Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
«Физический институт имени П. Н. Лебедева Российской академии наук»
(ФИАН)

На правах рукописи

Куров Александр Валерьевич

Модели классической и квантовой гравитации и их анализ методом ренормгруппы

Специальность 1.3.3 —
«Теоретическая физика»

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2023

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном учреждении науки физическом институте имени П. Н. Лебедева Российской академии наук.

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник **Барвинский Андрей Олегович**
Официальные оппоненты:	**Бухбиндер Иосиф Львович,** доктор физико-математических наук, Лаборатория теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, ведущий научный сотрудник
	Степаньянц Константин Викторович, доктор физико-математических наук, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, доцент
Ведущая организация:	Институт ядерных исследований Российской академии наук

Защита состоится 12 февраля 2024 г. в 12 часов на заседании диссертационного совета Д 24.1.262.04 при Физическом институте им. П. Н. Лебедева РАН по адресу: 119991, г. Москва, Ленинский проспект, д. 53.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФИАН, а также на сайте www.lebedev.ru.

Автореферат разослан "___"__________ 2023 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 24.1.262.04,
канд. физ.-мат. наук

Чернышов Дмитрий Олегович

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Построение квантовой теории гравитационных взаимодействий остается одной из главных задач теоретической физики. Несмотря на впечатляющие достижения в этом направлении, многие фундаментальные вопросы остаются открытыми. Представляет особый интерес, может ли такая теория быть сформулирована на языке локальной, унитарной и перенормируемой квантовой теории поля в четырёх пространственно-временных измерениях, как это было сделано для всех других взаимодействий в стандартной модели физики элементарных частиц.

Главным препятствием для такого построения в рамках общей теории относительности (ОТО) является хорошо известный факт, что постоянная гравитационного взаимодействия является размерной при числе измерений больше двух. Этот факт делает теорию неперенормируемой по теории возмущений – в каждом порядке петлевого разложения появляются новые расходимости. Возможное решение состоит в том, чтобы дополнить гравитационный лагранжиан слагаемыми, квадратичными по кривизне, тем самым увеличив количество производных, действующих на метрическое поле [5]. Для некоторых областей в пространстве параметров теория даже асимптотически свободна и, следовательно, УФ-полна [6]. Однако из-за присутствия в лагранжиане четырёх производных по времени теория содержит духи – состояния с отрицательной нормой, и не допускает обычной интерпретации в духе унитарной квантовой механики.

Интересная идея была предложена Хоравой [7], который указал, что унитарность может быть сохранена за счёт потери лоренц-инвариантности. Ключевая идея заимствована из физики конденсированного состояния и использует понятие анизотропного масштабирования времени и пространственных координат. В этом случае в действии теории можно сохранить вторые производные по времени, добавляя только слагаемые, содержащими высшие пространственные производные. Это позволяет построить действие для гравитации, перенормируемым в смысле анализа размерностей, т.е. оно содержит только маргинальные и релевантные операторы по отношению к масштабным преобразованиям. Такое действие имеет хорошие шансы быть пертурбативно перенормируемым в строгом смысле, т. е. все расходимости, порождённые в рамках теории возмущений могут быть поглощены переопределением констант взаимодействия в действии.

Для числа пространственных измерений больше единицы, время и пространство масштабируются по-разному. Теория гравитации, сформулированная в такой постановке, не может быть полностью инвариантной относительно диффеоморфизмов. Особая роль времени ограничивает возможные симметрии к диффеоморфизмам, сохраняющим слоение, которые оставляют инвариантными слои с постоянным временем. Другими словами, остаются репараметризации времени и зависящие от времени пространственные диффеоморфизмы.

Действие гравитации Хоравы–Лифшица записывается через функции, входящие в АДМ-разложение четырёхмерной метрики: функцию хода, вектор сдвига и трёхмерную метрику. Точная форма действия и его физическое содержание зависят от предположения о виде функции хода. В непроектируемой версии гравитации Хоравы функция хода считается полноценным динамическим полем, зависящим как от пространства, так и от времени. В этом случае лагранжиан может зависеть от пространственных производных функции хода [8] и число независимых операторов в лагранжиане очень велико (порядка $O(100)$) [9]. Действие упрощается при низких энергиях, где оно сводится к ОТО и сектору, описывающему динамику предпочтительного слоения. Последний сектор стабилен и его взаимодействия с гравитацией и видимой материей можно подавить подходящим выбором констант связи. Другими словами, несмотря на отсутствие лоренц-инвариантности или общей ковариантности как фундаментальных принципов в гравитации Хоравы, теория может воспроизвести известную феноменологию ОТО на масштабах, в которых она была проверена [10]. В то время как пространство параметров теории было строго ограничено проверками лоренц-инвариантности в секторе материи и в гравитационном секторе [11], оно по-прежнему остается феноменологически жизнеспособным [12]. В литературе появляются работы, указывающие на перенормируемость непроектируемой версии [13].

Мы будем рассматривать проектируемую версию гравитации Хоравы, её пертурбативная перенормируемость была доказана в любом числе пространственно-временных измерений [14]. В этой версии функция хода является функцией только времени. Это предположение совместимо с преобразованиями, которые оставляют инвариантными слои с постоянным временем. С помощью репараметризации времени функция хода может быть положена любым постоянным значением, скажем единице. Таким образом, функция хода полностью исключается из модели. В случае трёх пространственных измерений, действие содержит 11 констант связи, 7 из которых соотвествуют маргинальным операторам.

Целью данной работы является вычисление бета функций существенных констант связи проектируемой (3+1)-мерной модели. Для этого необходимо вычислить функциональный след от однопетлевого эффективного действия. Эту задачу мы решаем с использованнием инструментов на основе метода ядра тепловодности Швингера–ДеВитта [15—17] или Гилки–Сили [18]. Они обеспечивают эффективное пересуммирование ряда теории возмущений и позволяют получить УФ-расходимости не виде разложения по степеням возмущений поля, а виде полных нелинейных контрчленов — локальных нелинейных функционалов общего фонового поля. Новаторское применение этого метода в квантовой теории Эйнштейна [19] оказалось очень эффективным и теперь лежит в основе большинства результатов о перенормировке (супер)гравитационных моделей. Основным инструментом этого метода является ядро уравнения теплопроводности, коэффициенты разложения по собственному времени которого — так называемые коэффициенты HAMIDEW [20] или Гилки–Сили — несут полную информацию об УФ-расходимостях и могут быть вычислены систематически.

Несмотря на значительные вычислительные преимущества метода ядра тепловодности, его применение к гравитации Хоравы сталкивается с двумя основными трудностями. Этот метод применим для ковариантных операторов, в которых все производные по пространству-времени трактуются на равных и образуют ковариантные даламбертианы или пространственные лапласианы. Существование предпочтительного временного слоения явно нарушает это свойство. Было предложено несколько способов как обойти эту проблему и применить метод теплового ядра в теориях типа Лифшица [21]. Однако приложения к моделям гравитации Хоравы омрачены дополнительной трудностью — неминимальные операторы, возникающие в этих моделях имеют слагаемые с производными высшего порядка, которые не исчерпываются степенями даламбертиана $\Box \equiv g^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu$ или лапласиана $\Delta \equiv \gamma^{ij}\nabla_i\nabla_j$. Главный символ этих операторов недиагонален по производным, индексы которых свёрнуты с индексами тензорных полей. Чтобы обойти эту трудность, мы используем технику так называемых универсальных функциональных следов (УФС), применимую к этому классу неминимальных операторов с высшими производными.

Изначально этот метод был разработан для пространственно-временных ковариантных операторов в [17]. Универсальные функциональные следы — это пределы совпадения ядер нелокальных (псевдодифференциальных) операторов вида

$$\nabla_{\mu_1} \ldots \nabla_{\mu_m} \frac{\hat{1}}{\Box^n} \delta(x,y) \Big|_{y=x}, \tag{1}$$

которые определены в искривленном пространстве-времени с общей метрикой $g_{\mu\nu}$ и с ковариантным оператором Даламбера $\Box$, действующим на общий набор полей $\varphi = \varphi^A(x)$ (шляпка обозначает матричную структуру ядра оператора в векторном пространстве φ, $\hat{1}\varphi = \delta^A_B \varphi^B$ и т. д.). Для соответствующих значений параметров m и n эти пределы совпадения расходятся в УФ и содержат всю информацию об однопетлевых УФ-расходимостях теории.

Этот метод допускает обобщение на теории с нарушением симметрии Лоренца и регулярными пропагаторами. К счастью, в нашем случае это обобщение не нужно. В силу свойств проектируемой гравитации Хоравы, перенормировку его потенциального члена можно осуществить с помощью специальной трёхмерной редукции, при которой однопетлевое эффективное действие представляется как след от квадратного корня полностью ковариантного в трёхмерном пространстве оператора 6-го порядка. Этот оператор неминимальный и приведение его квадратного корня к виду, подходящему для применения метода УФС представляет собой большую вычислительную задачу. Мы преодолеваем это с помощью символьной компьютерной алгебры. В результате мы получаем однопетлевое эффективное действие в виде суммы универсальных функциональных следов (1) с полуцелыми n, которые полностью ковариантны в трёхмерном пространстве и могут быть вычислены с помощью техники из [17].

Основным результатом первый главы данной работы являются явные выражения для бета функций существенных констант взаимодействия теории и пять фиксированных точек ренормгруппового потока.

Другим направлением работы является изучение гипотезы асимптотического благополучия. Её ключевым компонентом является нетривиальная (негауссова) фиксированная точка (НГФТ) ренормгруппового потока теории, которая контролирует поведение констант связи в ультрафиолетовом режиме и избавляет физические величины от расходимостей. Идея нетривиальной фиксированной точки, обеспечивающей возможное УФ-завершение в теории квантовой грацитации, была предложена Вайнбергом [22]. Начиная с основополагающей работы [23], уравнение функциональной ренорм группы (УФРГ) предоставило существенные доказательства того, что гравитация действительно обладает подходящей НГФТ. Это включает в себя демонстрацию того, что НГФТ, наблюдаемая в четырёх пространственно-временных измерениях, является аналитическим продолжением пертурбативной фиксированной точки, наблюдаемой в $2+\epsilon$ пространственно-временных измерениях [24], исследования гравитационного РГ потока с помощью анзаца Гильберта–Эйнштейна [24], и его обощения слагаемыми с высшими кривизнами и высшими производными [25], в том числе с добавлением известного двухпетлевого контрчлена Гороффа–Саньотти [26]. В качестве ключевого результата эти работы показывают, что НГФТ обладает значительной предсказательной силой.

Существование НГФТ, контролирующей высокоэнергетическое поведение гравитации, поднимает вопрос о том как охарактеризовать свойства пространства-времени в квантовом режиме. Одна из характеристик может быть основана на аномальной размерности геометрических операторов, включающих, например, объёмы пространства-времени, объёмы поверхностей, вложенных в пространство-время, геодезическую длину или корреляционные функции полей, разделённых фиксированным геодезическим расстоянием [27; 28]. Например, в [27] была вычислена аномальная размерность γ_0, связанная с d-мерным оператором объёма $\mathcal{O}_0 = \int d^dx\sqrt{g}$. В НГФТ в четырёх измерениях эта аномальная размерность оказалась равной $\gamma_0^*|_{d=4} = 3{,}986$.

Следующей целью настоящей работы является вычисление аномальной размерности бесконечного семейства геометрических операторов, заданных интегралом от n степеней скаляра кривизны R

$$\mathcal{O}_n = \int d^d x \sqrt{g}\, R^n \,, \qquad n \in \mathbb{N} \,. \tag{2}$$

Эти операторы могут быть определены либо интегралом, охватывающим все пространство-время, либо интегралом по части пространства. В последнем случае инвариантность относительно диффеоморфизмов требует добавления подходящих граничных слагаемых, подобных слагаемому Гиббонса-Хокинга, которые, однако, не важны для настоящего обсуждения.

Наше вычисление аномальных размерностей следует стратегии из [27], и использует формализм составных операторов, основанный на эффективном действии [29]. Главная сила формализма заключается в том, что он позволяет вычислить скейлинги геометрических операторов, которые не являются частью эффективного действия. Мы аппроксимируем (регулярные) пропагаторы анзацем Гильберта–Эйнштейна [23] и выбираем геометрические операторы (2). Основными результатами второй главы являются общая формула, дающая замкнутое выражение для аномального скейлинга в любой размерности d и спектры матрицы аномальной размерности. Заметим, что информация о бесконечном числе показателей масштабирования даётся впервые.

Третьим направлением данной работы является изучение явления тёмной энергии, которое представляет собой тёмную сторону современной космологии и, следовательно, является беспрецедентно богатой площадкой для различных модификаций общей теории относительности. Одними из наиболее интересных вариантов модификаций являются те, которые не связаны с особыми типами гравитирующей материи и исходят из чисто метрического сектора теории, подобно моделям локальной $f(R)$-гравитации. Обычно такие модификации эквивалентны добавлению или удалению некоторых локальных степеней свободы. Ещё более интересен случай, когда нетривиальная модификация происходит без изменения баланса локальных физических переменных. Известные примеры такой концепции включают, в частности, унимодулярную гравитацию (УМГ) [30]. Унимодулярная гравитация отличается от ОТО тем, что в ней накладывается условие единичности определителя метрического тензора. Интересный вывод состоит в том, что эта теория имеет то же число локальных степеней свободы, что и ОТО [31]. Это можно объяснить тем, что уменьшение числа независимых полевых переменных компенсируется сокращением локальной группы калибровочной инвариантности, а основным эффектом унимодулярной модификации является возникновение одной глобальной степени свободы, играющей роль космологической постоянной.

Расширение физического сектора теории за счёт частичного нарушения калибровочной инвариантности – явление известное и весьма популярное. В частности, редукция от лоренцевой симметрии к анизотропной масштабной инвариантности в моделях Лифшица очень продуктивна в контексте теории конденсированного состояния [32], в то время как аналогичная модификация в ранее упомянутых гравитационных моделях Хоравы [7; 14] открывает перспективы для перенормируемых унитарных теорий, сохраняющих гравитацию. Мы рассматриваем синтез нарушения симметрии Лоренца с понятием унимодулярной гравитации [30; 33]. Эта обобщённая унимодулярная гравитация (ОУМГ), которая включает нарушение симметрии Лоренца в определении редуцированного конфигурационного пространства метрических коэффициентов – вместо требования единичности метрического определителя эта теория основана на метрическом поле, удовлетворяющем следующему ограничению

$$N = N(\gamma), \quad \gamma \equiv \det \gamma_{ij}, \tag{3}$$

где $N = (-g^{00})^{-1/2}$ функция хода, а $N(\gamma)$ некоторая функция от γ – определителя пространственной метрики γ_{ij} в АДМ (3+1)-разложении метрических коэффициентов $g_{\mu\nu}$

$$g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = (N_i N^i - N^2)dt^2 + 2N_i\, dt\, dx^i + \gamma_{ij} dx^i\, dx^j. \tag{4}$$

Здесь $x^\mu = (t, x^i)$, $\mu = 0, 1, 2, 3$, $i = 1, 2, 3$ и $N_i = g_{0i}$ соответствующий вектор сдвига.

Мотивация такого обобщения унимодулярной гравитации заключается в том, что на классическом уровне такая теория эффективно включает в себя особый тип источника материи – тёмную жидкость с нелинейным (общим баротропным) уравнением состояния. Таким образом, теория выходит за рамки обычной унимодулярной гравитации, создавая идеальную жидкость, характеризующуюся не только энергией вакуума с $p = -\varepsilon$, но и нетривиальным давлением. Отметим, что эта жидкость имеет полностью метрическое происхождение и может иметь, зависящий от времений параметр состояния $w = w(t)$. Последнее свойство представляет интерес, так как на эксперименте наблюдалась эффективная зависимость параметра состояния тёмной энергии от времени [34; 35]. Для класса степенных функций $N(\gamma)$ в (3) теория порождает уравнение состояния $p = w\varepsilon$ с постоянной w и, кроме того, в сопутствующей системе отсчёта этой жидкости плотность и давление постоянны как в пространстве, так и во времени. Таким образом, подобно исходной унимодулярной гравитации, теория может включать в качестве пространственно-временной константы движения аналог тёмной энергии, которая имеет постоянный политропный параметр w, отличный от -1 . В частном случае пыли без давления с $w = 0$, соответствующему $N(\gamma) = \text{const}$, плотность этой пыли характеризуется единственной функцией пространственных координат, полностью фиксированной начальным условиях, которые можно интерпретировать как модель неоднородного распределения тёмной материи.

В данной работе особо внимание уделено лагранжевым калибровочным преобразованиям, число которых равно двум, а не трём как можно было изначально предположить. Этот факт является следствием того, параметр калибровочного преобразования, сохрающий условие обобщённой унимодулярности, подчиняется нетривиальному дифференциальному уравнению по времени. Решение такого уравнения не может иметь компактного носителя во времени. Далее анализируется калибровочная неинваринтность действия относительно «третьего» калибровочного преобразования на космологическом фоне с положительной и нулевой кривизной. Важную роль в этом анализе представляют поверхностные слагаемые как на времениподобной, так и на пространственноподобной границах.

Таким образом, **целями** данной диссертационной работы являются:

1. Нахождение бета-функций всех существенных констант связи в (3+1)-мерной проектируемой гравитации Хоравы.
2. Поиск всех фиксированных точек ренормгруппового потока гравитации Хоравы и установление природы этих точек.
3. Вычисление аномальных масштабных размерностей бесконечного семейства операторов с помощью диагонального приближения, а также вычисление спектра полной матрицы аномальных масштабных размерностей.

4. Изучение лагранжевых калибровочных симметрий в обобщённой унимодулярной гравитации.

Для достижения поставленных целей необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Вычисление квадратного корня из пространственной части оператора Хоравы на статическом фоне методом последовательных приближений.
2. Получение всех необходимых универсальных функциональных следов до третьего порядка по кривизне.
3. Численный анализ системы полиномиальных уравнений ренормгруппового потока.
4. Вычисление функциональных следов с помощью метода ядра теплопроводности.
5. Исследование калибровочной инвариантности квадратичного действия на космологическом фоне.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Явный вид пяти бета-функций существенных констант связи (3+1)-мерной проектируемой гравитации Хоравы.
2. Пять фиксированных точек ренормгруппового потока (3+1)-мерной проектируемой гравитации Хоравы.
3. Аномальные масштабные размерности бесконечного семейства операторов в диагональном приближении.
4. Спектр полной матрицы аномальных мастштабных размерностей семейства операторов.
5. Анализ лагранжевых калибровочных симметрий обобщённой унимодулярной гравитации.

Научная новизна, достоверность и личный вклад автора. Новизна рассматриваемых вопросов, а также достоверность полученных результатов привели к продвижению в понимании (3+1)-мерной гравитации Хоравы. Все представленные в диссертации результаты являются оригинальными и получены автором лично или при его непосредственном участии. Приведённые в диссертации результаты являются актуальными, используются и развиваются как российскими, так и зарубежными научными группами.

Научная и практическая значимость. Изучаемые в диссертации проблемы представляют научный интерес в области теоретической и математической физики. Полученные в работе выражения для бета-функций существенных констант связи могут быть использованы для построения траекторий ренормгруппового потока и установления природы его фиксрованных точек. Существует деформация релевантными операторами (3+1)-мерного действия Хоравы, которая сохраняет условие детального баланса. Такое деформированное действие можно связать через стахостическое квантование Паризи с трёхмерной массивной гравитацией. Изучение такой связи представляет научный интерес. Разработанные методы вычисления аномальных размерностей могут быть использованы для дальнейшей проверки гипотезы асимптотического благополучия.

Апробация работы. Основные результаты работы опубликованы в 4 [1—4] статьях в журналах, индексируемых Web of Science и Scopus. Помимо этого, основные результаты диссертации докладывались на семинаре ОТФ ФИАН, на семинаре по квантовой гравитации в университете Радбауда, Нидерланды и на международной конференции “Models in Quantum Field Theory” (MQFT-2022) в Санкт-Петербурге.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава основана на работе [4] и посвящена нахождению бета функций в (3+1)-мерной проектируемой гравитации Хоравы–Лифшица.

Теория гравитации Хоравы строится таким образом, что в ней присутствует симметрия относительно анизотропного скейлинга с динамическим показатетелем z[1]

$$t \mapsto b^{-z} t\ , \qquad x^i \mapsto b^{-1} x^i\ , \tag{5}$$

[1]Мы используем латинские индексы для обозначения пространственных направлений, $i = 1, \ldots, d$.

где b — положительный параметр масштабирования. В (3+1)-мерной случае для перенормируемости в смысле анализа размерностей мы выбирем $z = d = 3$.

Наличие такой симметрии допускает в теории только инвариантность относительно диффеоморфизмов, сохраняющих слоение (FDiff), которые оставляют инвариантными слои с постоянным временем

$$t \mapsto t'(t) \ , \qquad x^i \mapsto x'^i(t,\mathbf{x}) \ , \tag{6}$$

где $t'(t)$ — монотонная функция.

В действии гравитации Хоравы метрика раскладывается на временную и пространственные компоненты по подобию разложения Арновитта–Дезера–Мизнера (АДМ)

$$\mathrm{d}s^2 = N^2 \mathrm{d}t^2 - \gamma_{ij}(\mathrm{d}x^i + N^i \mathrm{d}t)(\mathrm{d}x^j + N^j \mathrm{d}t) \,. \tag{7}$$

Лагранжиан строится из всех локальных FDiff-инвариантных операторов, которые могут быть построены из полей N, N^i, γ_{ij} и имеют размерность относительно анизотропного скейлинга меньше или равной $2d$. Мы будем рассматривать проектируемую версию гравитации Хоравы. В этой версии $N = N(t)$ и её можно положить равной единице. Тогда перенормируемое в смысле анализа размерностей действие имеет вид [7],

$$S = \frac{1}{2G} \int \mathrm{d}t \, \mathrm{d}^d x \sqrt{\gamma} \big(K_{ij} K^{ij} - \lambda K^2 - \mathcal{V} \big) \ , \tag{8}$$

где

$$K_{ij} = \frac{1}{2} \left(\dot{\gamma}_{ij} - \nabla_i N_j - \nabla_j N_i \right) \ , \tag{9}$$

— внешняя кривизна расслоения и $K \equiv K_{ij}\gamma^{ij}$ — её след. Здесь точка обозначает производную по времени, а ∇_i — ковариантную производную, относительно пространственной метрики γ_{ij}; G и λ — безразмерные константы связи. Форма потенциала зависит от количества пространственных измерений. В $d = 3$ маргинальная часть имеет вид [36],

$$\mathcal{V} = \nu_1 R^3 + \nu_2 R R_{ij} R^{ij} + \nu_3 R^i_j R^j_k R^k_i + \nu_4 \nabla_i R \nabla^i R + \nu_5 \nabla_i R_{jk} \nabla^i R^{jk} \ , \tag{10}$$

и содержит 5 констант связи $\nu_a, a = 1,\ldots,5$.

Частичные результаты о ренормгрупповом потоке проектируемой гравитации Хоравы в $d = 3$ были получены в [37]. УФ-поведение теории параметризуется семью константами связи, соответсвующим маргинальным операторам в (8), (10) G, λ, ν_a, $a = 1,\ldots,5$. Однако не все эти константы связи имеют физическое значение, что выражается в зависимости их β-функций от выбора калибровки. Всего имеется шесть существенных констант связи, которые входят в эффективное действие на массовой оболочке и чьи β-функции калибровочно инварианты. Их можно выбрать следующим образом [37]

$$\mathcal{G} = \frac{G}{\sqrt{\nu_5}}, \quad \lambda, \quad u_s = \sqrt{\frac{1-\lambda}{1-3\lambda}\frac{1}{\nu_5}(8\nu_4+3\nu_5)}, \quad v_a = \frac{\nu_a}{\nu_5}, \quad a = 1,2,3. \tag{11}$$

Калибровочно-зависимая β-функция G (не $\mathcal{G}$) и β-функция λ были вычислены ранее [37].

Одной из целей данной работы является получение β-функций остальных констант связи в (11).

Расходящаяся часть однопетлевого фонового эффективного действия, полученная с помощью пакета тензорной компьютерной алгебры *xAct* [38] для Mathematica, даёт нам перенормированные константы связи ν_a, $a = 1,\ldots,5$ и позволяет определить β-функции $\mathcal{G}$ и остальных четырёх существенных констант связи, коллективно обозначенных как $\chi = (u_s,v_1,v_2,v_3,)$. Соответствующие выражения имеют вид

$$\beta_{\mathcal{G}} = \frac{\mathcal{G}^2}{26880\pi^2(1-\lambda)^2(1-3\lambda)^2(1+u_s)^3u_s^3}\sum_{n=0}^{7} u_s^n\,\mathcal{P}_n^{\mathcal{G}}[\lambda,v_1,v_2,v_3], \tag{12a}$$

$$\beta_{\chi} = A_\chi\frac{\mathcal{G}}{26880\pi^2(1-\lambda)^3(1-3\lambda)^3(1+u_s)^3u_s^5}\sum_{n=0}^{9} u_s^n\,\mathcal{P}_n^{\chi}[\lambda,v_1,v_2,v_3], \tag{12b}$$

где общие множители $A_\chi = (A_{u_s},A_{v_1},A_{v_2},A_{v_3})$ равны

$$A_{u_s} = u_s(1-\lambda), \quad A_{v_1} = 1, \quad A_{v_2} = A_{v_3} = 2. \tag{13}$$

Заметим, что константа $\mathcal{G}$ факторизуется и её степени входят в β-функции только как общие множители. Функции $\mathcal{P}_n^{\mathcal{G}}[\lambda,v_1,v_2,v_3,]$, $\mathcal{P}_n^{\chi}[\lambda,v_1,v_2,v_3,]$ — многочлены по λ и v_a, $a = 1,2,3$, с целыми коэффициентами. $\mathcal{P}_n^{\mathcal{G}}$, $\mathcal{P}_n^{u_s}$ и $\mathcal{P}_n^{v_a}$ четвертого, пятого и шестого порядка по λ соответственно. Максимальная общая степень констант v_a равна двум для $\mathcal{P}_n^{\mathcal{G}}$, $\mathcal{P}_n^{u_s}$ и трём для $\mathcal{P}_n^{v_a}$. Явные выражения для этих многочленов очень длинные и приведены в приложении A диссертации.

Важным вопросом является существование и природа неподвижных точек ренормгруппового потока. Константа $\mathcal{G}$ определяет общую силу взаимодействий в гравитации Хоравы и должна быть мала для справедливости пертурбативного разложения. Её УФ-поведение определяет, является ли модель асимптотически свободной ($\mathcal{G} \to 0$) или имеет полюс Ландау ($\mathcal{G} \to \infty$). С другой стороны, остальные константы связи λ,u_s, v_a являются отношениями коэффициентов в действии и не обязаны быть малы. Для нахождения фиксированных точек нужно решить систему уравнений

$$\beta_\lambda/\mathcal{G} = 0 \ , \tag{14a}$$

$$\beta_\chi/\mathcal{G} = 0 \ , \qquad \chi = u_s, v_1, v_2, v_3 \ . \tag{14b}$$

На каждом решении нужно вычислить знак $\beta_{\mathcal{G}}$ для определения природы фиксированной точки. Мы изучили численно систему (14) и получили следующие результаты:

i) Мы не нашли решений в правой части унитарной области, $\lambda > 1$. В этом отношении $(3+1)$-мерная гравитация Хоравы оказывается отличной от $(2+1)$-мерного аналога, обладающего асимптотически свободной фиксированной точкой при $\lambda = 15/14$ [39].

ii) В левой части унитарной области $\lambda < 1/3$ найдено 5 решений, приведённых в таблице 1. Как обсуждалось в [37], фиксированные точки $\lambda < 1/3$ являются УФ-отталкивающими в направлении λ.

iii) В пределе $\lambda \to \infty$ найдено 8 фиксированных точек, они приведены в таблице 2. Существование УФ фиксированных точек в таком пределе было впервые предложено в работе [40]. Стоит отметить, что аналогичный предел естественным образом возникает при связи нерелятивистской гравитации с потоками Перельмана–Риччи [41].

λ	u_s	v_1	v_2	v_3	$\beta_{\mathcal{G}}/\mathcal{G}^2$
0.1787	60.57	-928.4	-6.206	-1.711	-0.1416
0.2773	390.6	-19.88	-12.45	2.341	-0.2180
0.3288	54533	3.798×10^{8}	-48.66	4.736	-0.8484
0.3289	57317	-4.125×10^{8}	-49.17	4.734	-0.8784
0.333332	3.528×10^{11}	-6.595×10^{23}	-1.950×10^{8}	4.667	-3.989×10^{6}

Таблица 1 — Решения системы (14). В последнем столбце указано значение β-функции константы $\mathcal{G}$ на соответствующем решении. Все фиксированные точки асимптотически свободны.

№	u_s	v_1	v_2	v_3	$\beta_{\mathcal{G}}/\mathcal{G}^2$	Можно вытечь из $\lambda = \infty$?
1	0.01950	0.4994	-2.498	2.999	-0.2004	нет
2	0.04180	-0.01237	-0.4204	1.321	-1.144	нет
3	0.05530	-0.2266	0.4136	0.7177	-1.079	нет
4	12.28	-215.1	-6.007	-2.210	-0.1267	да
5	21.60	-17.22	-11.43	1.855	-0.1936	да
6	440.4	-13566	-2.467	2.967	0.05822	да
7	571.9	-9.401	13.50	-18.25	-0.07454	да
8	950.6	-61.35	11.86	3.064	0.4237	да

Таблица 2 — Решения системы (14) соответствующие фиксированным точкам гравитации Хоравы при $\lambda = \infty$. В предпоследнем столбце указано значение β-функции константы $\mathcal{G}$ на каждом решении, знак которой определяет, будет ли поток асимптотически свободен или убегает в сильную связь.

Вторая глава основана на работах [2; 3] и посвящена исследованию аномальных масштабных размерностей составных операторов в рамках гипотезы асимптотического благополучия.

Ключевым компонентом в формализме асимптотического благополучия является уравнение Веттериха для эффективного действия Γ_k [23]. Это уравнение имеет вид

$$\partial_t \Gamma_k = \frac{1}{2} \mathrm{Tr} \left[\left(\Gamma_k^{(2)} + \mathcal{R}_k \right)^{-1} \partial_t \mathcal{R}_k \right] , \quad \partial_t \equiv k \partial_k . \tag{15}$$

здесь k – это масштаб, $\Gamma_k^{(2)}$ – вторая функциональная производная Γ_k по квантовым полям, а Tr представляет собой сумму по квантовым полям и интеграл по петлевым импульсам. Инфракрасный регулятор $\mathcal{R}_k$ имеет вид k-зависимого массого слагаемого для флуктуаций с импульсом $p^2 \lesssim k^2$ и исчезает для $p^2 \gg k^2$. Как следствие аргумент под знаком следа имеет максимум при $p^2 \approx k^2$. При понижении k высвобождаются дальнейшие моды флуктуаций, которые потом будут отинтегрированы. Таким образом уравнение функциональной ренормгруппы (УФРГ) (15) реализует идею Вильсона о перенормировке.

Важный свойством УФРГ является возможность посторения приближённых решений, которые не опираются на разложение по малому параметру. Главная идея заключается в формальном разложении Γ_k по мономам взаимодействия, умноженных на зависящую от масштаба константу связи $\bar{u}_i(k)$

$$\Gamma_k = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{u}_i(k) \, \mathcal{O}_i \, . \tag{16}$$

Ограничивая сумму конечным набором, $i = 1, \ldots, N$, подставляя полученный анзац для Γ_k в УФРГ и проецируя полученное уравнение на мономы взаимодействия, содержащиеся в анзаце, мы получаем набор уравнений $k\partial_k \bar{u}_i(k) = \bar{\beta}_{\bar{u}_i}(\{\bar{u}_j\}, k)$. Вводя безразмерные константы связи $u_i(k) \equiv k^{-d_i} \bar{u}_i(k)$, где d_i обозначает массовую размерность размерной константы связи $\bar{u}_i(k)$, поток может быть записан в терминах автономных бета-функций

$$\partial_t u_i = \beta_{u_i}(\{u_j\}) \, , \qquad i = 1, \ldots, N \, . \tag{17}$$

По определению, фиксированная точка $\{u_i^*\}$ – это точка, где все бета-функции одновременно обращаются в нуль

$$\beta_{u_i}(\{u_j^*\}) = 0 \, . \tag{18}$$

Поток в окрестности такой фиксированной точки удобно изучать с помощью линеаризации системы (17)

$$\partial_t u_i \approx \sum_j \mathbf{B}_i{}^j (u_j - u_j^*)\,, \qquad \mathbf{B}_i{}^j \equiv \left.\frac{\partial \beta_{u_i}}{\partial u_j}\right|_{u_i = u_i^*}. \tag{19}$$

Собственные значения λ_i матрицы стабильности $\mathbf{B}_i{}^j$ определяют, притягивается ли ренормгруппой поток ($\mathrm{Re}\lambda_i < 0$) или отталкивается ($\mathrm{Re}\lambda_i > 0$) неподвижной точкой вдоль соответствующего собственного направления при $k \to \infty$. В зависимости от того, равны ли собственные значения канонической размерности или получают квантовые поправки, различают гауссову фиксированную точку (ГФТ) или негауссову фиксированную точку (НГФТ).

Наиболее простым анзацем для уравнения Веттериха (15) является действие Гильберта–Эйнштейна вместе с фиксацией калибровки и слагаемым для духов [23]

$$\Gamma_k \simeq \frac{1}{16\pi G_k} \int d^d x \sqrt{g}\,[-R + 2\Lambda_k] + \Gamma_k^{\mathrm{gf}} + S^{\mathrm{ghost}}\,. \tag{20}$$

Ключевым достоинством формализма составных операторов является то, что он позволяет вычислять аномальную размерность произвольных операторов $\mathcal{O}$, которые не являются частью анзаца для эффективного действия Γ_k. В работе [27], была получена формула для вычисления матричных элементов матрицы аномальных масштабных размерностей

$$\sum_{j=1}^{N} \gamma_{ij}\,\mathcal{O}_j = -\frac{1}{2}\,\mathrm{Tr}\left[\left(\Gamma_k^{(2)} + \mathcal{R}_k\right)^{-1}\,\mathcal{O}_i^{(2)}\,\left(\Gamma_k^{(2)} + \mathcal{R}_k\right)^{-1}\,\partial_t \mathcal{R}_k\right]\Big|_{\mathcal{O}}\,. \tag{21}$$

С помощью формулы (21) мы вычислили элементы матрицы стабильности для бесконечного семейства операторов вида

$$\mathcal{O}_n = \int d^d x\,\sqrt{g}\,R^n\,, \qquad n \in \mathbb{N}\,. \tag{22}$$

Основным результатом данной главы является спект матрицы стабильности, изображённых на рис. 1.

Третья глава основана на работе [1] и посвящена исследованию лагранжевых симметрий в теории обобщённой унимодулярной гравитации.

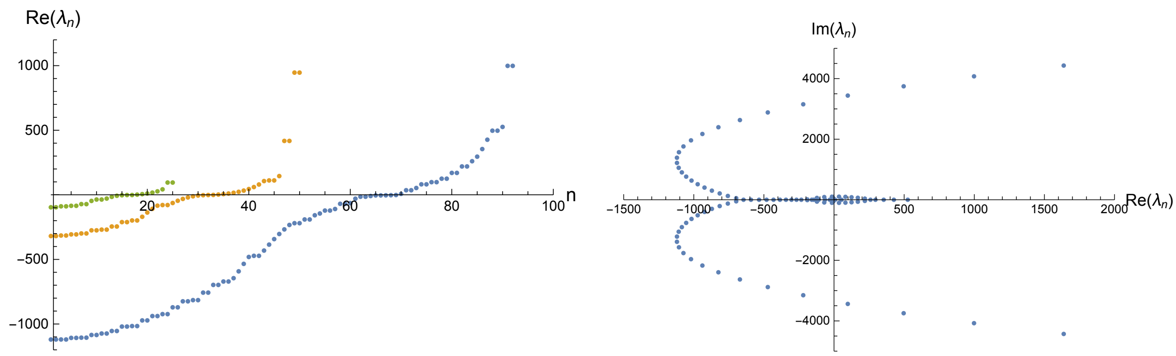

Рис. 1 — Спектр матрицы аномальных размерностей в $d = 4$. Слева показаны действительные части $\mathrm{Re}(\lambda_n)$ собственных значений, для матриц размеров $N = 25$ (зеленый), $N = 50$ (оранжевый) и $N = 100$ (синий). Справа показаны собственные значения λ_n ($N = 100$) на комплексной плоскости.

Действие обобщённой унимодулярной гравитации представляет собой действие Эйнштейна со связью, наложенной с помощью множителя Лагранжа λ

$$S_{GUMG}[\,g_{\mu\nu},\lambda\,] = \int\limits_{[\,t_-,t_+]\times\Sigma} d^4x \left\{ \frac{M_P^2}{2} g^{1/2} R(g) - \lambda \left((-g^{00})^{-\frac{1}{2}} - N(\gamma) \right) \right\} + S_{GH},$$

где $N(\gamma)$ – некоторая функция определителя пространственной метрики, а $S_{GH} = S_\perp + S_\vdash$ – граничные слагаемые типа Гиббонса-Хокинга. Эти слагаемые состоят из поверхностных членов $S_\perp$ на будущей и прошлой пространственноподобных границах $\Sigma_\pm$ в точках $t_\pm$ и поверхностного члена $S_\vdash$ на «боковых» времениподобных границах $[\,t_-,t_+] \times \partial\Sigma$, где $\partial\Sigma$ является границей пространственных сечений Σ.

Варьируя действие по λ и $g_{\mu\nu}$, получаем ограничение

$$(-g^{00})^{-1/2} = N(\gamma), \quad \gamma \equiv \det \gamma_{ij}, \tag{23}$$

на метрику и уравнения Эйнштейна с тензором энергии-импульса идеальной жидкости. Эта тёмная жидкость удовлетворяет уравнению состояния $p = w\varepsilon$ с непостоянным параметром $w = w(\gamma)$.

Условие обобщённой унимодулярности (23) не инвариантно относительно общих диффеоморфизмов метрики. Однако это условие остается инвариантным относительно редуцированных диффеоморфизмов подмножества векторных полей $\boldsymbol{\xi}^\mu = (\boldsymbol{\xi}^0, \boldsymbol{\xi}^i)$, удовлетворяющих уравнению

$$\delta_{\boldsymbol{\xi}}\left(N - N(\gamma)\right)\Big|_{N=N(\gamma)} = N\left[\partial_t \boldsymbol{\xi}^0 - (1+w)N^i\partial_i\boldsymbol{\xi}^0 - w\,\partial_i\boldsymbol{\xi}^i\right] = 0. \qquad (24)$$

С точки зрения динамического содержания теории преобразования инвариантности действия могут рассматриваться как калибровочные только в том случае, если они локальны во времени. Тогда преобразования инвариантности могут быть наделены конечным носителем на всём временном интервале $[\,t_-, t_+]$ и должны обращаться в нуль вместе со всеми своими производными по времени при $t_\pm$, тем самым меняя поля только внутри пространственно-временного интервала. Это означает, что решение уравнения (24) для $\xi^\mu(x)$ не должно содержать нелокальности во времени, то есть оно должно быть решено для пространственных компонент ξ^i через его временную компоненту ξ^0 и её производную по времени, но не наоборот. Чтобы получить два решения такого типа, разложим $\boldsymbol{\xi}^i$ на продольную и поперечную части

$$\boldsymbol{\xi}^i = \sqrt{\gamma}\,(\gamma^{ij}\partial_j\varphi + \xi^i_\perp), \quad \partial_i(\sqrt{\gamma}\,\xi^i_\perp) = 0, \qquad (25)$$

уравнение (24) может быть решено относительно φ с помощью пространственно нелокальной функции Грина оператора Лапласа Δ

$$\varphi = \frac{1}{w\Delta}D_t\boldsymbol{\xi}^0, \quad \Delta = \partial_i\gamma^{ij}\sqrt{\gamma}\,\partial_j, \quad D_t = \partial_t - (1+w)N^i\partial_i. \qquad (26)$$

Таким образом, одно решение задаётся чисто пространственным трёхмерным поперечным вектором, а второе имеет трёхмерную продольную компоненту, параметризованную ненулевыми ξ^0 и $\dot{\xi}^0$

$$\xi^\mu = \begin{bmatrix} 0 \\ \\ \sqrt{\gamma}\,\xi^i_\perp \end{bmatrix}, \quad \xi^\mu = \begin{bmatrix} \xi^0 \\ \\ \sqrt{\gamma}\,\gamma^{ij}\partial_j\frac{1}{\Delta}\frac{\mathcal{D}_t\xi^0}{w} \end{bmatrix}. \qquad (27)$$

Тем не менее, если мы рассмотрим калибровочное ξ^0-преобразование квадратичного действия ОУМГ на фоне метрики Фридмана с $k=1$ и $k=0$, то увидим, что как в закрытом, так и в открытом случае это преобразование задаётся неисчезающим трёхмерным интегралом по полной границе пространства-времени

$$\delta^{\xi} S_{(2)} = 2C \int\limits_{\partial({}^4M)} d^3\Sigma_\mu\, \Xi^\mu_{(1)}, \;\; {}^4M = [\, t_-, t_+] \times {}^3\Sigma, \;\; \Xi^\mu_{(1)} = \big(\, \xi^0_{(1)}, -\, w\, \xi^i_{(1)}\big), \;\; C = \mathrm{const} \tag{28}$$

с нулевой времениподобной или "боковой"частью в случае закрытой модели и нулевой пространственноподобной частью, $\Xi^0_{(1)} = 0$, для асимптотически плоской модели. Действие ОУМГ калибровочно инвариантно только относительно двух пространственных диффеоморфизмов с поперечным 3-вектором, имеющим компактный носитель как в пространстве, так и во времени.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. (3+1)-мерная проектируемая гравитация Хоравы – это один из первых примеров унитарной и перенормируемой теории гравитации. В этой модели были получены бета функции всех существенных констант связи. Выполнение этой задачи выполнялось в два этапа – с помощью трёхмерной редукции на статическом фоне задача взятия полного следа была сведена к вычислению квадратного корня из пространственной части оператора квадратичных возмущений для лагранжиана Хоравы. Далее, было вычислено большое количество универсальных функциональных следов до третьего порядка по кривизне включительно. Основная часть вычислений проводилась на компьютере в пакете *xAct* для *Mathematica*.
2. На сферическом фоне с помощью метода спектральных сумм и резуляризации с помощью дзета-функции была получена калибровочная зависимость бета функций констант из потенциала (3+1)-мерной проектируемой гравитации Хоравы. Эта зависимость имеет поразительно простой характер.
3. Было найдено 5 фиксированных точек полного ренормгруппового потока. А также 8 фиксированных точек для предельного случая $\lambda \to \infty$. Далее, стоит нарисовать проекции потока ренормгруппы для этих двух случаев и иследовать свойства всех фиксированных точек.

4. В рамках формализма составных операторов для гипотезы асимптотического благополучия были посчитаны аномальные размерности для бесконечного семейства операторов, заданных интегралом от скаляра кривизны в целой степени n. Ответ был дан для произвольной точки плоскости (g,λ), а не только в окрестности фиксированной точки. Было использовано два приближения – диагональное и полное недиагональное. В последнем приближении все коэффициенты ДеВитта с $n \geq 3$ были положены равными нулю. Это соотвествует так называемому парамагнитному приближению. В качестве продолжения работы было бы интересно провести вычисление, учтя все коэффициенты ДеВитта.
5. Был иследован лагранжев формализм в обобщённой унимодулярной гравитации. Интересным свойством этой теории является тот факт, что параметр калибровочных преобразований подчиняется дифференциальному уравнению, содержащему производные по времени. У решения этого уравнения не может быть компактного носителя во временном интервале. Поэтому при наложении одного дифференциального условия на четыре калибровочных параметра, мы получаем две, а не три калибровочные симметрии. Также было показано как возникает калибровочная неинвариантность относительно преобразования с некомпактными носителем по времени на уровне квадратичного действия.

Публикации автора по теме диссертации

1. Dynamics of the generalized unimodular gravity theory / A. Barvinsky [et al.] // Phys.Rev.D. — 2019. — Vol. 100, issue 2. — P. 023542. — DOI: 10.1103/PhysRevD.100.023542.

2. *Houthoff W.*, *Kurov A.*, *Saueressig F.* On the scaling of composite operators in asymptotic safety // JHEP. — 2020. — Vol. 4, no. 099. — DOI: 10.1007/JHEP04(2020)099.

3. *Kurov A.*, *Saueressig F.* On characterizing the Quantum Geometry underlying Asymptotic Safety // Front.in Phys. — 2020. — Vol. 8. — DOI: 10.3389/fphy.2020.00187.

4. *Barvinsky A. O., Kurov A. V., Sibiryakov S. M.* Beta functions of (3+1)-dimensional projectable Horava gravity // Phys.Rev.D. — 2022. — Vol. 105, issue 4. — P. 044009. — DOI: 10.1103/PhysRevD.105.044009.

Список литературы

5. *Stelle K. S.* Renormalization of Higher Derivative Quantum Gravity // Phys. Rev. — 1977. — т. D16. — с. 953—969. — DOI: 10.1103/PhysRevD.16.953.

6. *Fradkin E. S., Tseytlin A. A.* Renormalizable Asymptotically Free Quantum Theory of Gravity // Phys. Lett. — 1981. — т. 104B. — с. 377—381. — DOI: 10.1016/0370-2693(81)90702-4.

7. *Hořava P.* Quantum Gravity at a Lifshitz Point // Phys. Rev. — 2009. — т. D79. — с. 084008. — DOI: 10.1103/PhysRevD.79.084008. — arXiv: 0901.3775 [hep-th].

8. *Blas D., Pujolas O., Sibiryakov S.* Consistent Extension of Horava Gravity // Phys. Rev. Lett. — 2010. — т. 104. — с. 181302. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.104.181302. — arXiv: 0909.3525 [hep-th].

9. *Kimpton I., Padilla A.* Matter in Horava-Lifshitz gravity // JHEP. — 2013. — т. 04. — с. 133. — DOI: 10.1007/JHEP04(2013)133. — arXiv: 1301.6950 [hep-th].

10. *Blas D., Lim E.* Phenomenology of theories of gravity without Lorentz invariance: the preferred frame case // Int. J. Mod. Phys. — 2015. — т. D23. — с. 1443009. — DOI: 10.1142/S0218271814430093. — arXiv: 1412.4828 [gr-qc].

11. Gravitational Waves and Gamma-rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB 170817A / B. P. Abbott [и др.] // Astrophys. J. — 2017. — т. 848, № 2. — с. L13. — DOI: 10.3847/2041-8213/aa920c. — arXiv: 1710.05834 [astro-ph.HE].

12. *Emir Gümrükçüoğlu A., Saravani M., Sotiriou T. P.* Hořava gravity after GW170817 // Phys. Rev. — 2018. — т. D97, № 2. — с. 024032. — DOI: 10.1103/PhysRevD.97.024032. — arXiv: 1711.08845 [gr-qc].

13. *Bellorin J.*, *Borquez C.*, *Droguett B.* Cancellation of divergences in the nonprojectable Horava theory // Phys.Rev.D. — 2022. — т. 106. — с. 044055. — DOI: 10.1103/PhysRevD.106.044055. — arXiv: 2207.08938 [hep-th].

14. Renormalization of Horava gravity / A. O. Barvinsky [и др.] // Phys. Rev. — 2016. — т. D93, № 6. — с. 064022. — DOI: 10.1103/PhysRevD.93.064022. — arXiv: 1512.02250 [hep-th].

15. *Schwinger J. S.* On gauge invariance and vacuum polarization // Phys. Rev. / под ред. K. A. Milton. — 1951. — т. 82. — с. 664—679. — DOI: 10.1103/PhysRev.82.664.

16. *DeWitt B. S.* Dynamical theory of groups and fields. — New York : Gordon, Breach, 1965.

17. *Barvinsky A. O.*, *Vilkovisky G. A.* The Generalized Schwinger-Dewitt Technique in Gauge Theories and Quantum Gravity // Phys. Rept. — 1985. — т. 119. — с. 1—74. — DOI: 10.1016/0370-1573(85)90148-6.

18. *Gilkey P. B.* Invariance theory, the heat equation and the Atiyah-Singer index theorem. — Wilmington, DE, USA : Publish or Perish, 1984.

19. *'t Hooft G.*, *Veltman M. J. G.* One loop divergencies in the theory of gravitation // Ann. Inst. H. Poincare Phys. Theor. A. — 1974. — т. 20. — с. 69—94.

20. *Gibbons G. W.* Quantum Field Theory In Curved Space-time // General Relativity: An Einstein Centenary Survey / под ред. S. W. Hawking, W. Israel. — Cambridge : Cambridge University Press, 04.1979. — с. 639—679.

21. *Nesterov D.*, *Solodukhin S. N.* Gravitational effective action and entanglement entropy in UV modified theories with and without Lorentz symmetry // Nucl. Phys. B. — 2011. — т. 842. — с. 141—171. — DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2010.08.006. — arXiv: 1007.1246 [hep-th].

22. *Weinberg S.* Ultraviolet divergences in quantum theories of gravitation. — In General Relativity: An Einstein centenary survey: 790-831. Ed. S. W. Hawking and W. Israel. Cambridge University Press, 1979.

23. *Reuter M.* Nonperturbative evolution equation for quantum gravity // Phys.Rev. D. — 1998. — т. 57. — с. 971—985. — DOI: 10.1103/PhysRevD.57.971. — arXiv: 9605030 [hep-th].

24. *Reuter M.*, *Saueressig F.* Renormalization group flow of quantum gravity in the Einstein-Hilbert truncation // Phys. Rev. D. — 2002. — т. 65. — с. 065016. — DOI: 10.1103/PhysRevD.65.065016. — arXiv: 0110054 [hep-th].

25. *Lauscher O.*, *Reuter M.* Flow equation of quantum Einstein gravity in a higher derivative truncation // Phys. Rev. D. — 2002. — т. 66. — с. 025026. — DOI: 10.1103/PhysRevD.66.025026. — arXiv: 0205062 [hep-th].

26. Gravitational Two-Loop Counterterm Is Asymptotically Safe / H. Gies [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2016. — т. 116. — с. 211302. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.211302. — arXiv: 1601.01800 [hep-th].

27. *Pagani C.*, *Reuter M.* Composite operators in asymptotic safety // Phys. Rev. D. — 2017. — т. 95. — с. 066002. — DOI: 10.1103/PhysRevD.95.066002. — arXiv: 1611.06522 [hep-th].

28. *Pagani C.*, *Sonoda H.* Products of composite operators in the exact renormalization group formalism // PTEP. — 2018. — т. 2018. — 023B02. — DOI: 10.1093/ptep/ptx189. — arXiv: 1707.09138 [hep-th].

29. *Pawlowski J. M.* Aspects of the functional renormalisation group // Annals Phys. — 2007. — т. 322. — с. 2831. — DOI: 10.1016/j.aop.2007.01.007. — arXiv: 0512261 [hep-th].

30. *Unruh W. G.* Unimodular theory of canonical quantum gravity // Phys. Rev. D. — 1989. — т. 40. — с. 1048. — DOI: 10.1103/PhysRevD.40.1048.

31. *Bufalo R.*, *Oksanen M.*, *Tureanu A.* How unimodular gravity theories differ from general relativity at quantum level // Eur. Phys. J. C. — 2015. — т. 75. — с. 477. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-015-3683-3. — arXiv: 1505.04978 [hep-th].

32. *Lifshitz E. M.* On the Theory of Second-Order Phase Transitions I II // Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1941. — т. 11. — с. 255—269. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-015-3683-3.

33. *Barvinsky A., Kamenshchik A. Y.* Darkness without dark matter and energy – generalized unimodular gravity // Phys.Lett.B. — 2017. — т. 774. — с. 59—63. — DOI: 10.1016/j.physletb.2017.09.045. — arXiv: 1705.09470 [gr-qc].

34. *al P. A. et.* Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters // Astron. Astrophys. — 2016. — т. 594. — DOI: 10.1051/0004-6361/201525830. — arXiv: 1502.01589 [astro-ph].

35. *al P. A. et.* Planck 2015 results. XIV. Dark energy and modified gravity // Astron. Astrophys. — 2016. — т. 594. — DOI: 10.1051/0004-6361/201525814. — arXiv: 1502.01590 [astro-ph].

36. *Sotiriou T. P., Visser M., Weinfurtner S.* Phenomenologically viable Lorentz-violating quantum gravity // Phys. Rev. Lett. — 2009. — т. 102. — с. 251601. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.251601. — arXiv: 0904.4464 [hep-th].

37. *Barvinsky A. O., Herrero-Valea M., Sibiryakov S. M.* Towards the renormalization group flow of Horava gravity in $(3+1)$ dimensions // Phys. Rev. D. — 2019. — т. 100, № 2. — с. 026012. — DOI: 10.1103/PhysRevD.100.026012. — arXiv: 1905.03798 [hep-th].

38. *Martin-Garcia J. M.* xAct: Efficient tensor computer algebra for the Wolfram Language. — http://www.xact.es/.

39. Horava Gravity is Asymptotically Free in $2+1$ Dimensions / A. O. Barvinsky [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2017. — т. 119, № 21. — с. 211301. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.211301. — arXiv: 1706.06809 [hep-th].

40. *Gumrukcuoglu A. E., Mukohyama S.* Horava-Lifshitz gravity with $\lambda \to \infty$ // Phys. Rev. D. — 2011. — т. 83. — с. 124033. — DOI: 10.1103/PhysRevD.83.124033. — arXiv: 1104.2087 [hep-th].

41. *Frenkel A., Horava P., Randall S.* Perelman's Ricci Flow in Topological Quantum Gravity. — 2020. — нояб. — arXiv: 2011.11914 [hep-th].

Куров Александр Валерьевич

Модели классической и квантовой гравитации и их анализ методом ренормгруппы

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать ___.___._____. Заказ № ____________
Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж ___ экз.
Типография ____