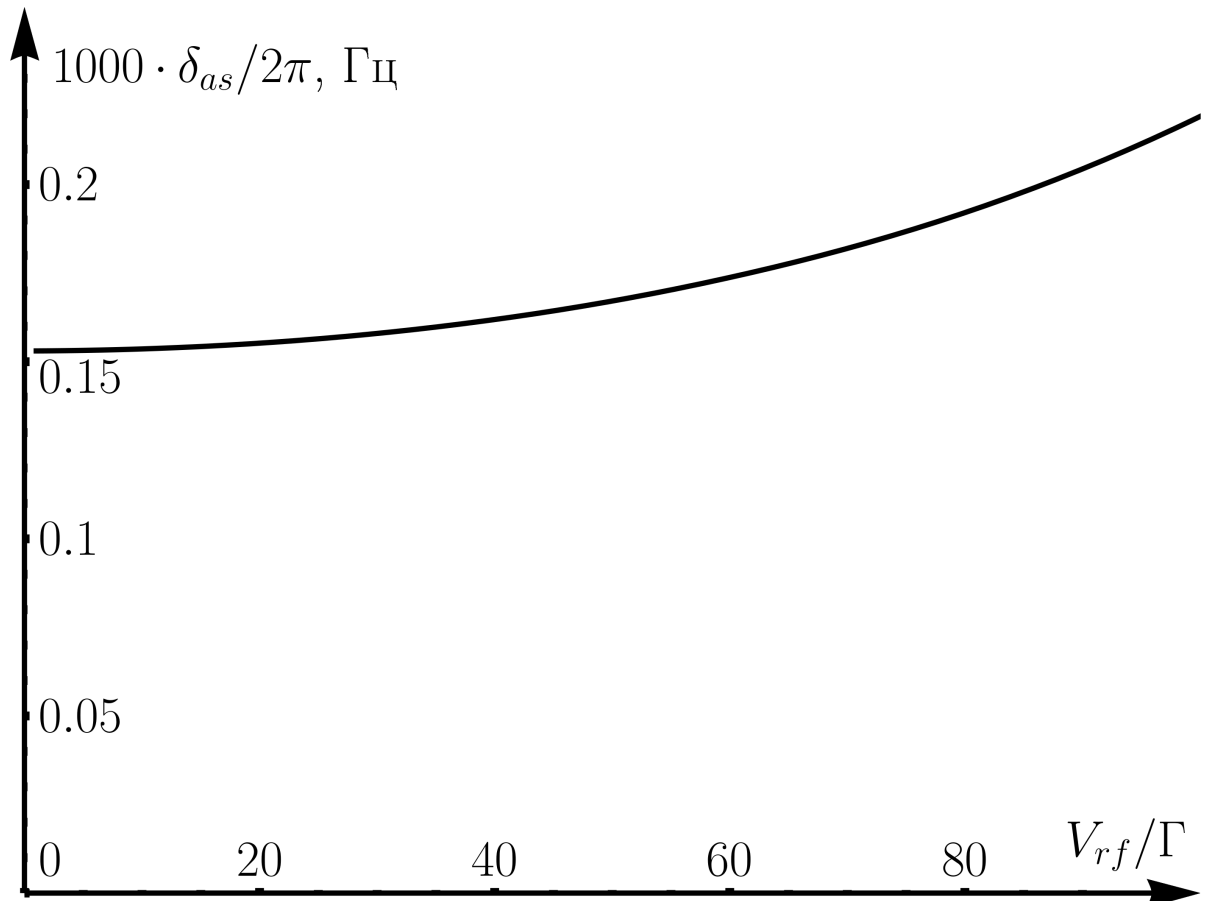


Рис. 1.9. Тысячекратно увеличенный сдвиг δ_{as} как функция V_{rf}/Γ . Кривая построена с помощью численного решения системы уравнений (1.25).

Значения параметров: $k_e = 10^{-2}$, $\omega_{B^2} = 2\pi \cdot 71.8/4$ Гц, $\tau = 0.1$ мс,
 $T = 200$ мс, $\Gamma_2 = \Gamma_1 = \Gamma = 2\pi \cdot 75$ Гц

Вывод

В первом параграфе главы представлено теоретическое исследование магнитного резонанса на переходе $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$, зондируемого с помощью излучения линейной поляризации. В подходе на основе уравнений для элементов атомной матрицы плотности установлено, что амплитуда второй гармоники резонанса на одиночном двухквантовом переходе $|F_g = 1, m_{F_g} = -1\rangle \leftrightarrow |F_g = 1, m_{F_g} = 1\rangle$ имеет структуры, связанные с эффектами радиочастотного сдвига (изменением энергии подуровней основного состояния, вызываемым динамическим эффектом Зеемана) и квадратичного эффекта Зеемана. В силу первого эффекта амплитуда приобретает два дополнительных максимума относительно центрального, однако при этом последний преобладает по амплитуде и его частота не изменяется.

Также, несмотря на то что частота указанного выше одиночного перехода не зависит от нелинейного эффекта Зеемана, последний приводит к структуре амплитуды второй гармоники магнитного резонанса, которая разрешается, если величина квадратичного зеемановского сдвига больше характерной скорости релаксации когерентностей основного состояния. В условиях разрешения пиков амплитуда центрального, метрологического, существенно меньше, чем в случае близких по частоте или объединённых пиков, что снижает отношение сигнал/шум при использовании указанного магнитного резонанса.

Сравнение теории с экспериментом в двух случаях: при значительной величине частоты Раби радиочастотного поля и малым квадратичным зеемановским сдвигом (по сравнению со скоростями релаксации элементов матрицы плотности основного состояния) и в противоположном — даёт близкие значения констант затухания, что позволяет делать их количественную оценку.

Во втором параграфе главы рассмотрен двойной радиооптический резонанс на переходе $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$ в случае фазовой модуляции радиочастотного поля и при действии на его амплитуду последовательности прямоугольных импульсов. Модуляционные техники позволяют устранить негативное влияние квадратичного зеемановского сдвига частоты подуровней основного состояния на амплитуду второй гармоники резонанса. Это позволяет избежать убыли высоты её центрального метрологического пика с ростом величины измеряемого магнитного поля, обратно пропорциональной 4-й степени его индукции.

Задача обобщена на случай излучения эллиптической поляризации. Показано, что в такой ситуации трёхпиковая структура резонанса, возникающая в силу квадратичного эффекта Зеемана, приводит к его асимметрии и, как следствие, к сдвигу частоты резонанса, зависящему от взаимной ориентации полей. Продемонстрировано, что за счёт модуляции амплитуды радиочастотного поля последовательностью прямоугольных импульсов достаточно малой длительности и большого периода можно получить симметричный магнитный резонанс без указанной структуры и устранить связанные с ней негативные эффекты.

По результатам главы выдвигается следующее защищаемое положение. **Модуляция зондирующего радиочастотного поля периодической последовательностью импульсов позволяет более чем на порядок уменьшить ориентационный сдвиг частоты магнитного резонанса на оптическом переходе $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$, обусловленный нелинейным**

эффектом Зеемана и эллиптичностью поляризации оптического излучения.

Глава 2. Когерентное пленение населённости в полихроматическом лазерном поле

Как было отмечено во введении, сдвиг частоты резонанса КПН, вызванный динамическим эффектом Штарка, считается одним из основных факторов, ухудшающих долговременную стабильность частоты МАЧ. Исследованию световых сдвигов частоты метрологических переходов было посвящено достаточно много работ [52, 53, 80–84]. Эффективный метод подавления светового сдвига частоты резонанса КПН, предложенный в [52] и основанный на модуляции интенсивности излучения лазера, нельзя использовать в МАЧ, поскольку он требует использования акусто-оптического (АОМ) или электро-оптического модулятора. Метод для устранения светового сдвига, не требующий применения таких устройств и даже изменения физического модуля устройства, был предложен в работе [53] (У. Хаппер) для ДРОР. Он устроен следующим образом. Частота ОГ, как и в стандартном случае, модулируется с частотой ω_m , а затем из сигнала пропускания выделяют амплитуды осцилляций отклика среды $\propto \cos \omega_m t$ и $\propto \sin \omega_m t$. Осцилляции, происходящие в фазе с модуляцией частоты ОГ, называют синфазным сигналом, а сдвинутые на $\pi/2$ — квадратурным. Один из них (для определённости — синфазный) используется как сигнал ошибки для стабилизации частоты ОГ, а с помощью второго подстраивают частоту лазера к значению, при котором световой сдвиг равен нулю. Подавление последнего возможно в силу отличия знаков парциальных сдвигов, вызываемых полем при действии на различные оптические переходы системы, и зависимости величин парциальных сдвигов от отстройки частоты излучения от частот переходов. Критерием наличия светового сдвига является отличие амплитуды квадратурного сигнала от нуля, поскольку при его подавлении амплитуды обоих сигналов одновременно обращаются в ноль, а частота ОГ привязана к нулю синфазного сигнала. Этот метод удобен, поскольку квадратурный сигнал естественным образом присутствует в отклике среды при использовании модуляции частоты ОГ.

Введение дополнительной модуляции используется не только в стандартах частоты, но и, например, в спектроскопии высокого разрешения [85–87]. Тип спектроскопии определяется двумя параметрами: отношением девиации частоты к частоте модуляции, то есть индексом модуляции b , и отношением

частоты модуляции к ширине исследуемого резонанса ζ . В одном из случаев, называемом спектроскопией с модуляцией длин волн (wavelength modulation spectroscopy), $b \gg 1$, $\zeta < 1$, в пределах ширины резонанса находится множество спектральных компонент и амплитуда квадратурного сигнала значительно меньше, чем у синфазного. Во втором случае (модуляционная спектроскопия) $b \ll 1$, $\zeta \gtrsim 1$ и оба сигнала сравнимы по амплитуде. Чаще всего их исследуют в предельном случае малого индекса модуляции, когда в спектре зондирующего поля помимо несущей присутствуют первые боковые полосы со значительно меньшими амплитудами. В работе [88] был экспериментально и теоретически исследован отклик среды при $b, \zeta \gtrsim 1$ в условиях ДРОР. В ней была рассмотрена Λ -схема уровней и получены аналитические выражения для амплитуд синфазного и квадратурного сигналов как гармоник коэффициента поглощения излучения накачки, возникших в результате действия модуляции. В [89] был рассмотрен эффект КПН в модели с Λ -схемой уровней и бихроматическим излучением, причём было учтено поглощение излучения с помощью уравнений Максвелла — Шрёдингера. Позже в [90] на базе такой же модели был исследован эффект ДРОР. В обоих исследованиях [89, 90] не учитывалась модуляция частоты ОГ. В работе [91] был проведён теоретический анализ амплитуд сигналов при $b, \zeta \gtrsim 1$ для эффекта КПН в случае бихроматического излучения с пренебрежимо малым затуханием в среде из-за поглощения.

В настоящее время, как и в случае МР, общепринятым подходом описания эффекта когерентного пленения населённостей является аппарат атомной матрицы плотности. При этом в подавляющем большинстве теоретических работ акцент делается на объяснение самого феномена уменьшения поглощения бихроматического излучения, когда разность частот его компонент становится равна интервалу между уровнями основного состояния рассматриваемой системы, а также на описание контура КПН-резонанса. В связи с этим их нельзя в полной мере отнести к «часовой» тематике, поскольку для стабилизации частоты ОГ в поглощении излучения необходимо наличие нечётной функции по двухфотонной расстройке частоты. Её наличие обеспечивает дополнительная модуляция фазы СВЧ-поля с частотой порядка ширины КПН-резонанса. В связи с этим можно отметить только одну теоретическую работу [91], где учитывался синфазный и квадратурный сигнал, но для случая бихроматического излучения с равными интенсивностями спектральных компонент и пренебреже-

ния световым сдвигом частоты метрологического перехода. В диссертационной работе, в отличие от перечисленных выше статей, рассматривается случай синфазного и квадратурного сигналов при полихроматическом излучении с асимметрией спектра (неравенство мощностей компонент, эквидистантно расположенных от несущей), а также двойная Λ -схема уровней, то есть учитывается сверхтонкая структура возбуждённого состояния атомов ^{87}Rb или ^{133}Cs .

В этой главе, изложенной по материалам работ [57, 58, 60, 62, 92], впервые исследуется модуляционная спектроскопия резонансов КПН при $b, \zeta \sim 1$ и возможность использования синфазного и квадратурного сигналов для активного подавления светового сдвига частоты резонанса КПН. В ней рассматривается ситуация, когда ток накачки ДИЛВЕР модулируется на половине частоты сверхтонкого расщепления основного состояния атома щелочного металла и первые боковые компоненты спектра настроены на линию поглощения.

2.1. Модуляционная спектроскопия резонансов КПН

На рис. 2.1 представлена схема уровней ^{87}Rb , которые могут использоваться в МАЧ. Для получения резонанса бóльшей амплитуды спектральные компоненты излучения настраивают на переходы D_1 -линии, а не D_2 -линии, поскольку произведения коэффициентов Клебша — Гордана для переходов на уровни возбуждённого состояния $5P_{3/2}$ противоположны по знаку. При этом используют верхний уровень состояния $5P_{1/2}$, так как он обеспечивает меньшую оптическую накачку атомов на непоглощающий магнитный подуровень $F_g = 2, m_{F_g} = 2$ (для излучения правой циркулярной поляризации), чем нижний уровень [115]. В атомах ^{87}Rb имеет место три Λ -схемы, поэтому ячейка с атомами щелочного металла находится в постоянном магнитном поле для разрешения метрологического СВЧ-перехода между подуровнями $m_{F_g} = 0$ и магнитозависимых между подуровнями $m_{F_g} = \mp 1$.

В МАЧ используется излучение диодного лазера с вертикальным резонатором, ток инжекции которого модулируется на частоте Ω , $J(t) = J + \frac{1}{2}\Delta J (e^{-i\Omega t} + \text{к.с.})$, соответствующей половине сверхтонкого расщепления основного состояния используемых атомов щелочного металла. Модуляция формирует полихроматический спектр, первые боковые полосы

(часто называемые резонансными) которого настраивают на оптические переходы. Излучение ДИЛВЕР в режиме СВЧ-модуляции тока в этом параграфе будет рассматриваться как фазово-модулированная лазерная волна, электрическая компонента которой имеет вид

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos [\omega_0 t + a \sin \Phi(t)] = \frac{\mathcal{E}_0}{2} \left\{ e^{-i[\omega_0 t + a \sin \Phi(t)]} + \text{к.с.} \right\}, \quad (2.1)$$

где частота несущей положена равной полусумме частот оптических переходов ω_0 на уровень $|u\rangle$, $\Phi(t) = \Omega t + b \sin \omega_m t$, $\Omega = \omega_g/2 + \delta$ — частота СВЧ-поля, имеющая малую двухфотонную расстройку δ от величины $\omega_g/2$, где $\hbar\omega_g$ — энергетический интервал между уровнями $|2\rangle$ и $|1\rangle$ основного состояния Λ -схемы уровней, см. рис. 2.1. Модуляция с малой частотой ω_m обеспечивает наличие в коэффициенте поглощения синфазного ($\propto \cos \omega_m t$) и квадратурного ($\propto \sin \omega_m t$) сигналов; этот подход называют техникой модуляционной спектроскопии.

Для простоты выкладок сперва сделаем пренебрежение переходами в уровень $|d\rangle$, то есть рассмотрим не двойную, а одиночную Λ -схему переходов, положив также $\Delta_L = 0$. Нас интересует коэффициент поглощения лазерной волны, а именно, его первая гармоника частоты ω_m , содержащая синфазный

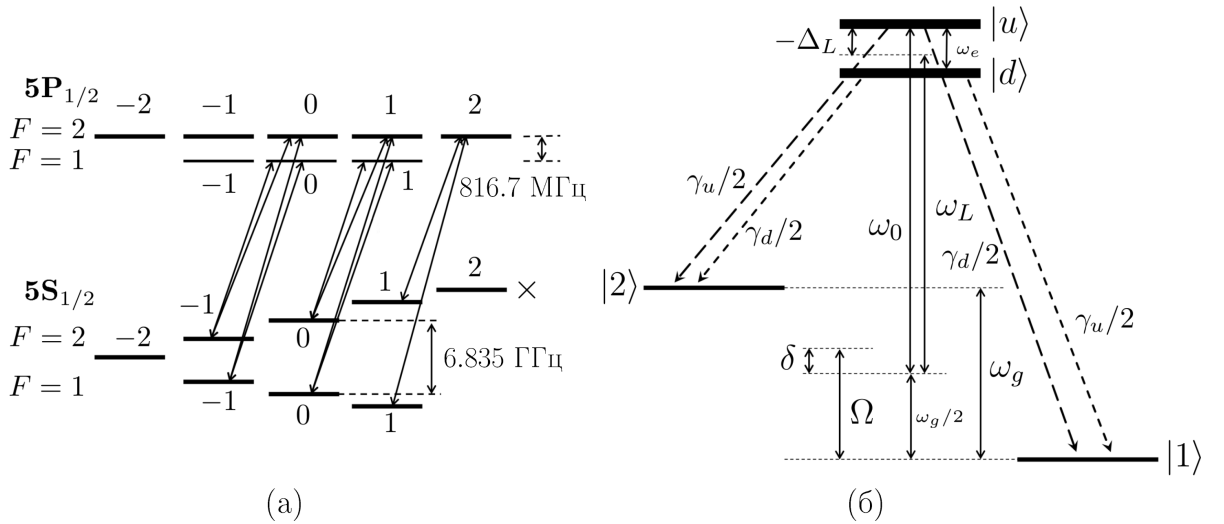


Рис. 2.1. (а) Структура уровней и оптические переходы, соответствующие D_1 -линии рубидия ^{87}Rb в случае излучения с правой циркулярной поляризацией для метрологического и магнитозависимых резонансов. (б) Рассматриваемая двойная Λ -схема уровней. γ_u и γ_d — скорости распада уровней $|u\rangle$ и $|d\rangle$ возбуждённого состояния соответственно. Скорости парциальных распадов на уровни основного состояния $|2\rangle$, $|1\rangle$ считаются одинаковыми и равными $\gamma_u/2$ и $\gamma_d/2$. Знаком «x» отмечен непоглощающий магнитный подуровень

$\propto \cos \omega_m t$ и квадратурный $\propto \sin \omega_m t$ сигналы. (частоты первых боковых полос равны частотам соответствующих переходов Λ -схемы уровней). Во избежание разночтений подчеркнём, что синфазный и квадратурный характер сигналов определён по отношению к функциональной зависимости $\cos \omega_m t$ модуляции частоты Ω , которая имеет вид $\Omega + \Delta_m \cos \omega_m t$. Для нахождения амплитуд сигналов используется аппарат атомной матрицы плотности и уравнение Лиувилля $i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho}(t) = [\hat{H}(t), \hat{\rho}(t)]$; оптические переходы $|1\rangle, |2\rangle \rightarrow |u\rangle$ рассматриваются в дипольном приближении.

Исходную систему уравнений удобно сразу записать в резонансном приближении для поля (2.1), то есть выделить в недиагональных элементах возбуждённого состояния медленные амплитуды, $\rho_{u1} = \tilde{\rho}_{u1} e^{-i\omega_0 t}$, $\rho_{u2} = \tilde{\rho}_{u2} e^{-i\omega_0 t}$ и пренебречь слагаемыми, осциллирующими на частоте $2\omega_0$. Тогда, опуская надстрочный знак \sim у медленных амплитуд, получим следующие уравнения для населённостей

$$i \frac{d}{dt} \rho_{uu} = -i\gamma \rho_{uu} + V(t)(\rho_{1u} + \rho_{2u}) - V^*(t)(\rho_{u1} + \rho_{u2}), \quad (2.2a)$$

$$i \frac{d}{dt} \rho_{11} = i \frac{\gamma}{2} \rho_{uu} + V^*(t) \rho_{u1} - V(t) \rho_{1u}, \quad (2.2b)$$

$$i \frac{d}{dt} \rho_{22} = i \frac{\gamma}{2} \rho_{uu} + V^*(t) \rho_{u2} - V(t) \rho_{2u}, \quad (2.2c)$$

и когерентностей:

$$i \frac{d}{dt} \rho_{u1} = -i\Gamma \rho_{u1} + \frac{\omega_g}{2} \rho_{u1} + V(t)(\rho_{21} + \rho_{11} - \rho_{uu}), \quad (2.3a)$$

$$i \frac{d}{dt} \rho_{u2} = -i\Gamma \rho_{u2} - \frac{\omega_g}{2} \rho_{u2} + V(t)(\rho_{12} + \rho_{22} - \rho_{uu}), \quad (2.3b)$$

$$i \frac{d}{dt} \rho_{21} = \omega_g \rho_{21} + V^*(t) \rho_{u1} - V(t) \rho_{2u}. \quad (2.3c)$$

Здесь взаимодействие (с размерностью частоты) имеет вид

$$V(t) = \frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar} e^{-ia \sin \Phi(t)}, \quad (2.4)$$

где $d = d^* = \langle u | \hat{d} | 1 \rangle = \langle u | \hat{d} | 2 \rangle$ — матричный дипольный момент, $\frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar}$ — частота Раби. В уравнения (2.3a) и (2.3b), описывающие когерентности на оптических переходах, введена константа затухания Γ , связанная со столкновительными релаксационными процессами в системе, происходящими со скоростью, превышающей скорость спонтанной релаксации, т. е. $\Gamma \gg \gamma$. Из уравнений (2.2a)–(2.2c) следует равенство $\text{Tr } \hat{\rho} = 1$, отражающее закон сохранения.

В дальнейшем считается, что имеет место следующая иерархия частот

$$\omega_m, \Delta_m \ll \frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar} \ll \gamma \ll \Gamma \lesssim \Omega, \quad (2.5)$$

причём некоторые из этих сильных неравенств выполняются с большим запасом. При этом считается, что индексы модуляции a и b — величины порядка единицы.

Наличие релаксационных процессов обеспечивает существование установившегося решения для $\hat{\rho}(t)$ на достаточно больших временах, которое осциллирует с частотами Ω и ω_m .

Член $V(t)$ содержит сложную временную зависимость вида $e^{-ia \sin \Phi(t)} \equiv e^{-ia \sin(\Omega t + b \sin \omega_m t)}$, не допускающую разложения в ряд Фурье. Поэтому мы представим её как $\Phi(t) = \Omega t + b \sin \omega_m t \equiv \Omega \tau$, т. е. введём новую переменную

$$\tau = t + \frac{b}{\Omega} \sin \omega_m t. \quad (2.6)$$

Тогда взаимодействие можно представить в виде ряда

$$V(t) = \frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar} e^{-ia \sin \Omega \tau} = \sum_k V_k e^{-ik\Omega \tau}, \quad V_k = \frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar} J_k(a). \quad (2.7)$$

Парциальная частота Раби V_k — реальная величина, в которую входит функция Бесселя первого рода $J_k(a)$, зависящая от индекса модуляции a . При переходе к переменной τ имеем

$$\frac{d}{dt} = \frac{d\tau}{dt} \frac{d}{d\tau}, \quad \frac{d\tau}{dt} = 1 + \frac{\Delta_m}{\Omega} \cos \omega_m t(\tau), \quad (2.8)$$

где параметр Δ_m/Ω очень мал ($\lesssim 10^{-6}$), так что второе слагаемое в выражении для $d\tau/dt$ в уравнениях для $\hat{\rho}$ можно опустить почти везде.

Ищем установившееся решение уравнений (2.2a)–(2.2c), (2.3a)–(2.3c) для матрицы плотности $\hat{\rho}(\tau)$ в виде разложения в ряд Фурье с коэффициентами, зависящими от τ , т. е.

$$\hat{\rho}(\tau) = \sum_k \hat{\rho}_k(\tau) e^{-ik\Omega\tau}. \quad (2.9)$$

Тогда

$$i \frac{d\hat{\rho}}{dt} = i \frac{d\hat{\rho}}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \sum_k e^{-ik\Omega\tau} \left(k\Omega \hat{\rho}_k + i \frac{d}{d\tau} \hat{\rho}_k \right) \left[1 + \frac{\Delta_m}{\Omega} \cos \omega_m t(\tau) \right]. \quad (2.10)$$

Малый модуляционный член $\frac{\Delta_m}{\Omega} \cos \omega_m t(\tau)$ далее не учитывается при умножении на производную $\frac{d\hat{\rho}_k}{d\tau}$, но учитывается при умножении на $\hat{\rho}_k$, поскольку это слагаемое (первое в круглой скобке) входит с множителем $k\Omega$. Его, вообще говоря, необходимо удерживать в некоторых уравнениях, которые содержат малые резонансные разности частот.

Введём следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \rho_k^{11} &= A_k, \rho_k^{22} = B_k, \rho_k^{uu} = C_k, \\ \rho_k^{u1} &= R_k, (R — Right), \rho_k^{u2} = L_k, (L — left), \rho_k^{21} = G_k. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Далее, учитывая выражения (2.7) и (2.10), из (2.2)–(2.3) получим следующую систему уравнений:

$$i \frac{dA_k}{d\tau} + k [\Omega + \Delta_m \cos \omega_m t(\tau)] A_k = i \frac{\gamma}{2} C_k + \sum_s (V_{s-k} R_s - V_{s+k} R_s^*), \quad (2.12a)$$

$$i \frac{dB_k}{d\tau} + k [\Omega + \Delta_m \cos \omega_m t(\tau)] B_k = i \frac{\gamma}{2} C_k + \sum_s (V_{s-k} L_s - V_{s+k} L_s^*), \quad (2.12b)$$

$$A_0 + B_0 + C_0 = 1; \quad A_k + B_k + C_k = 0 \text{ при } k \neq 0, \quad (2.12c)$$

как это следует из закона сохранения $\text{Tr } \hat{\rho}(\tau) = 1$.

$$i \frac{dL_k}{d\tau} + \left[k\Omega + \Delta_m \cos \omega_m t(\tau) + \frac{\omega_g}{2} + i\Gamma \right] L_k = \sum_s V_{k-s} (A_s - C_s + G_{-s}^*), \quad (2.13a)$$

$$i \frac{dR_k}{d\tau} + \left[k\Omega + \Delta_m \cos \omega_m t(\tau) - \frac{\omega_g}{2} + i\Gamma \right] R_k = \sum_s V_{k-s} (B_s - C_s + G_s), \quad (2.13b)$$

$$i\frac{dG_k}{d\tau} + [k\Omega + \Delta_m \cos \omega_m t(\tau) - \omega_g] G_k = \sum_s (V_{s-k} R_s - V_{s+k} L_s^*). \quad (2.13c)$$

Как показывают уравнения (2.13a)–(2.13b), компенсация членов $k\Omega \pm \omega_g/2$ в квадратных скобках происходит для первых боковых ($k = \mp 1$) или резонансных компонент спектра возмущения (2.7), в силу чего, как будет видно далее, величины L_{-1} и R_1 по своей величине преобладают над прочими L_k и R_k с различными k .

При выполнении условий (2.5) из уравнений (2.12a)–(2.12c) достаточно удержать только уравнения для A_0 , B_0 и C_0 :

$$\begin{aligned} i\frac{dA_0}{d\tau} &= i\frac{\gamma}{2}C_0 + \sum_s V_s(R_s - R_s^*), \\ i\frac{dB_0}{d\tau} &= i\frac{\gamma}{2}C_0 + \sum_s V_s(L_s - L_s^*), \\ A_0 + B_0 + C_0 &= 1. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Мы рассматриваем режим малого насыщения, когда населённость верхнего уровня $|u\rangle$ мала, то есть величины A_0 и B_0 порядка единицы и $C_0 \ll A_0, B_0$. Поэтому в правых частях уравнений (2.13a) и (2.13b) величину C_0 можно опустить, при этом удержав члены с A_0 и B_0 . Наиболее важную роль играет величина G_2 , вторая гармоника когерентности основного состояния. Она тоже является величиной порядка единицы. В левой части уравнения (2.13c) коэффициент при G_2 содержит малую резонансную отстройку частоты, т.к. $2\Omega - \omega_g = 2\delta$, т. е. модуляционное слагаемое необходимо удержать.

Тогда уравнение (2.13c) для $k = 2$ записывается в виде:

$$i\frac{dG_2}{d\tau} + 2\delta(\tau)G_2 = \sum_s (V_{s-2}R_s - V_{s+2}L_s^*), \quad (2.15)$$

где

$$\delta(\tau) = \delta + \Delta_m \cos \omega_m t(\tau). \quad (2.16)$$

Возвращаясь к уравнениям (2.13a) и (2.13b), заметим, что модуляционный член можно опустить, а также положить $\omega_g/2 \simeq \Omega$, т. е. пренебречь малой расстройкой δ , которая с большим запасом удовлетворяет условиям $|\delta| \ll \Gamma \lesssim \Omega$. В правых частях помимо A_0 и B_0 надо удержать G_2 и G_2^* . Тогда эти уравнения

примут вид

$$i \frac{dR_k}{d\tau} + [(k-1)\Omega + i\Gamma] R_k = V_k A_0 + V_{k-2} G_2, \quad (2.17)$$

$$i \frac{dL_k}{d\tau} + [(k+1)\Omega + i\Gamma] L_k = V_k B_0 + V_{k+2} G_2^*, \quad (2.18)$$

Наличие константы затухания Γ обеспечивает стационарное поведение системы на временах $\tau \gg 1/\Gamma$. Поэтому, опуская производные по времени, получим установившееся решение

$$L_k = \frac{V_k B_0 + V_{k+2} G_2^*}{(k+1)\Omega + i\Gamma}, \quad R_k = \frac{V_k A_0 + V_{k-2} G_2}{(k-1)\Omega + i\Gamma}. \quad (2.19)$$

Подставляя эти выражения в (2.14), получаем

$$\begin{aligned} \frac{dA_0}{d\tau} = & \frac{\gamma}{2} C_0 - 2\Gamma \sum_k \frac{V_{k+1}^2}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} A_0 - \Gamma \sum_k \frac{V_{k-1} V_{k+1}}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} (G_2 + G_2^*) \\ & + \Omega \sum_k \frac{k V_{k-1} V_{k+1}}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} (G_2 - G_2^*), \end{aligned} \quad (2.20)$$

Уравнение для B_0 идентично уравнению (2.20), то есть $A_0 = B_0 \simeq 1/2$. Это следствие того, что в рассматриваемой модели парциальные спонтанные распады приняты одинаковыми, а несущая частота поля (2.1) положена равной полусумме частот оптических переходов. Заданные отношения дают частную симметрию $L_{-2|k|} = -R_{2|k|}^*$, $L_{-|2k+1|} = R_{|2k+1|}^*$, обеспечивающую равенство $A_0 = B_0$.

Заметим, что $V_k \propto J_k(a)$. Тогда из свойств функций Бесселя следует, что $V_{-k} = (-1)^k V_k$. Это, в свою очередь, приводит к соотношению

$$\sum_k \frac{V_{k-1} V_{k+1}}{k\Omega + i\Gamma} = -i\Gamma \sum_k \frac{V_{k-1} V_{k+1}}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2}, \quad (2.21)$$

а также обеспечивает обращение в ноль последнего члена в правой части уравнения (2.20).

Подставим в (2.20) выражение $A_0 = (1 - C_0)/2$, которое следует из соотношения $A_0 + B_0 + C_0 = 1$, и получим:

$$\begin{aligned} & \frac{dC_0}{d\tau} + \left(\gamma + 2\Gamma \sum_k \frac{V_{k+1}^2}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} \right) C_0 \\ &= 2\Gamma \left[\sum_k \frac{V_{k+1}^2}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} + \sum_k \frac{V_{k-1}V_{k+1}}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} (G_2 + G_2^*) \right]. \end{aligned}$$

Рассматривая квазистационарное решение для населённости верхнего уровня $|u\rangle$ на временах $\tau \gg 1/\gamma$, в левой части круглой скобки последнего уравнения мы опустим слагаемое $2\Gamma \sum_k \frac{V_{k+1}^2}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2}$, что явным образом не следует из иерархии частот (2.5). Но, как мы увидим позже, этот член при $(\Gamma/\Omega)^2 \ll 1$ является величиной порядка $\frac{V_1^2}{\Gamma}$, определяющей ширину резонанса КПН. Она как минимум на три порядка меньше чем естественная ширина верхнего уровня, то есть имеет место сильное неравенство $2\Gamma \sum_k \frac{V_{k+1}^2}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} \ll \gamma$. Кроме того, функции G_2 и G_2^* содержат малую временную зависимость на характерных частотах порядка ω_m и $|\delta|$. В результате её учёта получим, что интересующая нас величина C_0 выражается через $\text{Re}(G_2)$, а именно

$$C_0 = \frac{2\Gamma}{\gamma} \left[\sum_k \frac{V_{k+1}^2}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} + \sum_k \frac{V_{k-1}V_{k+1}}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} \cdot 2\text{Re}(G_2) \right]. \quad (2.22)$$

Напомним, что индексом «0» обозначена нулевая гармоника по частоте Ω СВЧ-поля. Поэтому $C_0(\tau)$ представляет собой населённость возбуждённого состояния, содержащую гораздо более медленную зависимость от времени, обусловленную модуляционной функцией $\cos\omega_m t(\tau)$, которая входит в уравнение для $G_2(\tau)$.

Уравнение для G_2 получим, подставляя выражения (2.19) в уравнение (2.15). В результате имеем:

$$i\frac{dG_2}{d\tau} + 2 \left[\delta(\tau) + \sum_k \frac{V_{k+1}^2}{k\Omega - i\Gamma} \right] G_2 = \sum_k \frac{V_{k-1}V_{k+1}}{k\Omega + i\Gamma}.$$

Действительная и мнимая части суммы, стоящей в левой части уравнения в квадратной скобке,

$$\sum_k \frac{V_{k+1}^2}{k\Omega - i\Gamma} \equiv -\delta_0 + i\Gamma_0 \quad (2.23)$$

описывают световой сдвиг δ_0 и релаксацию Γ_0 когерентности на уровнях $|2\rangle$ и $|1\rangle$ основного состояния. Величина Γ_0 является полевым уширением, которое в нашем случае определяет ширину КПН-резонанса. Далее мы используем соотношение (2.21), что приводит уравнение для $G_2(\tau)$ к виду

$$\frac{dG_2}{d\tau} = 2 \left[i\tilde{\delta}(\tau) - \Gamma_0 \right] G_2 - \Gamma \sum_k \frac{V_{k-1}V_{k+1}}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2}. \quad (2.24)$$

Здесь функция

$$\tilde{\delta}(\tau) = \tilde{\delta} + \Delta_m \cos \omega_m t(\tau), \quad \tilde{\delta} = \delta - \delta_0. \quad (2.25)$$

содержит световой сдвиг и модуляционное слагаемое.

Амплитуды интересующих нас синфазного и квадратурного сигналов, то есть первой гармоники C_0 по частоте ω_m , определяются решением дифференциального уравнения (2.24).

Для упрощения выкладок введём функцию $g(\tau)$ с помощью соотношения

$$G_2 = - \sum_k \frac{V_{k-1}V_{k+1}}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} g(\tau).$$

Тогда выражение (2.22) для C_0 принимает вид

$$C_0 = \frac{2\Gamma}{\gamma} \left\{ \sum_k \frac{V_{k+1}^2}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} - \left(\sum_k \frac{V_{k-1}V_{k+1}}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} \right)^2 \cdot 2\text{Re} [g(\tau)] \right\}, \quad (2.26)$$

где $g(\tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{dg}{d\tau} - 2 \left[i\tilde{\delta}(\tau) - \Gamma_0 \right] g = \Gamma. \quad (2.27)$$

Из соотношения (2.6) следует, что

$$\omega_m \tau = \omega_m t + \frac{\Delta_m}{\Omega} \sin \omega_m t \simeq \omega_m t,$$

т. е. можно с очень высокой точностью $\sim (\Delta_m/\Omega)$ положить $\tau = t$. Тогда уравнение (2.27) примет вид

$$\frac{dg}{dt} - 2 \left[i\tilde{\delta} + i\Delta_m \cos \omega_m t - \Gamma_0 \right] g = \Gamma. \quad (2.28)$$

В функцию $C_0(t)$, согласно (2.26), входит $2\text{Re} [g(t)] = g(t) + g^*(t)$. Гармоники $2\text{Re} [g(t)]$ существенно зависят от $\tilde{\delta}$. Если $\tilde{\delta} = 0$, то из (2.28) следует, что замена $t \rightarrow t + \pi/\omega_m$ эквивалентна операции комплексного сопряжения, т. е.

$$g(t + \pi/\omega_m, \tilde{\delta} = 0) = g^*(t, \tilde{\delta} = 0). \quad (2.29)$$

Если сделать разложение в ряд Фурье, $g(t) = \sum_n g_n e^{-in\omega_m t}$, то свойство (2.29) означает, что $g_n \cdot (-1)^n = g_{-n}^*$.

Тогда

$$\begin{aligned} 2\text{Re} \left[g(t, \tilde{\delta} = 0) \right] &= \sum_n (g_n + g_{-n}^*) e^{-in\omega_m t} \\ &= \sum_n g_n [1 + (-1)^n] e^{-in\omega_m t} = \sum_s g_{2s} \cdot 2\text{Re} \left[e^{-2is\omega_m t} \right], \end{aligned}$$

т. е. функция $\text{Re} \left[g(t, \tilde{\delta}) \right]$ содержит только чётные гармоники частоты модуляции ω_m , а амплитуды нечётных гармоники в точке $\tilde{\delta} = 0$ обращаются в ноль. В дальнейшем на примере синфазного и квадратурного сигналов мы увидим, что это следствие дисперсионной формы амплитуд гармоник индексов $2s + 1$, то есть что они являются нечётными функциями $\tilde{\delta}$.

Решая дифференциальное уравнение (2.28), для установившегося режима ($t \rightarrow \infty$) получаем

$$\begin{aligned} g(t) &= \Gamma e^{2(i\tilde{\delta}-\Gamma_0)t+2ib\sin\omega_m t} \int e^{-2(i\tilde{\delta}-\Gamma_0)t-2ib\sin\omega_m t} dt \\ &= \Gamma \sum_k J_k(2b) e^{(2i\tilde{\delta}+ik\omega_m-2\Gamma_0)t} \cdot \sum_s J_s(2b) \int e^{-(2i\tilde{\delta}+is\omega_m-2\Gamma_0)t} dt \\ &= i\Gamma \sum_k J_k(2b) e^{ik\omega_m t} \sum_s J_s(2b) \frac{e^{-is\omega_m t}}{2\tilde{\delta} + s\omega_m + 2i\Gamma_0}, \end{aligned}$$

то есть для гармоники g_n ряда Фурье $g(t) = \sum_n g_n e^{-in\omega_m t}$ имеем

$$g_n = i\Gamma \sum_s \frac{J_{s-n}(2b) J_s(2b)}{2\tilde{\delta} + s\omega_m + 2i\Gamma_0}. \quad (2.30)$$

Нулевая гармоника в разложении (2.30) задаёт форму резонанса КПН:

$$2\text{Re}(g_0) = 4\Gamma\Gamma_0 \sum_s \frac{J_s^2(2b)}{(2\tilde{\delta} + s\omega_m)^2 + 4\Gamma_0^2}. \quad (2.31)$$

Если подставить эту величину в формулу (2.26), то мы получим выражение, описывающее форму резонанса как функции $\tilde{\delta}$. Поскольку первое слагаемое в квадратной скобке (2.26) не зависит от двухфотонной расстройки, то структура резонансной зависимости от $\tilde{\delta}$ определяется формулой (2.31). Как можно видеть, нулевая гармоника является совокупностью Лоренцианов ширины Γ_0 , при этом вершины соседних находятся друг от друга на расстоянии $\omega_m/2$. При достаточно большой частоте модуляции они разрешаются, см. рис. 2.2. Наличие нескольких пиков в амплитуде $\text{Re}(g_0)$ объясняется следующим образом. Медленная модуляция с частотой ω_m приводит к появлению боковых полос у резонансных компонент спектра. При сканировании СВЧ-частоты последовательно выполняются условия двухфотонного резонанса для каждой из пары полос одинакового индекса, что приводит к указанной трёхпиковой структуре резонанса КПН в силу выбранных значений b и ω_m .

В случае $b \ll 1$ для среднего значения $C_0(t)$ имеем

$$\overline{C_0(t)} = \frac{2\Gamma_0}{\gamma} \frac{\tilde{\delta}^2}{\Gamma_0^2 + \tilde{\delta}^2}, \quad (2.32)$$

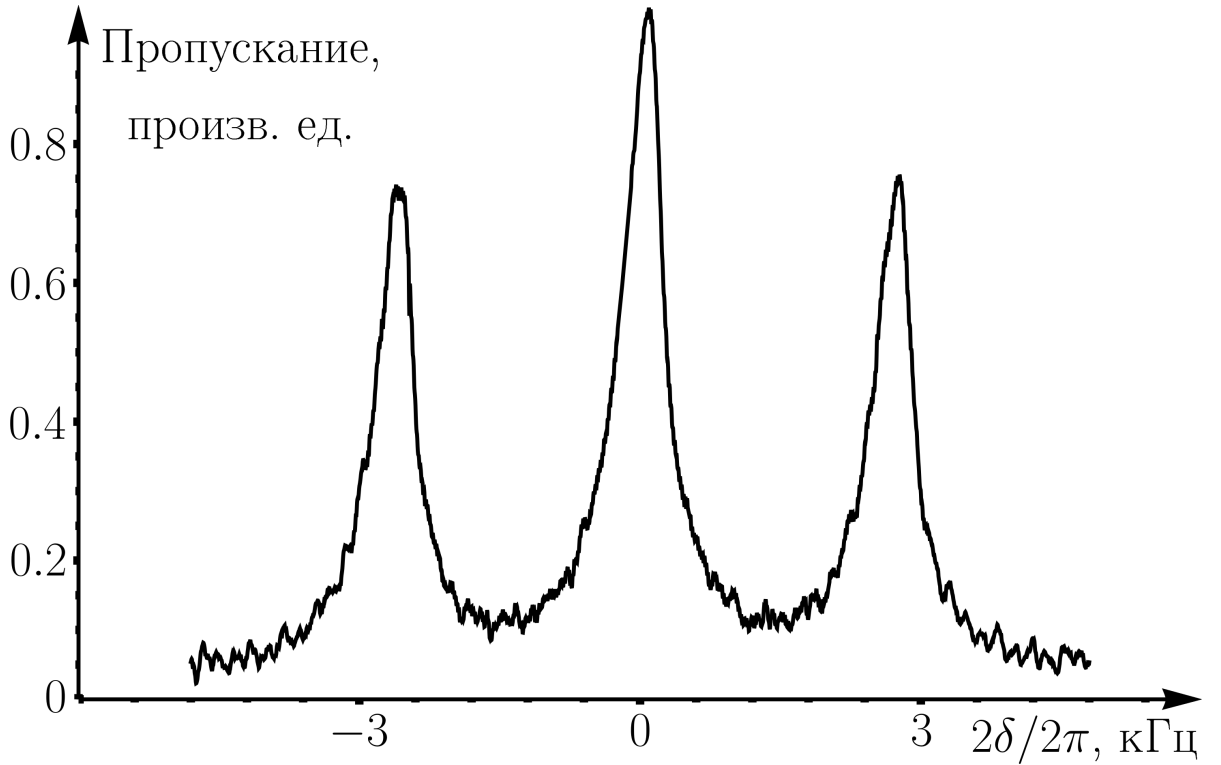


Рис. 2.2. Усреднённый по периоду частоты ω_m сигнал пропускания излучения модулированного ДИЛВЕР ячейкой с парами ^{87}Rb и буферным газом (смесь Ar и N_2 , суммарное номинальное давление 29 Торр) при $b \simeq 0.656$, $\omega_m = 2\pi \cdot 3.2$ кГц

т. е. резонанс описывается Лоренцианом ширины Γ_0 , а поглощение равно нулю при $\tilde{\delta} = 0$. Надстрочная черта означает усреднение по периоду частоты ω_m . Напомним, что скорость релаксации когерентности основного состояния определяется выражением [см. формулу (2.23)]

$$\Gamma_0 = \Gamma \sum_k \frac{V_{k+1}^2}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} = \Gamma \left(\frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar\Omega} \right)^2 \sum_k \frac{J_{k+1}^2(a)}{k^2 + (\Gamma/\Omega)^2}.$$
 В случае выполнения неравенства $(\Gamma/\Omega)^2 \ll 1$ можно оставить в сумме только слагаемое с $k = 0$. В такой ситуации $\Gamma_0 \simeq \Gamma \left(\frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar\Gamma} \right)^2 J_1^2(a)$, то есть ширину резонанса определяют только первые боковые или резонансные компоненты поля (2.1).

2.1.1. Синфазный и квадратурный сигналы. Максимизация крутизны

Теперь обратимся к гармоникам функции $g(t)$ (2.30) с $n = \pm 1$. Их вклад в величину $2\text{Re}[g(t)]$ имеет вид

$$\begin{aligned} 2\text{Re}(g_1 e^{-i\omega_m t} + g_{-1} e^{i\omega_m t}) &= 2\text{Re}(g_1 + g_{-1}) \cos \omega_m t + 2\text{Im}(g_1 - g_{-1}) \sin \omega_m t \\ &= \frac{\Gamma}{\Gamma_0} (M_S \cos \omega_m t + M_Q \sin \omega_m t). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Здесь амплитуды синфазного (M_S) и квадратурного (M_Q) сигналов в коэффициенте поглощения определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} M_S &= \sum_s J_s(2b) \frac{J_{s-1}(2b) + J_{s+1}(2b)}{(\bar{\delta} + s\bar{\omega}_m)^2 + 1} \\ &\equiv \bar{\delta}\bar{\omega}_m \frac{4}{b} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{[sJ_s(2b)]^2}{\left[(\bar{\delta} - s\bar{\omega}_m)^2 + 1\right] \left[(\bar{\delta} + s\bar{\omega}_m)^2 + 1\right]}, \\ M_Q &= \sum_s J_s(2b) [J_{s-1}(2b) - J_{s+1}(2b)] \frac{\bar{\delta} + s\bar{\omega}_m}{(\bar{\delta} + s\bar{\omega}_m)^2 + 1} \\ &\equiv 2\bar{\delta} \left\{ \frac{d}{db} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_s^2(2b) [\bar{\delta}^2 + 1 - (s\bar{\omega}_m)^2]}{\left[(\bar{\delta} + s\bar{\omega}_m)^2 + 1\right] \left[(\bar{\delta} - s\bar{\omega}_m)^2 + 1\right]} - \frac{J_0(2b)J_1(2b)}{\bar{\delta}^2 + 1} \right\}, \end{aligned} \quad (2.34)$$

где $\bar{\delta} = \tilde{\delta}/\Gamma_0$, $\bar{\omega}_m = \omega_m/2\Gamma_0$, то есть двухфотонная расстройка и частота модуляции нормированы на скорость релаксации когерентности основного состояния. Выражения (2.34) описывают дисперсионную форму амплитуды первой гармоники коэффициента поглощения в достаточно широком диапазоне параметров ω_m и Δ_m , удовлетворяющему неравенствам (2.5).

Для аккуратности отметим, что сигнал первой гармоники в коэффициенте поглощения определяется вторым слагаемым квадратной скобки формулы (2.26). Поэтому амплитуды M_S и M_Q входят в коэффициент поглощения с общим масштабным множителем

$$\mathcal{N} \equiv -\frac{2\Gamma^2}{\gamma\Gamma_0} \left(\sum_k \frac{V_{k-1}V_{k+1}}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} \right)^2. \quad (2.35)$$

Амплитуды $M_S(\bar{\delta})$ и $M_Q(\bar{\delta})$ являются, как видно из (2.34), нечётными функциями $\bar{\delta}$, то есть обращаются в ноль при $\bar{\delta} = 0$. Это соответствует сформулированному ранее общему утверждению, что функция $g(t, \bar{\delta} = 0)$ содержит только чётные гармоники. При этом выражения для амплитуд сигналов показывают, что они, как и амплитуда $\text{Re}(g_0)$, состоят из нескольких кривых, которые определяются отдельными членами сумм. Для примера приведём структуру амплитуды квадратурного сигнала для достаточно больших b и $\bar{\omega}_m$, см. рис. 2.3. Как он показывает, достаточно сложная топология M_Q как функции $\bar{\delta}$ обусловлена суммой нескольких дисперсионных кривых [их нули соответствуют минимумам пиков $\text{Re}(g_0)$]. Приведённые на рисунке кривые II-IV можно интерпретировать как сигнал среды, возникающий на частоте биений между несущей и первыми боковыми полосами резонансных компонент, а также между первой и второй боковыми полосами (как с длинноволновой, так и с коротковолновой стороны).

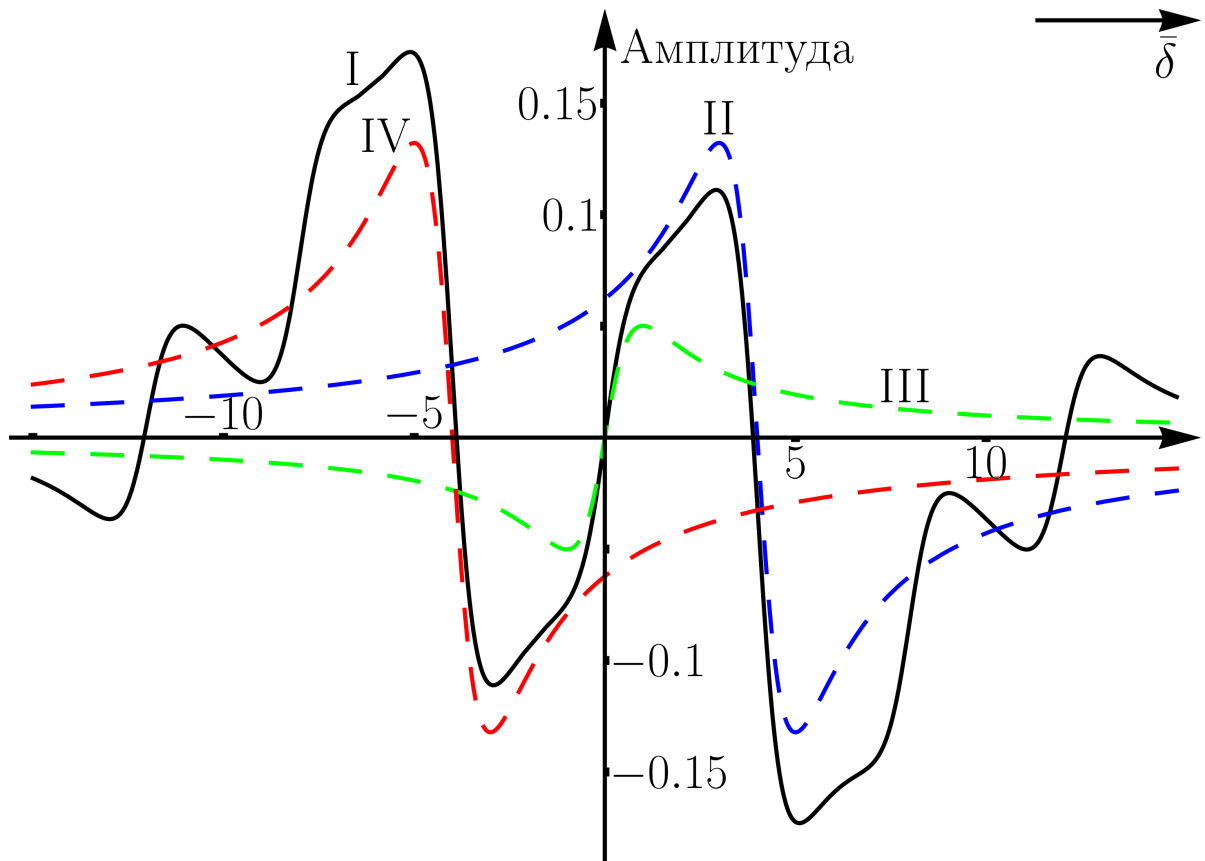


Рис. 2.3. Кривая I: амплитуда M_Q , построенная по формуле (2.34) при $b = 1.312$, $\bar{\omega}_m = 4$. Кривые II-IV показывают отдельные вклады, определяемые членами суммы по s в (2.34) для M_Q с $s = -1, 0$ и 1 соответственно

Амплитуды M_S и M_Q имеют достаточно простой вид при малом индексе модуляции, $b \ll 1$:

$$\begin{aligned} M_S &= -8b \frac{\bar{\delta} \bar{\omega}_m}{\left[(\bar{\delta} - \bar{\omega}_m)^2 + 1 \right] \left[(\bar{\delta} + \bar{\omega}_m)^2 + 1 \right]}, \\ M_Q &= 2b \frac{\bar{\delta} \bar{\omega}_m^2}{\left[(\bar{\delta} - \bar{\omega}_m)^2 + 1 \right] \left[(\bar{\delta} + \bar{\omega}_m)^2 + 1 \right]} \cdot \frac{\bar{\delta}^2 - \bar{\omega}_m^2 - 3}{\bar{\delta}^2 + 1}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Видно, что $M_S(\bar{\delta})$ имеет ноль только в точке $\bar{\delta} = 0$. Амплитуда $M_Q(\bar{\delta})$ обращается в ноль не только в точке $\bar{\delta} = 0$, но также имеет нули в точках $|\bar{\delta}| = \sqrt{3 + \bar{\omega}_m^2}$.

На практике амплитуды сигналов в пропускании лазерного излучения атомной ячейкой выделяют с помощью техники синхронного детектирования. Сигнал фотоприёмника в одном из каналов умножают на $\cos \omega_m t$, в другом — на $\sin \omega_m t$, а затем усредняют по нескольким периодам частоты ω_m . Поскольку в результате этой процедуры обращаются в ноль интегралы, содержащие амплитуды гармоник $n \neq \pm 1$, она позволяет получить M_S и M_Q как функции $\bar{\delta}$. Кроме того, детектирование можно осуществлять с некоторым фазовым сдвигом α , то есть получать в первом и втором канале синхронного детектора выражения вида:

$$\begin{aligned} \overline{\rho_{cc}(t) \cdot \cos(\omega_m t + \alpha)} &= M_S \cos \alpha - M_Q \sin \alpha, \\ \overline{\rho_{cc}(t) \cdot \sin(\omega_m t + \alpha)} &= M_S \sin \alpha + M_Q \cos \alpha, \end{aligned} \quad (2.37)$$

что позволяет изменять крутизну сигнала ошибки не только за счёт вариации индекса b и частоты модуляции ω_m , но и параметра α . В левой части выражений (2.37) надстрочная черта означает усреднение по периоду частоты ω_m . Бóльшая крутизна обеспечивает более эффективную обратную связь, с помощью которой стабилизируют частоту ОГ.

Линеаризуя функции (2.34) по $\bar{\delta}$ и используя численный счёт, найдём, что наибольший наклон достигается при $b \simeq 0.652$, $\bar{\omega}_m \simeq 0.764$, $\alpha \simeq -0.256\pi$. Этот результат в точности согласуется с другими теоретическими [91] и экспериментальными работами [93, 94]. Обратим внимание на тот факт, что наибольшая крутизна достигается при α около $-\pi/4$, то есть для выражения $(\sqrt{2}/2)(M_S + M_Q)$ как функции b , $\bar{\omega}_m$. При этом крутизна сигнала

лов оказывается одинаковой, что приводит к обращению в ноль комбинации $(\sqrt{2}/2)(M_Q - M_S)$, выделяемой во втором канале синхронного детектора, в окрестности точки $\bar{\delta} = 0$, см. рис. 2.4.

Используя процедуру, аналогичную приведённой выше, найдём, что крутизна синфазного сигнала достигает максимума при $b \simeq 1.149$, $\bar{\omega}_m \simeq 0.33$ и составляет около 0.9 крутизны от предыдущего случая. При этом крутизна квадратурного сигнала не равна нулю, её значение равно примерно 0.35 от максимального для синфазного сигнала, см. рис. 2.4. Наконец, исследуя квадратурный сигнал, найдём, что его крутизна максимальна при $b \simeq 0.53$, $\bar{\omega}_m \simeq 1.67$ и её значение около 0.92 по сравнению с первым случаем; крутизна синфазного сигнала в 4 раза меньше. Таким образом, за счёт вариации параметров b и $\bar{\omega}_m$ можно получить сигнал ошибки с практически идентичной крутизной, используя один из сигналов или их комбинацию. В такой ситуации целесообразно

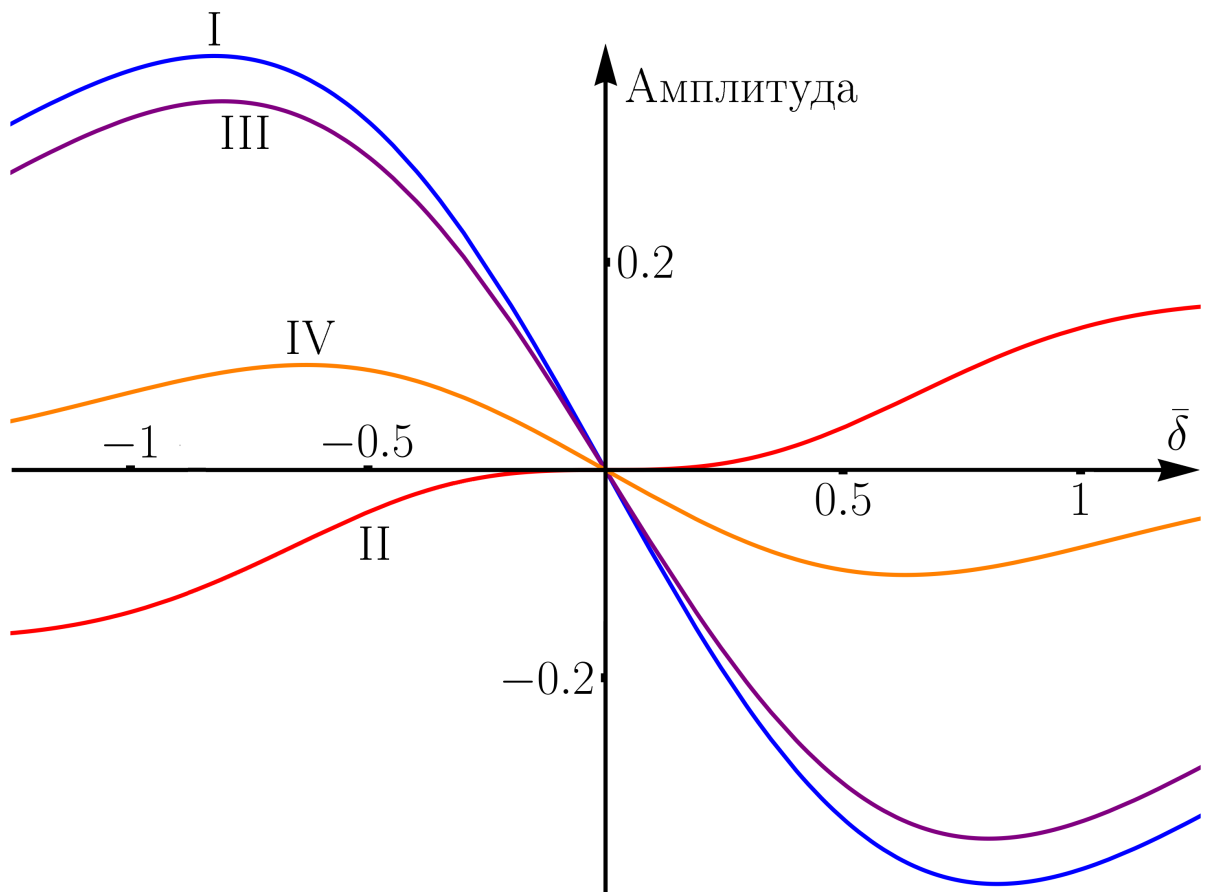


Рис. 2.4. На кривых показаны: функции $M_S \cos \alpha - M_Q \sin \alpha$ (I) и $M_S \sin \alpha + M_Q \cos \alpha$ (II) при значениях параметров b , $\bar{\omega}_m$, α , обеспечивающих максимальную крутизну первой; амплитуды M_S и M_Q (III, IV) при значениях параметров b и $\bar{\omega}_m$, максимизирующих крутизну синфазного сигнала

но использовать тот сигнал, который имеет меньший уровень шумов или смесь сигналов при $\alpha \simeq -0.256\pi$, если у них одинаковый уровень шумов.

2.1.2. Влияние скорости релаксации оптических когерентностей на световой сдвиг

Световой сдвиг δ_0 определяется выражением [см. формулу (2.23)]

$$\begin{aligned} \delta_0 &= - \sum_k \frac{k\Omega V_{k+1}^2}{(k\Omega)^2 + \Gamma^2} = - \frac{1}{\Omega} \left(\frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar} \right)^2 \sum_k \frac{k J_{k+1}^2(a)}{k^2 + (\Gamma/\Omega)^2} \\ &= \frac{1}{\Omega} \left(\frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar} \right)^2 \left[\frac{2}{a} \frac{d}{da} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2 J_k^2(a)}{k^2 + (\Gamma/\Omega)^2} \right]. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Если пренебречь величиной $(\Gamma/\Omega)^2$ в знаменателе по сравнению с k^2 , то

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2 J_k^2(a)}{k^2 + (\Gamma/\Omega)^2} \simeq \sum_{k=1}^{\infty} J_k^2(a) = \frac{1}{2} [1 - J_0^2(a)],$$

и тогда световой сдвиг имеет вид

$$\delta_0 \simeq \frac{1}{\Omega} \left(\frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar} \right)^2 \frac{2}{a} J_0(a) J_1(a). \quad (2.39)$$

При изменении индекса модуляции a функция $\delta_0(a)$ испытывает осцилляции в соответствии с поведением произведения $J_0(a)J_1(a)$ функций Бесселя.

Напомним, что в случае действия монохроматического поля $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos \omega_L t$ на двухуровневую систему происходит штарковский или световой сдвиг частоты перехода равный

$$\delta\omega = V^2 \frac{\Delta_L}{\Delta_L^2 + \gamma^2/4}, \quad (2.40)$$

где $V = \frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar}$ и γ — частота Раби и естественная ширина верхнего уровня соответственно; $\Delta_L = \omega_L - \omega_0$ есть расстройка между частотой излучения и перехода между нижним и верхним уровнем.

В рамках сделанных приближений (резонансное, малое насыщение) и неравенств (2.5) световой сдвиг (2.38) представим в виде алгебраической суммы парциальных сдвигов, который вызывает каждая из спектральных компонент поля (2.1) по отдельности. Отметим при этом, что действие несущей и первых боковых компонент увеличивает частотный интервал между уровнями $|2\rangle$ и $|1\rangle$ основного состояния, а высшие компоненты его уменьшают. Например, в случае $(\Gamma/\Omega)^2 \ll 1$ компонента $k = 2$ уменьшает частоту уровня $|1\rangle$ на $\propto \left(\frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar}\right)^2 / 3\Omega$, а уровня $|2\rangle$ на $\propto \left(\frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar}\right)^2 / \Omega$. Конкуренция между спектральными компонентами приводит к осцилляциям светового сдвига (2.39) как функции a . В точке $a \simeq 2.405$ [первый ноль функции $J_0(a)$] поле имеет спектр, обеспечивающий взаимную компенсацию парциальных световых сдвигов (отметим, что этот результат был ранее получен численно в нескольких работах, например [83, 84, 95]). При этом частота резонанса КПН и гармоник частоты ω_m коэффициента поглощения не меняется при вариациях полной мощности поля (2.1). Указанное значение индекса модуляции имеет наибольший практический интерес, поскольку резонанс КПН имеет бóльший контраст по сравнению с другими значениями a , обеспечивающими равенство $\delta_0(a) = 0$.

При этом функция $\delta_0(a)$ качественно меняется с ростом отношения Γ/Ω , см. рис. 2.5. Когда оно достаточно мало, в области $a < 4$ есть две точки [вторая в случае $(\Gamma/\Omega)^2 \ll 1$ определяется нулём функции $J_1(a)$, имеющем место при $a \simeq 3.832$], в которых световой сдвиг равен нулю. При увеличении параметра Γ/Ω значение a , соответствующее первой (второй) точке увеличивается (уменьшается), и при $\Gamma/\Omega \simeq 0.427$ они объединяются, то есть имеет место только одна точка $a \simeq 3.276$, в которой световой сдвиг равен нулю. Наконец, $\delta_0(a) > 0$ при бóльших значениях Γ/Ω . Отметим, что в случае $\Gamma/\Omega \simeq 0.427$ точка нулевого светового сдвига находится в минимуме зависимости δ_0 от a . То есть при выборе $a \simeq 3.276$ и $\Gamma/\Omega \simeq 0.427$ частота резонанса КПН не зависит от значения полной мощности излучения ($\propto \mathcal{E}_0^2$) и квадратично зависит от вариаций индекса модуляции a .

Модификацию функции $\delta_0(a)$ с ростом отношения Γ/Ω легко понять, рассмотрев парциальные световые сдвиги от компонент $|k| \geq 2$:

$$\delta_{|k| \geq 2} \propto \frac{|k| - 1}{(|k| - 1)^2 + (\Gamma/\Omega)^2} - \frac{|k| + 1}{(|k| + 1)^2 + (\Gamma/\Omega)^2} \propto (|k|^2 - 1) - (\Gamma/\Omega)^2. \quad (2.41)$$

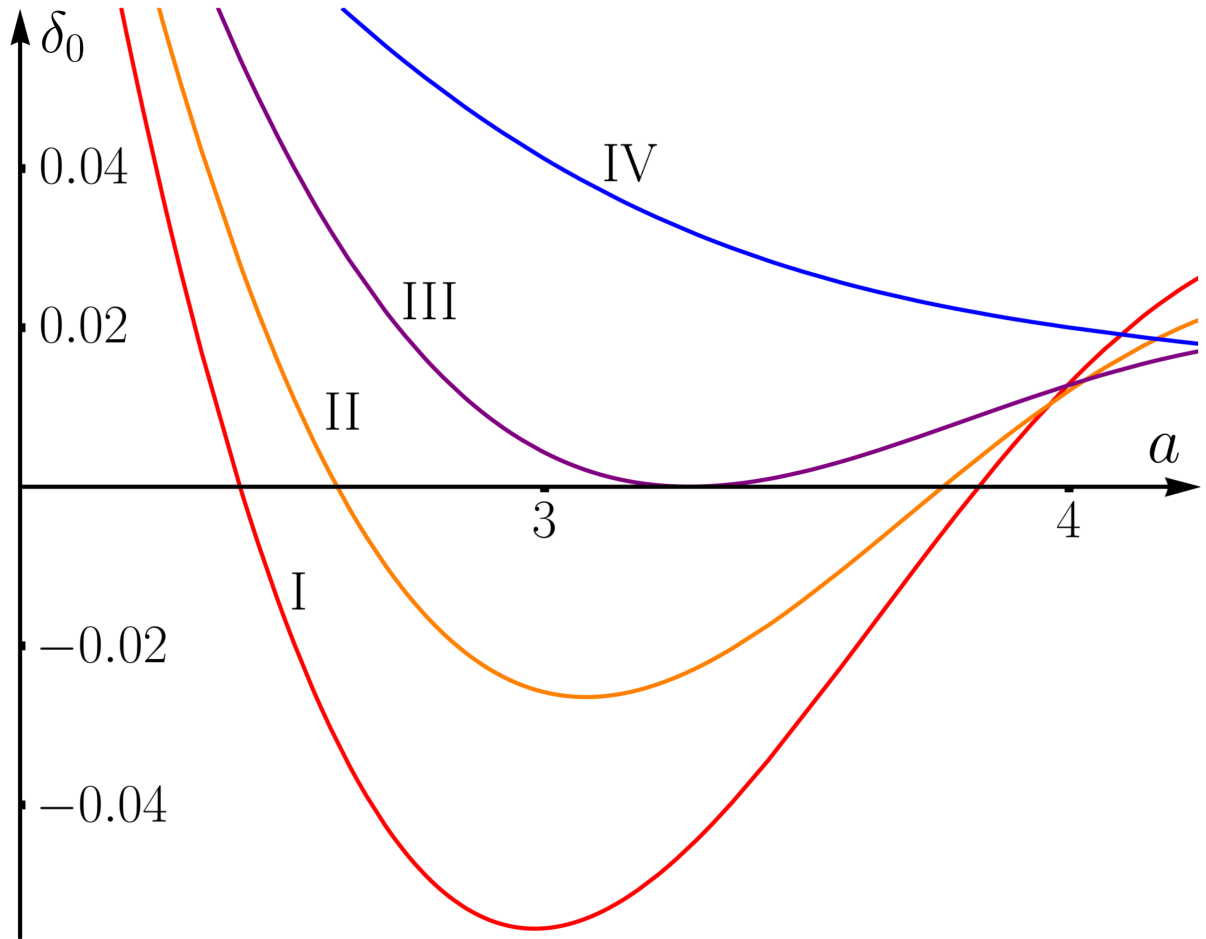


Рис. 2.5. Функция $\delta_0(a)$ в единицах $-\frac{1}{\Omega} \left(\frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar} \right)^2$, построенная по формуле (2.38). Параметр Γ/Ω равен 0.146, 0.522, 0.855, 1.733 для кривых I–IV соответственно

Выражение (2.41) показывает, что при $\Gamma/\Omega > \sqrt{|k|^2 - 1}$ высшая компонента спектра $|k|$ начинает увеличивать частотный интервал между уровнями $|2\rangle$ и $|1\rangle$, что всегда делают несущая и первые боковые полосы. Очевидно, что в такой ситуации взаимная компенсация парциальных световых сдвигов становится невозможной.

На рис. 2.6 представлены экспериментально полученные зависимости частоты синфазного сигнала от мощности СВЧ-модуляции тока ДИЛВЕР (в данном случае она является аналогом индекса модуляции a) для четырёх значений Γ/Ω [60] (М. И. Васьковская). Частота излучения лазера фирмы ULM Photonics была настроена на D_1 -линию ^{87}Rb (~ 795 нм). Параметр Γ , описывающий однородное уширение линии поглощения [96–98], определяется давлением буферного газа, используемого для уменьшения скорости релаксации основного состояния атомов щелочного металла, происходящей при их столкно-

вениях со стенками ячейки (вместо баллистического пролёта происходит более медленный процесс диффузии; внутреннее состояние атома с большей вероятностью релаксирует при столкновении со стенкой ячейки, чем с компонентами буферного газа), а также тушения их флуоресценции [23, 24, 99, 100]. Глубина модуляции тока инжекции лазера (пропорциональна мощности СВЧ-модуляции) медленно увеличивалась во времени, при этом одновременно гармонически модулировалась полная интенсивность излучения с помощью АОМ. Выбранная скорость изменения параметров обеспечивала адиабатическое следование частоты резонанса КПН за изменением глубины модуляции и полной мощности излучения ДИЛВЕР.

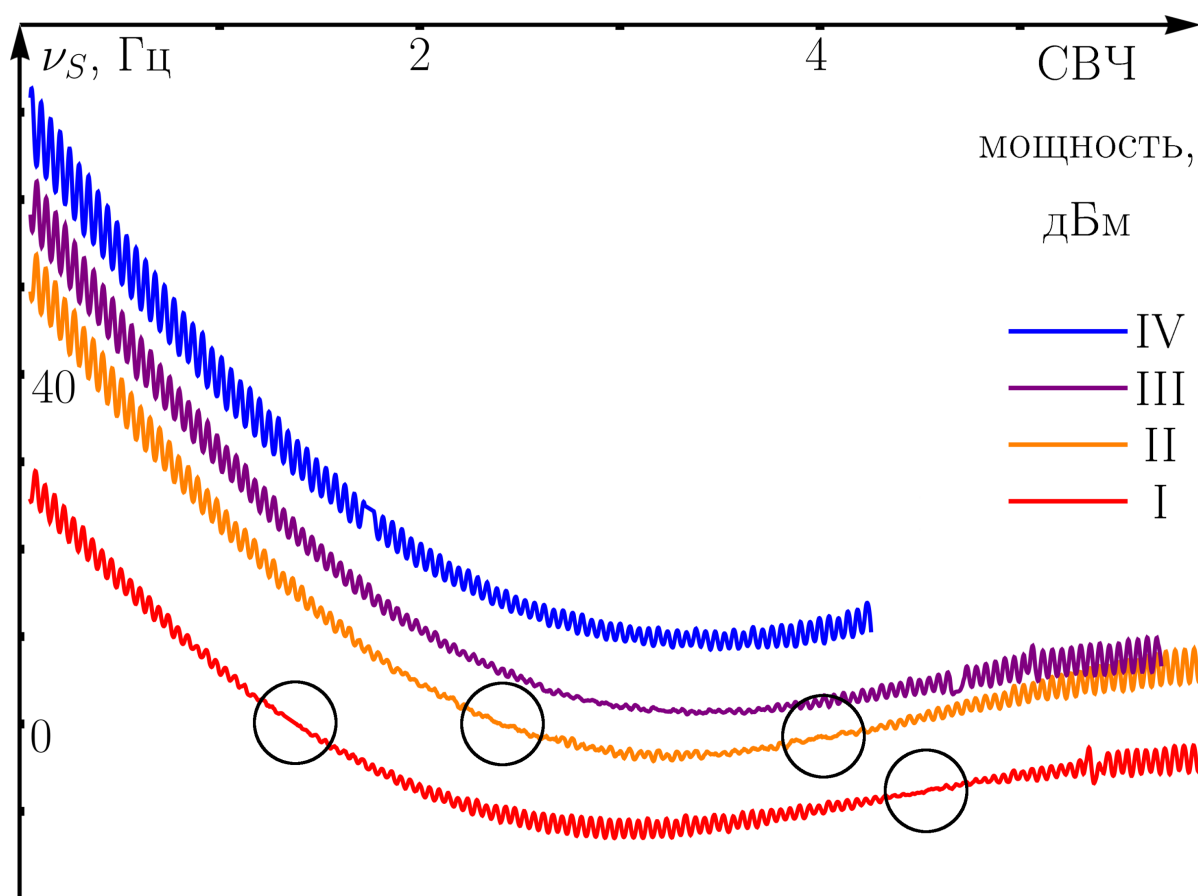


Рис. 2.6. Зависимости частоты синфазного сигнала от мощности СВЧ-модуляции тока ДИЛВЕР. Кривые I–IV получены для цилиндрических ячеек (длина и диаметр 15 и 8 мм соответственно) с атомами ^{87}Rb и буферным газом, состоящим из смеси Ar и N_2 разного давления (29, 75, 115, 140 Торр соответственно). Этим значениями соответствует величина Γ равная 0.58, 1.5, 2.3 и 2.8 ГГц соответственно (получена аппроксимацией линии поглощения свёрткой доплеровского контура с Лоренцианом полуширины Γ). Вертикальная ось откалибрована таким образом, чтобы в первой ТН для кривой I частота синфазного сигнала ν_S была равна нулю. Области ТН обведены окружностями

Для кривой I в окрестностях мощности СВЧ-поля равной 2.8 дБм и 3.6 дБм изменение частоты синфазного сигнала, вызванное модуляцией мощности излучения, становится меньше экспериментального предела чувствительности. Далее эти значения для краткости мы будем называть точками нечувствительности (ТН). Также отметим, что в интервале (2.8, 3.6) дБм отклик частоты на вариацию мощности лазера происходит в противофазе с модуляцией, направляемой в АОМ, в то время как вне этого интервала — в фазе. Это качественно соответствует формуле (2.38), согласно которой световой сдвиг при достаточно малом значении параметра Γ/Ω дважды меняет знак при росте индекса модуляции a в интервале (0, 4): сперва с «+» на «-», затем наоборот. С ростом давления буферного газа значение мощности СВЧ-модуляции, при котором наблюдается первая (вторая) ТН, увеличивается (уменьшается). На кривой, полученной для ячейки с давлением буферных газов равным 115 Торр, ТН находятся достаточно близко друг к другу, обеспечивая подавление отклика частоты в окрестности её минимума. Наконец, для зависимости частоты от мощности СВЧ-модуляции при 140 Торр, амплитуда отклика частоты не обращается в ноль и происходит в фазе с модуляцией мощности ДИЛВЕР.

Для полноты картины отметим, что невозможность получить ТН при достаточно большой величине Γ ставит вопрос выбора оптимального давления смеси газов. Для ячеек цилиндрической геометрии скорость декогеренции основного состояния атомов щелочного металла, зависящая от их столкновений с компонентами буферного газа, может быть описана следующей формулой [24, 101]:

$$\Gamma_c = A \cdot \left[(2.405/D)^2 + (\pi/L)^2 \right] / P + B \cdot P, \quad (2.42)$$

где P это давление, D и L — диаметр и длина ячейки, а параметры A и B определяются тем, какой щелочной металл и какие химические элементы используются в качестве буферного газа. Первый член в правой части выражения (2.42) определяет вклад столкновений атомов со стенками ячейки в Γ_c , в то время как второй описывает вклад от их столкновений с компонентами смеси. Оптимальное давление буферного газа P_{opt} , при котором Γ_c минимально, определяется простым условием равенства первого члена второму. Очевидно, что в ячейках достаточно малого объёма нельзя подавить световой сдвиг частоты резонанса КПН, если выбрано давление P_{opt} , поскольку его величина растёт с уменьше-

нием D и L . Указанный объём формально определяется неравенством

$$\sqrt{\left(\frac{2.405}{D}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2} > 0.855 \frac{\Omega}{k_{\Gamma}} \sqrt{\frac{B}{A}},$$

где однородное уширение представлено в виде $\Gamma = k_{\Gamma} \cdot P$. В работе [60] была получена экспериментальная оценка 5.6 ± 0.8 мм и 10.3 ± 1.5 мм для диаметра и длины соответственно, для верхней грани размеров, вне которой нельзя получить ТН при P_{opt} (для него было получено значение 120 Торр). То есть в ячейках меньшего размера невозможно одновременно получить ТН и минимизировать Γ_c . Таким образом, можно сформулировать следующую рекомендацию: миниатюрные ячейки следует наполнять буферным газом до такого давления, при котором есть возможность получить ТН, а не использовать P_{opt} , чем часто руководствуются на практике. Приведём пример: в обзоре [100] для ячейки с атомами ^{85}Rb и N_2 размера $D = L = 1$ мм для P_{opt} получена оценка 300 Торр. Для полноты картины отметим, что при фиксированном объёме $L \cdot D = const$, правая часть формулы (2.42) достигает минимума при $L/D \simeq 1.14$, что можно считать наилучшим значением отношения длины к диаметру для ячеек цилиндрической геометрии.

2.2. Эффекты асимметрии резонанса КПН

Аналитические результаты, полученные выше, находятся в качественном согласии с экспериментом. Значение индекса модуляции a (теория) и мощности СВЧ-поля (эксперимент), при котором наблюдается первая ТН, растёт с увеличением Γ , причём быстрее, чем уменьшается значение, соответствующее второй ТН. При достаточно большой величине Γ световой сдвиг частоты резонанса КПН становится невозможно подавить. При этом, есть два явных количественных несоответствия. Во-первых, экспериментально полученная величина однородного уширения (1.68 ГГц), при превышении которой нельзя получить ТН, существенно меньше, чем теоретическая оценка (2.92 ГГц). Во-вторых, в эксперименте частота синфазного сигнала в ТН отличается (на величину от единиц до десяти Гц), в то время как согласно формуле (2.38) она должна совпадать. Отметим, что указанная особенность была обнаружена ещё в работе [58].

Теоретическая модель предыдущего параграфа, в свою очередь, не учитывает несколько особенностей эксперимента. Во-первых, в ней не учитывались сверхтонкая структура уровня $5P_{1/2}$ атома ^{87}Rb и поглощение оптического поля в атомном ансамбле. Кроме того, поле ДИЛВЕР рассматривалось как монохроматическое, фаза которого гармонически промодулирована. Частотный интервал между спектральными компонентами $k+1$ и k такого поля определяется частотой Ω , что имеет место для лазеров типа ДИЛВЕР в условиях модуляции тока инжекции. Однако распределение мощности по гармоникам не соответствует задаваемому функциями Бесселя $J_k(a)$ [102–104]. В то время как компоненты поля (2.1) обращаются в ноль при соответствующих значениях a , мощность полос поля ДИЛВЕР всегда больше нуля. Тем не менее они демонстрируют поведение, схожее с затухающими осцилляциями. С ростом глубины модуляции тока мощность каждой спектральной компоненты сперва растёт и достигает максимума, затем падает до минимума, снова растёт и т. д. Это поведение обеспечивает достижимость ТН при достаточно малом параметре Γ/Ω . Кроме того, спектр модулированных ДИЛВЕР асимметричен, то есть мощности компонент $|k|$ и $-|k|$ неравны в большинстве случаев, см. рис. 2.7. Такое различие наиболее существенно для резонансных компонент ($k = \pm 1$), поскольку оно приводит к падению амплитуды и контраста резонанса КПН [100, 105, 106] (при условии фиксированной суммарной мощности первых боковых полос), он становится асимметричным (ни чётная, ни нечётная функция $\tilde{\delta}$), а также усложняется структура сдвига частоты, связанного с действием оптического поля [107–112].

Как будет показано далее, асимметрия резонанса КПН приводит к тому, что амплитуды синфазного и квадратурного сигналов также становятся ни нечётными, ни чётными функциями $\tilde{\delta}$. Из-за этого значения расстроек, при которых они обращаются в ноль, приобретают дополнительные смещения. Последние нелинейно зависят от интенсивности излучения и сдвиг частоты, связанный с асимметрией, конкурирует с штарковским сдвигом частоты перехода «0 – 0». В ситуации взаимной компенсации световой сдвиг не равен нулю, а величина «остатка» определяется спектром излучения. В результате частоты ТН оказываются различны.

Обобщённая теоретическая модель

Чтобы продемонстрировать это, рассмотрим двойную Λ -схему уровней и полихроматическое поле вида:

$$\mathcal{E}(t) = \frac{1}{2}e^{-i\omega_L t} \left\{ \sum_{k \neq \mp 1} \mathcal{E}_k e^{-ik[\Omega t + \varphi(t)]} - \mathcal{E}_{-1} e^{i[\Omega t + \varphi(t)]} + \mathcal{E}_1 e^{-i[\Omega t + \varphi(t)]} \right\} + \text{к. с.}, \quad (2.43)$$

где $\varphi(t) = b \sin \omega_m t$, а амплитуды считаются реальными и положительными: $\mathcal{E}_k = \mathcal{E}_k^*$. Поле (2.43) мы формально записали с бесконечным числом компонент, однако на практике спектр ДИЛВЕР, обеспечивающий ТН, содержит несколько боковых полос, см. рис. 2.7.

Напомним некоторые общие моменты про эффект КПН в атомах щелочных металлов. Предпочтительно использование лазера с излучением, частота которого настроена на переходы D_1 -линии, а не D_2 -линии, поскольку в такой ситуации контраст резонанса выше [105, 113, 114] (произведения коэффици-

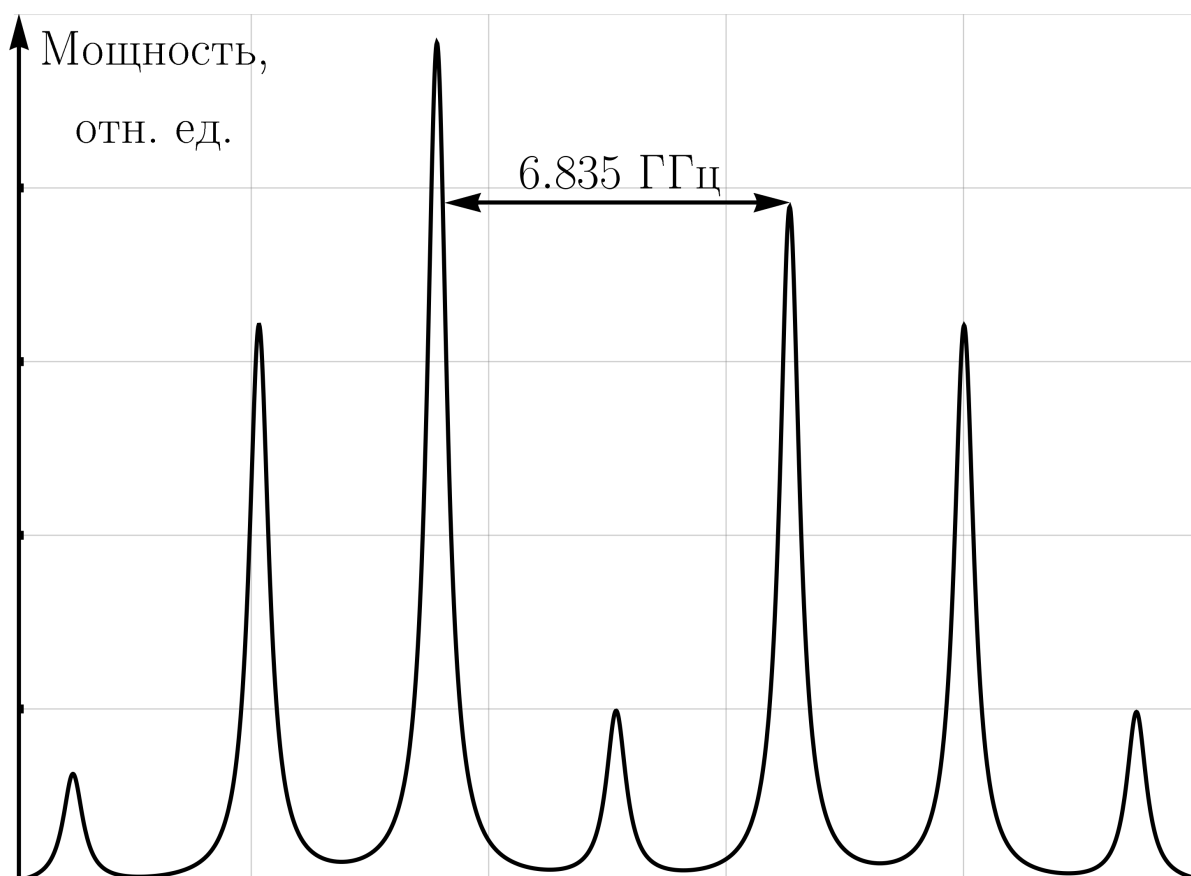


Рис. 2.7. Спектр, обеспечивший первую ТН для кривой I на рис. 2.6. Показаны компоненты с $k = -3$ по $k = 3$ (слева направо)

ентов Клебша — Гордана для переходов на уровни возбуждённого состояния противоположны по знаку в случае $nP_{3/2}$). Далее, если переходы разрешены (давление буферного газа достаточно мало), то используют переходы в верхний уровень состояния $nP_{1/2}$, поскольку в такой ситуации происходит меньшая оптическая накачка атомов на непоглощающий магнитный подуровень $nS_{1/2} |F_g = I \pm 1/2, m_{F_g} = I \pm 1/2\rangle$ (знак «+» для правой циркулярной поляризации и наоборот), чем при использовании нижнего уровня [115]. Будем считать, что линии могут в какой-то степени перекрываться, то есть несущая частота поля (2.43) несколько меньше полусуммы частоты переходов $|1\rangle \rightarrow |u\rangle$, $|2\rangle \rightarrow |u\rangle$: $\omega_L - \omega_0 = \Delta_L$, $\Delta_L/\omega_e \ll 1$. Величина сверхтонкого расщепления $\omega_e/2\pi$ для возбуждённого уровня атома ^{87}Rb , которой мы будем рассматривать далее, составляет 816.7 МГц. В том случае, если линии нельзя разрешить, совершенно необходимо учесть оптические переходы в нижний уровень состояния $nP_{1/2}$ щелочного металла, в силу чего и рассматривается двойная Λ -схема уровней.

Поскольку при $\Gamma/\Omega \sim 1$ получить ТН становится проблематично, мы будем считать выполненным неравенство $(\Gamma/\Omega)^2 \ll 1$. В таком случае определяющий вклад в амплитуду резонанса КПН дают первые боковые полосы спектра и удобно ввести обозначения $V_{L_u, L_d} = d_{u,d} \mathcal{E}_{-1}/2\hbar$, $V_{R_u, R_d} = d_{u,d} \mathcal{E}_1/2\hbar$ и $V_{k_u, k_d} = d_{u,d} \mathcal{E}_k/2\hbar$, где d_u и d_d определяются как $d_u = \langle u | \hat{d} | 2 \rangle = \langle u | \hat{d} | 1 \rangle$ и $d_d = \langle d | \hat{d} | 2 \rangle = \langle d | \hat{d} | 1 \rangle$, предполагаемые реальными величинами. Для простоты будем считать величину $d_u = d$, где d — редуцированный дипольный матричный элемент. Как можно видеть, частоты Раби V_{L_u, L_d} и V_{R_u, R_d} определяют переходы для «левого плеча» и «правого плеча» двойной Λ -схемы соответственно. Для случая атомов рубидия $d_u/d_d = \sqrt{3}$ в силу отличия значений коэффициента Клебша — Гордана [30]. Также учтём релаксацию элементов основного состояния атомной матрицы плотности, связанную со столкновительными процессами [см. формулу (2.42)], введя затухание и релаксацию к равновесным значениям $1/2$ со скоростью Γ_g для когерентности и населённостей соответственно. Как и ранее, мы не учитываем эффект Доплера для оптических переходов, поскольку однородное уширение Γ по своей величине сравнимо с доплеровской шириной, а для микроволнового перехода подавлено в силу эффекта Дике [116].

Описанный подход можно отразить с помощью следующего Гамильтониана $\hat{\mathcal{H}}(t)$ и релаксационной матрицы $\hat{\Gamma}\hat{\rho}(t)$,

$$\hat{\mathcal{H}}(t) = \begin{pmatrix} \hbar\omega_0 & 0 & -d_u\mathcal{E}(t) & -d_u\mathcal{E}(t) \\ 0 & \hbar(\omega_0 - \omega_e) & -d_d\mathcal{E}(t) & -d_d\mathcal{E}(t) \\ -d_u\mathcal{E}(t) & -d_d\mathcal{E}(t) & \hbar\omega_g/2 & 0 \\ -d_u\mathcal{E}(t) & -d_d\mathcal{E}(t) & 0 & -\hbar\omega_g/2 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\Gamma}\hat{\rho}(t) = \begin{pmatrix} \gamma_u\rho_{uu} & 0 & \Gamma\rho_{u2} & \Gamma\rho_{u1} \\ 0 & \gamma_d\rho_{dd} & \Gamma\rho_{d2} & \Gamma\rho_{d1} \\ \Gamma\rho_{2u} & \Gamma\rho_{d2} & \Gamma_g(\rho_{22} - \frac{1}{2}) & \Gamma_g\rho_{21} \\ \Gamma\rho_{1u} & \Gamma\rho_{d1} & -\frac{\gamma_u}{2}\rho_{uu} - \frac{\gamma_d}{2}\rho_{dd} & \Gamma_g(\rho_{11} - \frac{1}{2}) \\ & & \Gamma_g\rho_{12} & -\frac{\gamma_u}{2}\rho_{uu} - \frac{\gamma_d}{2}\rho_{dd} \end{pmatrix},$$

и уравнения

$$i\hbar \left(\frac{\partial}{\partial t} + \hat{\Gamma} \right) \hat{\rho}(t) = [\hat{\mathcal{H}}(t), \hat{\rho}(t)]. \quad (2.44)$$

Мы по-прежнему рассматриваем режим малого насыщения, то есть пренебрегаем населённостями возбуждённого состояния ρ_{uu}^{ee} , ρ_{dd}^{ee} по сравнению с диагональными элементами основного ρ_{22}^{gg} и ρ_{11}^{gg} в силу неравенств $V_{L_u, L_d}^2 / (\gamma_{u,d}\Gamma) \ll 1$, $V_{R_u, R_d}^2 / (\gamma_{u,d}\Gamma) \ll 1$. Они с большим запасом выполняются для случая МАЧ. Когерентность возбуждённого состояния ρ_{ud}^{ee} не учитывается, поскольку ω_e почти на порядок меньше чем ω_g , то есть для компонент поля (2.43) не выполнено условие V -резонанса. Также используется резонансное приближение, то есть осуществляется переход к медленным амплитудам согласно подстановкам $\{\rho_{u2}^{eg}, \rho_{d2}^{eg}\} = \{\rho_{u2}, \rho_{d2}\} e^{-i[(\omega_L - \Omega)t - \varphi(t)]}$; $\{\rho_{u1}^{eg}, \rho_{d1}^{eg}\} = \{\rho_{u1}, \rho_{d1}\} e^{-i[(\omega_L + \Omega)t + \varphi(t)]}$; $\rho_{21}^{gg} = \rho_{21} e^{-2i[\Omega t + \varphi(t)]}$, и адиабатически исключается возбуждённое состояние (в силу чего решение справедливо на временах $t \gg 1/\gamma_{u,d}, 1/\Gamma$), что позволяет выразить населённости верхнего уровня через элементы матрицы плотности основного состояния:

$$\rho_{uu} = \frac{2\Gamma [V_{L_u}^2 \rho_{22} + V_{R_u}^2 \rho_{11} - 2V_{L_u} V_{R_u} \text{Re}(\rho_{21})]}{\gamma_u(\Delta_L^2 + \Gamma^2)},$$

$$\rho_{dd} = \frac{2\Gamma [V_{L_d}^2 \rho_{22} + V_{R_d}^2 \rho_{11} - 2V_{L_d} V_{R_d} \text{Re}(\rho_{21})]}{\gamma_d[(\Delta_L + \omega_e)^2 + \Gamma^2]},$$

которые демонстрируют необходимость учёта элемента ρ_{dd} по сравнению с ρ_{uu} , когда условие $(\Gamma/\omega_e)^2 \ll 1$ не выполняется. Отметим, что верхние индексы в последних выражениях для краткости опущены. Поскольку $\gamma_{u,d} \propto d_{u,d}^2$, то населённость возбуждённого состояния определяется как

$$\rho_{uu} + \rho_{dd} = 2\frac{P}{\gamma\Gamma} [\mathcal{V}_L^2\rho_{22} + \mathcal{V}_R^2\rho_{11} - 2\mathcal{V}_L\mathcal{V}_R\text{Re}(\rho_{21})], \quad (2.46)$$

где $P = \Gamma^2/(\Delta_L^2 + \Gamma^2) + \Gamma^2/[(\Delta_L + \omega_e)^2 + \Gamma^2]$, $\mathcal{V}_{L,R} = d\mathcal{E}_{-1,1}/(2\hbar)$, d — редуцированный матричный дипольный элемент.

В формуле (2.46) оставлены слагаемые только от резонансных компонент поля (2.43), что справедливо в силу сильного неравенства $(\Gamma/\Omega)^2 \ll 1$. Более того, поскольку представляет интерес первая ГН, то и произведения $\mathcal{E}_k\mathcal{E}_{k+2}$, $k \neq -1$, существенно меньше, чем $\mathcal{E}_{-1}\mathcal{E}_1$, поэтому вкладом нерезонансных компонент в амплитуду резонанса КПН совершенно естественно пренебречь.

Напомним, что гармоники коэффициента поглощения по частоте ω_m определяются гармониками элементов матрицы плотности основного состояния, а модуляционные слагаемые $\propto e^{-ib\sin\omega_m t}$ в (2.46) не входят. В предыдущем параграфе была использована замена $\tau = t + \frac{b}{\Omega}\sin\omega_m t$, но, вообще говоря, можно обойтись без неё. Поскольку $\omega_m \ll \gamma_{u,d}, \Gamma$ и индекс модуляции b умеренный, $b \lesssim 1$, то возмущение слишком слабое и медленное по сравнению с релаксационными процессами в возбуждённом состоянии. Поэтому члены $\propto e^{-ib\sin\omega_m t}$ можно опустить в уравнениях для элементов матрицы плотности уровней $|u\rangle$, $|d\rangle$, но оставить в уравнениях для основного состояния. Для последних в рамках указанных приближений имеет место следующая система уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{22} = -V_L\rho_{22} + V_R\rho_{11} - i\mathcal{K}(\rho_{21} - \rho_{12}) - \Gamma_g\left(\rho_{22} - \frac{1}{2}\right), \quad (2.47a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{11} = -V_R\rho_{11} + V_L\rho_{22} + i\mathcal{K}(\rho_{21} - \rho_{12}) - \Gamma_g\left(\rho_{11} - \frac{1}{2}\right), \quad (2.47b)$$

$$\left[i\frac{\partial}{\partial t} + 2\left(\tilde{\delta} + \Delta_m \cos\omega_m t\right) + i\tilde{\Gamma}_g \right] \rho_{21} = iV_{LR} + \mathcal{K}(\rho_{22} - \rho_{11}), \quad (2.47c)$$

где использованы следующие обозначения: $V_L = V_{L_u}^2 \frac{\Gamma}{\Delta_L^2 + \Gamma^2} + V_{L_d}^2 \frac{\Gamma}{(\Delta_L + \omega_e)^2 + \Gamma^2}$, $V_R = V_{R_u}^2 \frac{\Gamma}{\Delta_L^2 + \Gamma^2} + V_{R_d}^2 \frac{\Gamma}{(\Delta_L + \omega_e)^2 + \Gamma^2}$, $V_{LR} = \Gamma \left(\frac{V_{L_u} V_{R_u}}{\Delta_L^2 + \Gamma^2} + \frac{V_{L_d} V_{R_d}}{(\Delta_L + \omega_e)^2 + \Gamma^2} \right)$, $\mathcal{K} = \Delta_L \frac{V_{L_u} V_{R_u}}{\Delta_L^2 + \Gamma^2} + (\Delta_L + \omega_e) \frac{V_{L_d} V_{R_d}}{(\Delta_L + \omega_e)^2 + \Gamma^2} \equiv (\mathcal{V}_L \mathcal{V}_R / \Gamma) \tilde{\mathcal{K}}$, $\Delta_m = b\omega_m$. Член $\tilde{\Gamma}_g$, отвечающий за затухание когерентности, учитывает столкновительную релаксацию (2.42) и полевое уширение, $\tilde{\Gamma}_g = \Gamma_g + V_L + V_R$. В двухфотонную расстройку $\tilde{\delta}$ включён световой сдвиг, $2\tilde{\delta} = 2\delta + \delta_r + \delta_{nr}$, где δ_r и δ_{nr} есть так называемый резонансный и нерезонансный световой сдвиг [58, 83, 117, 118] от всех спектральных компонент поля (2.43). Резонансный сдвиг $\delta_r = -\Delta_L \frac{V_{L_u}^2 - V_{R_u}^2}{\Delta_L^2 + \Gamma^2} - (\Delta_L + \omega_e) \frac{V_{L_d}^2 - V_{R_d}^2}{(\Delta_L + \omega_e)^2 + \Gamma^2}$ возникает из-за действия первых боковых полос, если их частота отстроена от соответствующего оптического перехода [см. формулу (2.40)]. Например, компонента $k = -1$ ($k = 1$) при действии на переходе $|2\rangle \rightarrow |u\rangle$ ($|1\rangle \rightarrow |u\rangle$) уменьшает частоту уровня $|2\rangle$ ($|1\rangle$). Член $\delta_{nr} = -\sum_{k \neq -1} \frac{V_{-k_u}^2}{(k+1)\Omega} + \sum_{k \neq 1} \frac{V_{-k_u}^2}{(k-1)\Omega} - \sum_{k \neq -1} \frac{V_{-k_d}^2}{(k+1)\Omega} + \sum_{k \neq 1} \frac{V_{-k_d}^2}{(k-1)\Omega}$ описывает штарковский сдвиг частоты уровней основного состояния, вызванный нерезонансными компонентами поля (2.43), а также действием компоненты $k = -1$ ($k = 1$) на переходах $|1\rangle \rightarrow |u\rangle$, $|1\rangle \rightarrow |d\rangle$ ($|2\rangle \rightarrow |u\rangle$, $|2\rangle \rightarrow |d\rangle$). Уравнения (2.47) имеют несколько существенных отличий от полученных для случая фазово-модулированного поля. Во-первых, населённости уровней не равны, $\rho_{22} \neq \rho_{11}$, а в уравнении для недиагонального элемента ρ_{21} появился член $\mathcal{K}(\rho_{22} - \rho_{11})$. Это, как можно увидеть при пренебрежении модуляционным слагаемым и положив нулю производные по времени, приводит к наличию в реальной части когерентности члена, пропорционального двухфотонной расстройке. То есть резонанс КПН становится ни чётной, ни нечётной функцией $\tilde{\delta}$, а другими словами — становится асимметричным. Амплитуды сигналов при этом перестают быть нечётными функциями $\tilde{\delta}$.

Простейшее аналитическое решение уравнений (2.47a)–(2.47c) можно получить в случае $b \ll 1$ с помощью разложения элементов матрицы плотности в ряд Фурье (что подразумевает случай квазистационара, то есть рассматриваются времена $t \gg 1/\tilde{\Gamma}_g$), $\rho_{22} = \sum_k G_k e^{-ik\omega_m t}$ (причём $G_k = G_{-k}^*$) и $\rho_{21} = \sum_k C_k e^{-ik\omega_m t}$. В результате имеет место следующая система уравнений:

$$(2\tilde{\delta} + i\tilde{\Gamma}_g)C_0 + b\omega_m(C_1 + C_{-1}) = iV_{LR} + \mathcal{K}(2G_0 - 1), \quad (2.48a)$$

$$(2\tilde{\delta} + \omega_m + i\tilde{\Gamma}_g)C_1 + b\omega_m C_0 = 2\mathcal{K}G_1, \quad (2.48b)$$

$$(2\tilde{\delta} - \omega_m + i\tilde{\Gamma}_g)C_{-1} + b\omega_m C_0 = 2\mathcal{K}G_1^*, \quad (2.48c)$$

$$(2\tilde{\delta} + 2\omega_m + i\tilde{\Gamma}_g)C_2 + b\omega_m C_1 = 2\mathcal{K}G_2, \quad (2.48d)$$

$$(2\tilde{\delta} - 2\omega_m + i\tilde{\Gamma}_g)C_{-2} + b\omega_m C_{-1} = 2\mathcal{K}G_2^*, \quad (2.48e)$$

$$i\tilde{\Gamma}_g G_0 = \mathcal{K}(C_0 - C_0^*) + i(V_R + \Gamma_g/2), \quad (2.48f)$$

$$(\omega_m + i\tilde{\Gamma}_g)G_1 = \mathcal{K}(C_1 - C_{-1}^*), \quad (2.48g)$$

$$(2\omega_m + i\tilde{\Gamma}_g)G_2 = \mathcal{K}(C_2 - C_{-2}^*), \quad (2.48h)$$

где удержаны члены порядка b^2 и использован тот факт, что $C_{k,-k} \propto J_0(b)J_k(b) \propto b^k$, $G_k \propto J_0(b)J_k(b) \propto b^k$ [см. формулу (2.30)]. Амплитуды M_S и M_Q , как следует из (2.46), следующим образом выражаются через элементы основного состояния:

$$M_S \propto (\mathcal{V}_L^2 - \mathcal{V}_R^2) \operatorname{Re}\{G_1\} - \mathcal{V}_L \mathcal{V}_R \operatorname{Re}\{C_1 + C_{-1}\}, \quad (2.49a)$$

$$M_Q \propto (\mathcal{V}_L^2 - \mathcal{V}_R^2) \operatorname{Im}\{G_1\} - \mathcal{V}_L \mathcal{V}_R \operatorname{Im}\{C_1 - C_{-1}\}. \quad (2.49b)$$

В системе (2.48) специально удержаны члены до b^2 . Из её структуры следует, что следующая поправка для амплитуд сигналов является кубической по b . Поэтому линеаризованное решение имеет разумную точность при $b \lesssim 1/2$, что следует из свойств функций Бесселя. Также для простоты выкладок опустим член \mathcal{K}^2 по сравнению с $\tilde{\Gamma}_g^2$. То есть будем считать, что величина $\tilde{\mathcal{K}}$ достаточно мала при значении Δ_L , соответствующему максимуму контура поглощения.

Линеаризуя решение системы (2.48) по $\tilde{\delta}$, получаем следующие выражения для амплитуд синфазного и квадратурного сигналов:

$$M_S = \frac{2P^4 \Delta_m \mathcal{V}_L \mathcal{V}_R V_{LR}}{\gamma \Gamma} \frac{\left[2\tilde{\delta} \tilde{\Gamma}_g^2 + (\tilde{\mathcal{K}}/\Gamma)(\mathcal{V}_L^2 - \mathcal{V}_R^2)(\tilde{\Gamma}_g^2 + \omega_m^2) \right]}{\tilde{\Gamma}_g \left(\tilde{\Gamma}_g^2 + \omega_m^2 \right)^2}, \quad (2.50a)$$

$$M_Q = \frac{2P^4 \Delta_m \omega_m \mathcal{V}_L \mathcal{V}_R V_{LR}}{\gamma \Gamma} \frac{\left[2\tilde{\delta} [3\tilde{\Gamma}_g^2 + \omega_m^2] + (\tilde{\mathcal{K}}/\Gamma)(\mathcal{V}_L^2 - \mathcal{V}_R^2)(\tilde{\Gamma}_g^2 + \omega_m^2) \right]}{\tilde{\Gamma}_g^2 (\tilde{\Gamma}_g^2 + \omega_m^2)^2}, \quad (2.50b)$$

где $\Delta_m = b\omega_m$ обозначает девиацию частоты ω_m .

Нелинейность по интенсивности. Эффект затягивания частоты

Как можно видеть по членам в квадратных скобках выражений (2.50a)–(2.50b), частоты сигналов претерпевают дополнительный сдвиг помимо нерезонансного и резонансного световых сдвигов. В частности, для сдвига частоты синфазного сигнала мы имеем:

$$S = A(2\delta + \delta_r + \delta_{nr} + \delta_{as}), \quad (2.51a)$$

$$A = \frac{2P}{\gamma \Gamma} \frac{4\Delta_m V_{LR} \mathcal{V}_L \mathcal{V}_R \tilde{\Gamma}_g}{(\tilde{\Gamma}_g^2 + \omega_m^2)^2}, \quad (2.51b)$$

$$\delta_{as} = \mathcal{K} \frac{\mathcal{V}_L^2 - \mathcal{V}_R^2}{\mathcal{V}_L \mathcal{V}_R} \frac{\tilde{\Gamma}_g^2 + \omega_m^2}{\tilde{\Gamma}_g^2} \equiv \tilde{\mathcal{K}} \frac{\mathcal{V}_L^2 - \mathcal{V}_R^2}{\Gamma} \frac{\tilde{\Gamma}_g^2 + \omega_m^2}{\tilde{\Gamma}_g^2}. \quad (2.51c)$$

Члены δ_r и δ_{as} возникают в случае $\mathcal{E}_{-1} \neq \mathcal{E}_1$. В то время как резонансный сдвиг есть изменение частотного интервала между уровнями $|2\rangle$ и $|1\rangle$ основного состояния, сдвиг δ_{as} обусловлен асимметрией амплитуды M_S (она перестаёт быть нечётной функцией $\tilde{\delta}$). Член δ_{as} более сложным образом зависит от интенсивности излучения, чем световой сдвиг. Поэтому спектр ДИЛВЕР, при котором частота 2Ω оказывается равной невозмущённой оптическим полем частоте ω_g [точка нулевого смещения (ТНС)], определяется условием (2.51a), а ТН определяются как

$$\frac{\partial}{\partial \mathcal{E}^2} (\delta_r + \delta_{nr} + \delta_{as}) = 0, \quad (2.52)$$

где для удобства мы ввели обозначения $\mathcal{E}^2 = \sum_k \mathcal{E}_k^2$ и $\mathcal{E}_k^2 = \sigma_k \mathcal{E}^2$, $\sum_k \sigma_k = 1$. Поскольку член δ_{as} , в отличие от δ_r и δ_{nr} , содержит \mathcal{E}^2 не только как общий множитель (из-за слагаемого $\propto \omega_m^2$), сдвиг $\delta_r + \delta_{nr} + \delta_{as}$ и его частная производ-

ная по \mathcal{E}^2 обращаются в ноль при различных наборах σ_k , то есть при различных спектрах. Поэтому в ТН частота синфазного сигнала $\delta_S \neq 0$ (определяется как $2\delta_S = -\delta_r - \delta_{nr} - \delta_{as}$). Во-вторых, условия на ТН и ТНС совпадают только в случае $(\omega_m/\tilde{\Gamma}_g)^2 \ll 1$. Кроме того, в этом случае частота сигнала полностью не зависит от \mathcal{E}^2 , в то время как при $(\omega_m/\tilde{\Gamma}_g)^2 \sim 1$ обращается в ноль только линейный отклик от вариаций полной мощности.

Как следствие того, что в члене δ_{as} есть слагаемое $\propto \omega_m^2$, с ростом ω_m в первых двух ТН частота δ_S начинает отличаться, см. табл. 2.1, в которой представлены результаты работы [92] (М. И. Васьковская), а именно, частоты ω_F и ω_S первой и второй ТН соответственно. Эксперимент был проведён в тех же условиях, что и работа [60] (см. рис. 2.6), давление смеси Ar/N₂ составляло 19 Торр и температура ячейки была 45 °С. Полуширина резонанса КПН на полувысоте была около 800 Гц, индекс модуляции b был взят равным 1/2.

Если считать, что при $\omega_m/2\pi = 200$ Гц в ТН имеют место и ТНС, то получим, что при $\omega_m/2\pi = 1200$ Гц в первой ТН имеет место смещение частоты сигнала на величину порядка $\delta_S = 30$ Гц. С другой стороны, отличие частот в ТН может считаться критерием смещения частоты 2Ω от частоты перехода основного состояния, невозмущённого оптическим полем.

Отметим ряд особенностей члена (2.51с). В случае $V_L + V_R \ll \Gamma_g$, то есть малого полевого уширения, δ_{as} и сдвиг частоты сигналов в целом являются линейной функцией интенсивности и частоты ТН совпадают. При противоположном неравенстве член, содержащий ω_m^2 , обратно пропорционален интенсивности, что в максимальной степени отличает его от светового сдвига. Две этих ситуации отвечают случаю равенства и максимального отличия населённостей рабочих подуровней. Напомним здесь, что асимметрия связана с отличием населённостей основного состояния.

Табл. 2.1

Отличие частот синфазного сигнала и невозмущённого оптическим полем перехода «0 – 0» в ТН, полученное для различных значений частоты ω_m

$\omega_m/2\pi$, Гц	$\omega_F/2\pi$ \ погрешность, Гц	$\omega_S/2\pi$ \ погрешность, Гц
200	3067 \ 1	3067 \ 1
400	3061.5 \ 0.3	3059.5 \ 0.5
800	3051 \ 0.3	3048.95 \ 0.15
1000	3046 \ 0.2	3045.2 \ 0.2
1200	3041.6 \ –	3041.2 \ –

Выражение (2.51с) формально стремится к бесконечности при $\tilde{\Gamma}_g \rightarrow 0$. В силу линеаризации по b решение справедливо только для малой девиации частоты Δ_m по сравнению с шириной резонанса. Если девиация не мала, то в решении необходимо учитывать поправки более высокого порядка по индексу модуляции.

Исследуем зависимость дополнительного к световому сдвигу p_{as} от частоты ω_m для суммы синфазного и квадратурного сигналов. Как следует из выражений (2.50a)–(2.50b),

$$p_{as} = \tilde{\mathcal{K}} \frac{\mathcal{V}_L^2 - \mathcal{V}_R^2}{\Gamma} \frac{(1 + \bar{\omega}_m)(1 + \bar{\omega}_m^2)}{1 + \bar{\omega}_m(3 + \bar{\omega}_m^2)}, \quad (2.53)$$

где $\bar{\omega}_m = \omega_m/\tilde{\Gamma}_g$. На рис. 2.8 построена вторая дробь выражения (2.53) как функция нормированной частоты $\bar{\omega}_m$. С её ростом функция $p_{as}(\bar{\omega}_m)$ сперва убывает и достигает минимума $\simeq 0.71$ при $\bar{\omega}_m \simeq 0.47$, затем возрастает и достигает максимума $\simeq 1.11$ при $\bar{\omega}_m \simeq 4.71$, а далее, убывая, приближается к значению 1 (которое имеет место также при $\bar{\omega}_m = 0$). Напомним, в предыдущем параграфе было установлено, что амплитуды сигналов формируются несколькими вкладками. В частности, амплитуда нулевой гармоники состоит из нескольких пиков,

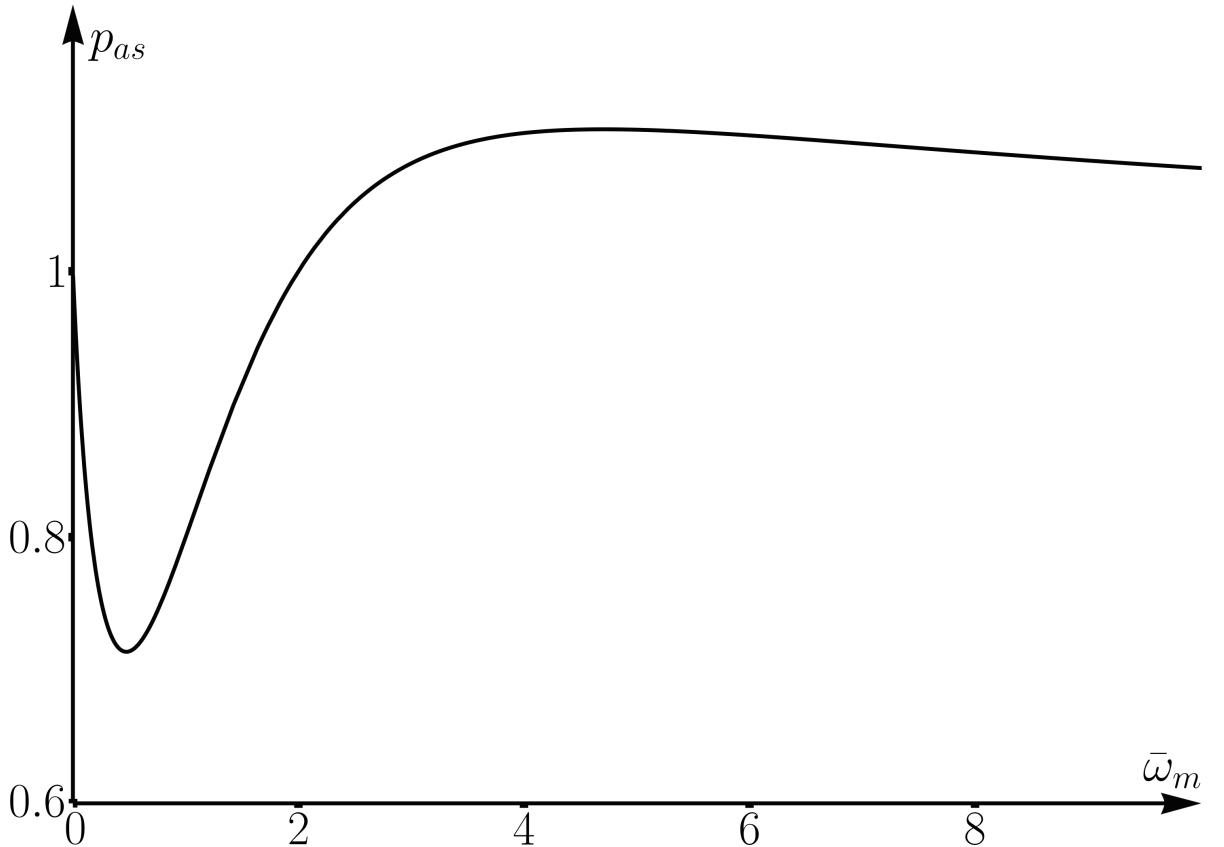


Рис. 2.8. Функция $p_{as}(\bar{\omega}_m)$, построенная по формуле (2.53). Величины приведены в единицах $(\tilde{\mathcal{K}}/\Gamma) (\mathcal{V}_L^2 - \mathcal{V}_R^2)$

см. рис. 2.2. Расстояние между их максимумами определяется частотой $\bar{\omega}_m$. Поэтому характер зависимости $p_{as}(\bar{\omega}_m)$ можно интерпретировать как эффект затягивания частоты, который становится пренебрежим, когда все асимметричные пики оказываются сильно разрешены. Выбор суммы сигналов связан с тем, что в области небольших частот мала амплитуда квадратурного сигнала, а при достаточно большой частоте $\bar{\omega}_m$ — синфазного [см., например, выражения (2.36)].

Обратимся к функции $\mathcal{K}(\Delta_L)$, от которой зависит δ_{as} . Она имеет вид

$$\mathcal{K} = \mathcal{V}_L \mathcal{V}_R \left(\frac{\Delta_L}{\Delta_L^2 + \Gamma^2} + \frac{1}{3} \frac{\Delta_L + \omega_e}{(\Delta_L + \omega_e)^2 + \Gamma^2} \right) = \frac{\mathcal{V}_L \mathcal{V}_R}{\Gamma} \tilde{\mathcal{K}}. \quad (2.54)$$

При $\Delta_L < 0$ первый член в круглых скобках выражения (2.54) отрицателен, а второй положителен. Величину Δ_L , при которой $\tilde{\mathcal{K}}$ и δ_{as} обращаются в ноль, будем называть симметризирующей. Представляет интерес, насколько её значение отлично от величины Δ_L , соответствующей максимуму линии поглощения, которая описывается функцией

$$\mathcal{F}(\Delta_L) = \frac{\Gamma^2}{\Delta_L^2 + \Gamma^2} + \frac{1}{3} \frac{\Gamma^2}{(\Delta_L + \omega_e)^2 + \Gamma^2}, \quad (2.55)$$

а также зависимость этого отличия от Γ . Графики этих функций приведены на рис. 2.9. Область $\Gamma/2\pi < 500$ МГц не отображена, поскольку в ней разрешаются Лоренцианы выражения (2.55). Как можно видеть, с ростом Γ вершина контура поглощения приближается к значению частоты, при которой $\tilde{\mathcal{K}}(\Delta_L) = 0$. Например, при значении $\Gamma/2\pi$ в 1 и 2 ГГц на максимуме линии поглощения $\tilde{\mathcal{K}}/2\pi = 1.5 \cdot 10^{-1}$ и $2.5 \cdot 10^{-2}$. Отметим, что в эксперименте [92] (М. И. Васьковская) переход от ячейки с давлением 19 Торр к ячейкам с давлением 44 и 60 Торр уменьшил сдвиг частоты синфазного сигнала, обусловленный увеличением параметра $\omega_m/\tilde{\Gamma}_g$ с 1/2 до 1, в 1.5 и ~ 5 раз (с ~ 10.5 до ~ 7 и ~ 2 Гц) соответственно.

Таким образом, с целью уменьшения δ_{as} можно использовать ячейки с бóльшим давлением буферного газа, а также подстраивать частоту ДИЛВЕР к симметризирующему значению.

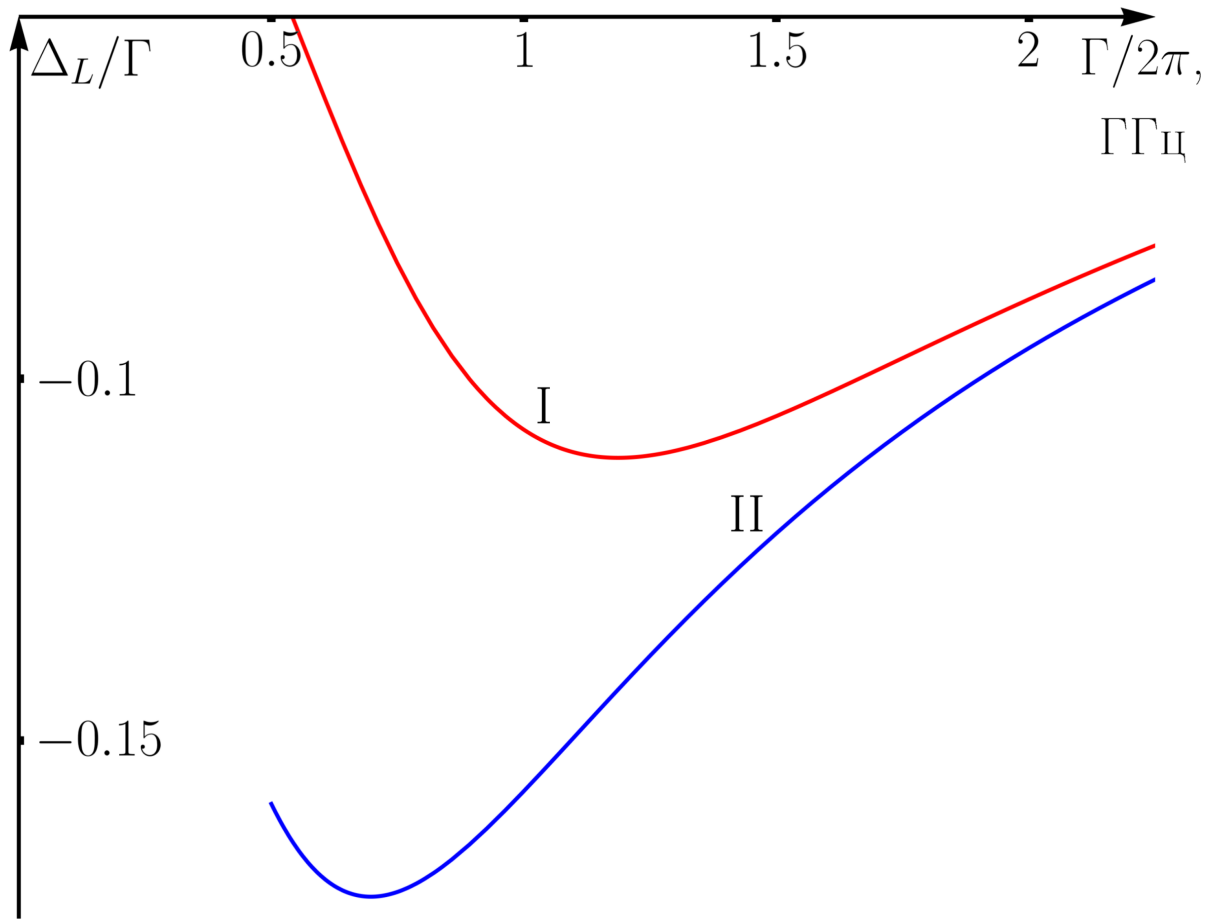


Рис. 2.9. Кривая I — величина симметризирующей расстройки, определяемая как $\tilde{K}(\Delta_L) = 0$. Кривая II — значение однофотонной расстройки, соответствующее максимуму функции $\mathcal{F}(\Delta_L)$. Значение ω_e для атомов ^{87}Rb составляет 816.7 МГц

Феноменологический учёт поглощения излучения

На практике температура ансамбля атомов щелочного металла достаточно высока для обеспечения достаточно контрастного резонанса КРН. В такой ситуации поглощение излучения вдоль длины ячейки не является пренебрежимо малым. В модели Λ -схемы уровней можно выделить два режима поглощения в случае $\Delta_L = 0$, $V_L = V_R = V$ [39, 89] (здесь мы намеренно рассматриваем поле с симметричным спектром). Первый имеет место в случае выполнения условия $V \ll \Gamma_g$ для поля, падающего на ячейку. В такой ситуации контраст мал, и резонансные компоненты экспоненциально затухают по длине ячейки. Второй режим имеет место для противоположного неравенства, контраст резонанса выше, а первые боковые полосы убывают линейно. На первый взгляд этот способ (увеличение мощности) выглядит привлекательным для увеличения контраста, однако на практике происходит существенная оптическая накачка ато-

мов на непоглощающий подуровень $nS_{1/2} |F_g = I + 1/2; m_{F_g} = I + 1/2\rangle$ (случай правой циркулярной поляризации), поэтому максимальный контраст достигается в случае $V \sim \Gamma_g$ [119]. Более того, поле ДИЛВЕР поглощается на магнитозависимых подуровнях (ячейка находится в магнитном поле, чтобы сдвинуть «боковые» резонансы КПН от метрологического), для которых условие двухфотонного резонанса не выполнено, то есть в целом имеет место экспоненциальный характер поглощения. Поэтому мы феноменологически учтём убыль оптического поля, введя затухание как $\mathcal{E}_{-1,1}^2 \rightarrow \mathcal{E}_{-1,1}^2 e^{-\beta z}$. Тогда частота δ_S определяется следующим условием:

$$2\delta_S = -\frac{\int_0^l A(z)\delta_{nr}(z)dz}{\int_0^l A(z)dz}, \quad (2.56a)$$

$$A(z) = \frac{2P 4\Delta_m \bar{V}^2(z) \mathcal{V}^2(z) \tilde{\Gamma}_g(z)}{\gamma\Gamma [\tilde{\Gamma}_g^2(z) + \omega_m^2]}, \quad (2.56b)$$

где $\bar{V}^2(z) = \Gamma \left[\frac{V_u^2}{\Delta_L^2 + \Gamma^2} + \frac{V_d^2}{(\Delta_L + \omega_e)^2 + \Gamma^2} \right] e^{-\beta z}$, $\mathcal{V}^2(z) = \mathcal{V}^2 e^{-\beta z}$, $\tilde{\Gamma}_g(z) = \Gamma_g + 2V^2 e^{-\beta z}/\Gamma$. Интегрирование в уравнениях (2.56) означает усреднение амплитуды синфазного сигнала по длине ячейки. Эта операция, очевидно, даёт общий сигнал асимметричной формы, поскольку световой сдвиг меняется с z .

Снова используем обозначения $\mathcal{E}^2 = \sum_k \mathcal{E}_k^2$, $\sigma_k = \mathcal{E}_k^2/\mathcal{E}^2$ и запишем условие на ТН как

$$\int_0^l \frac{\partial A(z)\delta_{nr}(z)}{\partial \mathcal{E}^2} dz \int_0^l A(z) dz - \int_0^l \frac{\partial A(z)}{\partial \mathcal{E}^2} dz \int_0^l A(z)\delta_{nr}(z) dz = 0, \quad (2.57)$$

которое демонстрирует аналогичную ситуацию, что была получена ранее: можно подобрать такие спектры, которые обеспечат подавление линейного отклика частоты на вариации полной мощности, а не полностью подавить чувствительность к изменению \mathcal{E}^2 . Также, когда выполнено условие (2.57), то $\delta_S \neq 0$ и наоборот (ТНС определяются условием $\int_0^l A(z)\delta_{nr}(z) dz = 0$). Как следствие, с ростом температуры атомного ансамбля, частота синфазного сигнала в ТН начинает отличаться, см. табл. 2.2, если они до этого совпадали. Как и в случае $\mathcal{E}_{-1} \neq \mathcal{E}_1$ и малого поглощения, отличие частот говорит о неравенстве 2Ω частоте перехода «0 – 0», невозмущённого оптическим полем.

Из выполненного анализа следует, что величина смещения частоты ТН от перехода «0 – 0» зависит от коэффициента поглощения β , частоты модуля-

ции ω_m и других параметров. При их вариациях смещение изменится, то есть частота ТН может испытывать дрейф. Это наглядно демонстрируют данные, приведённые в таблицах выше.

Отметим, что нелинейность частоты сигналов по интенсивности имеет простую причину. При асимметрии частота сигнала зависит от его крутизны, которая является более сложной функцией интенсивности, чем световой сдвиг. Это следствие того, что эффект КПН нелинеен по своей природе.

Учёт поперечной неоднородности излучения

Как следует из формул (2.50a)–(2.50b), частоты, при которых амплитуды синфазного и квадратурного сигналов обращаются в ноль, отличаются, если $\mathcal{E}_{-1} \neq \mathcal{E}_1$ и $\tilde{\mathcal{K}} \neq 0$. Кроме того, из тех же формул следует, что при симметричном спектре частоты также отличаются в случае существенного поглощения оптического поля в ячейке. Это связано с тем, что операция усреднения $\frac{1}{l} \int_0^l dz$ проводится для различных функций M_S и M_Q [см. формулы (2.56)].

Учтём поперечную неоднородность излучения ДИЛВЕР. Рассмотрим случай $\tilde{\mathcal{K}} = 0$ и введём для \mathcal{E}^2 множитель $e^{-(r/r_0)^2}$, где r_0 описывает характерную ширину пучка, $\vec{r} \perp \vec{z}$. Тогда очевидно, что при $\delta_r + \delta_{nr} = 0$ частоты сигналов совпадают, поскольку член, описывающий неоднородность, является общим множителем для \mathcal{E}_k^2 , и операция усреднения $\frac{1}{r_0} \int_0^\infty dr$ приведёт только к изменению крутизны сигналов. И наоборот, в случае $\delta_r + \delta_{nr} \neq 0$ частоты, при которых сигналы обращаются в ноль, будут различны. Покажем это, взяв вариацию $\zeta\delta_0$ светового сдвига по формуле (2.38), полученной в модели Λ -схемы

Табл. 2.2

Отличие частот синфазного сигнала и невозмущённого оптическим полем перехода «0 – 0» в ТН, полученное для различных температур при

$$\omega_m/2\pi = 200 \text{ Гц}, b = 1/2$$

Температура, °С	$\omega_F/2\pi$ \ погрешность, Гц	$\omega_S/2\pi$ \ погрешность, Гц
45	3067 \ 1	3067 \ 1
55	3072 \ 1	3071.2 \ 0.8
60	3076.8 \ 0.8	3074.4 \ 0.4
65	3084 \ 1	3074.5 \ 0.5

и фазово-модулированного поля:

$$\begin{aligned}\varsigma\delta_0 &\equiv -\frac{1}{\Omega} \left(\frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar} \right)^2 e^{-(r/r_0)^2} \sum_k \frac{kJ_{k+1}^2(a_0 + \varsigma a)}{k^2 + (\Gamma/\Omega)^2} \\ &= -\frac{1}{\Omega} \left(\frac{d\mathcal{E}_0}{2\hbar} \right)^2 \sum_k \frac{d}{da} \frac{kJ_{k+1}^2(a)}{k^2 + (\Gamma/\Omega)^2} \Big|_{a=a_0} \varsigma a,\end{aligned}$$

при условии, что $\sum_k \frac{kJ_{k+1}^2(a_0)}{k^2 + (\Gamma/\Omega)^2} = 0$, а ςa — малая вариация индекса модуляции. Тогда условие на величину двухфотонной расстройки δ_S , при которой амплитуда синфазного сигнала обращается в ноль, выглядит следующим образом [считая, что $(\Gamma/\Omega)^2 \ll 1$, мы также учтём столкновительную декогеренцию основного состояния, сделав замену $2\Gamma_0 \rightarrow \tilde{\Gamma}_g$]. Тогда, при линеаризации по $\tilde{\delta}$,

$$\begin{aligned}\int_0^\infty dr \mathcal{N}(r) M_S(r) &\propto \int_0^\infty dr e^{-(r/r_0)^4} \Gamma \tilde{\delta}(r) \omega_m \tilde{\Gamma}_g(r) \sum_{k=1}^\infty \frac{[sJ_s(2b)]^2}{\left[(s\omega_m)^2 + \tilde{\Gamma}_g^2(r) \right]^2} \\ &\equiv \int_0^\infty dr \mathcal{A}_S(r) [\delta - \varsigma\delta_0(r)] = 0, \text{ то есть } \delta_S = \frac{\int_0^\infty dr \mathcal{A}_S(r) \varsigma\delta_0(r)}{\int_0^\infty dr \mathcal{A}_S(r)},\end{aligned}$$

Частота δ_Q , при которой частота квадратурного сигнала обращается в ноль, определяется аналогичным условием:

$$\int_0^\infty dr \mathcal{A}_Q(r) [\delta - \varsigma\delta_0(r)] = 0,$$

которое, очевидно, не выполняется при $\delta = \frac{\int_0^\infty dr \mathcal{A}_S(r) \varsigma\delta_0(r)}{\int_0^\infty dr \mathcal{A}_S(r)}$, поскольку величины \mathcal{A}_S и \mathcal{A}_Q различным образом зависят от r . Таким образом, отличие частот нулей сигналов в общем случае является индикатором асимметрии резонанса КПН, поскольку оно возникает при всех рассмотренных факторах: асимметрии спектра, поглощении излучения, поперечной неоднородности. Особенностью последней является то, что она приводит к асимметрии и отличию частот сигналов только в случае ненулевого светового сдвига частоты перехода «0 — 0».

На рисунке 2.10 для случая фазово-модулированного поля (2.1) с поперечной неоднородностью $e^{-(r/r_0)^2}$ ($r_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ м) и Λ -схемы уровней показано ($d_d = 0$, $\Delta_L = 0$), что амплитуды синфазного и квадратурного сигналов од-

новременно обращаются в ноль при таком спектре поля, когда не происходит светового сдвига частоты перехода «0 – 0».

На основе выполненного анализа можно сделать следующее обобщение. Для двух функций вида

$$\begin{aligned} f(\delta) &= \frac{1}{q_2 - q_1} \int_{q_1}^{q_2} A_f(q) [\delta - \delta_0(q)] dq, \\ g(\delta) &= \frac{1}{q_2 - q_1} \int_{q_1}^{q_2} A_g(q) [\delta - \delta_0(q)] dq, \end{aligned} \quad (2.58)$$

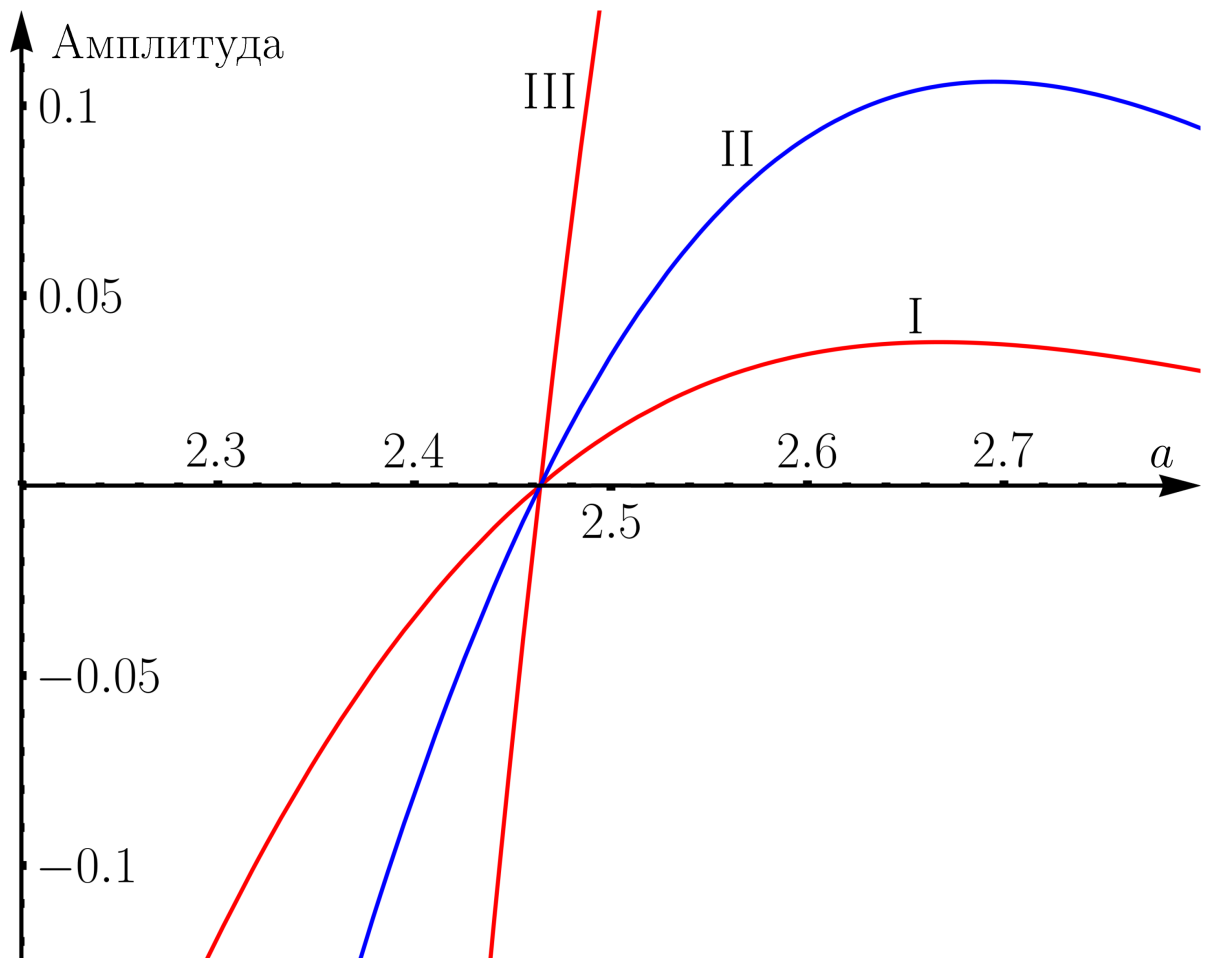


Рис. 2.10. Амплитуды M_S (кривые I и III) и M_Q (кривая II) как функции индекса модуляции a , построенные по формулам (2.50а) и (2.50б) в единицах $8b \frac{P}{\gamma \Gamma}$. Кривые I и II построены при $\frac{d_u \mathcal{E}_0}{2\hbar} / 2\pi = 10^6$ Гц. Для кривой III частота Раби больше в $\sqrt{2}$ раз. Значения остальных параметров следующие: $\delta = 0$, $\Gamma_g / 2\pi = 500$ Гц, $\omega_m / 2\pi = 1000$ Гц, $\Gamma / 2\pi = 10^9$ Гц. Поскольку значение индекса модуляции, при котором амплитуда синфазного сигнала обращается в ноль, не зависит от частоты Раби, в этой точке происходит подавление светового частоты синфазного и квадратурного сигналов

интегрирование по параметру q в случае подавленного светового сдвига не приводит к отличию величин δ_f и δ_g , при которых функции обращаются в ноль, если справедливо $\delta_0(q) = p(q)\mathcal{E}^2 \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} W_k \sigma_k$, где W_k — вес вклада в сдвиг от спектральной компоненты индекса k . Параметр q соответствует координате z при учёте поглощения излучения и координате r при учёте его поперечной неоднородности. В выражениях выше предполагается, что функции $A_{f,g}(q)$ различным образом зависят от q . Синфазный и квадратурный сигналы соответствуют виду (2.58) при линеаризации по $\tilde{\delta}$, так как полевое уширение резонанса неодинаково влияет на их амплитуды. Поскольку в случае ДРОР используется монохроматическое лазерное излучение, то фактор $e^{-\beta z}$, описывающий его затухание вдоль ячейки, входит в выражение для светового сдвига как общий множитель. Поэтому частоты нулей синфазного и квадратурного сигналов совпадают, если оптическое поле не вызывает штарковский сдвиг частоты перехода «0 — 0», и наоборот. В случае резонансов КПН в полихроматическом поле факторы затухания для спектральных компонент различны, то есть у светового сдвига нет общего фактора, зависящего от z . Поэтому квадратурный сигнал нельзя использовать для подавления светового сдвига частоты перехода «0 — 0», что является ответом на вопрос из введения предыдущего параграфа. Отличие частот нулей сигналов в случае поперечной неоднородности может указывать на наличие светового сдвига частоты резонанса КПН только в идеализированном случае бесконечно малого поглощения оптического поля и симметрии спектра излучения ДИЛВЕР.

Вывод

В первом параграфе главы представлено теоретическое исследование модуляционной спектроскопии резонансов когерентного пленения населённостей, выполненное в модели Λ -схемы уровней, на которую действует оптическое поле вида $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos[\omega_0 t + a \sin(\Omega t + b \sin \omega_m t)]$. С помощью аппарата атомной матрицы плотности получены аналитические выражения для амплитуд гармоник коэффициента поглощения относительно частоты ω_m как функции частоты Ω , описывающие их форму в широком диапазоне модуляционных параметров b и ω_m . Показано, что усреднённый по периоду $2\pi/\omega_m$ сигнал — совокупность Ло-

ренцианов, которые разрешаются, когда частота ω_m превышает скорость релаксации когерентности основного состояния. Дополнительные пики (по сравнению со случаем $b = 0$) связаны с появлением боковых полос у резонансных компонент спектра, для которых последовательно выполняется условие двухфотонного резонанса при сканировании частоты Ω . Продемонстрировано, что сложная форма амплитуд синфазного и квадратурного сигналов также связана с тем, что они образуются в результате суперпозиции нескольких кривых. Так, амплитуду квадратурного сигнала формируют несколько дисперсионных вкладов, нули которых соответствуют максимумам Лоренцианов. Каждую из кривых можно интерпретировать как результат реакции системы, происходящей на частоте биений соседних боковых полос различного индекса. В результате анализа выражений для амплитуд сигналов также показано, что можно получить сигнал ошибки практически идентичной крутизны, используя смесь сигналов или их по отдельности.

Установлено, что в случае малого параметра насыщения и резонансного приближения, а также в рамках прочих принятых приближений световой сдвиг частоты резонанса когерентного пленения населённостей представим в виде алгебраической суммы парциальных сдвигов, отдельно вызываемых каждой из спектральных компонент оптического поля. Показано, что возможность взаимной компенсации вкладов имеет ограничение на величину однородного уширения оптических переходов. В случае превышения определённой величины последнего сдвиг от высших компонент спектра ($|k| \geq 2$) меняется на противоположный и они также увеличивают интервал между уровнями основного состояния, что всегда делают несущая и первые боковые полосы. Указанная особенность приводит к следующему. При выборе давления буферного газа, обеспечивающего наименьшую скорость релаксации когерентности основного состояния, в ячейках достаточно малого размера подавить световой сдвиг частоты резонанса когерентного пленения населённостей оказывается невозможно.

Во втором параграфе главы теоретическая модель была обобщена на двойную Λ -схему переходов и оптическое поле с асимметричным спектром ($\mathcal{E}_{-|k|} \neq \mathcal{E}_{|k|}$). В такой ситуации резонанс когерентного пленения населённостей перестаёт быть чётной функцией двухфотонной расстройки, то есть становится несимметричен из-за отличия населённостей основного состояния. В свою очередь,

частоты нулей синфазного и квадратурного сигналов испытывают сдвиг, который более сложным образом зависит от интенсивности, чем световой. В результате при спектрах, обеспечивающих нечувствительность частоты сигналов на малые вариации интенсивности излучения, они оказываются смещены от частоты невозмущённого оптическим полем микроволнового перехода. При этом в точках нечувствительности происходит подавление линейного отклика на изменения интенсивности, в то время как в случае симметричного резонанса (в модели, рассмотренной в первом параграфе) оно является абсолютным в рамках сделанных приближений. Установлено, что к указанным эффектам приводит также поглощение излучения, которое было учтено феноменологически. Величина смещения определяется значениями параметров задачи, то есть испытывает дрейф при их изменении. Показано, что имеет место эффект затягивания частоты: для суммы сигналов последняя сперва сложным образом изменяется с ростом частоты модуляции ω_m , а затем перестаёт зависеть от неё. Продемонстрировано, что при каждом из рассмотренных факторов — отличии мощностей резонансных компонент спектра, поглощении излучения и его поперечной неоднородности, частоты нулей синфазного и квадратурного сигналов в общем случае отличны, что является критерием наличия асимметрии резонанса когерентного пленения населённостей, а не светового сдвига его частоты. Исключением является идеализированная ситуация поля с симметричным спектром и поперечной неоднородностью, которое испытывает пренебрежимо малое поглощение. В её случае частоты сигналов совпадают при подавленном световом сдвиге и отличаются, когда он не равен нулю. Таким образом, технику, аналогичную предложенной У. Халпером [53] для подавления штарковского сдвига частоты двойного радиооптического резонанса, в случае эффекта когерентного пленения населённостей применить нельзя.

Подчеркнём, что в рассмотренной модели отличие населённостей нижних уровней возникает при асимметрии спектра. Однако в системе переходов атомов ^{87}Rb приходы в населённости, связанные со спонтанным распадом подуровней возбуждённого состояния, не равны. Для устранения этого источника разности населённостей целесообразно использовать инертные газы в качестве буферного, поскольку они приводят к выравниванию населённостей возбуждённого состояния (по сравнению с азотом, где этот эффект конкурирует с безызлучательной релаксацией, происходящей при тушении флуо-

ресценции возбуждённого состояния атомов щелочных металлов) и, следовательно, к одинаковой доле атомов, спонтанно распавшихся на рабочие подуровни основного состояния ^{87}Rb . Кроме того, при отклонении излучения от направления магнитного поля, используемого для разрешения метрологического и магниточувствительных микроволновых переходов, у него появляется ортогональная σ и π компонента. В результате возбуждаются дополнительные оптические переходы, в частности $|F_g = 2, m_{F_g} = 0\rangle \rightarrow |F_e = 1, m_{F_e} = 0\rangle$, $|F_g = 1, m_{F_g} = 0\rangle \rightarrow |F_e = 2, m_{F_e} = 0\rangle$. Они вносят вклад в отличие населённостей, поскольку отличны значения оптических расстроек, в то время как коэффициенты Клебша — Гордана равны. На асимметрию также влияют вклады от Λ -схем на подуровнях $|F_g = 2, m_{F_g} = -1\rangle$, $|F_g = 1, m_{F_g} = 1\rangle$ и $|F_g = 2, m_{F_g} = 1\rangle$, $|F_g = 1, m_{F_g} = -1\rangle$. Поэтому полученные в главе результаты являются качественными. Для количественной оценки необходимо рассмотреть полную систему переходов атомов ^{87}Rb , в том числе учесть влияние буферного газа на возбуждённое состояние атомов, которые в задаче не рассматривались.

По результатам, полученным в главе, выдвигается следующее из защищаемых положений. **Световой сдвиг частоты резонанса когерентного пленения населённостей можно подавить за счёт вариации спектра излучения фазово-модулированного поля, первые боковые полосы которого настроены на оптические переходы Λ -схемы уровней, если их однородное уширение меньше 0.428 величины интервала между уровнями её основного состояния.**

Также выдвигается второе из защищаемых положений. **Асимметрия резонанса когерентного пленения населённостей, возникающая из-за отличия мощностей первых боковых полос спектра полихроматического излучения, настроенных на оптические переходы двойной Λ -схемы уровней, или их затухания в атомной среде, приводит к нелинейной зависимости частот нулей синфазного и квадратурного сигналов от его интенсивности.**

Глава 3. Поле с фазово-амплитудной модуляцией и спектры диодных лазеров с вертикальным резонатором

В предыдущей главе было отмечено, что спектры модулированных ДИЛВЕР асимметричны: мощности компонент, равноудалённых от несущей, не равны. Также напомним, что с увеличением глубины модуляции тока мощности компонент не обращаются в ноль, а достигают минимумов. Часто эти особенности спектров промодулированных ДИЛВЕР и других типов диодных лазеров объясняют как результат амплитудной модуляции (АМ), возникающей вместе с фазовой модуляцией (ФМ) при гармоническом возмущении тока, то есть описывают асимметричные спектры с помощью монохроматического поля, подверженного фазово-амплитудной модуляции (ФАМ) [85, 86, 102–104, 120–133]. Например, в рамках этой модели авторы работ [103, 104, 124, 125, 127] сделали оценку индексов ФМ и АМ, а также относительного фазового сдвига между модуляциями по отношению мощностей первых боковых компонент спектра к мощности несущей.

В данной главе, изложенной по материалам работы [63], выполнен анализ симметрии спектра поля с ФАМ и впервые показано, что у поля ДИЛВЕР в условиях глубокой модуляции тока (более пяти спектральных компонент) она качественно другая. Подход на основе уравнений Максвелла (А. П. Богатов) впервые обобщён на случай пяти спектральных компонент. Получено решение, имеющее тип асимметрии, отличный от случая поля с ФАМ.

3.1. Спектр поля с фазово-амплитудной модуляцией

Рассмотрим поле, фаза и амплитуда которого промодулированы следующим образом:

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E} \left[1 + M \sin(\Omega t + \varphi) \right] \cdot \cos(\omega t + a \sin \Omega t), \quad (3.1)$$

где M и a есть индексы АМ и ФМ, а параметр φ описывает фазовый сдвиг между модуляциями; ω , Ω — частота несущей и модуляции. Структуру поля (3.1) можно обосновать следующим образом. Амплитуда поля зависит от тока инжек-

ции лазера, поэтому его модуляция даёт АМ. При этом на частоте модуляции осциллирует и показатель преломления, поскольку он зависит от температуры и (в случае больших частот модуляции) концентрации электронов в активной области, что приводит к ФМ. Поскольку отклики могут происходить несинхронно друг с другом (в силу релаксационных процессов, насыщения усиления и т. п.), то феноменологически вводится фазовый сдвиг φ между модуляциями. Подчеркнём здесь, что наличие АМ постулируют, приводя обозначенные выше качественные соображения, а не выводят из уравнений, описывающих лазерную динамику.

Выполним анализ (3.1), предполагая частоту несущей много большей по сравнению с частотой модуляции, $\omega \gg \Omega$, а значения индексов a , M произвольными. Также будем считать, что фазовый сдвиг φ принимает значения из интервала $[-\pi/2, \pi/2]$. Для выражения амплитуды спектральной компоненты индекса k поля (3.1) используем известное разложение $\cos(\omega t + a \sin \Omega t) = \sum_k J_k(a) \cos(\omega + k\Omega)t$ и рекуррентные соотношения $J_{k-1}(a) + J_{k+1}(a) = 2kJ_k(a)/a$, $J_{k-1}(a) - J_{k+1}(a) = 2\partial J_k(a)/\partial a$, что даёт следующее выражение для P_k , мощности k -й компоненты спектра:

$$P_k \propto \mathcal{F}_k = J_k^2(a) \left(1 + \frac{kM \sin \varphi}{a}\right)^2 + \left(M \cos \varphi \frac{\partial J_k(a)}{\partial a}\right)^2. \quad (3.2)$$

Представляет интерес возможность описания поля СВЧ модулированных ДИЛВЕР с помощью модельного (3.1). Наиболее простым критерием является совпадение типов симметрий спектров полей. Определим симметрию через отношение мощностей компонент индексов $|k|$ и $-|k|$ ($k \neq 0$), то есть через отношение $\mathcal{F}_{|k|}/\mathcal{F}_{-|k|}$, $k \neq 0$. Как следует из (3.2), спектр может иметь асимметрию «глобального» типа, то есть разность $\mathcal{F}_{|k|}/\mathcal{F}_{-|k|} - 1$ либо положительна для всех k (при $\sin \varphi > 0$), либо отрицательна ($\sin \varphi < 0$). В случае $\sin \varphi = \pm 1$ асимметрия максимальна, то есть при фиксированных значениях M и a отношение $\mathcal{F}_{|k|}/\mathcal{F}_{-|k|}$ максимально или минимально. Также в этом случае амплитуда каждой k -й компоненты может обращаться в ноль при $J_k(a) = 0$, что также имеет место в случае поля только с ФМ, см. рис. 3.1.

При $\sin \varphi = 0$ спектр симметричен, см. рис. 3.2. В окрестности точки $\varphi = 0$ мера асимметрии может быть оценена как $\mathcal{F}_{|k|}/\mathcal{F}_{-|k|} - 1 \simeq 4|k|\varphi M/a$. Также, благодаря осциллирующему характеру функций Бесселя [$J_k(a)$ и $J'_k(a)$] не об-

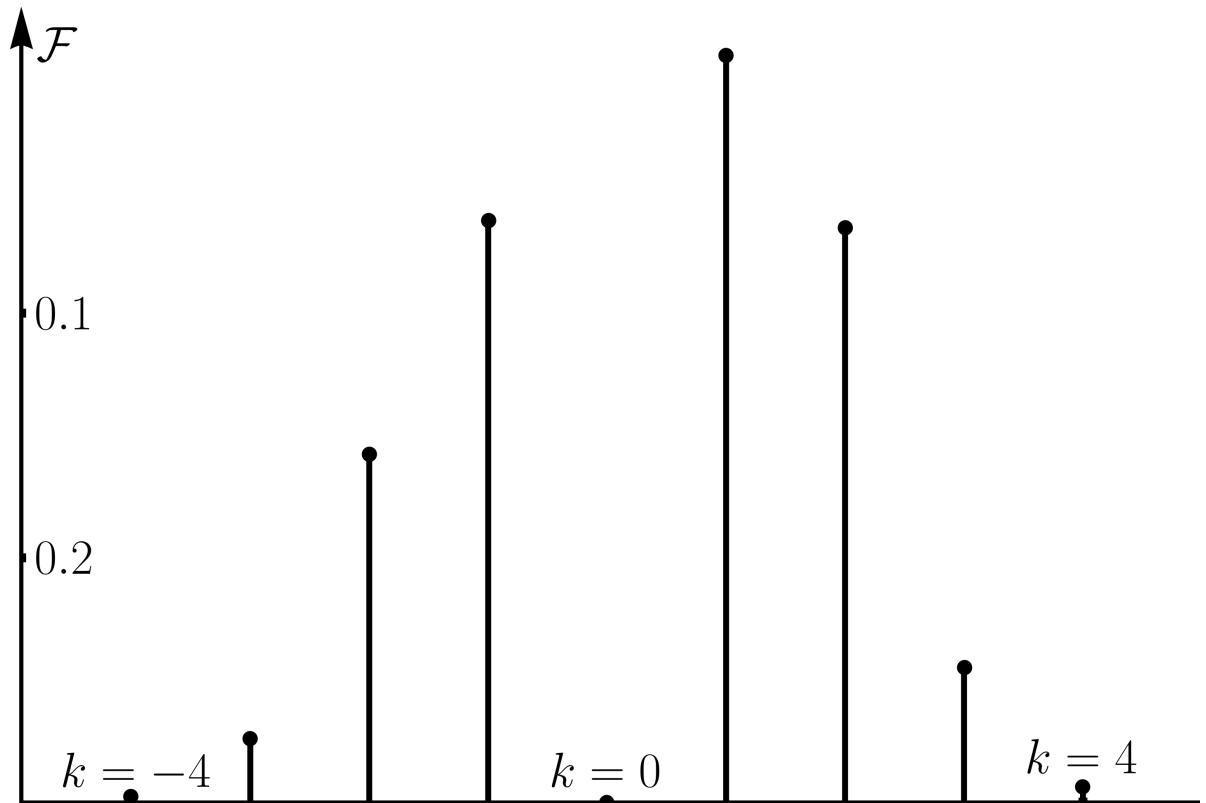


Рис. 3.1. Значения функций $\mathcal{F}_{-4}, \dots, \mathcal{F}_4$ при $a = 2.4$, $M = 0.15$, $\sin \varphi = 1$. Спектр поля (3.1) имеет глобальную асимметрию, то есть $\mathcal{F}_{|k|} > \mathcal{F}_{-|k|}$. Амплитуда несущей обращается в ноль, как и в случае одиночной ФМ ($M = 0$). В случае $\sin \varphi = -1$ асимметрия противоположна

ращаются в ноль одновременно], в случае симметричного спектра мощности спектральных компонент не могут обратиться в ноль.

Можно дать следующее качественное объяснение указанной выше асимметрии спектра поля (3.1). Когда фазовый сдвиг между модуляциями таков, что частота и амплитуда поля (3.1) изменяются синхронно (одновременно возрастают, затем убывают и т. д.), тогда мощность компоненты $|k|$ больше, чем у $-|k|$. Когда частота и амплитуда осциллируют в противофазе друг с другом, то асимметрия спектра противоположна. Для полноты отметим, что иногда, например см. [102], член в квадратных скобках (3.1) берут в виде $\sqrt{1 + M \sin(\Omega t + \varphi)}$, однако при этом свойства симметрии спектра поля с ФАМ не меняются.

Обратимся к спектру ДИЛВЕР, приведённому на рис. 2.7. Для мощностей его компонент имеют место следующие соотношения: $P_{-1} < P_1$, $P_{-2} \simeq P_2$, $P_{-3} > P_3$. Это «неглобальный» тип асимметрии, то есть имеет место качественное расхождение между спектрами ДИЛВЕР и поля с ФАМ. В дополнение

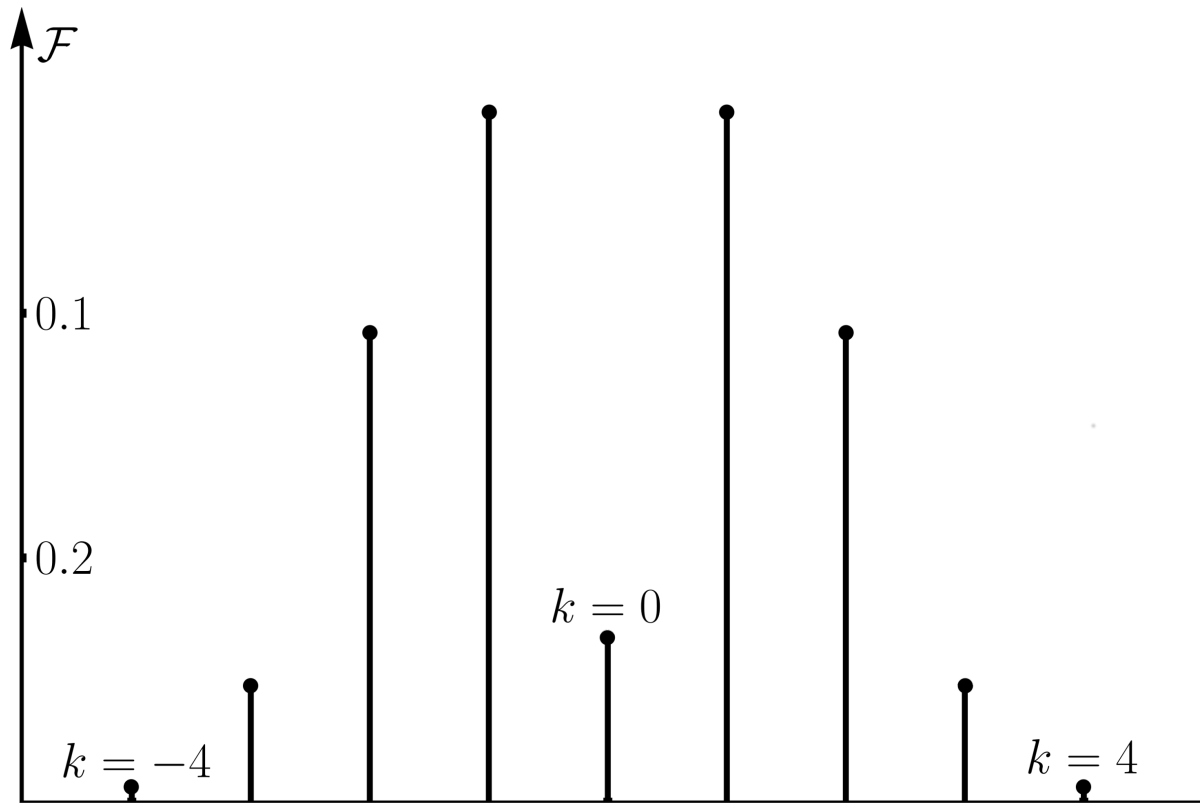


Рис. 3.2. Значения функций $\mathcal{F}_{-4}, \dots, \mathcal{F}_4$ при $a = 2.4$, $M = 0.5$, $\sin \varphi = 0$. Спектр (3.1) симметричен, то есть $\mathcal{F}_{|k|} = \mathcal{F}_{-|k|}$. Амплитуда несущей не равна нулю, хотя $J_0(2.4) \simeq 0$, из-за второго члена в правой части (3.2), который не обращается в ноль

скажем, что знак отношения $P_{|k|} < P_{-|k|} - 1$ зависит от глубины модуляции тока и с её ростом может периодически меняться [63] (С. А. Зибров).

3.2. Описание спектров ДИЛВЕР, основанное на уравнениях Максвелла

В этом параграфе рассматривается подход, предложенный в работе [54] (А. П. Богатов). Для описания спектров СВЧ модулированных ДИЛВЕР в нём используется связанная система уравнений для компонент оптического поля и концентрации электронов в активной области лазера. А именно, уравнения Максвелла для поля $\mathcal{E}(\vec{r}, t)$ с соответствующими граничными условиями и балансное для $N(\vec{r}, t)$ с учётом модуляции тока инжекции: $J(t) = J(1 + m \cos \Omega t)$, где Ω , как и ранее, есть частота СВЧ-модуляции. Безразмерный параметр m характеризует глубину модуляции, то есть отношение амплитуд переменной и постоянной составляющих тока. Диэлектрическая проницаемость рассматривает-

ся как периодическая функция Ω , в результате чего поле $\mathcal{E}(\vec{r}, t)$ также содержит члены, осциллирующие на частотах, кратных Ω . В работе [54] был рассмотрен случай малой глубины модуляции тока: члены, пропорциональные степеням m считались много меньшими чем 1 и было получено решение с учётом линейных членов по m (несущая и две первые боковые полосы). В главе рассмотрено минимальное расширение модели на члены $\propto m^2$ с целью нахождения нетривиальной асимметрии спектров, где малы мощности компонент $k = \pm 2$ по сравнению с $k = 0, \pm 1$.

Рассмотрим модулированный ток инжекции $J(t) = J + mJ(e^{-i\Omega t} + \text{к. с.})$ и представим концентрацию электронов в факторизованном виде, $N(\vec{r}, t) = N(t)f(\vec{r})$. Также считаем, что функция $f(\vec{r})$ одинакова для всех доступных значений тока инжекции и выходной мощности лазера. Это предположение весьма хорошо выполняется для ДИЛВЕР, поскольку размеры их активной области не превышают длину диффузии электрона в значительной степени.

Как было сказано выше, поле $E(\vec{r}, t)$ становится периодической функцией частоты Ω вследствие модуляции тока инжекции. Поскольку члены, пропорциональные степеням m , считаются малыми, то ищем решение в виде

$$E(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \left[\vec{u}(\vec{r}) \sum_{k=-2}^2 \mathcal{E}_k e^{-i(\omega_0+k\Omega)t} + \text{к. с.} \right], \quad (3.3)$$

где ω_0 — несущая частота, $\mathcal{E}_{\mp 1} \propto m$, $\mathcal{E}_{\mp 2} \propto m^2$ и комплексная вектор-функция $\vec{u}(\vec{r})$ характеризует распределение амплитуд по объёму V , ограниченному выходной поверхностью S_{out} с одной стороны и поверхностью S_{bound} со всех других сторон. Поле (3.3) записано в факторизованном виде в силу экспериментального факта независимости пространственного распределения $E(\vec{r}, t)$ от выходной мощности и глубины модуляции, если подавлены паразитные поперечные моды излучения. Кроме того, считается, что функцию $\vec{u}(\vec{r})$ можно найти из установившегося решения уравнений Максвелла для случая монохроматического поля:

$$\vec{\nabla} \vec{\nabla} \vec{u}(\vec{r}) = k_0^2 \varepsilon_0 [r, N_s(\vec{r}), \omega_0] \vec{u}(\vec{r}),$$

где $N_s(\vec{r})$ — концентрация электронов в установившемся режиме.

Поэтому, нормируя $\vec{u}(\vec{r})$ как $|\vec{u}(0, 0, 0)|^2 = 1$, запишем уравнение для концентрации электронов в центре активной области как

$$\frac{dN(t)}{dt} + \frac{N(t)}{\tau} + \frac{\zeta cn[N(t) - N_{tr}]}{8\pi\hbar\omega} \left| \sum_{k=-2}^2 \mathcal{E}_k e^{-i(\omega_0+k\Omega)t} \right|^2 = \frac{J(t)}{eV_{act}}, \quad (3.4)$$

где τ есть время жизни электрона в возбуждённом состоянии, N_{tr} есть концентрация электронов на уровне прозрачности, $V_{act} = \int_V f(\vec{r})dV$ — эффективный объём активной области, e — заряд электрона. Третий член в левой части уравнения описывает передачу энергии от активной среды электромагнитному полю ($\hbar\omega$ — энергия кванта) и пропорционален сечению взаимодействия ζ .

Также, рассматривая концентрацию электронов, совершенно необходимо учесть члены, осциллирующие на удвоенной частоте модуляции, которые возникают в результате нелинейного взаимодействия компонент поля в активной среде лазера: $N(t) = N_{th} + (\delta N' e^{-i\Omega t} + \delta N'' e^{-2i\Omega t} + \text{к. с.})$, поскольку $\delta N' \propto m$ и $\delta N'' \propto m^2$. Подставляя выражения для $E(\vec{r}, t)$ и $N(t)$ в (3.4) и разделяя члены, осциллирующие на разных частотах, получим:

$$\frac{N_{th}}{\tau} + \zeta (N_{th} - N_{tr}) \sum_{k=-1}^1 |\mathcal{E}_k|^2 + \zeta [\delta N' (\mathcal{E}_{-1}\mathcal{E}_0^* + \mathcal{E}_0\mathcal{E}_1^*) + \text{к. с.}] = \frac{J}{eV_{act}}, \quad (3.5a)$$

$$\left(\frac{1}{\tau} - i\Omega + \zeta |\mathcal{E}_0|^2 \right) \delta N' = m \frac{J}{eV_{act}} - \zeta (N_{th} - N_{tr}) \sum_{k=0}^1 \mathcal{E}_{k-1}^* \mathcal{E}_k, \quad (3.5b)$$

$$\left(\frac{1}{\tau} - 2i\Omega + \zeta |\mathcal{E}_0|^2 \right) \delta N'' = -\zeta \delta N' \sum_{k=0}^1 \mathcal{E}_{k-1}^* \mathcal{E}_k - \zeta (N_{th} - N_{tr}) \sum_{k=0}^2 \mathcal{E}_{k-2}^* \mathcal{E}_k. \quad (3.5c)$$

где было введено обозначение $\tilde{\zeta} = \zeta cn / (8\pi\hbar\omega)$. Отметим, что правая часть уравнения для $\delta N'$ содержит не только источник $mJ/(eV_{act})$, но также член $\propto (\mathcal{E}_{-1}^* \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_0^* \mathcal{E}_1)$, описывающий взаимодействие несущей и компонент $k = \mp 1$ в лазерной среде, которое изменяет амплитуду осцилляций электронов на частоте Ω . Как показывает уравнение (3.5c), осцилляции электронов на частоте 2Ω возникают как результат биения компонент $k = -1$, $k = 1$ и $k = \mp 2$, $k = 0$, а также взаимодействия компонент $k = \mp 1$ с несущей и осцилляциями электронов на частоте Ω .

Чтобы получить систему уравнений для амплитуд поля (3.3), представим диэлектрическую проницаемость как

$$\varepsilon [r, t, N(\vec{r}, t)] = \varepsilon_0 [r, \omega_0, N_s(\vec{r})] + \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} \Delta\omega + \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} \right|_{N=N_s(\vec{r})} \Delta N(\vec{r}, t), \quad (3.6a)$$

$$\left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} \right|_{N=N_s(\vec{r})} = -\frac{\varsigma(\omega_0)n}{k_0}(R + i), \quad (3.6b)$$

где ω_0 и ε_0 — частота и проницаемость в случае одночастотного режима генерации, R — безразмерный фактор амплитудно-фазовой связи, $\Delta N(\vec{r}, t) = \{[N(t) - N_{th}] f(\vec{r})\}$. Используя выражения для $\varepsilon[\vec{r}, t, N(\vec{r}, t)]$ и $E(\vec{r}, t)$, после ряда преобразований [54] получим:

$$-4\mathcal{E}_{-2} \frac{\Omega}{c}(1 + \xi) + \mathcal{E}_{-1} k_0 \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} (\delta N')^* + \mathcal{E}_0 k_0 \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} (\delta N'')^* = 0, \quad (3.7a)$$

$$-2\mathcal{E}_{-1} \frac{\Omega}{c}(1 + \xi) + \mathcal{E}_0 k_0 \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} (\delta N')^* = 0, \quad (3.7b)$$

$$2\mathcal{E}_1 \frac{\Omega}{c}(1 + \xi) + \mathcal{E}_0 k_0 \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} \delta N' = 0, \quad (3.7c)$$

$$4\mathcal{E}_2 \frac{\Omega}{c}(1 + \xi) + \mathcal{E}_1 k_0 \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} \delta N' + \mathcal{E}_0 k_0 \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} \delta N'' = 0, \quad (3.7d)$$

где введены коэффициенты $\xi = (\omega_0/2V_0) \int_V \vec{u}^2(\vec{r}) \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} dV$, $\Gamma = (1/2V_0) \int_V |\vec{u}(\vec{r})|^2 f(\vec{r}) dV$, $V_0 = \int_V \varepsilon_0 |\vec{u}(\vec{r})|^2 dV$. Параметр ξ характеризует вклад дисперсии в энергию и её диссипацию в резонаторе лазера и Γ определяет долю активной области от объёма резонатора (фактор оптического ограничения). Отметим, что источниками для боковых компонент является рассеяние поля на динамической решётке концентрации электронов. Первые боковые полосы возникают за счёт рассеяния несущей на осцилляциях электронов с частотой Ω , амплитуда которых определяется переменной составляющей тока и нелинейным взаимодействием компонент. В свою очередь, стоксово и антистоксово рассеяние несущей на осцилляциях электронов с частотой 2Ω даёт вклад в амплитуды компонент $k = \mp 2$, при этом эти вклады конкурируют с вносимыми рассеянием первых боковых компонент на амплитуде $\delta N'$. В общем случае может происходить их конструктивная или деструктивная интерференция, приводящая к отличию величин $|\mathcal{E}_{-2}|^2$ и $|\mathcal{E}_2|^2$. Поскольку одновременно имеет место

рассеяние компонент и их нелинейное взаимодействие, для нахождения величин \mathcal{E}_k необходимо рассматривать самосогласованную систему уравнений для поля и носителей.

Для нахождения амплитуды несущей положим $\mathcal{E}_0^* = \mathcal{E}_0$, чего всегда можно достичь, введя фазовый сдвиг в (3.3), а также сделаем замену $\mathcal{E}_0^2 = \mathcal{A}_0^2 + m^2 \mathcal{A}_2^2$. В таком случае уравнение (3.5a) распадается на два для члена порядка 1 и $\propto m^2$:

$$\frac{N_{th}}{\tau} + \tilde{\zeta}(N_{th} - N_{tr})\mathcal{A}_0^2 = \frac{J}{eV_{act}}, \quad (3.8a)$$

$$(N_{th} - N_{tr})(|\mathcal{E}_{-1}|^2 + m^2 \mathcal{A}_2^2 + |\mathcal{E}_1|^2) + \mathcal{A}_0 [\delta N'(\mathcal{E}_{-1} + \mathcal{E}_1^*) + \text{к. с.}] = 0. \quad (3.8b)$$

После выполненного шага амплитуда \mathcal{A}_0 может считаться известной величиной, определяемой постоянной составляющей тока инжекции J . При этом член $m^2 \mathcal{A}_2^2$ оказывается отрицательным, то есть мощность несущей падает с увеличением глубины модуляции тока. Далее можно представить амплитуды боковых компонент как $\mathcal{E}_{\mp 2, \mp 1} = \sigma_{\mp 2, \mp 1} \mathcal{A}_0$, перейти к нормированным величинам $\overline{\delta N}' = \delta N'/N_{th}$, $\overline{\delta N}'' = \delta N''/N_{th}$ и записать самосогласованную систему уравнений в следующем виде (при пренебрежении членами более высокого порядка малости чем $\propto m^2$):

$$4\Omega(1 + \xi)\sigma_{-2} + \Omega_0(R + i) [\sigma_{-1}(\overline{\delta N}')^* + (\overline{\delta N}'')^*] / \theta = 0, \quad (3.9a)$$

$$2\Omega(1 + \xi)\sigma_{-1} + \Omega_0(R + i)(\overline{\delta N}')^* / \theta = 0, \quad (3.9b)$$

$$2\Omega(1 + \xi)\sigma_1 - \Omega_0(R + i)\overline{\delta N}' / \theta = 0, \quad (3.9c)$$

$$4\Omega(1 + \xi)\sigma_2 - \Omega_0(R + i) [\sigma_1 \overline{\delta N}' + \overline{\delta N}''] / \theta = 0, \quad (3.9d)$$

$$\overline{\delta N}' = \frac{M - \theta \tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2 (\sigma_{-1}^* + \sigma_1)}{1/\tilde{\tau} - i\Omega}, \quad (3.9e)$$

$$\overline{\delta N}'' = -\tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2 \frac{\overline{\delta N}' (\sigma_{-1}^* + \sigma_1) + \theta (\sigma_{-2}^* + \sigma_{-1}^* \sigma_1 + \sigma_2)}{1/\tilde{\tau} - 2i\Omega}, \quad (3.9f)$$

где $\Omega_0 = \zeta c n \Gamma(N_{th} - N_{tr})$, $\theta = (N_{th} - N_{tr})/N_{th}$, $M = mJ/(eN_{th}V_{act})$, $1/\tilde{\tau} = 1/\tau + \tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2$. Параметр Ω_0 можно считать эффективной частотой, характеризующей модуляционные свойства лазера. Уравнения (3.9) позволяют найти $\sigma_{\mp 1}, \sigma_{\mp 2}$. Для первых боковых компонент получим равенство $|\mathcal{E}_{-1}|^2 = |\mathcal{E}_1|^2$ (далее для простоты будут использоваться мощности компонент $P_k \propto \mathcal{E}_k^2$) и следу-

ющее выражение для отношения $\mathcal{E}_2/\mathcal{E}_{-2}^*$:

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_{-2}^*} = \frac{(R+i) \left\{ \tilde{\tau} \tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2 [\text{Im}(\xi) - \text{Re}(\xi) - 1] [\Omega_0(R-i) - 4\Omega(1-\xi^*)] + 2\Omega(i+2\tilde{\tau}\Omega)(R+i)(1+\xi^*)^2 \right\}}{(R-i) \left\{ \tilde{\tau} \tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2 [\text{Im}(\xi) - \text{Re}(\xi) - 1] [\Omega_0(R+i) + 4\Omega(1+\xi)] + 2\Omega(i+2\tilde{\tau}\Omega)(R-i)(1+\xi)^2 \right\}}. \quad (3.10)$$

Мощности вторых боковых компонент равны тогда, когда числитель и знаменатель в выражении выше являются комплексно сопряжёнными величинами. Это имеет место в случае $\tilde{\tau} \tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2 \ll 1$, когда в релаксации электронов доминирует спонтанный механизм. В случае существенного вклада стимулированных переходов в скорость релаксации справедливы соотношения $\tilde{\tau} \tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2 \lesssim 1$, $P_{-2} \neq P_2$ и спектр асимметричен.

Сделаем далее пренебрежение параметром ξ (его реальная и мнимая часть по модулю меньше единицы) для упрощения выкладок. В случае малой вынужденной релаксации, $\tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2 \ll 1$, получим, что

$$\frac{P_2}{P_{-2}} = 1 + \frac{4R}{1+R^2} \frac{4\tau\Omega + 1/\tilde{\Omega}}{1+(2\tau\Omega)^2} \tau \tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2, \quad (3.11)$$

где был введён безразмерный параметр $\tilde{\Omega} = \Omega/\Omega_0$. Таким образом, мощность коротковолновой компоненты больше и величина отношения растёт при увеличении тока. Для исследования противоположного случая введём параметр a_0 как $\tilde{\tau} \tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2 = 1 - a_0$, который стремится к нулю сверху с ростом вынужденной релаксации электронов в случае $\tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2 \gg 1/\tau$. Тогда, пренебрегая членом ξ и линеаризуя решение по a_0 , $\tilde{\tau}\Omega$, получим аналогичный результат:

$$\frac{P_2}{P_{-2}} = 1 + 16 \frac{R\tilde{\Omega}(a_0 + 4\tilde{\Omega}\tilde{\tau}\Omega)}{(1+R^2)(1+4\tilde{\Omega}^2)}, \quad (3.12)$$

то есть бóльшую мощность коротковолновой компоненты. Как показывает выражение (3.12), с ростом тока величина отношения стремится к 1 сверху, указывая на наличие максимума в зависимости P_2/P_{-2} от $\tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2$. Дифференцируя отношение P_2/P_{-2} по $\tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2$ и линеаризуя по $\tilde{\Omega}$, находим, что максимум достигается при

$$(2\Omega)^2 = \tilde{\zeta} \mathcal{A}_0^2 \Omega_0 \equiv \frac{J - J_{th}}{eV_{act}} \varsigma cn \Gamma, \quad (3.13)$$

где в правой части выражения стоит квадрат частоты релаксационных колебаний [134]; максимум достигается, когда удвоенная частота модуляции близка к ней. Отметим, что компоненты поля приобретают различные фазы в силу

фактора амплитудно-фазовой связи. Решение даёт симметричный спектр, если им пренебречь, см. выражения (3.11)-(3.12), в которых $P_2/P_{-2} = 1$ при $R = 0$. Как было отмечено выше, мощности вторых боковых компонент могут быть отличны из-за наличия двух вкладов от рассеяния в их амплитуды, при этом фазы компоненты зависят от $\tilde{\zeta}\mathcal{A}_0^2$ [54]. Можно заключить, что это приводит к более конструктивной интерференции вкладов для второй коротковолновой компоненты чем для длинноволновой и этот эффект наиболее выражен при выполнении условия (3.13). Отметим, что подход на основе уравнений Максвелла описывает схожий эффект для эффективности модуляции, то есть для максимума отношения $P_{\mp 1}/P_0$ как функции $\tilde{\zeta}\mathcal{A}_0^2$ при фиксированной мощности СВЧ-поля [54].

Оценка мощности излучения P^* (внутри резонатора лазера) при которой скорости вынужденной и спонтанной релаксации становятся равны может быть сделана с помощью плотности потока фотонов, поскольку для времени жизни электрона T^* имеет место неравенство $1/T^* = 1/\tau + \zeta\Phi$. Поскольку $\Phi = P/(\hbar\omega S)$, то мощность выражается как $P = \hbar\omega S/(\tau\zeta)$. Беря для оценки длину волны излучения 795 нм, радиус пучка равный 2 мкм ($S = 4\pi \times 10^{-8} \text{ см}^2$), $\tau = 10^{-9}$ с, сечение резонансного взаимодействия $\zeta = 1.5 \times 10^{-16} \text{ см}^2$, получим $P^* = 314.63$ мВт. Поскольку коэффициенты отражения зеркал ДИЛВЕР превышают 0.995, то мощность поля внутри резонатора может быть более чем на 3 порядка больше, чем снаружи. Следовательно, при полной выходной мощности порядка 10 мкВт и выше, мощности вторых компонент спектра могут отличаться.

Таким образом, анализ, выполненный на базе уравнений Максвелла показывает, что спектры ДИЛВЕР могут иметь асимметрию, отличную от «глобальной», то есть такого типа, что невозможен в случае поля с ФАМ. Кроме того, решение демонстрирует новую резонансную зависимость для отношения P_2/P_{-2} как функции $\tilde{\sigma}\mathcal{A}_0^2$. Для полноты картины отметим, что численное решение уравнений (3.9) также показывает, что $P_{-1} = P_1$, $P_{-2} < P_2$, подтверждая полученный аналитический результат.

3.3. Экспериментальные результаты

На рис. 3.3 представлено сравнение теоретического отношения P_2/P_{-2} с экспериментальными значениями (С. А. Зибров) для одномодового ДИЛВЕР фирмы ULM Photonics, излучавшего на длине волны 795 нм (D_1 -линия ^{87}Rb). Пороговый ток лазера составлял 0.6 мА. Для каждого значения тока инжекции глубина модуляции подбиралась таким образом, чтобы обеспечить выполнение равенств $P_{\mp 1}/P_0 \simeq 1/4$, после чего измерялось отношение P_2/P_{-2} . Частота модуляции была равна 3 ГГц. Для сравнения с экспериментом использовались параметры R , $\tilde{\Omega}$, $\tau\Omega$, g , ξ . Отношение скоростей релаксации электронов $\tau\tilde{\zeta}\mathcal{A}_0^2$ было представлено в виде $g(J - J_{th})$, где параметр g характеризует скорость роста отношения $\tau\tilde{\zeta}\mathcal{A}_0^2$ с возрастанием тока инжекции. Теоретическая кривая

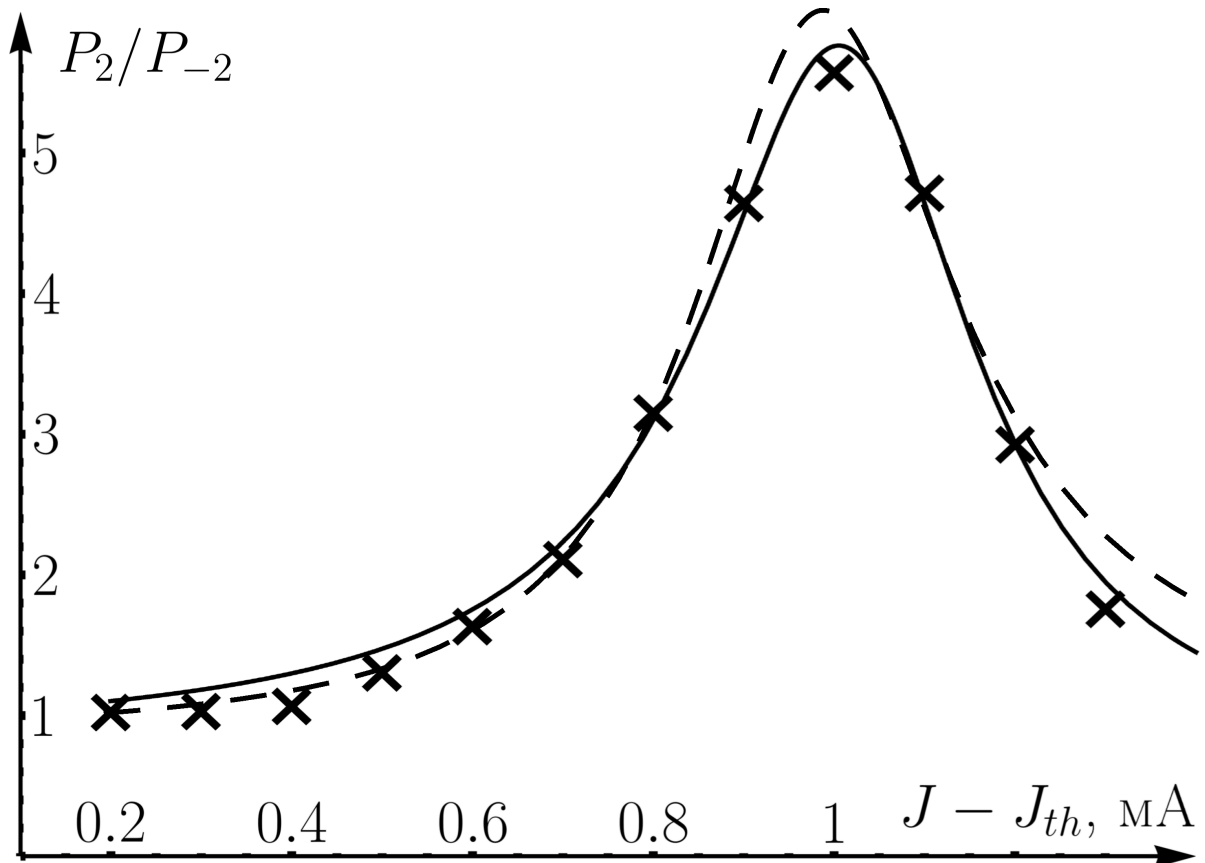


Рис. 3.3. Экспериментально полученное отношение мощностей вторых боковых компонент (кресты) как функция тока инжекции и соответствующая теоретическая зависимость (сплошная кривая), построенная по формуле (3.10). Пунктирной кривой показана кривая, полученная сравнением при $\xi = 0$. По горизонтальной оси отложено превышение тока инжекции над пороговым значением. Мощность излучения возросла с 250 до 700 мкВт при увеличении $J - J_{th}$ от 0.2 до 1.2 мА

на рис. 3.3 построена для значений $R = 6.25$, $\tau\Omega = 15.44$ рад, $\tilde{\Omega} = 1.4 \cdot 10^{-1}$, $g = 6.86 \text{ мА}^{-1}$, $\xi = -0.2 + 0.08I$, которые представляются разумными с точки зрения эксперимента. Достаточно хорошее соответствие даёт сравнение без учёта параметра ξ , а также сравнение без вариации времени жизни носителя при $\tau = 1$ нс (наиболее релевантное значение согласно литературе). При этом значения параметров R , τ , Ω_0 и g изменяются вплоть до 20%, то есть сравнение позволяет сделать их качественную оценку. Учёт параметра ξ позволяет сделать более точное соответствие между теорией и экспериментом в области превышения тока инжекции над порогом более 0.8 мА.

Отметим, что резонансная зависимость для отношения P_2/P_{-2} была также найдена для восьми других ДИЛВЕР (два фирмы ULM Photonics, по три лазера фирм Princeton Optronics и Thorlabs) [63] (С. А. Зибров).

Вывод

В главе проанализирована асимметрия спектра поля, одновременно испытывающего фазовую и амплитудную модуляции на одинаковых частотах. Показано, что в зависимости от фазового сдвига между модуляциями спектр может быть симметричен или иметь «глобальную» асимметрию. В последнем случае мощность каждой высокочастотной компоненты больше или меньше каждой соответствующей низкочастотной компоненты. Сравнение с экспериментальными спектрами для случая глубокой модуляции тока (более пяти полос) показывает, что для диодных лазеров с вертикальным резонатором в режиме модуляции тока такой тип асимметрии не имеет места.

Рассмотрен подход на основе уравнений Максвелла, в котором полихроматический спектр излучения возникает в результате рассеяния поля на динамической решётке осцилляций концентрации электронов. Для случая малой глубины модуляции тока инжекции и учёта пяти компонент спектра получено решение, имеющее «неглобальный» тип асимметрии, что не может иметь места в модели поля с фазово-амплитудной модуляцией. Найдена резонансная зависимость для отношения мощностей вторых боковых компонент спектра как функция тока инжекции. Зависимость была экспериментально продемонстрирована для группы диодных лазеров с вертикальным резонатором. Сравнение

теории с экспериментом позволяет делать качественную оценку некоторых параметров, характеризующих диодные лазеры указанного типа.

По результатам данной главы выдвигается следующее защищаемое положение. **Отношение мощностей вторых боковых полос спектра излучения диодного лазера с вертикальным резонатором, для которого выполняется неравенство $P_{\mp 2} < P_{\mp 1} < P_0$, где P_k — мощность спектральной компоненты индекса k , образует резонанс как функция тока инжекции. Его максимум достигается, когда удвоенная частота переменной составляющей тока близка к частоте релаксационных колебаний.**

Заключение

Основные результаты работы обобщаются следующим образом.

1. Выполнено теоретическое исследование магнитного резонанса на оптическом переходе $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$. Показано, что его частота испытывает ориентационный сдвиг, если поляризация излучения имеет остаточную эллиптичность. Полученная оценка показывает, что величина сдвига эквивалентна изменению магнитного поля с индукцией 0.5 Гс на ~ 10 пТ при ширине резонанса ~ 50 Гц в атомах ^{87}Rb при коэффициенте эллиптичности $1/100$. Указанный ориентационный сдвиг можно уменьшить за счёт модуляции амплитуды РЧ-поля периодическим цугом импульсов. Тем самым обоснована возможность использования магнитного резонанса на одиночном переходе между подуровнями $m_{F_g} = \mp 1$ основного состояния атомов ^{87}Rb в переносных магнитометрах.
2. Решена задача описания резонанса когерентного пленения населённостей в случае Λ -схемы уровней и поля вида $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos[\omega_0 t + a \sin \Omega t + b \sin \omega_m t]$, где $\omega_m \gg \Omega$. Обобщение модели на случай двойной Λ -схемы уровней и неравенства мощностей компонент спектра излучения показало, что отличие частот синфазного и квадратурного сигналов является следствием асимметрии резонанса когерентного пленения населённостей. Таким образом установлено, что его нельзя использовать для подавления светового сдвига частоты перехода «0 – 0» атомов ^{87}Rb или ^{133}Cs за счёт вариации спектра полихроматического лазерного излучения.
3. Показано, что модель фазово-амплитудной модуляции монохроматического поля не позволяет описать тип асимметрии спектров излучения диодных лазеров с вертикальным резонатором в режиме глубокой СВЧ-модуляции тока инжекции. Рассмотрен подход А. П. Богатова для описания спектров таких лазеров с учётом нелинейного взаимодействия компонент спектра в случае, когда существенны амплитуда несущей и первых четырёх боковых полос. Полученное решение корректно описывает асимметрию соответствующих экспериментальных спектров.

Благодарности

В заключение я, во-первых, выражаю большую благодарность своим учителям. А. В. Безвербному, заложившему интерес к теоретической физике во время обучения в Морском государственном университете им. адмирала Г. И. Невельского; научному руководителю В. П. Яковлеву, привившему строгость и последовательность решения теоретических задач, В. Л. Величанскому, существенно расширившему мой кругозор в области лазерной спектроскопии высокого разрешения.

Во-вторых, я благодарю своих коллег по Лаборатории стандартов частоты Троицкого обособленного подразделения ФИАН им. П. Н. Лебедева — С. А. Зиброва, В. В. Васильева, Д. С. Чучелова и М. И. Васьковскую за плодотворные дискуссии и экспериментальные исследования, которые подтверждали полученные аналитические результаты и стимулировали мои дальнейшие теоретические изыскания. Также я выражаю благодарность сотрудникам Лаборатории инжекционных лазеров ФИАН им. П. Н. Лебедева А. П. Богатову и А. Е. Дракину, сотруднику Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» С. В. Петропавловскому, за консультации и обсуждения различных проблем лазерной физики.

Я признателен своим родственникам и в особенности родителям, Тамаре Николаевной Цыганковой и Александру Петровичу Цыганкову, за поддержку моего выбора научной деятельности и переезда в Москву, сделавшую эту работу возможной.

Список сокращений и условных обозначений

АМ Амплитудная модуляция

АОМ Акустооптический модулятор

ДИЛВЕР Диодный лазер с вертикальным резонатором

ДРОР Двойной радиооптический резонанс

КМОН Квантовый магнитометр с оптической накачкой

КПН Когерентное пленение населённости

МАЧ Малогабаритные атомные часы

МР Магнитный резонанс

ОГ Опорный генератор

РЧ Радиочастоты

СВЧ Сверхвысокие частоты

ТН Точка нечувствительности

ТНС Точка нулевого смещения

ФАМ Фазово-амплитудная модуляция

ФМ Фазовая модуляция

Список литературы

1. Revised experimental upper limit on the electric dipole moment of the neutron / J. M. Pendlebury, S. Afach, N. J. Ayres et al. // *Phys. Rev. D.* — 2015. — Nov. — Vol. 92. — P. 092003. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.92.092003>.
2. Application of spin-exchange relaxation-free magnetometry to the Cosmic Axion Spin Precession Experiment / Tao Wang, Derek F. Jackson Kimball, Alexander O. Sushkov et al. // *Physics of the Dark Universe.* — 2018. — Vol. 19. — Pp. 27 – 35. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212686417300699>.
3. Characterization of the global network of optical magnetometers to search for exotic physics (GNOME) / S. Afach, D. Budker, G. DeCamp et al. // *Physics of the Dark Universe.* — 2018. — Vol. 22. — Pp. 162 – 180. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212686418301031>.
4. The historical development of the magnetic method in exploration / M.N. Nabighian, V.J.S. Grauch, R.O. Hansen et al. // *Geophysics.* — 2005. — 11. — Vol. 70. — P. 29.
5. A new generation of magnetoencephalography: Room temperature measurements using optically-pumped magnetometers / Elena Boto, Sofie S. Meyer, Vishal Shah et al. // *NeuroImage.* — 2017. — Vol. 149. — Pp. 404 – 414. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1053811917300411>.
6. Magnetic field imaging with microfabricated optically-pumped magnetometers / Orang Alem, Rahul Mhaskar, Ricardo Jiménez-Martínez et al. // *Opt. Express.* — 2017. — Apr. — Vol. 25, no. 7. — Pp. 7849–7858. — URL: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-25-7-7849>.
7. *Bitter F.* The Optical Detection of Radiofrequency Resonance // *Phys. Rev.* — 1949. — Sep. — Vol. 76. — Pp. 833–835. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.76.833>.
8. *Kastler, Alfred.* Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique d'une inégalité de population des niveaux de quantification

- spatiale des atomes. Application à l'expérience de Stern et Gerlach et à la résonance magnétique // *J. Phys. Radium.* — 1950. — Vol. 11, no. 6. — Pp. 255–265. — URL: <https://doi.org/10.1051/jphysrad:01950001106025500>.
9. *Kastler Alfred.* Optical Methods of Atomic Orientation and of Magnetic Resonance* // *J. Opt. Soc. Am.* — 1957. — Jun. — Vol. 47, no. 6. — Pp. 460–465. — URL: <http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=josa-47-6-460>.
 10. High-Sensitivity Atomic Magnetometer Unaffected by Spin-Exchange Relaxation / J. C. Allred, R. N. Lyman, T. W. Kornack, M. V. Romalis // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Sep. — Vol. 89. — P. 130801. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.89.130801>.
 11. *Aleksandrov Evgenii B, Vershovskii Anton K.* Modern radio-optical methods in quantum magnetometry // *Physics-Uspexhi.* — 2009. — jun. — Vol. 52, no. 6. — Pp. 573–601. — URL: <https://doi.org/10.3367/ufne.0179.200906f.0605>.
 12. *Bell William E., Bloom Arnold L.* Optically driven spin precession // *Phys. Rev. Lett.* — 1961. — Mar. — Vol. 6. — Pp. 280–281. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.6.280>.
 13. *Gilles H, Cheron B, Hamel J.* 4He optical pumping with polarization modulated light // *Optics communications.* — 1991. — Vol. 81, no. 6. — Pp. 369–374.
 14. A new optical pumping scheme using a frequency modulated semi-conductor laser for 4He magnetometers / B. Chéron, H. Gilles, J. Hamel et al. // *Optics Communications.* — 1995. — Vol. 115, no. 1. — Pp. 71 – 74. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/003040189400645B>.
 15. *Grujić Z. D., Weis A.* Atomic magnetic resonance induced by amplitude-, frequency-, or polarization-modulated light // *Phys. Rev. A.* — 2013. — Jul. — Vol. 88. — P. 012508. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.88.012508>.
 16. Nonlinear magneto-optical rotation with frequency-modulated light / D. Budker, D. F. Kimball, V. V. Yashchuk, M. Zolotarev // *Phys. Rev. A.* — 2002. — May. — Vol. 65. — P. 055403. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.65.055403>.

17. Nonlinear magneto-optical rotation of frequency-modulated light resonant with a low-J transition / Yu. P. Malakyan, S. M. Rochester, D. Budker et al. // *Phys. Rev. A.* — 2004. — Jan. — Vol. 69. — P. 013817. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.69.013817>.
18. Selective Addressing of High-Rank Atomic Polarization Moments / V. V. Yashchuk, D. Budker, W. Gawlik et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Jun. — Vol. 90. — P. 253001. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.90.253001>.
19. Detection of radio-frequency magnetic fields using nonlinear magneto-optical rotation / M. P. Ledbetter, V. M. Acosta, S. M. Rochester et al. // *Phys. Rev. A.* — 2007. — Feb. — Vol. 75. — P. 023405. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.75.023405>.
20. Vector magnetometry based on electromagnetically induced transparency in linearly polarized light / V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, Y. O. Dudin et al. // *Phys. Rev. A.* — 2010. — Sep. — Vol. 82. — P. 033807. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.82.033807>.
21. *Ben-Kish A., Romalis M. V.* Dead-Zone-Free Atomic Magnetometry with Simultaneous Excitation of Orientation and Alignment Resonances // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Nov. — Vol. 105. — P. 193601. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.193601>.
22. *Budker D., Kimball D.F.J.* Optical Magnetometry. Optical Magnetometry. — Cambridge University Press, 2013. — URL: <https://books.google.ru/books?id=2yr1dBj0rSsC>.
23. *Happer William.* Optical Pumping // *Rev. Mod. Phys.* — 1972. — Apr. — Vol. 44. — Pp. 169–249. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.44.169>.
24. *Vanier J., Audoin C.* The quantum physics of atomic frequency standards. — 1989. — URL: <https://books.google.ru/books?id=DVFLAQAAIAAJ>.

25. *Robinson, H. G. and Ensberg, E. S. and Dehmelt, H. G.* Preservation of spin state in free atom-inert surface collisions // *Bull. Am. Phys. Soc.* — 1958. — Vol. 3.
26. Investigation of antirelaxation coatings for alkali-metal vapor cells using surface science techniques / S. J. Seltzer, D. J. Michalak, M. H. Donaldson et al. // *The Journal of Chemical Physics.* — 2010. — Vol. 133, no. 14. — P. 144703. — URL: <https://doi.org/10.1063/1.3489922>.
27. Advances in anti-relaxation coatings of alkali-metal vapor cells / Haotian Chi, Wei Quan, Junying Zhang et al. // *Applied Surface Science.* — 2020. — Vol. 501. — P. 143897. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169433219327138>.
28. Vector light shift averaging in paraffin-coated alkali vapor cells / Elena Zhivun, Arne Wickenbrock, Julia Sudyka et al. // *Opt. Express.* — 2016. — Jul. — Vol. 24, no. 14. — Pp. 15383–15390. — URL: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-24-14-15383>.
29. *Steck Daniel.* Sodium D line data // <https://steck.us/alkalidata/>. — 2000. — 01.
30. *Adam Steck Daniel.* Rubidium 87 D line Data // <https://steck.us/alkalidata/>. — 2003. — 01. — P. 29.
31. *Steck Daniel.* Cesium D line data // <https://steck.us/alkalidata/>. — 2010. — 01.
32. An experimental method for the observation of r.f. transitions and laser beat resonances in oriented Na vapour / G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols // *Il Nuovo Cimento B (1971-1996).* — 1976. — Nov. — Vol. 36, no. 1. — Pp. 5–20. — URL: <https://doi.org/10.1007/BF02749417>.
33. *Arimondo E., Orriols G.* Nonabsorbing atomic coherences by coherent two-photon transitions in a three-level optical pumping // *Nuovo Cimento Lettere.* — 1976. — . — Vol. 17. — Pp. 333–338.

34. *Orriols G.* Nonabsorption resonances by nonlinear coherent effects in a three-level system // *Il Nuovo Cimento B (1971-1996)*. — 1979. — Sep. — Vol. 53, no. 1. — Pp. 1–24. — URL: <https://doi.org/10.1007/BF02739299>.
35. *Wynands R., Nagel A.* Precision spectroscopy with coherent dark states // *Applied Physics B*. — 1999. — Jan. — Vol. 68, no. 1. — Pp. 1–25. — URL: <https://doi.org/10.1007/s003400050581>.
36. *Arimondo E.* Coherent Population Trapping in Laser Spectroscopy // *Progress in Optics* / Ed. by E. Wolf. — Elsevier, 1996. — Vol. 35 of *Progress in Optics*. — Pp. 257 – 354. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0079663808705316>.
37. *Vanier J.* Atomic clocks based on coherent population trapping: a review // *Applied Physics B*. — 2005. — Aug. — Vol. 81, no. 4. — Pp. 421–442. — URL: <https://doi.org/10.1007/s00340-005-1905-3>.
38. *Knappe Svenja A.* Emerging topics: MEMS atomic clocks // *Comprehensive Microsystems*. — 2007. — Vol. 3, no. Comprehensive Microsystems.
39. Coherent population trapping in quantum systems / B. D. Agap'ev, M. B. Gornyi, B. G. Matisov, Yu. V. Rozhdestvenskii // *Phys. Usp.* — 1993. — Vol. 36, no. 9. — Pp. 763–793. — URL: <https://ufn.ru/en/articles/1993/9/a/>.
40. *Akulshin A.M., Celikov A.A., Velichansky V.L.* Sub-natural absorption resonances on the D1 line of rubidium induced by coherent population trapping // *Optics Communications*. — 1991. — Vol. 84, no. 3. — Pp. 139 – 143. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/003040189190216Z>.
41. Nonlinear spectroscopy with a vertical-cavity surface-emitting laser (VCSEL) / C. Affolderbach, A. Nagel, S. Knappe et al. // *Applied Physics B*. — 2000. — Mar. — Vol. 70, no. 3. — Pp. 407–413. — URL: <https://doi.org/10.1007/s003400050066>.
42. *Cyr Normand, Tetu Michel, Breton Marc.* All-Optical Microwave Frequency Standard: A Proposal // *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. — 1993. — 05. — Vol. 42. — Pp. 640 – 649.

43. Buffer-gas-induced linewidth reduction of coherent dark resonances to below 50Hz / S. Brandt, A. Nagel, R. Wynands, D. Meschede // *Phys. Rev. A.* — 1997. — Aug. — Vol. 56. — Pp. R1063–R1066. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.56.R1063>.
44. *Michalzik R.* VCSELS: Fundamentals, Technology and Applications of Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers. Springer Series in Optical Sciences. — Springer Berlin Heidelberg, 2012. — URL: <https://books.google.ru/books?id=1-y5BQAAQBAJ>.
45. A microwave frequency reference based on VCSEL-driven dark line resonances in Cs vapor / J. Kitching, S. Knappe, M. Vukicevic et al. // *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement.* — 2001. — 01. — Vol. 49. — Pp. 1313 – 1317.
46. Chip-scale atomic devices at NIST / Svenja Knappe, Peter Schwindt, Vladislav Gerginov et al. // *Proc.SPIE.* — 2007. — Vol. 6604. — Pp. 6604 – 6604 – 8. — URL: <https://doi.org/10.1117/12.726792>.
47. A microfabricated atomic clock / K. Svenja, Sh. Vishal, P.D.D. Schwindt et al. // *Applied Physics Letters.* — 2004. — Vol. 85, no. 9. — Pp. 1460–1462. — URL: <https://doi.org/10.1063/1.1787942>.
48. A chip-scale atomic clock based on 87Rb with improved frequency stability / S. Knappe, P.D.D. Schwindt, V. Shah et al. // *Opt. Express.* — 2005. — Feb. — Vol. 13, no. 4. — Pp. 1249–1253. — URL: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-13-4-1249>.
49. On the use of intensity optical pumping and coherent population trapping techniques in the implementation of atomic frequency standards / J. Vanier, M. W. Levine, D. Janssen, M. J. Delaney // *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement.* — 2003. — June. — Vol. 52, no. 3. — Pp. 822–831.
50. The Chip-Scale Atomic Clock - Coherent Population Trapping Vs. Conventional Interrogation / R. Lutwak, D. Emmons, W. Riley et al. — Defense Technical Information Center, 2003. — URL: <https://books.google.ru/books?id=iJ6jDAEACAAJ>.

51. Temperature dependence of coherent population trapping resonances / S. Knappe, J. Kitching, L. Hollberg, R. Wynands // *Applied Physics B*. — 2002. — Mar. — Vol. 74, no. 3. — Pp. 217–222. — URL: <https://doi.org/10.1007/s003400200800>.
52. Active light shift stabilization in modulated CPT clocks / V. Shah, P. D. D. Schwindt, V. Gerginov et al. // *2006 IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition*. — 2006. — June. — Pp. 699–701.
53. *McGuyer B. H., Jau Y.-Y., Happer W.* Simple method of light-shift suppression in optical pumping systems // *Applied Physics Letters*. — 2009. — Vol. 94, no. 25. — P. 251110. — URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.3158961>.
54. Amplitude/phase modulation and spectrum of the vertical-cavity surface-emitting laser output / M I Vaskovskaya, V V Vassilev, S A Zibrov et al. // *Quantum Electron*. — 2017. — sep. — Vol. 47, no. 9. — Pp. 835–841. — URL: <https://doi.org/10.1070/qel16374>.
55. Solitary Line of Double Radio-Optical Magnetic Resonance in Atoms of ^{87}Rb / E. A. Tsygankov, S. A. Zibrov, V. P. Yakovlev, V. L. Velichansky, A. N. Kozlov // *Physics Procedia*. — 2015. — Vol. 71. — Pp. 237–241. — 18th Conference on Plasma-Surface Interactions, PSI 2015, 5-6 February 2015, Moscow, Russian Federation and the 1st Conference on Plasma and Laser Research and Technologies, PLRT 2015, 18-20 February 2015, Moscow, Russian Federation". URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1875389215011219>.
56. Structure of magnetic resonance in ^{87}Rb atoms / A. N. Kozlov, A. S. Zibrov, A. A. Zibrov, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, V. P. Yakovlev, E. A. Tsygankov, A. S. Zibrov, V. V. Vassiliev, V. L. Velichansky // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. — 2016. — 05. — Vol. 122. — Pp. 823–831.
57. Controlling the light shift of the CPT resonance by modulation technique / E. A. Tsygankov, S. V. Petropavlovsky, M. I. Vaskovskaya, S. A. Zibrov, V. L. Velichansky, V. P. Yakovlev // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2017. — dec. — Vol. 941. — P. 012055. — URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/941/1/012055>.

58. Modulation spectroscopy of coherent population trapping resonance and light shifts / D. S. Chuchelov, V. V. Vassiliev, M. I. Vaskovskaya, V. L. Velichansky, E. A. Tsygankov, S. A. Zibrov, S. V. Petropavlovsky, V. P. Yakovlev // *Physica Scripta*. — 2018. — Vol. 93, no. 11. — P. 114002. — URL: <http://stacks.iop.org/1402-4896/93/i=11/a=114002>.
59. Single magneto-optical resonance in a modulated RF field / E. A. Tsygankov, S. A. Zibrov, A. S. Zibrov, M. I. Vaskovskaya, D. S. Chuchelov, V. V. Vassiliev, V. L. Velichansky, S. V. Petropavlovsky, V. P. Yakovlev // *Phys. Rev. A*. — 2019. — Jun. — Vol. 99. — P. 063835. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.99.063835>.
60. Effect of the buffer gases on the light shift suppression possibility / M. I. Vaskovskaya, E. A. Tsygankov, D. S. Chuchelov, S. A. Zibrov, V. V. Vassiliev, V. L. Velichansky // *Opt. Express*. — 2019. — Nov. — Vol. 27, no. 24. — Pp. 35856–35864. — URL: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-27-24-35856>.
61. Two-quantum magnetic resonance driven by a comb-like rf field / E. A. Tsygankov, S. A. Zibrov, A. S. Zibrov, V. V. Vassiliev, D. S. Chuchelov, M. I. Vaskovskaya, S. V. Petropavlovsky, V. P. Yakovlev // *Opt. Lett.* — 2020. — Sep. — Vol. 45, no. 18. — Pp. 5205–5208. — URL: <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-45-18-5205>.
62. Study of factors affecting the light shift of the CPT resonance / D. S. Chuchelov, E. A. Tsygankov, M. I. Vaskovskaya, S. A. Zibrov, V. L. Velichansky, S. V. Petropavlovsky, V. P. Yakovlev // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2020. — dec. — Vol. 1686. — P. 012029. — URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1686/1/012029>.
63. Specific features of the VCSEL spectra under microwave current modulation / E. A. Tsygankov, S. A. Zibrov, M. I. Vaskovskaya, D. S. Chuchelov, V. V. Vassiliev, V. L. Velichansky, A. E. Drakin, A. P. Bogatov // *Opt. Express*. — 2022. — Jan. — Vol. 30, no. 2. — Pp. 2748–2758. — URL: <http://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-30-2-2748>.

64. *Alexandrov E. B., Vershovskiy A. K.* Modern radio-optical methods in quantum magnetometry // *Phys. Usp.* — 2009. — Vol. 52, no. 6. — Pp. 573–601. — URL: <https://ufn.ru/en/articles/2009/6/f/>.
65. *Alexandrov E. B.* Recent Progress in Optically Pumped Magnetometers // *Physica Scripta.* — 2003. — Vol. 2003, no. T105. — P. 27. — URL: <http://stacks.iop.org/1402-4896/2003/i=T105/a=005>.
66. Heading error in an alignment-based magnetometer / Hovde Chris, Patton Brian, Versolato Oscar et al. // *Proc.SPIE.* — 2011. — Vol. 8046. — Pp. 8046 – 8046 – 6. — URL: <https://doi.org/10.1117/12.883953>.
67. Sources of heading errors in optically pumped magnetometers operated in the Earth’s magnetic field / G. Oelsner, V. Schultze, R. IJsselsteijn et al. // *Phys. Rev. A.* — 2019. — Jan. — Vol. 99. — P. 013420. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.99.013420>.
68. Cancellation of nonlinear Zeeman shifts with light shifts / K. Jensen, V. M. Acosta, J. M. Higbie et al. // *Phys. Rev. A.* — 2009. — Feb. — Vol. 79. — P. 023406. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.79.023406>.
69. Competition between the tensor light shift and nonlinear Zeeman effect / W. Chalupczak, A. Wojciechowski, S. Pustelny, W. Gawlik // *Phys. Rev. A.* — 2010. — Aug. — Vol. 82. — P. 023417. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.82.023417>.
70. *Seltzer S. J., Meares P. J., Romalis M. V.* Synchronous optical pumping of quantum revival beats for atomic magnetometry // *Phys. Rev. A.* — 2007. — May. — Vol. 75. — P. 051407. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.75.051407>.
71. Suppression of the Nonlinear Zeeman Effect and Heading Error in Earth-Field-Range Alkali-Vapor Magnetometers / Guzhi Bao, Arne Wickenbrock, Simon Rochester et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2018. — Jan. — Vol. 120. — P. 033202. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.120.033202>.

72. Laser pumping in the scheme of an Mx-magnetometer / E. B. Aleksandrov, M. V. Balabas, A. K. Vershovskiy et al. // *Optics and Spectroscopy*. — 1995. — . — Vol. 78. — Pp. 292–298.
73. Double-Resonance Atomic Magnetometers: from Gas Discharge to Laser Pumping / Eugene Alexandrov, M Balabas, Anatoly Pazgalev et al. // *Laser Physics*. — 1995. — 11. — Vol. 6. — Pp. 244–251.
74. Atomic magnetometer based on Rb87 atoms pumped by linearly polarized laser field / A.A. Zibrov, V.I. Yudin, A.V. Taichenachev et al. // *International conference on lasers, applications, and technologies) "ICONO/LAT-2013"*. — 2013. — 6.
75. *Weis Antoine, Bison Georg, Pazgalev Anatoly S.* Theory of double resonance magnetometers based on atomic alignment // *Physical Review A*. — 2006. — Vol. 74, no. 3. — P. 033401.
76. Nonlinear magneto-optical rotation of frequency-modulated light resonant with a low-J transition / Yu P Malakyan, SM Rochester, D Budker et al. // *Physical Review A*. — 2004. — Vol. 69, no. 1. — P. 013817.
77. Role of transient processes in resonance line spectroscopy of caesium atoms in cells with antirelaxation coating / D I Sevostyanov, V P Yakovlev, A N Kozlov et al. // *Quantum Electronics*. — 2013. — jul. — Vol. 43, no. 7. — Pp. 638–645. — URL: <https://doi.org/10.1070/qe2013v043n07abeh015175>.
78. The Effect of an Antirelaxation Coating on Absorption in the D2 Lines of Alkali Metals / S.A. Zibrov, Eugene Tsygankov, D.S. Chuchelov et al. // *Optics and Spectroscopy (English translation of Optika i Spektroskopiya)*. — 2018. — 02. — Vol. 124. — Pp. 143–150.
79. Modification of D2-line absorption contours of alkali atoms in antirelaxation coated cells / E A Tsygankov, D E Fomichev, D S Chuchelov et al. // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2019. — jun. — Vol. 1238. — P. 012038. — URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1238/1/012038>.

80. *Cohen-Tannoudji Claude, Dupont-Roc Jacques.* Experimental Study of Zeeman Light Shifts in Weak Magnetic Fields // *Phys. Rev. A.* — 1972. — Feb. — Vol. 5. — Pp. 968–984. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.5.968>.
81. *Camparo J. C., Frueholz R. P., Volk C. H.* Inhomogeneous light shift in alkali-metal atoms // *Phys. Rev. A.* — 1983. — Apr. — Vol. 27. — Pp. 1914–1924. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.27.1914>.
82. Light shift of coherent population trapping resonances / A. Nagel, S. Brandt, D. Meschede, R. Wynands // *EPL (Europhysics Letters)*. — 1999. — Vol. 48, no. 4. — P. 385. — URL: <http://stacks.iop.org/0295-5075/48/i=4/a=385>.
83. *Levi F., Godone A., Vanier J.* The light shift effect in the coherent population trapping cesium maser // *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control.* — 2000. — March. — Vol. 47, no. 2. — Pp. 466–470.
84. *Zhu M, S. Cutler L.* Theoretical and Experimental Study of Light Shift in a CPT-Based RB Vapor Cell Frequency Standard // *32nd Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting, Reston, VA, USA.* — 2001. — 01. — P. 311–324.
85. *Gehrtz Manfred, Bjorklund Gary C., Whittaker Edward A.* Quantum-limited laser frequency-modulation spectroscopy // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 1985. — Sep. — Vol. 2, no. 9. — Pp. 1510–1526. — URL: <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-2-9-1510>.
86. *Lenth W.* High frequency heterodyne spectroscopy with current-modulated diode lasers // *IEEE Journal of Quantum Electronics.* — 1984. — Sep. — Vol. 20, no. 9. — Pp. 1045–1050.
87. Frequency modulation (FM) spectroscopy / G. C. Bjorklund, M. D. Levenson, W. Lenth, C. Ortiz // *Applied Physics B.* — 1983. — Nov. — Vol. 32, no. 3. — Pp. 145–152. — URL: <https://doi.org/10.1007/BF00688820>.
88. *Hashimoto Minoru, Ohtsu Motoichi.* Modulation transfer and optical Stark effect in a rubidium atomic clock pumped by a semiconductor laser // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 1989. — Oct. — Vol. 6, no. 10. — Pp. 1777–1789. — URL: <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-6-10-1777>.

89. Dark-line in optically-thick vapors: Inversion phenomena and line width narrowing / A Godone, Filippo Levi, Salvatore Micalizio, J Vanier // *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular and Optical Physics*. — 2002. — 01. — Vol. 18. — Pp. 5–13.
90. Vanier J, Mandache C. The Passive Optically Pumped Rb Frequency Standard: the Laser Approach // *Applied Physics B*. — 2007. — 06. — Vol. 87. — Pp. 565–593.
91. Dynamic regime of coherent population trapping and optimization of frequency modulation parameters in atomic clocks / V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. Yu. Basalaev, D. V. Kovalenko // *Opt. Express*. — 2017. — Feb. — Vol. 25, no. 3. — Pp. 2742–2751. — URL: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-25-3-2742>.
92. Tsygankov E. A., Petropavlovsky S. V., Vaskovskaya M. I. et al. Intensity nonlinearity of the error-signal frequency shift in the modulation spectroscopy of dark resonances and approaches to its reduction. — 2021.
93. Ben-Aroya I., Kahanov M., Eisenstein G. Optimization of FM spectroscopy parameters for a frequency locking loop in small scale CPT based atomic clocks // *Opt. Express*. — 2007. — Nov. — Vol. 15, no. 23. — Pp. 15060–15065. — URL: <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-15-23-15060>.
94. Kahanov Matan, Ben-Aroya Ido, Eisenstein Gadi. Dependence of small-scale atomic clock performance on frequency modulation parameters used in the frequency control loop // *Opt. Lett.* — 2008. — May. — Vol. 33, no. 9. — Pp. 944–946. — URL: <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-33-9-944>.
95. Light-shift suppression in laser optically pumped vapour-cell atomic frequency standards / C. Affolderbach, C. Andreeva, S. Cartaleva et al. // *Applied Physics B*. — 2005. — Jun. — Vol. 80, no. 7. — Pp. 841–848. — URL: <https://doi.org/10.1007/s00340-005-1804-7>.
96. Kozlova Olga, Guérandel Stéphane, de Clercq Emeric. Temperature and pressure shift of the Cs clock transition in the presence of buffer gases: Ne, N₂,

- Ar // *Phys. Rev. A.* — 2011. — Jun. — Vol. 83. — P. 062714. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.83.062714>.
97. Cs vapor microcells with Ne-He buffer gas mixture for high operation-temperature miniature atomic clocks / E. Kroemer, M. Abdel Hafiz, V. Maurice et al. // *Opt. Express.* — 2015. — Jul. — Vol. 23, no. 14. — Pp. 18373–18380. — URL: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-23-14-18373>.
98. *Arimondo Ennio*. Relaxation processes in coherent-population trapping // *Phys. Rev. A.* — 1996. — Sep. — Vol. 54. — Pp. 2216–2223. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.54.2216>.
99. *Shah Vishal, Kitching John*. Chapter 2 - Advances in Coherent Population Trapping for Atomic Clocks // *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics* / Ed. by E. Arimondo, P.R. Berman, C.C. Lin. — Academic Press, 2010. — Vol. 59 of *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*. — Pp. 21 – 74. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1049250X10590025>.
100. *Kitching John*. Chip-scale atomic devices // *Applied Physics Reviews*. — 2018. — Vol. 5, no. 3. — P. 031302. — URL: <https://doi.org/10.1063/1.5026238>.
101. *Kitching J., Knappe S., Hollberg L*. Miniature vapor-cell atomic-frequency references // *Applied Physics Letters*. — 2002. — Vol. 81, no. 3. — Pp. 553–555. — URL: <https://doi.org/10.1063/1.1494115>.
102. *Long Christopher M., Choquette Kent D*. Optical characterization of a vertical cavity surface emitting laser for a coherent population trapping frequency reference // *Journal of Applied Physics*. — 2008. — Vol. 103, no. 3. — P. 033101. — URL: <https://doi.org/10.1063/1.2838175>.
103. Metrological characterization of custom-designed 894.6 nm VCSELs for miniature atomic clocks / F. Gruet, A. Al-Samaneh, E. Kroemer et al. // *Opt. Express.* — 2013. — Mar. — Vol. 21, no. 5. — Pp. 5781–5792. — URL: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-21-5-5781>.

104. *Al-Samaneh A.* VCSELs for Cesium-Based Miniaturized Atomic Clocks. — Books on Demand, 2015. — URL: <https://books.google.ru/books?id=7aGYCgAAQBAJ>.
105. Coherent population trapping resonances in thermal ^{85}Rb vapor: D1 versus D2 line excitation / M. Stahler, R. Wynands, S. Knappe et al. // *Opt. Lett.* — 2002. — Aug. — Vol. 27, no. 16. — Pp. 1472–1474. — URL: <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-27-16-1472>.
106. Effects of the intensity difference of two laser fields on coherent population trapping clocks / Zhong Wang, Ke Deng, Dingwu He et al. // 2008 IEEE International Frequency Control Symposium. — 2008. — May. — Pp. 669–671.
107. Line-shape of dark line and maser emission profile in CPT / F. Levi, A. Godone, J. Vanier et al. // *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics.* — 2000. — Sep. — Vol. 12, no. 1. — Pp. 53–59. — URL: <https://doi.org/10.1007/s100530070042>.
108. Simple parameterization of dark-resonance line shapes / S. Knappe, M. Stähler, C. Affolderbach et al. // *Applied Physics B.* — 2003. — Jan. — Vol. 76, no. 1. — Pp. 57–63. — URL: <https://doi.org/10.1007/s00340-002-1072-8>.
109. Theory of dark resonances for alkali-metal vapors in a buffer-gas cell / A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, R. Wynands et al. // *Phys. Rev. A.* — 2003. — Mar. — Vol. 67. — P. 033810. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.67.033810>.
110. *Berberian J., Cutler L., Miao Zhu.* Methods for reducing microwave resonance asymmetry in coherent population trapping based frequency standards // Proceedings of the 2004 IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition, 2004. — 2004. — Aug. — Pp. 137–143.
111. Modulation-induced frequency shifts in a coherent-population-trapping-based atomic clock / David F. Phillips, Irina Novikova, Christine Y.-T. Wang et al. // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 2005. — Feb. — Vol. 22, no. 2. — Pp. 305–310. — URL: <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-22-2-305>.

112. Coherent-population-trapping resonances with linearly polarized light for all-optical miniature atomic clocks / Sergei A. Zibrov, Irina Novikova, David F. Phillips et al. // *Phys. Rev. A.* — 2010. — Jan. — Vol. 81. — P. 013833. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.81.013833>.
113. Influence of excited-state hyperfine structure on ground-state coherence / A. Nagel, C. Affolderbach, S. Knappe, R. Wynands // *Phys. Rev. A.* — 1999. — Dec. — Vol. 61. — P. 012504. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.61.012504>.
114. The chip-scale atomic clock-recent development progress / R Lutwak, D Emmons, T English et al. // 35th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting. — 2003. — December. — Pp. 467–478.
115. Experimental and theoretical comparison of different optical excitation schemes for a compact coherent population trapping Rb vapor clock / Z. Warren, M. S. Shahriar, R. Tripathi, G. S. Pati // *Metrologia.* — 2017. — . — Vol. 54. — P. 418.
116. *Dicke R. H.* The Effect of Collisions upon the Doppler Width of Spectral Lines // *Phys. Rev.* — 1953. — Jan. — Vol. 89. — Pp. 472–473. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.89.472>.
117. *Barrat, J.P., Cohen-Tannoudji, C.* Étude du pompage optique dans le formalisme de la matrice densité // *J. Phys. Radium.* — 1961. — Vol. 22, no. 6. — Pp. 329–336. — URL: <https://doi.org/10.1051/jphysrad:01961002206032900>.
118. *Vanier Jacques, Godone Aldo, Levi Filippo.* Coherent population trapping in cesium: Dark lines and coherent microwave emission // *Phys. Rev. A.* — 1998. — Sep. — Vol. 58. — Pp. 2345–2358. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.58.2345>.
119. Contrast and linewidth of the coherent population trapping transmission hyperfine resonance line in ⁸⁷Rb Effect of optical pumping / J. Vanier, M. W. Levine, D. Janssen, M. Delaney // *Phys. Rev. A.* — 2003. — Jun. — Vol. 67. — P. 065801. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.67.065801>.

120. *Olesen H., Jacobsen G.* A theoretical and experimental analysis of modulated laser fields and power spectra // *IEEE Journal of Quantum Electronics.* — 1982. — December. — Vol. 18, no. 12. — Pp. 2069–2080.
121. Direct Frequency Modulation In AlGaAs Semiconductor Lasers / S. Kobayashi, Y. Yamamoto, M. Ito, T. Kimura // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.* — 1982. — Apr. — Vol. 30, no. 4. — Pp. 428–441.
122. *Zhu Xiang, Cassidy Daniel T.* Modulation spectroscopy with a semiconductor diode laser by injection-current modulation // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 1997. — Aug. — Vol. 14, no. 8. — Pp. 1945–1950. — URL: <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-14-8-1945>.
123. *Wynands R., Nagel A.* Inversion of frequency-modulation spectroscopy line shapes // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 1999. — Oct. — Vol. 16, no. 10. — Pp. 1617–1622. — URL: <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-16-10-1617>.
124. Estimation of frequency response of directly modulated lasers from optical spectra / N. H. Zhu, T. Zhang, Y. L. Zhang et al. // *Journal of Physics D Applied Physics.* — 2006. — . — Vol. 39. — Pp. 4578–4581.
125. Modulation enhancement of a laser diode in an external cavity / A. Waxman, M. Givon, G. Aviv et al. // *Applied Physics B: Lasers and Optics.* — 2009. — . — Vol. 95. — Pp. 301–305.
126. Rubidium chip-scale atomic clock with improved long-term stability through light intensity optimization and compensation for laser frequency detuning / Yaolin Zhang, Wanpeng Yang, Shuangyou Zhang, Jianye Zhao // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 2016. — Aug. — Vol. 33, no. 8. — Pp. 1756–1763. — URL: <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-33-8-1756>.
127. Chirp-based direct phase modulation of VCSELs for cost-effective transceivers / Jose A. Altabas, David Izquierdo, Jose A. Lazaro, Ignacio Garces // *Opt. Lett.* — 2017. — Feb. — Vol. 42, no. 3. — Pp. 583–586. — URL: <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-42-3-583>.
128. *Chakraborty Meenakshi, Chattopadhyay Taraprasad.* Optical Modulation Enhancement Through CW Injection Locking of a Sinusoidally Modulated Fabry-

- Perot Laser Diode // *Journal of Optical Communications*. — 2018. — Oct. — Vol. 39, no. 4. — Pp. 393–400.
129. Investigation of commercial 894.6 nm vertical-cavity surface-emitting lasers for applications in quantum metrology / A. O. Makarov, S. M. Ignatovich, V. I. Vishnyakov et al. // *AIP Conference Proceedings*. — 2019. — Vol. 2098, no. 1. — P. 020010. — URL: <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.5098154>.
130. A versatile testbed for CubeSat atomic clock development: EOM vs Laser current modulation / Z. Warren, H. Kettering, P. Ionov et al. // 2019 Joint Conference of the IEEE International Frequency Control Symposium and European Frequency and Time Forum (EFTF/IFC). — 2019. — April. — Pp. 1–5.
131. Reducing frequency drift caused by light shift in coherent population trapping-based low-power atomic clocks / Shinya Yanagimachi, Kazuhiro Harasaka, Ry-oihiro Suzuki et al. // *Applied Physics Letters*. — 2020. — Vol. 116, no. 10. — P. 104102. — URL: <https://doi.org/10.1063/1.5143377>.
132. Combined Microwave and High-Frequency Modulation of the Injection Current of a Diode Laser for Multiple-Frequency Excitation of CPT-Resonances / A. Isakova, K. Savinov, N. Golovin et al. // *Russian Physics Journal*. — 2020. — 05. — Pp. 1–5.
133. *Paryohin D. A.* Control Algorithms in Quantum Frequency Standards Based on the Effect of Coherent Population Trapping // *Measurement Techniques*. — 2021. — Apr. — Vol. 64, no. 1. — Pp. 28–33.
134. *Eisenstein Gadi, Bimberg Dieter.* Green Photonics and Electronics. — Springer, 2017.