

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской Академии Наук

На правах рукописи

Борисенко Александр Станиславович

**Спектроскопия оптических переходов в ионах
иттербия для реализации квантовых вычислений**

Специальность 1.3.19 —
Лазерная физика

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физическом институте им. П. Н. Лебедева РАН.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
Хабарова Ксения Юрьевна

Официальные оппоненты: **Пальчиков Виталий Геннадьевич**,
доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник Главного метро-
логического центра Государственной службы
времени и частоты (ГМЦ ГСВЧ (НИО-7))
Федерального государственного унитарного
предприятия «Всероссийский научно-исследо-
вательский институт физико-технических и
радиотехнических измерений» (ВНИИФТРИ)

Бетеров Илья Игоревич,
кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник лаборато-
рии нелинейных резонансных процессов
и лазерной диагностики Федерального го-
сударственного бюджетного учреждения
науки Институт физики полупроводников
им. А. В. Ржанова Сибирского отделения
Российской академии наук (ИФП СО РАН)

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное об-
разовательное учреждение высшего обра-
зования «Национальный исследовательский
ядерный университет «МИФИ»

Защита состоится «19» декабря 2022 г. в 10:00 часов на заседании
диссертационного совета 24.1.262.01 на базе Физического института
им. П. Н. Лебедева РАН по адресу: 119991, г Москва, Ленинский про-
спект 53.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физического института
им. П. Н. Лебедева РАН, а также на сайте института www.lebedev.ru.

Автореферат разослан «___» _____ 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.1.262.01,
доктор физико-математических наук

А. С. Золотько

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Идея использования квантовых устройств для принципиального увеличения скорости компьютерных вычислений возникла ещё в конце прошлого века. Первым о возможности создания полезного на практике квантового компьютера, базирующегося на принципе временной эволюции, которая является краеугольным камнем квантовой механики, высказался в 1982 году Пол Бениофф [1]. Это повлекло за собой целый поток исследований того, как «квантовые гейты» («квантовые вентили») могут быть преобразованы в «квантовые цепи», а также как такие квантовые гейты могут быть реализованы в твердотельных спиновых системах. В результате Дойч и Ёжа [2] показали, что квантовые машины могут превосходить по скорости классические компьютеры при решении некоторых задач, а позднее Шор [3] доказал, что задача разложения чисел на простые делители в случае квантового компьютера решается за «полиномиальное» время $t \propto n^k$, где n — число битов в раскладываемом на множители числе, а k — константа. Для сравнения та же задача решается классическим компьютером за «экспоненциальное» время $t \propto e^{cn^{1/3}}$, где c — константа. Поскольку на сложности разложения чисел на простые делители базируются многие алгоритмы шифрования данных, интерес к практической реализации квантовых вычислений стремительно возрос.

В 2000 году Дэвид ДиВинченцо, после многочисленных попыток создать квантовый компьютер, сформулировал требования к физической платформе, необходимые для создания квантового компьютера, которые получили название критериев ДиВинченцо [4]. Во-первых, в физической системе должен быть реализован кубит — чётко охарактеризованная пара состояний, соответствующих нулю и единице для кодирования информации. При этом система должна быть масштабируемой. Во-вторых, должна быть возможность инициализации состояния кубитов в начальное состояние. В-третьих, время декогеренции системы должно быть как можно более длительным, многократно превышающим время, необходимое для проведения вычислений. В-четвёртых, для системы должен существовать универсальный набор квантовых гейтов. Наконец, должна быть возможность детектирования состояния кубита после вычислений.

Одними из самых перспективных квантовых объектов для реализации квантовых алгоритмов на сегодняшний день считаются ионы [5]. Кубит в ионе образуется электронными состояниями и может быть микроволновым или оптическим. За счёт наличия заряда ионы легко захватываются переменными электрическими полями и могут удерживаться в ловушке на протяжении длительного времени. Наличие электрического заряда также позволяет перепутывать внутренние состояния нескольких ионов, захваченных в одну ловушку, через общие колебательные моды [6; 7].

Несмотря на многочисленные достоинства ионной платформы, сегодня всё ещё остаётся ряд проблем, стоящих на пути к созданию универсального квантового вычислителя, обладающего практической значимостью. Как правило, для реализации квантовых алгоритмов с высокой степенью достоверности необходимо охладить ионный квантовый регистр до основного колебательного состояния [8]. Даже в случае реализации менее требовательных к температуре ионов алгоритмов, таких как гейт Мёлмера-Соренсена [9; 10], слишком высокие температуры кристалла оказывают ненулевое негативное влияние на достоверность операций. Поэтому проблемы создания ловушек с низкими скоростями нагрева, подбора оптимальных параметров лазерного охлаждения, а также определения температуры ионных кристаллов сохраняют свою актуальность.

Среди довольно большого числа пригодных для реализации квантовых операций ионов выделяется ион иттербия $^{171}\text{Yb}^+$. Его электронная структура позволяет кодировать информацию в кубитах, базирующихся на микроволновом переходе между сверхтонкими подуровнями основного состояния [11] и на сильно запрещённых оптических переходах [12]. Кроме того, данный ион допускает в своей электронной структуре кодирование кудитов [13]. Методы лазерной спектроскопии, получившие существенное развитие за последние десятилетия, являются одними из самых точных и мощных инструментов исследования структуры энергетических переходов в атомных системах. Они позволяют исследовать переходы, необходимые для подготовки и контроля квантовых состояний ионов, а также переходы участвующие в реализации квантовых алгоритмов.

Диссертация посвящена исследованию методами лазерной спектроскопии оптических переходов в ионах иттербия для реализации и повышения достоверности квантовых логических операций.

Целью данной работы являлось уточнение длин волн оптических переходов в ионах изотопов 170, 171, 172, 174 и 176 иттербия, оптимизация достоверности считывания квантового состояния ионов, а также поиск новых более точных методов определения температуры и скорости нагрева ионов в ловушке, предназначенной для реализации квантовых логических операций на цепочке ионов.

Для достижения поставленной цели в ходе работы решались следующие основные задачи:

1. Создание экспериментальной установки, включая разработку, численное моделирование и сборку линейной квадрупольной ловушки Пауля для захвата, лазерного охлаждения и спектроскопии ионов иттербия.
2. Проведение спектроскопии переходов $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ и $^2D_{3/2} \rightarrow ^3[3/2]_{1/2}$ ионов изотопов 170, 171, 172, 174 и 176 иттербия, используемых для их лазерного охлаждения.

3. Моделирование пространственной конфигурации и динамики линейного ионного кристалла в секулярном приближении для определения параметров поля ловушки, соответствующих равному расстоянию между ионами в кристалле.
4. Исследование и оптимизация достоверности процедуры считывания оптического кубита на квадрупольном переходе в ионе $^{171}\text{Yb}^+$.
5. Разработка метода определения температуры многочастичных линейных ионных кристаллов при температурах, близких к доплеровским, и его экспериментальная реализация.
6. Определение характеристик ионной ловушки: секулярных частот и скорости нагрева захваченных ионов.

Научная новизна:

Создана первая в России экспериментальная установка для захвата, лазерного охлаждения, спектроскопии и реализации квантовых операций на ионах иттербия. Смоделирована и изготовлена ионная ловушка с большим оптическим доступом, позволяющая захватывать до 5 ионов иттербия и реализовывать охлаждение до основного колебательного состояния по аксиальному направлению.

Измерены с улучшенной точностью длины волн переходов $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ и $^2D_{3/2} \rightarrow ^3[3/2]_{1/2}$ в $^{170}\text{Yb}^+$, $^{171}\text{Yb}^+$, $^{172}\text{Yb}^+$, $^{174}\text{Yb}^+$ и $^{176}\text{Yb}^+$. Полученные значения имеют в три раза меньшую погрешность по сравнению с предыдущими опубликованными данными.

Впервые показано, что при использовании процедуры считывания состояния оптического кубита в ионе иттербия $^{171}\text{Yb}^+$ с помощью лазерной системы охлаждения методом квантовых скачков из-за паразитной перекачки светлого состояния в тёмное фундаментальное ограничение достоверности считывания составляет 99.4%. Впервые проведена численная оптимизация параметров процедуры считывания в зависимости от экспериментальных условий, включающих паразитную засветку фотодетектора.

Предложен и экспериментально апробирован новый метод определения температуры многочастичного ионного кристалла по анализу затухания осцилляций Раби.

Практическая значимость:

Полученные уточнённые значения длин волн переходов в ионах изотопов иттербия могут быть использованы для увеличения точности вычислений характеристик электронной оболочки ионов иттербия, таких как поляризуемость уровней, а также для оптимизации и автоматизации процессов лазерного охлаждения и подготовки состояний ионов перед проведением опроса часового перехода в репере частоты на одиночном ионе, и перед проведением квантоволгодических операций на ионных кубитах.

Результаты теоретического исследования достоверности считывания квантового состояния оптического кубита в ионе иттербия важны для оптимизации параметров эксперимента по кодированию информации как в

оптическом кубите, так и в оптических кудитах на основе квадрупольного перехода 435.5 нм в этом ионе. Последнее, в свою очередь, открывает возможность увеличения квантового объёма без наращивания числа ионов в квантовом регистре компьютера.

Предложенный метод определения температуры многочастичного ионного кристалла по наблюдению затухания осцилляций Раби даёт возможность определить как температуру ионного кристалла, так и скорость его нагрева в ловушке, расширяя диапазон поддающихся измерению параметров кристаллов и ловушек.

Методология и методы исследования. Работа проводилась с использованием квадрупольных ловушек Пауля различных конфигураций для захвата одиночных ионов и многочастичных ионных кристаллов иттербия. Применялись методы доплеровского лазерного охлаждения и прецизионной лазерной спектроскопии. Экспериментальные результаты аппроксимировались теоретическими моделями и вычислялись необходимые параметры. Численные расчёты осуществлялись методом конечных элементов.

Положения, выносимые на защиту:

1. Уточнены значения длин волн переходов $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ и $^2D_{3/2} \rightarrow ^3[3/2]_{1/2}$ в ионах изотопов иттербия-170, 171, 172, 174, 176 методом лазерной спектроскопии одиночного иона в ловушке. Полученные значения длин волн переходов в три раза превосходят по точности известные данные и важны для точных расчётов атомной поляризуемости.
2. Предел достоверности считывания состояния оптического кубита на квадрупольном переходе в ионе иттербия-171 методом квантовых скачков составляет 99.4%. Ограничение в 0.6% связано с переносом населённости между сверхтонкими подуровнями основного состояния в начале измерения.
3. Предложенный метод анализа затухания осцилляций Раби позволяет измерить температуру многочастичного ионного кристалла по заселённости колебательных мод и обеспечить ошибку менее 5% вблизи доплеровского предела.
4. Использование метода анализа затухания осцилляций Раби позволяет измерить скорость нагрева ионов иттербия-171 в созданной ловушке Пауля, составившую 8 ± 2 фононов/мс вдоль оси ловушки.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием поверенного оборудования, согласованностью расчётов и результатов моделирования с результатами экспериментов, а также повторяемостью результатов экспериментов.

Личный вклад. При непосредственном участии автора была смоделирована конструкция и собрана установка для проведения экспериментов

с ультрахолодными ионами иттербия, а также выполнена её настройка. Экспериментальная установка включает в себя лазерную систему, ионную ловушку Пауля, систему детектирования состояний ионов.

Автор лично произвёл измерения методом лазерной спектроскопии длин волн охлаждающих переходов одиночных ионов изотопов иттербия, захваченных в ловушку Пауля; предложил аналитическую модель процесса считывания оптического кубита в ионе иттербия-171 в зависимости от экспериментальных параметров; предложил и экспериментально проверил новый метод измерения температуры ионного кристалла; измерил скорость нагрева иона в созданной ловушке Пауля.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались автором лично на 4 международных и российских научных конференциях, и симпозиумах: «Лазерные, плазменные исследования и технологии» (Ла-Плаз-2022), 22 марта — 25 марта 2022 года, г. Москва, Россия; «Метрология времени и пространства», 6 октября — 8 октября 2021 года, г. п. Менделеево, Россия; VI International Conference on Quantum Technologies (ICQT-2021), 12 июля — 16 июля 2021 года, г. Москва, Россия; IV International Conference on Ultrafast Optical Science (UltrafastLight-2020), 28 сентября — 2 октября 2020 года, г. Москва, Россия.

Публикации. Основные результаты по теме работы описаны в 5 научных работах в рецензируемых научных журналах, индексируемых базами данных Scopus и Web of Science. Ссылки на публикации приведены на стр. 21–22.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 106 страниц.

Основное содержание работы

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной научной работы, формулируется цель, ставятся задачи, указывается научная новизна и практическая значимость.

В первой главе диссертации приводятся аргументы в пользу выбора иона иттербия для использования в качестве кубита в квантовый вычислениях, описывается процедура захвата ионов в ловушку Пауля, особенности лазерного охлаждения ионов иттербия.

Однократно заряженный ион иттербия обладает относительно простой схемой электронных уровней (схема части используемых в работе уровней приведена на рисунке 1). В отличие от большинства исследованных на сегодня ионов, фотоионизация (398.9 нм), лазерное охлаждение (369.5 нм) и возврат иона иттербия из тёмного состояния в цикл охлаждения (935.2 нм и 760.1 нм) может осуществляться при помощи коммерчески

доступных диодных лазеров без генераторов второй гармоники. Это открывает возможности для создания компактных, надёжных и недорогих установок. В случае иона изотопа $^{171}\text{Yb}^+$, обладающего ненулевым ядерным спином $I = 1/2$, у электронных уровней наблюдается сверхтонкое расщепление, что позволяет кодировать информацию и в микроволновом кубите, образованном сверхтонкими подуровнями основного состояния $^2S_{1/2}$, и в оптическом кубите на квадрупольном переходе с длиной волны 435.5 нм. Ионы чётных изотопов иттербия, обладающие сходной схемой электронных уровней, можно использовать в качестве охлаждающих ионов в задаче симпатического охлаждения.

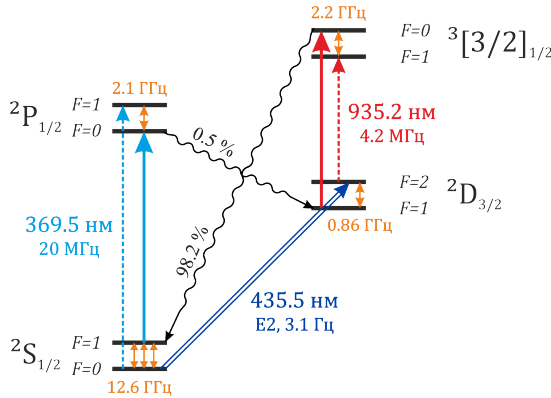


Рис. 1 — Часть задействованных в работе электронных уровней в ионе $^{171}\text{Yb}^+$. Сплошные прямые линии показывают лазерные поля, необходимые для охлаждения иона независимо от изотопа иттербия. Прерывистые прямые линии показывают дополнительные лазерные поля, необходимые для охлаждения изотопа $^{171}\text{Yb}^+$, обладающего сверхтонким расщеплением уровней. Волнистые линии обозначают дополнительные пути спонтанного распада состояний. Тройная и двойная линии обозначают микроволновый и оптический переходы, соответственно, которые можно использовать для кодировки информации.

Далее описывается экспериментальная установка, созданная в рамках диссертационной работы и приводится описание принципа её работы (рисунок 2). Во всех описываемых экспериментах использовалась схожая экспериментальная установка с некоторыми модификациями, которые описываются в соответствующих разделах.

Для уточнения длин волн переходов, используемых для лазерного охлаждения, одиночные ионы различных изотопов иттербия захватывались в трёхмерную ловушку Пауля [14]. Аксиальная и радиальная секулярные частоты составляли 2.3 МГц и 1.15 МГц, соответственно. Для

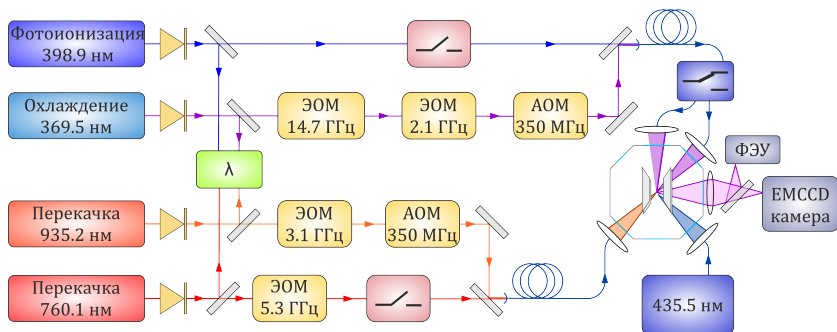


Рис. 2 — Схема экспериментальной установки. Система состоит из диодных лазеров, излучение которых стабилизируется при помощи измерителя длин волн (λ) и модулируется акустооптическими модуляторами (АОМ) и электрооптическими модуляторами (ЭОМ). Далее лазерное излучение по оптическим волокнам направляется в вакуумную камеру с ионной ловушкой Пауля внутри. Захваченные в ловушку ионы детектируются высокочувствительной камерой (EMCCD) и фотоэлектронным умножителем (ФЭУ).

обеспечения большого времени жизни иона в ловушке в вакуумной камере поддерживалось давление менее 10^{-10} мбар.

Доплеровское охлаждение ионов осуществлялось на переходе $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ на длине волны 369.5 нм с естественной шириной линии 20 МГц. Для возврата ионов в цикл охлаждения в случае распада верхнего состояния охлаждающего перехода в тёмное состояние $^2D_{3/2}$ использовался лазер перекачки на длине волны 935.2 нм. В случае охлаждения нечётного изотопа использовались дополнительные лазерные поля, позволяющие связать сверхтонкие компоненты электронных уровней, вовлечённые в процесс охлаждения.

Загрузка ловушки осуществлялась методом лазерной фотоионизации, который является изотопно селективным. Регистрация флуоресценции ионов выполнялась при помощи EMCCD камеры, позволяющей разрешать отдельные частицы, и фотоэлектронного умножителя.

Далее в главе описывается процедура измерения длин волн переходов в ионах различных изотопов иттербия. Длины волн лазеров 369.5 нм и 935.2 нм определялись по измерителю длин волн WS8-2, который вносил основной вклад в ошибку измерения. Измеритель длин волн калибровался по лазерному излучению на длине волны 1140 нм, используемому в эксперименте по прецизионной спектроскопии атомов тулия и частотой известной с точностью лучше 1 кГц. При спектроскопии перекачивающего перехода сканировалась частота лазера 935.2 нм и максимизировался сигнал флуоресценции на длине волны 369.5 нм. При спектроскопии охлаждающего

перехода определялась частота лазера 369.5 нм, при котором сигнал флюоресценции, переходя через максимальное значение, исчезал. Полученные значения длин волн [15] в сравнении с предыдущими опубликованными данными [16] приведены в таблице 1.

Таблица 1

Измеренные значения длин волн переходов $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ и $^2D_{3/2} \rightarrow ^3[3/2]_{1/2}$ в ионах $^{170}\text{Yb}^+$, $^{171}\text{Yb}^+$ ($F = 1 \rightarrow F = 0$), $^{172}\text{Yb}^+$, $^{174}\text{Yb}^+$, $^{176}\text{Yb}^+$ и предыдущие опубликованные значения [16].

Изотоп	Длина волны в вакууме, нм			
	$^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$		$^2D_{3/2} \rightarrow ^3[3/2]_{1/2}$	
	Данная работа	Ранее опубликованная	Данная работа	Ранее опубликованная
$^{170}\text{Yb}^+$	369.52363(2)	369.52364(6)	935.19729(6)	935.19751(20)
$^{171}\text{Yb}^+$	369.52300(2)	369.52304(6)	935.18753(6)	935.18768(20)
$^{172}\text{Yb}^+$	369.52438(2)	369.52435(6)	935.18726(6)	935.18736(20)
$^{174}\text{Yb}^+$	369.52496(2)	369.52494(6)	935.17977(6)	935.17976(20)
$^{176}\text{Yb}^+$	369.52551(2)	369.52550(6)	935.17252(6)	935.17252(20)

Во второй главе приведён анализ колебательных состояний ионов в линейном кристалле, а также расчёт потенциала ловушки, обеспечивающий эквидистантное пространственное распределение ионов. Также приводится описание рассчитанной и изготовленной в рамках диссертационной работы линейной квадрупольной ловушки Пауля для проведения квантовых логических операций на ионных кубитах.

Ключевой особенностью кубитов на основе ионов является наличие у последних электрического заряда, что приводит к сильному кулоновскому взаимодействию между частицами. В случае, когда в линейную ловушку Пауля захватывается небольшое количество ионов (как правило, менее 50), а удерживающий потенциал вдоль оси ловушки не велик, ионы формируют линейный кристалл. Тогда ионы могут быть вовлечены в коллективные колебания, похожие на колебания атомов в узлах кристаллической решётки в твёрдом теле, а при приложении специальных лазерных полей [17] эти колебания могут быть контролируемым образом связаны с их внутренними состояниями. Поскольку в такие колебания вовлекаются все ионы кристалла, можно проводить операции с участием любой пары ионных кубитов, что невозможно, например, в случае сверхпроводящих кубитов или кубитов на основе нейтральных атомов. Однако, при увеличении числа ионов в цепочке сильное кулоновское взаимодействие между ионами приводит к уменьшению расстояния между соседними ионами в центре цепочки,

что затрудняет индивидуальную адресацию сфокусированными лазерными полями. Кроме того, когда число ионов в кристалле становится больше некоторого предела, определяемого конструкцией ловушки и её потенциалами, форма кристалла перестаёт быть линейной. Это является одной из существенных проблем масштабирования ионного квантового регистра.

В главе описывается проведённое численное моделирование для определения равновесных положений ионов $^{171}\text{Yb}^+$ в кристалле при их числе до 10 штук в случае, когда ионы захватываются в гармонический и негармонический потенциалы (рисунок 3). Как видно из рисунка, с увеличением числа ионов в кристалле, расстояние между ними уменьшается, а в случае гармонического потенциала становится неравномерным. Для достижения режима, в котором расстояние между ионами остаётся практически одинаковым можно использовать биквадратичную форму потенциала ловушки по аксиальному направлению. На рисунке 3 справа показано распределение ионов в ловушке, в случае, когда для удержания ионов по оси z используется биквадратичный потенциал вида:

$$\phi(z) = \frac{\kappa_2}{2} z^2 + \frac{\kappa_4}{4} z^4, \quad (1)$$

где κ_i — коэффициенты, определяющие потенциал ловушки и равные $\kappa_2 = 4.66 \times 10^3 \text{ В} \cdot \text{м}^{-2}$ и $\kappa_4 = 3.49 \times 10^{12} \text{ В} \cdot \text{м}^{-4}$. Такие параметры подбирались для достижения эквидистантного кристалла из семи ионов.

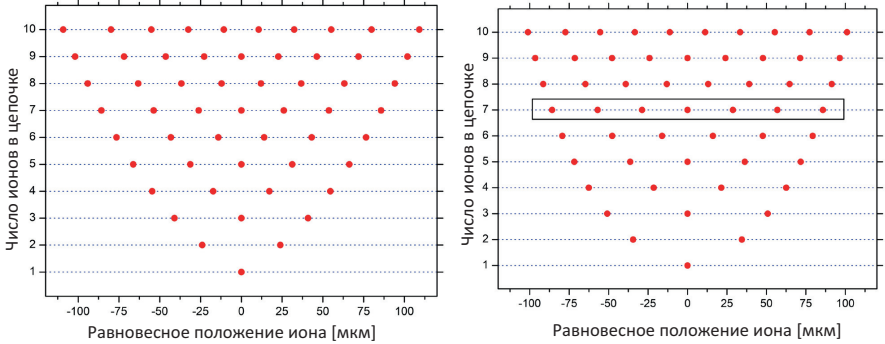


Рис. 3 — (Слева): равновесные положения для цепочки ионов $^{171}\text{Yb}^+$, захваченных в гармонический потенциал с аксиальной частотой моды центра масс цепочки $\omega_z = 2\pi \times 19.3 \text{ кГц}$. Неравномерность пространственного распределения ионов становится заметной для большего числа частиц. (Справа): равновесные положения для цепочки ионов $^{171}\text{Yb}^+$, захваченных в негармонический потенциал с $\kappa_2 = 4.66 \times 10^3 \text{ В} \cdot \text{м}^{-2}$ и $\kappa_4 = 3.49 \times 10^{12} \text{ В} \cdot \text{м}^{-4}$.

Далее приводятся результаты численного моделирования частот нормальных (аксиальных и радиальных) мод линейного кристалла для числа ионов от 1 до 10 для приведённых значений коэффициентов κ_i . При использовании для аксиального удержания биквадратичного потенциала с ростом числа частиц в кристалле меняется частота моды центра масс, чего не наблюдается для гармонического потенциала. Спектральная плотность радиальных мод оказалась существенно меньше, чем в случае гармонического потенциала (в случае 10 ионов частоты радиальных мод покрывают диапазон в 116 кГц и 41.8 кГц для негармонического и гармонического потенциалов, соответственно). Таким образом, формирование негармонического удерживающего потенциала вдоль оси ловушки облегчает реализацию рамановского охлаждения, когда требуется разрешать соседние моды. Последнее необходимо для достижения ионами основного колебательного состояния, которое обеспечивает возможность проведения ряда квантовых гейтов.

Далее в тексте диссертации описывается экспериментальная верификация полученных результатов численного моделирования. Для этого использовалась ранее разработанная линейная ловушка Пауля, позволяющая захватывать, кристаллизовать и охлаждать ионы иттербия до температур ниже 100 мК. Было проведено сравнение равновесных положений семи ионов $^{174}\text{Yb}^+$ в гармоническом потенциале, полученные в эксперименте и в результате численного моделирования (рисунок 4). Из такого сравнения можно определить степень негармоничности потенциала ловушки. Учитывая погрешность определения положения ионов в эксперименте, было получено ограничение $|\kappa_3| < 3.89 \times 10^7 \text{ В} \cdot \text{м}^{-3}$ [18].

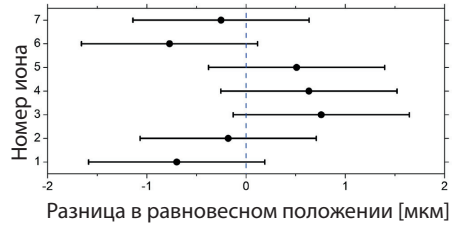
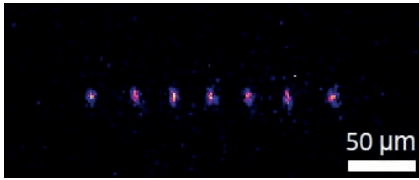


Рис. 4 — (Слева): изображение линейного ионного кристалла, состоящего из семи ионов $^{174}\text{Yb}^+$, захваченных в линейную ловушку Пауля. Изображение получено при помощи высокоапертурной системы регистрации с использованием ЭМССД камеры. (Справа): различие между равновесными положениями для каждого из ионов $^{174}\text{Yb}^+$ в гармоническом потенциале, полученными из эксперимента и в результате моделирования.

Далее описывается линейная квадрупольная ловушка Пауля, которая была разработана в рамках диссертационной работы для выполнения

квантовологических операций с высокой достоверностью. Обосновывается выбор конструкции ловушки, материалов электродов и крепежа.

Ловушка, использованная в экспериментах, описанных выше, обладала хорошим оптическим доступом за счёт своего большого объёма и расстояний между электродами. Недостатком ловушки являлись невысокие секулярные частоты, что ограничивало скорость выполнения вычислений. В новой разработанной модели ионной ловушки электроды были изготовлены из молибдена, который является немагнитным и слабо окисляется на воздухе, что позволяет не покрывать электроды золотом [19]. При этом молибден характеризуется высокой твёрдостью, что позволяет получать поверхности с низкой шероховатостью и, как следствие, уменьшить скорость нагрева захваченных ионов.

В новой разработанной ловушке удержание в радиальном направлении осуществляется четырьмя лезвиевыми электродами толщиной на концах 0.1 мм, расположенными на расстоянии 0.3 мм от центра ловушки. Длина электродов в области удержания составляет 1.5 мм. Удержание вдоль оси ловушки обеспечивается двумя цилиндрическими концевыми электродами с осевым отверстием для обеспечения оптического доступа. Высокочастотное напряжение прикладывается к противоположной паре лезвиевых электродов при заземлении оставшейся пары, что формирует псевдопотенциал с формой в области удержания близкой к гармонической. Для компенсации внешних паразитных электрических полей используется два дополнительных электрода.

Результат численного моделирования удерживающего потенциала вдоль двух осей ловушки методом конечных элементов представлен на рисунке 5.

Вблизи центра ловушки удерживающий потенциал был аппроксимирован квадратичной функцией:

$$U_r = \frac{\kappa_r V_{ac}}{2r_0^2} r^2, \quad (2)$$

где κ_r – безразмерный геометрический параметр, а r – расстояние от центра ловушки. Из аппроксимации получены следующие значения:

$$\begin{aligned} \frac{\kappa_r}{2r_0^2} &= 4.8 \times 10^6 \text{ м}^{-2}, \\ \Omega_{sec_r} &= \frac{\kappa_r e}{\sqrt{2} r_0^2 m} \frac{V_{ac}}{\omega_{rf}} = 3.8 \times 10^{12} \frac{V_{ac}}{\omega_{rf}} \left[\text{В} \frac{\text{с}}{\text{рад}} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Для проведения квантово-логических операций с ионами иттербия, как правило, требуются радиальные секулярные частоты $\Omega_{sec_r} \approx 2\pi \times 3 \text{ МГц}$ [20], что при частоте $\omega_{rf} = 2\pi \times 20 \text{ МГц}$ для разработанной ловушки соответствует амплитуде напряжения на электродах $V_{ac} = 620 \text{ В}$.

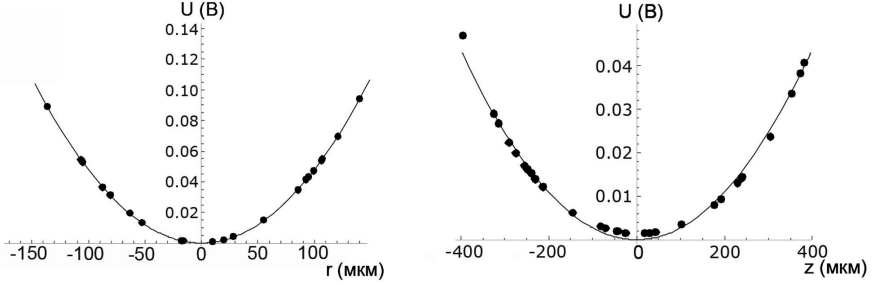


Рис. 5 — (Слева): численное моделирование удерживающего потенциала в плоскости, перпендикулярной оси ловушки и проходящей через центр ловушки при приложении к противоположной паре лезвиевых электродов одинакового напряжения +1 В (точки) и аппроксимация параболой (линия). (Справа): численное моделирование удерживающего потенциала вдоль оси z ловушки при приложении одинакового напряжения +1 В к цилиндрическим концевым электродам (точки) и аппроксимация параболой (линия).

Аналогично получено значение для аксиальной частоты колебаний иона, которая составила:

$$\Omega_x = \sqrt{\frac{2\kappa_z e V_{dc}}{z_0^2 m}} = 2\pi \times 88 \sqrt{V_{dc}} \text{ кГц.} \quad (4)$$

При приложении к цилиндрическим электродам напряжения $V_{dc} = 44$ В обеспечивается частота аксиальной моды $\Omega_x = 2\pi \times 580$ кГц, что достаточно для проведения квантовых операций с высокой достоверностью [21].

Третья глава посвящена исследованию достоверности процедуры считывания квантового состояния оптического кубита на ионе иттербия $^{171}\text{Yb}^+$ методом квантовых скачков и её оптимизации для минимизации ошибки. В начале описывается теоретическая модель, лежащая в основе исследования. Оптический кубит на ионе иттербия основан на квадрупольном переходе $^2S_{1/2}(F=0) \rightarrow ^2D_{3/2}(F=2)$ с длиной волны 435.5 нм (рисунок 1). В нижнем состоянии ион эффективно рассеивает излучение на длине волны 369.5 нм, поэтому оно называется «светлым» (bright). В верхнем состоянии кубита рассеяние не происходит, состояние называют «тёмным» (dark). Регистрация фотонов флюоресценции позволяет определить квантовое состояние иона.

Описание динамики процесса детектирование основано на формализме скоростных уравнений, что справедливо в случае, когда когерентными эффектами можно пренебречь.

Сначала предполагается, что ион находится в светлом состоянии $^2S_{1/2}(F=0)$. Самопроизвольный переход иона из светлого состояния в

тёмное приводит к возникновению ошибки считывания. Далее рассматриваются два этапа установления равновесия в системе после приложения лазерных полей. Первый этап — взаимодействие с охлаждающим излучением на длине волны 369.5 нм, в результате которого практически вся населённость переносится на $^2S_{1/2}(F = 1)$ и $^2P_{1/2}(F = 0)$ за времена $\sim \frac{1}{20 \text{ МГц}} \approx 50$ нс. Во время этого процесса, с ненулевой вероятностью населяется состояние $^2P_{1/2}(F = 1)$, с которого разрешён переход в тёмное состояние $^2D_{3/2}(F = 1)$. Таким образом существует конечная вероятность по окончании первого этапа оказаться в тёмном состоянии. Второй этап — установление равновесия в циклической системе уровней $^2S_{1/2}(F = 1)$, $^2P_{1/2}(F = 0)$, $^2D_{3/2}(F = 1)$ и $^3[3/2]_{1/2}(F = 0)$ с учётом перекачивающего излучения с длиной волны 935.2 нм. Далее аналитически выводятся выражения для населённостей уровней и рассматривается ситуация нерезонансных переходов, приводящих к заселению тёмного состояния. Если изначально ион находится в тёмном состоянии, то существует два механизма ухода иона в светлое состояние. Первый — нерезонансное возбуждение состояния $^3[3/2]_{1/2}(F = 1)$ и последующий уход иона в охлаждающий цикл. Второй — прямой квадрупольный распад со скоростью $\Gamma_Q \approx 3.1$ Гц. С учётом вышесказанного выводится скорость распада тёмного состояния и статистика фотонов для тёмного ($p_d(n)$) и светлого ($p_b(n)$) состояний. Также учитывается конечная эффективность сбора фотонов η и наличие засветки, которая характеризуется пуассоновской статистикой со средним количеством фотонов $\lambda_{DC} \propto \tau_D$, где τ_D — время регистрации. Итоговая статистика представляет собой свёртку:

$$p'_d(n) = \sum_{m=0}^n p_d(m) \frac{e^{-\lambda_{DC}} \lambda_{DC}^{n-m}}{(n-m)!}. \quad (5)$$

Аналогичное выражение верно и для светлого состояния.

В эксперименте для определения состояния иона, в котором он находился перед началом процесса регистрации, подсчитывается число фотонов, регистрируемых за время τ_D , и сравнивается с дискриминатором — пороговым числом D собранных фотонов, выше которого состояние определяется как светлое, в противном случае — как тёмное. Теоретическая достоверность корректной идентификации тёмного состояния кубита составляет $F_d = \sum_{n=0}^D p'_d(n)$ и светлого $F_b = 1 - \sum_{n=0}^D p'_b(n)$.

Далее в главе описывается процедура оптимизации параметров для минимизации ошибки считывания квантового состояния иона. Общая достоверность считывания равна минимальной из двух достоверностей F_d и F_b и достигает максимума при их равенстве. На рисунке 6 приведены зависимости ошибки считывания от времени регистрации τ_D при разных значениях дискриминатора D . Взяты эффективность считывания $\eta = 10^{-3}$ и коэффициент засветки, равный отношению числа фотонов засветки к

среднему числу собранных фотонов на длине волны охлаждающего перехода, $N = \lambda_{DC}/\lambda_0 = 0.3$. Как видно из рисунка, зависимость оптимальной по τ_D ошибки от D является немонотонной, что говорит о существовании оптимального значения D . Таким образом, для разных значений экспериментальных параметров η и N можно выбрать оптимальную пару (τ_D, D) и вычислить минимальное для этого набора параметров значение ошибки.

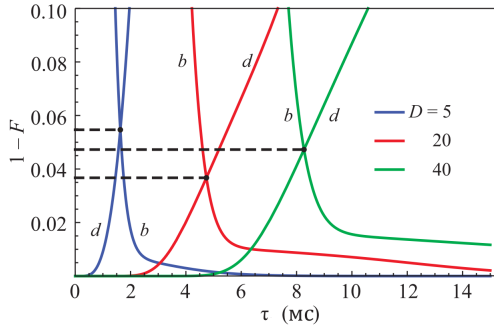


Рис. 6 — Ошибка считывания квантового состояния иона в зависимости от времени регистрации τ_D при различных значениях дискриминатора D . Графики для светлого и тёмного состояний обозначены буквами b и d , соответственно. Точки пересечения графиков соответствуют минимальной ошибке считывания.

Далее приводятся результаты оптимизации значений порога дискриминатора и времени детектирования для разных уровней засветки и эффективности считывания. Демонстрируется существование верхней границы достоверности считывания оптического кубита в 99.4%, соответствующей вероятности по окончании взаимодействия с охлаждающим лазером перейти из светлого в тёмное состояние, которая является фундаментальным ограничением при данном методе считывания [22]. В работе предлагаются модифицированные методы считывания оптического кубита, позволяющие преодолеть данное ограничение.

В четвертой главе приведено описание предложенного метода измерения температуры многочастичных ионных кристаллов, основанного на исследовании динамики осцилляций Раби на узком оптическом переходе в отдельном ионе кристалла, а также результаты измерения скорости нагрева осевой моды колебаний, что является важной характеристикой ловушки и ограничивает достоверность проведения квантовых операций.

В главе проведён анализ существующих на данный момент методов измерения температуры и скорости нагрева ионов по регистрации сигнала флюоресценции при его доплеровском охлаждении [23], по спектроскопии

боковых колебательных частот [7], метода индуцированной прозрачности [24], по пространственному распределению захваченного иона [25]. Первый из методов применим только для больших значений среднего колебательного числа ($\bar{n} \approx 10^4 - 10^5$). Спектроскопия боковых колебательных частот напротив, даёт точные результаты только при малых значениях $\bar{n} \lesssim 1$. Когерентные методы удовлетворительно работают в промежуточном случае, однако требуют наличия как минимум двух когерентных лазерных полей с разными частотами, что делает такие эксперименты технически более сложными и дорогими. Для анализа пространственного распределения захваченного иона требуется большая разрешающая способность системы считывания и, как правило, требуются более низкие секулярные частоты, по сравнению с теми, что используются в квантовых вычислениях. В свою очередь, предложенный в работе метод определения температуры кристалла на основе измерения параметров дефазировки резонансных осцилляций Раби на несущей частоте узкого оптического перехода гораздо менее требователен к экспериментальной установке и не требует дополнительных лазерных полей помимо тех, что используются для управления оптическим кубитом.

Частота Раби осцилляций для различных колебательных уровней немного отличается. Из-за этого через некоторое время колебания с разными n перестают быть синфазными и видность итоговой осцилляций уменьшается, как это показано на рисунке 7. Анализ наблюдаемого затухания позволяет определить $\bar{n}$ в ионном кристалле.

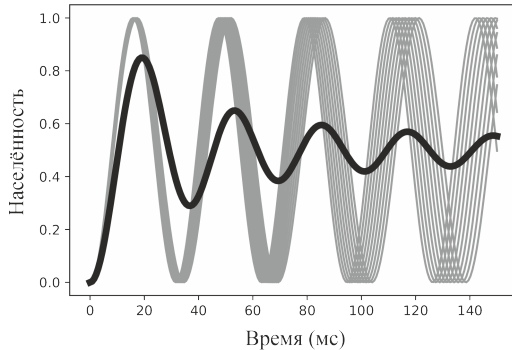


Рис. 7 — Иллюстрация затухания осцилляции Раби. Серым обозначены колебания населённости для первых 10 колебательных подуровней, чёрным — взвешенная сумма по модам до $n \sim 10^3$.

Далее в главе приводится вывод аналитического выражения, описывающего зависимость населённости верхнего состояния перехода от

времени возбуждения с учётом теплового распределения фононов по колебательным модам кристалла с произвольным числом ионов. Записывается выражение для частоты Раби при приложении к цепочки ионов излучения, направленного вдоль рассматриваемой оси и резонансного с переходом. В случае, когда ионная цепочка была охлаждена до температур близких к доплеровскому пределу и выполняется режим Лэмба-Дике, частота Раби может быть записана как:

$$\Omega_{\{n_k\}} \approx \Omega_0 \left(1 - \sum_{k=1}^N (n_k + 1/2) \eta_k^2 \right), \quad (6)$$

с точностью до членов порядка η_k^2 , где Ω_0 – частота Раби для покоящегося иона, n_k – число фононов в k -й моде, а η_k – параметр Лэмба-Дике.

Далее записываются выражения для населённости верхнего и нижнего состояний, включающие зависимость от времени с учётом того, что глубина ионной ловушки, как правило, существенно больше тепловых скоростей ионов даже до этапа охлаждения. После доплеровского охлаждения температуры всех мод оказываются равны и средние колебательные числа всех мод могут быть выражены через среднее число фононов в моде центра масс $\bar{n}$, так что $\bar{n}_k = \bar{n}/r_k$, где параметр $r_k = \omega_k/\omega_1$, а ω_1 – частота колебания моды центра масс. Общая населённость верхнего уровня в результате учёта теплового распределения со средним колебательным числом для каждой моды $\bar{n}_k$ после ряда преобразований принимает вид:

$$P(t) = \frac{a}{2} \left[1 - \frac{\operatorname{Re} \left[e^{i\Omega_0 t} \prod_{k=1}^N e^{-i\Omega_0 \eta_k^2 t/2} \left(1 - \frac{(\bar{n}/r_k) e^{i\Omega_0 \eta_k^2 t}}{\bar{n}/r_k + 1} \right) \right]}{\prod_{k=1}^N \left((\bar{n}/r_k + 1) - 2(\bar{n}/r_k) \cos(\Omega_0 \eta_k^2 t) + \frac{(\bar{n}/r_k)^2}{(\bar{n}/r_k + 1)} \right)} \right]. \quad (7)$$

Она зависит от трёх параметров: $a, \bar{n}, \Omega_0$, где $a = \sum_{i=1}^N (\sum_{n_i=0}^{\infty} p_{\{n_k\}})$ – населённость основного уровня в начальный момент времени. Коэффициенты η_k и r_k определяются геометрией ловушки и частотой колебаний ионов и могут быть независимо измерены с высокой точностью.

Далее в тексте диссертации описывается использование предложенного метода в эксперименте. Схема измерений параметров затухания осцилляций Раби, включает несколько последовательных этапов. Сначала ионный кристалл охлаждается до температуры, близкой к доплеровскому пределу. Затем производится оптическая накачка ионов в основное состояние. Далее предложенным методом определяется температура кристалла и скорость нагрева ионов в ловушке. Оба параметра играют важную роль для оценки качества ловушки и её применимости для квантовых вычислений. В случае оценки скорости нагрева, все лазерные поля выключаются и система в течение некоторого варьируемого времени задержки

взаимодействует с окружением. После этого на некотором выбранном ионе фокусируется резонансное излучение на длине волны 435.5 нм, которое возбуждает квадрупольный переход. Длительность этого возбуждения также варьируется. Наконец, электронное состояние иона регистрируется методом квантовых скачков [22]. При фиксированном времени задержки определяется зависимость населённости верхнего состояния от времени возбуждения. Полученная кривая аппроксимируется функцией 7 и определяется величина $\bar{n}(\tau)$, где τ — время задержки. Для определения скорости нагрева данный эксперимент повторяется для нескольких значений τ , после чего полученная зависимость аппроксимируется линейной функцией (рисунок 8).

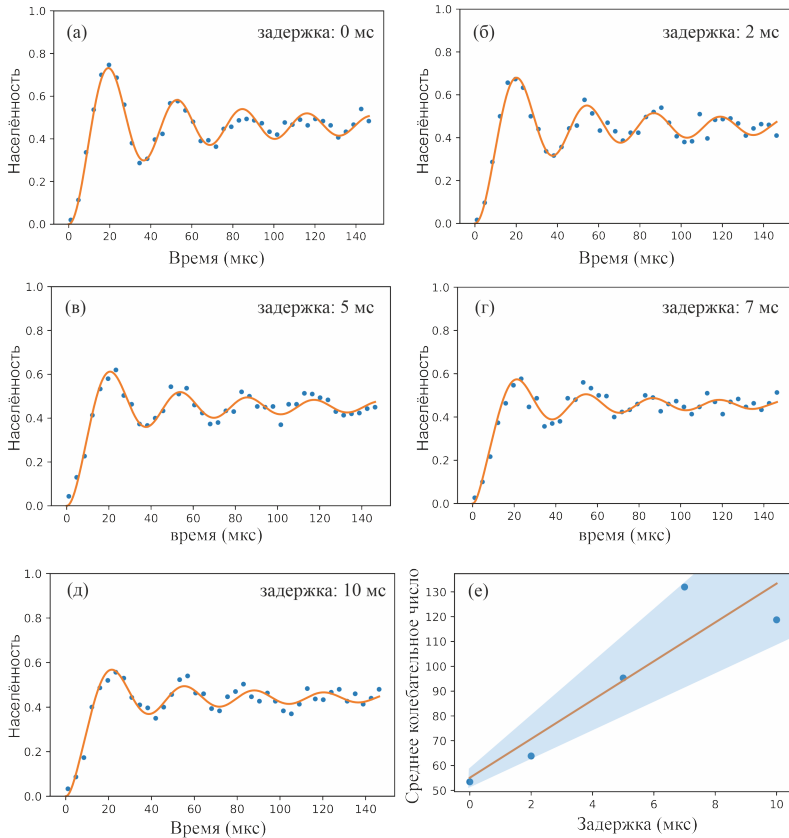


Рис. 8 — (а)-(д): зависимость населённости верхнего уровня от времени возбуждения при задержках 0, 2, 5, 7 и 10 мс, соответственно; (е): среднее колебательное число одиночного иона при различных временах задержки.

Температура ионного кристалла определяется при нулевой задержке по формуле:

$$T = \frac{\hbar\omega_1}{k_B \ln(1 + 1/\bar{n}(0))}, \quad (8)$$

где ω_1 — частота моды центра масс, k_B — постоянная Больцмана.

Эксперимент по определению скорости нагрева проводился для одиночного иона иттербия при воздействии него вдоль оси ловушки. Для этого случая:

$$\eta_1 = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{\hbar}{2m\nu}}, \quad r_1 = 1, \quad (9)$$

где $\lambda = 435.5$ нм, m — масса иона, ν — частота аксиальной моды.

Скорость нагрева иона равен коэффициенту наклона аппроксимирующей линейной функции:

$$\dot{n} = 8 \pm 2 \text{ фононов/мс}. \quad (10)$$

Температура определялась для кристалла из 5 ионов. Эффективное среднее колебательное число, полученное аппроксимацией, оказалось равным $\bar{n}(0) = 75$, что соответствует температуре кристалла $T = 1.69 \pm 0.08$ мК, что сравнимо с доплеровским пределом для перехода ${}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$, равным $T_D = 0.5$ мК.

В заключении приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Методом прецизионной лазерной спектроскопии одиночного захваченного в ловушку Пауля иона измерены значения длин волн переходов ${}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ в ионах изотопа иттербия-170, 171 ($F = 1 \rightarrow F = 0$), 172, 174, 176, которые составляют: 369.52363(2) нм, 369.52600(2) нм, 369.52438(2) нм, 369.52496(2) нм и 369.52551(2) нм, соответственно. Погрешность измерений уменьшена в три раза по сравнению с предыдущими измерениями, проведёнными другими экспериментальными группами. Уточнение достигнуто за счёт прецизионной калибровки системы измерения и хорошей статистике измерений.
2. С помощью того же экспериментального метода уточнены значения длин волн переходов ${}^2D_{3/2} \rightarrow {}^3[3/2]_{1/2}$ в ионах изотопа иттербия-170, 171 ($F = 1 \rightarrow F = 0$), 172, 174, 176, которые составляют: 935.19729(6) нм, 935.18753(6) нм, 935.18726(6) нм, 935.17977(6) нм и 935.17252(6) нм, соответственно. Погрешность измерений так же уменьшена в три раза по сравнению с предыдущими измерениями, проведёнными другими экспериментальными группами.

3. Методом численного моделирования рассчитаны координаты ионов в устойчивых конфигурациях одномерных кристаллов и найдены частоты нормальных (радиальных и аксиальных) колебаний в потенциале линейной квадрупольной ловушки Пауля.
4. Рассчитан и экспериментально реализован удерживающий потенциал вдоль оси ловушки вида $\frac{\kappa_2}{2} z^2 + \frac{\kappa_4}{4} z^4$ для создания кристалла из 7 ионов иттербия с равными расстояниями между ионами.
5. Смоделирована и собрана экспериментальная установка, включающая в себя линейную квадрупольную ловушку Пауля с молибденовыми электродами-лезвиями, лазерную систему охлаждения ионов иттербия и систему детектирования их состояний.
6. Предложена аналитическая модель процесса считывания состояния оптического кубита в ионе $^{171}\text{Yb}^+$ методом квантовых скачков с учётом нерезонансных и переходных эффектов, спонтанного распада, а также паразитной засветки фотодетектора. Получена зависимость достоверности считывания состояния кубита от параметров эксперимента, таких как эффективность регистрации фотонов флюоресценции, коэффициент засветки, порог дискриминатора и время считывания. С использованием этой модели показано, что фундаментальный предел достоверности считывания состояния оптического кубита в ионе $^{171}\text{Yb}^+$ методом квантовых скачков составляет 99.4%.
7. Впервые предложен и экспериментально реализован метод определения температуры и скорости нагрева ионов в многочастичном линейном ионном кристалле в режиме Лэмба-Дике по анализу затухания осцилляций Раби. Применение этого метода для ионов $^{171}\text{Yb}^+$, захваченных в созданную в данной работе ловушку, показало, что температура кристалла из пяти ионов после доплеровского охлаждения составила 1.69 ± 0.08 мК и скорость нагрева одиночного иона вдоль оси ловушки 8 ± 2 фононов/мс. Основными преимуществами предложенного метода являются его общность относительно количества ионов в цепочке и низкая ошибка (менее 5%) вблизи доплеровского предела охлаждения (0.1–100 мК).

Публикации автора по теме диссертации

1. Borisenko A., Zalivako I., Semerikov I., Aksenov M., Khabarova K., Kolachevsky N. — «Motional states of laser cooled Yb ions in an optimized radiofrequency trap». — *Laser Physics*, 29.9 (2019), P. 095201.
2. Zalivako I., Semerikov I., Borisenko A., Smirnov V., Vishnyakov P., Aksenov M., Sidorov P., Kolachevsky N., Khabarova K. — «Improved Wavelength Measurement of $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ and $^2D_{3/2} \rightarrow ^3[3/2]_{1/2}$

- Transitions in Yb^+ ». — *Journal of Russian Laser Research*, 40.4 (2019), P. 375–381.
3. Семериков И. А., Заливако И. В., Борисенко А. С., Аксенов М. Д., Колачевский Н. Н., Хабарова К. Ю. — «Линейная ловушка Пауля для задач квантовой логики». — *Краткие сообщения по физике ФИАН*, 47.12 (2020), с. 33–39.
 4. Семенин Н. В., Борисенко А. С., Заливако И. В., Семериков И. А., Хабарова К. Ю., Колачевский Н. Н. — «Оптимизация достоверности считывания квантового состояния оптического кубита в ионе иттербия $^{171}\text{Yb}^+$ ». — *Письма в ЖЭТФ*, 114.8 (2021), с. 553–559.
 5. Семенин Н. В., Борисенко А. С., Заливако И. В., Семериков И. А., Аксенов М. Д., Хабарова К. Ю., Колачевский Н. Н. — «Определение скорости нагрева и температуры ионных цепочек в линейной ловушке Пауля по дефазировке осцилляций Раби». — *Письма в ЖЭТФ*, 116.2 (2022), с. 74–79.

Список литературы

1. *Benioff, P.* Quantum mechanical Hamiltonian models of Turing machines / P. Benioff // *Journal of Statistical Physics*. — 1982. — Vol. 29, no. 3. — P. 515–546.
2. *Deutsch, D.* Rapid solution of problems by quantum computation / D. Deutsch, R. Jozsa // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*. — 1992. — Vol. 439, no. 1907. — P. 553–558.
3. *Shor, P. W.* Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring / P. W. Shor // *Proceedings 35th annual symposium on foundations of computer science*. — IEEE. 1994. — P. 124–134.
4. *DiVincenzo, D. P.* The physical implementation of quantum computation / D. P. DiVincenzo // *Fortschritte der Physik: Progress of Physics*. — 2000. — Vol. 48, no. 9–11. — P. 771–783.
5. Trapped-ion quantum computing: Progress and challenges / C. D. Bruzewicz [et al.] // *Applied Physics Reviews*. — 2019. — Vol. 6, no. 2. — P. 021314.
6. *Cirac, J. I.* Quantum computations with cold trapped ions / J. I. Cirac, P. Zoller // *Physical Review Letters*. — 1995. — Vol. 74, no. 20. — P. 4091.
7. Demonstration of a fundamental quantum logic gate / C. Monroe [et al.] // *Physical Review Letters*. — 1995. — Vol. 75, no. 25. — P. 4714.

8. Realization of the Cirac–Zoller controlled-NOT quantum gate / F. Schmidt-Kaler [et al.] // *Nature*. — 2003. — Vol. 422, no. 6930. — P. 408—411.
9. *Mølmer, K.* Multiparticle entanglement of hot trapped ions / K. Mølmer, A. Sørensen // *Physical Review Letters*. — 1999. — Vol. 82, no. 9. — P. 1835.
10. *Sørensen, A.* Quantum computation with ions in thermal motion / A. Sørensen, K. Mølmer // *Physical Review Letters*. — 1999. — Vol. 82, no. 9. — P. 1971.
11. Manipulation and detection of a trapped Yb+ hyperfine qubit / S. Olmschenk [et al.] // *Physical Review A*. — 2007. — Vol. 76, no. 5. — P. 052314.
12. Экспериментальное исследование оптического кубита на квадрупольном переходе 435 нм в ионе $^{171}\text{Yb}^+$ / И. В. Заливако [и др.] // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 2021. — Т. 114, № 2. — С. 53—59.
13. *Nikolaeva, A.* Efficient realization of quantum algorithms with qudits / A. Nikolaeva, E. Kiktenko, A. Fedorov // *arXiv preprint arXiv:2111.04384*. — 2021.
14. Трёхмерная ловушка Пауля с высокой секулярной частотой для компактных оптических часов / И. Семериков [и др.] // *Краткие сообщения по физике Физического института им. ПН Лебедева Российской Академии Наук*. — 2019. — Т. 46, № 9. — С. 43—49.
15. Improved Wavelength Measurement of $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ and $^2D_{3/2} \rightarrow ^3[3/2]_{1/2}$ Transitions in Yb^+ / I. Zalivako [et al.] // *Journal of Russian Laser Research*. — 2019. — Vol. 40, no. 4. — P. 375—381.
16. Versatile ytterbium ion trap experiment for operation of scalable ion-trap chips with motional heating and transition-frequency measurements / J. J. McLoughlin [et al.] // *Physical Review A*. — 2011. — Vol. 83, no. 1. — P. 013406.
17. Quantum dynamics of single trapped ions / D. Leibfried [et al.] // *Reviews of Modern Physics*. — 2003. — Vol. 75, no. 1. — P. 281.
18. Motional states of laser cooled Yb ions in an optimized radiofrequency trap / A. Borisenko [et al.] // *Laser Physics*. — 2019. — Vol. 29, no. 9. — P. 095201.
19. A single-ion trap with minimized ion–environment interactions / P. Nisbet-Jones [et al.] // *Applied Physics B*. — 2016. — Vol. 122, no. 3. — P. 1—8.

20. Demonstration of a small programmable quantum computer with atomic qubits / S. Debnath [et al.] // Nature. — 2016. — Vol. 536, no. 7614. — P. 63—66.
21. Линейная ловушка Пауля для задач квантовой логики / И. Семериков [и др.] // Краткие сообщения по физике Физического института им. ПН Лебедева Российской Академии Наук. — 2020. — Т. 47, № 12. — С. 33—39.
22. Оптимизация достоверности считывания квантового состояния оптического кубита в ионе иттербия $^{171}\text{Yb}^+$ / Н. В. Семенин [и др.] // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2021. — Т. 114, № 8. — С. 553—559.
23. Simplified motional heating rate measurements of trapped ions / R. Epstein [et al.] // Physical Review A. — 2007. — Vol. 76, no. 3. — P. 033411.
24. Fast thermometry for trapped ions using dark resonances / J. Roßnagel [et al.] // New Journal of Physics. — 2015. — Vol. 17, no. 4. — P. 045004.
25. Sub-millikelvin spatial thermometry of a single Doppler-cooled ion in a Paul trap / S. Knünz [et al.] // Physical Review A. — 2012. — Vol. 85, no. 2. — P. 023427.