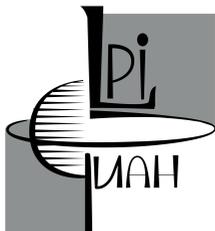


Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Физический институт им. П.Н. Лебедева
Российской академии наук

На правах рукописи



Радкевич Алексей Андреевич

**Флуктуационные явления в низкоразмерных
сверхпроводниковых системах**

Специальность 01.04.02 —
«Теоретическая физика»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физическом институте имени П. Н. Лебедева Российской академии наук.

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник
Семенов Андрей Георгиевич

Официальные оппоненты: **Мельников Александр Сергеевич**,
доктор физико-математических наук,
Институт физики микроструктур РАН – филиал
ИПФ РАН,
главный научный сотрудник

Щелкачев Николай Михайлович,
доктор физико-математических наук,
Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина РАН,
ведущий научный сотрудник

Ведущая организация: Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова Сибирского отделения Российской академии наук

Защита состоится 21 марта 2022 г. в 12 часов на заседании диссертационного совета Д 002.023.02 при Физическом институте им. П.Н. Лебедева РАН по адресу: 119991, г. Москва, Ленинский проспект, д. 53.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФИАН, а также на сайте www.lebedev.ru.

Автореферат разослан «___» _____ 2022 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 002.023.02,
канд. физ.-мат. наук

Вагин Константин Юрьевич

Общая характеристика работы

Настоящая диссертация посвящена исследованию флуктуационных явлений в низкоразмерных сверхпроводниковых системах.

Актуальность темы. Теория сверхпроводимости – одна из ключевых областей современной теории конденсированного состояния, а сверхпроводящие устройства давно нашли применение при решении многих практических задач. При уменьшении до мезо- и наноразмерных масштабов сверхпроводящие структуры начинают проявлять квантовые свойства. Квантовая интерференция в таких структурах позволила сделать на их основе одни из наиболее чувствительных на сегодняшний момент датчиков магнитного поля. Крайне перспективным направлением для их применения в последние десятилетия видится область квантовых вычислений. На основе сверхпроводящих квантовых интерференционных устройств, т.н. SQUID'ов, созданы наилучшие на сегодняшний момент твёрдотельные кубиты.

Совершенствование технологий изготовления сверхпроводниковых структур стало движущим фактором их миниатюризации, в результате которой всё более важными становятся флуктуационные эффекты. Нарушая когерентность фазы параметра порядка, флуктуации приводят к подавлению сверхпроводимости в таких структурах и зачастую вызывают появлению в них свойств, нетипичных для массивных сверхпроводников. Сверхпроводящие нанопроволоки прекрасно вписываются в эту картину. Проскальзывания фазы – топологические флуктуации, свойственные одномерным системам – приводят к возникновению у них ненулевого сопротивления. На стыке веков технологические достижения позволили изготовить столь тонкие проволоки, что в них существенны оказываются квантовые флуктуации. Сейчас технологии позволяют продвинуться ещё дальше и достичь режима ниже точки квантового фазового перехода, в котором флуктуации полностью разрушают когерентность фазы на больших масштабах. Это порождает необходимость дальнейшего развития теории флуктуаций в сверхпроводящих нанопроволоках. Дополнительным стимулом для подобного исследования служит отсутствие теории влияния флуктуаций на локальные свойства нанопроволок. Туннельные эксперименты, в которых локальные свойства становятся доступны для наблюдения, также требуют создания такой теории.

Физика сверхпроводящих нанопроволок весьма близка физике цепочек джозефсоновских контактов, поскольку их низкоэнергетические теории совпадают. Поэтому близки также и флуктуационные явления в них. Цепочки джозефсоновских контактов стали в недавнем прошлом ключевыми компонентами наиболее современных кубитов, что придаёт ещё большую актуальность

теме настоящей диссертации, так как её результаты проливают свет на перспективы дальнейшей миниатюризации таких устройств и на их физику в целом.

Целью данной работы является теоретическое исследование свойств сверхпроводящих нанопроволок, доступных для наблюдения в туннельных экспериментах.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Построить теоретическую модель, описывающую влияние флуктуаций на одночастичные свойства низкоразмерных сверхпроводников.
2. Вычислить флуктуационную поправку к плотности одночастичных состояний сверхпроводящих нанопроволок и сверхтонких плёнок.
3. Исследовать способность сверхпроводящих нанопроволок проводить бездиссипативный ток по конечному участку в туннельных экспериментах.
4. Объяснить наблюдающееся экспериментально сильное изменение зависимости сопротивления образца от температуры при незначительном изменении параметров образца, а также сопоставить наблюдаемое уширение туннельной вольт-амперной характеристики с развитой теорией флуктуационных поправок к одночастичной плотности состояний.

Научная новизна. Все основные результаты диссертации являются оригинальными и получены впервые.

Теоретическая и практическая значимость настоящей диссертационной работы состоит в разработке теории, объясняющей наблюдаемые в эксперименте явления и обладающей предсказательной силой. Результаты проделанной работы позволяют понять особенности сверхпроводящего состояния в квазиодномерных сверхпроводниках. Полученные результаты могут найти применение в области физики мезоскопических структур, имея непосредственное отношение также и к цепочкам джозефсоновских контактов, являющихся основой лучших на настоящий момент твердотельных кубитов.

Методология и методы исследования. В ходе работы был использован широкий спектр современных методов физики конденсированного состояния, включая методы функционального интегрирования, эффективного действия, квазиклассических функций Грина и специально разработанную автором версию вариационного метода.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Влияние флуктуаций на одночастичные свойства длинных сверхпроводящих нанопроволок в типичных для экспериментов условиях в лидирующем порядке эквивалентно воздействию омического диссипативного окружения.
2. Плотность одночастичных состояний сверхпроводящих нанопроволок как функция энергии претерпевает значительные изменения в результате воздействия флуктуаций фазы параметра порядка. При всех температурах, включая нулевую, происходит размытие характерных

- особенностей плотности состояний вблизи края щели. А при отличных от нуля температурах состояния также возникают внутри щели.
3. В сверхтонких неупорядоченных сверхпроводниковых плёнках влияние флуктуаций на плотность состояний оказывается значимым при промежуточных температурах. В этом режиме плотность возникающих подщелевых состояний распределена по всей подщелевой области, а величина эффекта оказывается заметной даже вдали от перехода сверхпроводник-изолятор, происходящего при достаточно сильном беспорядке.
 4. Флуктуации фазы подавляют бездиссипативный ток в сверхпроводящих нанопроволоках при туннельных измерениях. Они не только уменьшают его абсолютную величину, но и существенно видоизменяют соотношение ток-фаза в системе. При достижении критической площади поперечного сечения в системе происходит квантовый фазовый переход, относящийся к классу эквивалентности перехода Шмида, в ходе которого способность проводить бездиссипативный ток либо утрачивается полностью, либо существенно подавляется, в зависимости от типа системы.
 5. Сверхпроводящие нанопроволоки в изолирующей фазе демонстрируют поведение, характеризующееся сочетанием локальной сверхпроводимости и эффективной локализации на больших расстояниях. В этом режиме проволоки приобретают сопротивление, зависимость которого от температуры определяется соотношением между длиной образца и критическим масштабом БКТ перехода. В то же время образцы могут сохранять способность проводить бездиссипативный ток по конечному участку, а также сохраняют хорошо определённую щель в спектре при низких температурах.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на международных конференциях "Frontiers of Quantum and Mesoscopic Thermodynamics" FQMT'17 (Прага, Чехия, 2017), "Superconducting Quantum Technologies" SQT'18 (Москва, Россия, 2018), "Quantum Coherent Phenomena at Nanoscale" QCPN'19 (Искья, Италия, 2019) и "Frontiers of Quantum and Mesoscopic Thermodynamics" FQMT'21 (Прага, Чехия, 2021), "7-th International Conference on Superconductivity and magnetism" ICSM2020 (Бодрум, Турция, 2021), а также на семинарах по физике твёрдого тела и теории конденсированного состояния ОТФ ФИАН.

Личный вклад. Все теоретические результаты были получены автором лично, либо при его непосредственном участии. Анализ экспериментальных данных также был выполнен автором лично.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 8 печатных изданиях, 6 из которых изданы в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus.

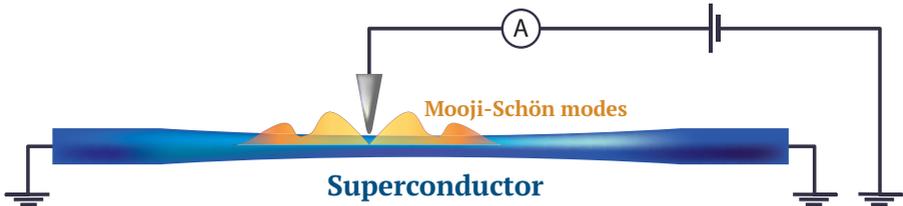


Рис. 1 — Рассматриваемая система: сверхтонкая сверхпроводниковая проволока вместе с частью установки, предназначенной для измерений плотности состояний.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность темы исследования, описывается история открытий в области физики флуктуационных явлений в низкоразмерных сверхпроводниках и излагаются ключевые идеи области. Также формулируются задачи диссертации и защищаемые положения.

Первая глава начинается с краткого экскурса в физику сверхпроводящих нанопроволок. В этом небольшом подразделе рассматривается классификация типов флуктуаций в системе и приводится эффективное действие, подходящие для их описания. Здесь вводятся основные параметры, регулирующие флуктуации: безразмерный кондактанс проволоки g , ответственный за гладкие флуктуации фазы и связанные с ними плазменные моды Муи-Шёна, а также безразмерный параметр g_ξ , связанный с флуктуациями модуля параметра порядка. Также здесь обсуждается квантовый переход сверхпроводник-изолятор, обусловленный взаимодействием проскальзываний фазы.

Основная часть главы посвящена исследованию флуктуационной поправки к квазичастичной плотности состояний сверхтонких сверхпроводниковых проволок и плёнок. Для определённости в квазиодномерном случае изучается структура, изображённая на Рис. 1. Длинная сверхпроводниковая проволока с достаточно малой площадью поперечного сечения s концами соединена с массивными сверхпроводящими резервуарами. Сверхпроводящие свойства системы описываются комплексным полем параметра порядка $\Delta(x, t) = |\Delta(x, t)| \exp(i\varphi(x, t))$, который зависит от координаты вдоль проволоки x и времени t . Зависимость параметра порядка от координаты поперёк проволоки не учитывается, поскольку толщина проволоки полагается меньшей, чем длина когерентности параметра порядка ξ , обычно составляющая от нескольких десятков до пары сотен нанометров. В типичных экспериментальных условиях для подобных систем также выполняется условие $g_\xi \gg g$, что позволяет сделать ещё одно упрощение и пренебречь флуктуациями модуля параметра порядка (по сравнению с фазовыми), положив его постоянным в пространстве и времени, $|\Delta(x, t)| = \Delta$. Напротив, флуктуации фазы параметра порядка $\varphi(x, t)$ вдоль проволоки допускаются, поскольку их вклад параметрически больше. Предполагается также, что проволока находится в состоянии

термодинамического равновесия при температуре T , значительно меньшей величины сверхпроводящей щели т.е. $T \ll \Delta$.

Анализ выполнен в наиболее реалистичном с точки зрения эксперимента диффузионном пределе, когда длина свободного пробега электронов ℓ значительно меньше длины когерентности ξ . В рассматриваемом случае одночастичные свойства проволоки удобно описывать с помощью келдышевской квазиклассической функции Грина $\check{G}(t, t', x)$, подчиняющейся уравнению Узаделя. В главе 1 показано, что при выполнении условий, изложенных выше, в лидирующем порядке квазиклассическая функция Грина электронов в присутствии флуктуаций даётся выражением

$$\check{G}(t, t', x) \simeq e^{\frac{i}{2}\check{\varphi}(t, x)\sigma_3} \check{\Lambda}(t - t') e^{-\frac{i}{2}\check{\varphi}(t', x)\sigma_3}, \quad (1)$$

где $\check{\Lambda}(t - t')$ – квазиклассическая функция Грина электронов в массивном сверхпроводнике, $\check{\varphi}$ – матрица, соответствующая переменной фазы параметра порядка в технике Келдыша, а σ_3 – соответствующая матрица Паули, действующая в пространстве Намбу. Механизм возникновения такой поправки связан с тем, что плазмоны Муи-Шёна формируют внутри системы диссипативное окружение для электронов. После взятия функционального интеграла по всевозможным конфигурациям фазы с эффективным действием моды Муи-Шёна¹, получена усреднённая по флуктуациям функция Грина, из которой после взятия следа и преобразования Фурье найдена доступная для наблюдения в эксперименте плотность состояний $\nu(E)$,

$$\langle \nu \rangle_{\varphi}(E) = \int \frac{d\epsilon}{2\pi} \nu_{BCS}(\epsilon) \mathbb{B}^K(E - \epsilon) (1 + F_{\epsilon} F_{E-\epsilon}), \quad (2)$$

где $\nu_{BCS}(\epsilon)$ – плотность состояний в теории БКШ, $F_{\epsilon} = \tanh \frac{\epsilon}{2T}$ – равновесная функция распределения электронов в технике Келдыша, а \mathbb{B}^K – келдышевская компонента коррелятора фазовых множителей, входящих в выражение для функции Грина (1).

Результат показывает, что плотность состояний зависит от температуры и существенно отличается от стандартного ответа, полученного в теории БКШ. В любой размерности при конечных температурах в области сверхпроводящей щели возникает ”хвост” состояний, экспоненциально затухающий вглубь щели пропорционально $\exp((E - \Delta)/T)$. При стремлении температуры к нулю этот эффект исчезает, и щель восстанавливается. Поведение плотности состояний вблизи края щели существенно зависит как от размерности системы, так и от её параметров. Общим для всех случаев оказывается то, что плотность состояний вблизи края щели становится менее сингулярной.

В случае нанопроволок изменения оказываются значимыми даже при нулевой температуре, при которой степень сингулярности вблизи края щели

¹Arutyunov, K. Superconductivity in one dimension / K. Arutyunov, D. Golubev, A. Zaikin // Physics Reports. 2008. Vol. 464, no. 1. P. 1–70. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157308001609>.

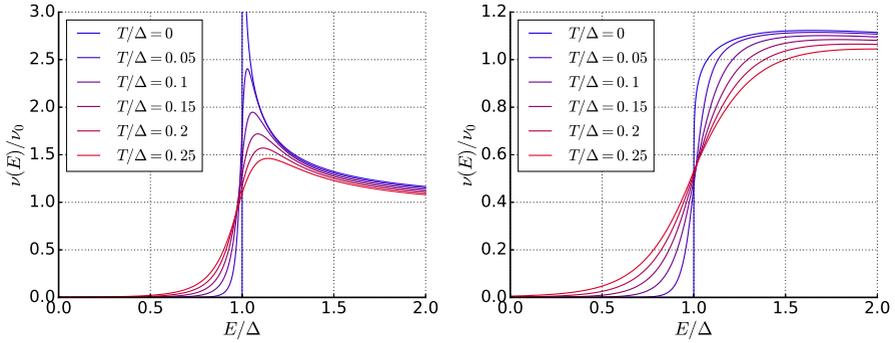


Рис. 2 — Зависимость от энергии нормированной электронной плотности состояний $\nu(E)/\nu_0$ сверхпроводящих нанопроволок при разных температурах для двух значений $g = 5$ (слева) and $g = 1.67$ (справа). Энергия E и температура T выражены в единицах Δ .

уменьшается на $1/g$, полностью исчезая при $g = 2$. При конечных температурах сингулярность полностью исчезает для всех значений g . Результаты численного моделирования плотности состояний для этого случая можно видеть на Рис. 2.

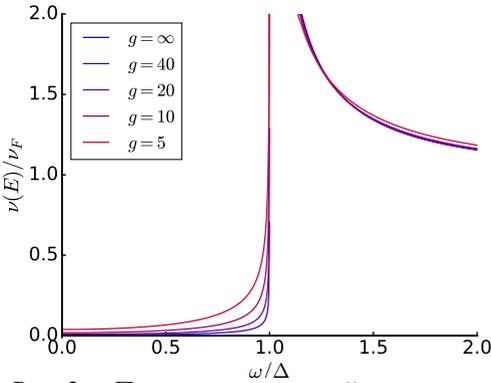


Рис. 3 — Плотность состояний в двумерном случае для $T \sim \Delta$ и разных g_{2D} .

В двумерном случае влияние фазы было проанализировано в двух предельных случаях экранированного и неэкранированного кулоновского взаимодействия, отвечающих различным подложкам в эксперименте. Оказалось, что, несмотря на существенную разницу в спектре плазменных мод между этими случаями, с точки зрения влияния на плотность состояний они практически идентичны, что говорит о слабом влиянии подложки на эффект, в отличие от одномерного случая. Величина эффекта определяется как безразмерным кондактансом g_{2D} , определяемым как отношение квантовой единицы сопротивления

h/e^2 и т.н. сопротивления плёнки на квадрат R_{\square} , так и температурой. Для достаточно низких $T \lesssim \Delta$ отклонение плотности состояний от результата БКШ контролируется безразмерным параметром $\alpha = T/\pi^2 g_{2D} \Delta$, который остаётся малым при $g_{2D} \gg 1$.

В двумерном случае наиболее важным оказывается появление “хвоста” состояний внутри щели. Для не очень низких температур $T \sim \Delta$ подщелевая плотность состояний имеет степенную зависимость от $\Delta - E$ и выживает глубоко внутри щели, что демонстрирует Рис. 3. Сингулярность вблизи края щели выживает даже при $T \neq 0$, однако её степень меняется на $(E - \Delta)^{\alpha-1/2}$. В целом, по сравнению с одномерным случаем, эффект флуктуаций оказывается значительно слабее.

Основные результаты этой главы опубликованы в статьях [1; 2].

Вторая глава посвящена исследованию способности сверхпроводящей нанопроволоки пропускать бездиссипативный ток.

Ещё со времён работы Литгла² 1967 года было известно, что квазиодномерные сверхпроводники приобретают сопротивление в результате флуктуационных процессов, в которых модуль параметра порядка в определённой точке образца опускается до нуля, а его фаза меняется на $\pm 2\pi$. Такие процессы позже назовут проскальзываниями фазы. Вероятность таких процессов велика вблизи критической температуры T_c и, в рамках стандартной термодинамической теории флуктуаций, экспоненциально быстро падает с уменьшением температуры. Таким же образом ведёт себя и обусловленное ими сопротивление, экспоненциально быстро уменьшаясь с удалением от T_c и обращаясь в ноль при $T \rightarrow 0$. Этот эффект приводит к тому, что в таких системах переход из нормального состояния в сверхпроводящее более не является в строгом смысле фазовым переходом, приобретая некоторую зависящую от материала и поперечных размеров образца характерную ширину. Ещё одним следствием является затухание “незатухающего” тока в тонких сверхпроводниковых кольцах на временах, которые обычно оказываются астрономически большими вне узкой области температур вблизи T_c .

Впоследствии стало ясно, что в достаточно тонких кольцах становятся существенными квантовые эффекты, а именно проскальзывания фазы вследствие квантового туннелирования – квантовые проскальзывания фазы (QPS). Их значимость была обоснована в работе³, где также была изложена физика, связанная с ними. Там же было показано, что, будучи вихрями в пространстве-времени, квантовые проскальзывания фазы взаимодействуют логарифмически на больших расстояниях, причём сила взаимодействия регулируется параметром g и

²Little, W. A. Decay of Persistent Currents in Small Superconductors / W. A. Little // Phys. Rev. 1967. Apr. Vol. 156, issue 2. P. 396–403. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.156.396>.

³Quantum Phase Slips and Transport in Ultrathin Superconducting Wires / A. D. Zaikin [et al.] // Phys. Rev. Lett. 1997. Feb. Vol. 78, issue 8. P. 1552–1555. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.78.1552>.

растёт с уменьшением g (что эквивалентно уменьшению площади поперечного сечения проволоки). Поэтому к ним применимы выводы Березинского, Костерлица и Таулесса, и в системе имеет место фазовый переход БКТ-типа, в данном случае квантовый. Переход регулируется параметром g и происходит при $g = 16$. Выше точки перехода при $g > 16$ квантовые проскальзывания фазы с противоположными знаками существуют в тесных парах, а эффекты, вызываемые ими, могут быть получены по теории возмущений. В этой ситуации проволока приобретает сопротивление, зависящее степенным образом от температуры для достаточно низких температур и обращающееся в ноль при $T \rightarrow 0$. Напротив, в состоянии с $g < 16$ возникает ненулевая плотность неспаренных проскальзываний фазы. При этом когерентность фазы нарушается на больших масштабах, а соответствующая корреляционная функция начинает экспоненциально падать с расстоянием на критическом масштабе L_c . Сопротивление в этом режиме, согласно теории, при достаточно низких температурах начинает расти с уменьшением температуры и расходится при $T \rightarrow 0$, в связи с чем эта фаза названа изолирующей. Таким образом, на первый взгляд, сверхпроводимость в изолирующей фазе разрушается полностью.

Вопрос о том, может ли сверхпроводящая нанопроволока проводить бездиссипативный ток при нулевой температуре, оказывается в действительности более сложным. В работе⁴ было рассмотрено тонкое однородное сверхпроводящее кольцо при нулевой температуре с пропущенным через него магнитным потоком. Авторы продемонстрировали, что незатухающий ток течёт по кольцу не только в "сверхпроводящей" фазе с $g > 16$, но и в изолирующей фазе. В последнем случае его величина уменьшается с периметром кольца L как e^{-L/L_c} , а зависимость от потока претерпевает существенные изменения. Однако на масштабах $L \lesssim L_c$ даже в изолирующей фазе проскальзывания фазы не подавляют равновесный ток существенно.

Таким образом, способность сверхпроводящих нанопроволок проводить бездиссипативный ток вдоль конечного участка требует дальнейшего исследования. В настоящей диссертации этот вопрос изучается на примере двух структур, одна из которых изображена на Рис. 4. Длинная сверхпроводящая проволока с достаточно малым поперечным сечением s на концах заканчивается двумя массивными сверхпроводящими резервуарами. Проволока считается настолько длинной, что коллективные моды внутри неё эффективно не имеют щели в спектре, и в системе имеется диссипация. Для исследования флуктуаций в проволоке система соединена с массивным сверхпроводником, формирующим открытое кольцо, посредством двух одинаковых малых джозефсоновских туннельных контактов с джозефсоновскими энергиями E_J , находящихся на расстоянии L друг от друга в точках $x = 0$ и $x = L$. Через массивное открытое кольцо пропущен

⁴*Semenov, A. G. Persistent currents in quantum phase slip rings / A. G. Semenov, A. D. Zaikin // Phys. Rev. B. 2013. Aug. Vol. 88, issue 5. P. 054505. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.88.054505>.*

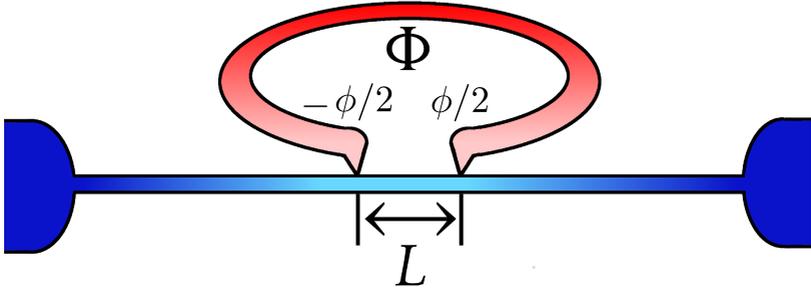


Рис. 4 — Рассматриваемая система: длинная тонкая сверхпроводниковая нанопроволока с присоединённым к ней посредством двух малых джозефсоновских контактов открытым массивным сверхпроводящим кольцом. Магнитный поток Φ , пропущенный сквозь кольцо, порождает равновесный ток, текущий по участку проволоки длины L между контактами.

магнитный поток Φ , который индуцирует разность фаз $\phi = 2\pi\Phi/\Phi_0$ между массивными берегами контактов. Таким образом, в системе возникает разность фаз, потенциально способная индуцировать бездиссипативный ток между контактами. Флуктуации фазы параметра порядка $\varphi(x, \tau)$ остаются неограниченными в любой точке x (имеется в виду эффективное отсутствие граничных условий, фиксирующих значение фазы в какой-либо точке проволоки). Система находится в термодинамическом равновесии при нулевой температуре. Исследуемая наблюдаемая – ток $I(\phi)$, текущий по участку длины L между джозефсоновскими контактами.

Без учёта проскальзываний фазы низкоэнергетические процессы в системе могут быть описаны с помощью эффективного действия во мнимом времени

$$S[\varphi] = S_w[\varphi] + S_J[\varphi(0), \varphi(L)], \quad (3)$$

где

$$S_w[\varphi] = \frac{C_w}{8e^2} \int_0^{1/T} d\tau \int dx \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (4)$$

– низкоэнергетическое эффективное действие проволоки, учитывающее гладкие флуктуации фазы, а

$$S_J[\varphi] = -E_J \int_0^{1/T} d\tau [\cos(\varphi(\tau, 0) + \phi/2) + \cos(\varphi(\tau, L) - \phi/2)] \quad (5)$$

описывает джозефсоновские контакты. Ток между контактами даётся выражением $\frac{ge v}{4\pi L} \langle \varphi(L) - \varphi(0) \rangle$. Дальнейший анализ был выполнен посредством интегрированием по фазовой переменной во всех точках, кроме $x = 0$ и $x =$

L , с последующим применением вариационного метода. Он показывает, что влияние флуктуаций на систему сводится к уменьшению эффективных джозефсоновских энергий связи E_J , что понижает её чувствительность к магнитному потоку в массивном открытом кольце. При этом основной вклад во флуктуационное подавление вносят длинноволновые флуктуации с омиической спектральной плотностью, в ходе которых фаза в точках контактов изменяется на одну и ту же величину. Наличие такой моды роднит эту задачу с задачей о броуновском движении квантовой частицы в периодическом потенциале и линейной омиической диссипацией⁵, в которой имеет место квантовый фазовый переход сверхпроводник-изолятор.

Явное вычисление демонстрирует и в нашей системе наличие квантового фазового перехода, регулируемого параметром g . При $g < 2$ флуктуации фазы оказываются столь интенсивными, что перенормированная E_J обращается в ноль. Соответственно, система не чувствует магнитный поток, в средний ток в этом режиме равен нулю. В этой фазе способность проводить бездиссипативный ток, таким образом, исчезает даже при нулевой температуре.

При $g > 2$ ток остаётся конечным. В этом режиме возникает новый характерный масштаб L^* , разделяющий среднеполевой и флуктуационный режимы и задаваемый выражением

$$L^* = \frac{v}{\Delta} \left(\frac{2g}{\pi g_N} \right)^{g/(g-2)}, \quad (6)$$

где $g_N = 8E_J/\Delta$ – кондактанс контакта в нормальном состоянии по формуле Амбегаокара-Баратова. Для $L \gg L^*$ вклад кинетической индуктивности проволоки остаётся малым, по сравнению с вкладом контактов. В этом пределе разность фаз вдоль сегмента проволоки между контактами фиксирована $\varphi(L) - \varphi(0) = \phi$ и не флуктуирует. В результате соотношению ток-фаза имеет стандартную форму ”пилы”.

$$I(\phi) = \frac{gev}{4\pi L} \phi. \quad (7)$$

В противоположном пределе $L \ll L^*$ перенормировка E_J становится важной, а флуктуации приводят к подавлению текущего по проволоке тока. В этом пределе приходим к не зависящему от L ответу

$$I(\phi) = \frac{gev}{2\pi L^*} \sin \frac{\phi}{2} \left[\cos \frac{\phi}{2} \right]^{\frac{2}{g-2}}. \quad (8)$$

Результаты численного расчёта зависимости $I(\phi)$ изображены на Рис. 5.

⁵Fisher, M. P. A. Quantum Brownian motion in a periodic potential / M. P. A. Fisher, W. Zwerger // Phys. Rev. B. 1985. Nov. Vol. 32, issue 10. P. 6190–6206. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.32.6190>.

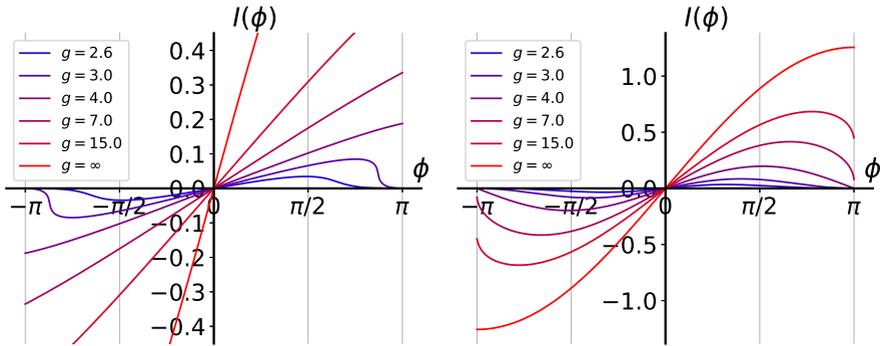


Рис. 5 — Зависимость от фазы сверхтока $I(\phi)$ (в единицах $e\Delta/(2\pi)$) для $E_J/\Delta = 0.1$ и разных g . Левая и правая панели соответствуют $\Delta L/v = 20$ и $\Delta L/v = 0.5$.

Учёт эффекта проскальзываний фазы делит фазовую диаграмму системы на 3 области. При $g > 16$ в системе сохраняется сверхпроводимость на больших расстояниях, а флуктуационная перенормировка заметна лишь при $L \ll L^*$. При $2 < g < 16$ бездиссипативный ток подавлен на больших расстояниях экспоненциально по параметру L/L_c , а на малых при $L \ll L_c$ — согласно (8). Наконец, при $g < 2$ система оказывается в изолирующей фазе, в которой протекание бездиссипативного тока невозможно.

Наконец, рассмотрение системы с ограниченными флуктуациями фазы приводит к всё той же фазовой диаграмме, в которой фазы со всё более подавленной сверхпроводимостью сменяют друг друга. Однако в этом случае значительно подавленный на всех масштабах сверхток может протекать даже в фазе с наименее выраженной сверхпроводимостью.

Основные результаты этой главы опубликованы в статьях [3; 4].

Третья глава посвящена теоретическому описанию и экспериментальному исследованию "изолирующего" состояния сверхпроводящих нанопроволок при $g < 16$. В ней описывается и объясняется нетривиальная суперпозиция сверхпроводящих и несверхпроводящих свойств, возникающих в нанопроволоке в этом режиме. Эксперимент, на который опирается эта глава, был выполнен группой К.Ю.Арутюнова, а материал главы опубликован в статьях [5—8].

В эксперименте исследовались структуры, содержащие несколько тонких и достаточно длинных титановых нанопроволок, приведённых в контакт с более массивным алюминиевым электродом посредством туннельного барьера. Одна из таких структур приведена на Рис. 6. Параметры образцов таковы, что флуктуациями в алюминии можно пренебречь, а флуктуации в титановых нанопроволоках, наоборот, велики. Оценки показывают, что для всех проволок безразмерный кондактанс g лежит в диапазоне 1–3, соответственно, все они лежат глубоко в изолирующей фазе, в которой проскальзывания фазы разрушают когерентность параметра порядка на масштабе L_c . Эксперимент позволил

a TITANIUM SAMPLES

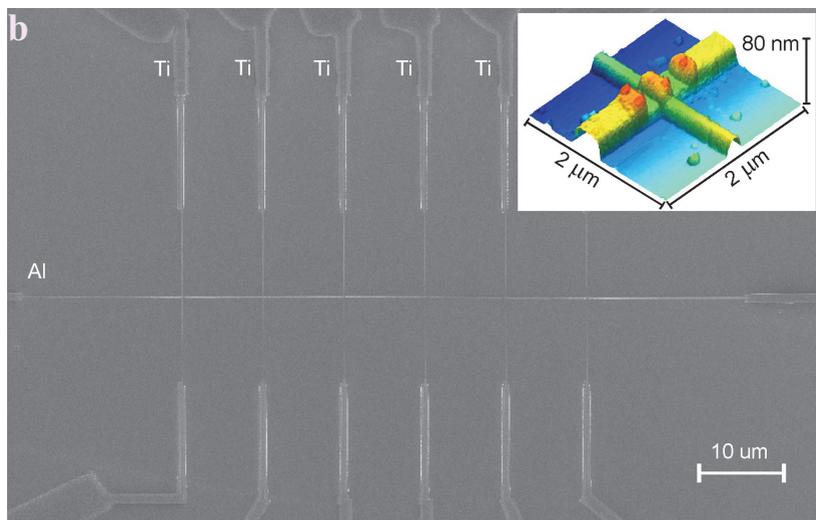
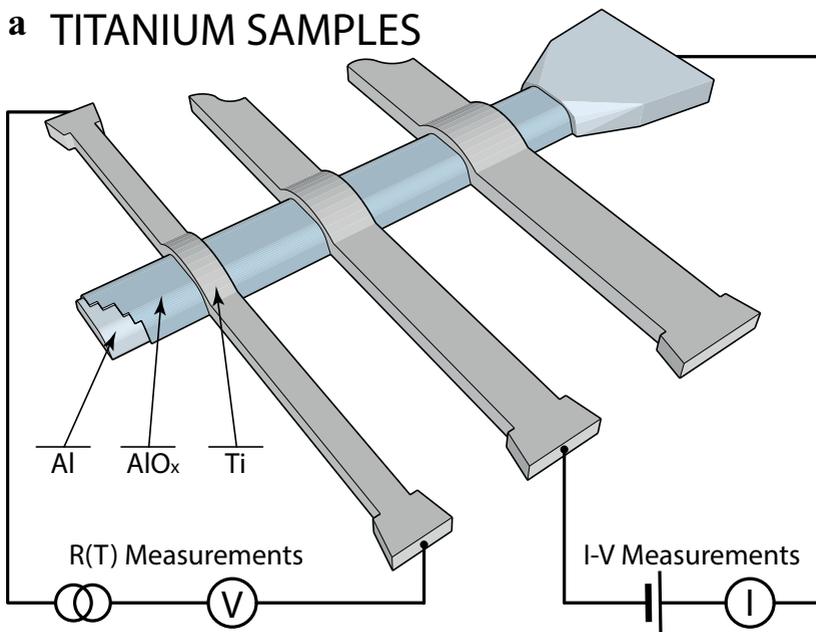


Рис. 6 — Верхняя панель: схема эксперимента. Нижняя панель: изображение одной из структур, полученное с помощью сканирующего электронного микроскопа. Вставка: увеличенная зона контакта, снятая атомно-силовым микроскопом. Цветом обозначена высота участка образца.

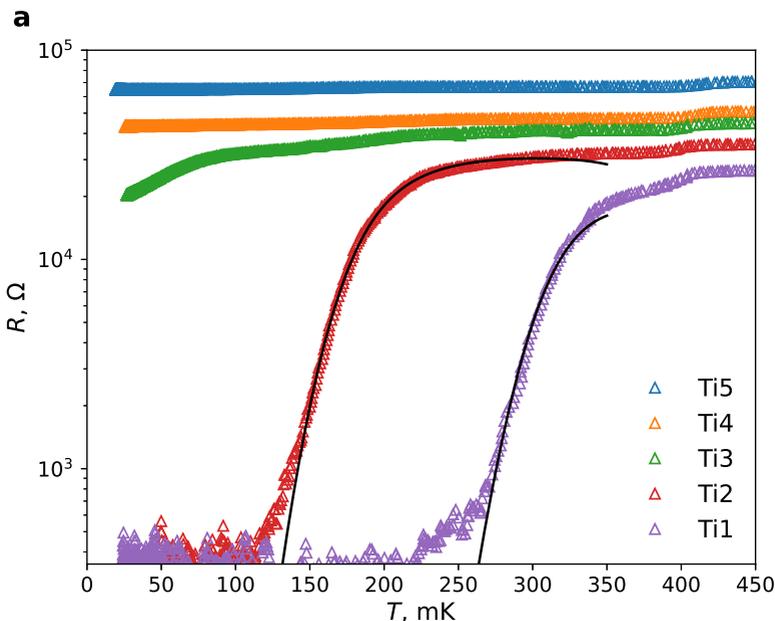


Рис. 7 — Зависимость сопротивления от температуры $R(T)$, измеренная для пяти титановых нанопроволок. Непрерывной кривой обозначен фит экспериментальных данных в рамках модели термически активированных проскальзываний.

измерить как продольное сопротивление проволок, так и туннельную вольт-амперную характеристику, что предоставило информацию одновременно и о нелокальных (сопротивление), и о локальных (плотность состояний) свойствах образцов.

Результаты измерений продольного сопротивления пяти образцов различной толщины продемонстрированы на рисунке Рис. 7. Несмотря на небольшое различие в параметрах образцов, поведение кривых сопротивления меняется сильно: у образцов $Ti1$, $Ti2$ оно быстро стремится к нулю при понижении температуры, а у остальных образцов оно сохраняет величину порядка нормального сопротивления вплоть до наиболее низких температур. Этому поведению было найдено объяснение в рамках модели проскальзываний фазы при учёте конечности длины образцов L .

Эффекты взаимодействия проскальзываний фазы проявляются на масштабе L_c . Соответственно, физика, связанная с переходом БКТ, должна наблюдаться в образцах с $L \gg L_c$, которые должны демонстрировать изолирующее поведение. Наоборот, в образцах с $L \lesssim L_c$ эффекты взаимодействия проскальзываний фазы становятся несущественными, и их влияние может быть описано по теории возмущений. Таким образом, в этой ситуации кривая сопротивления должна

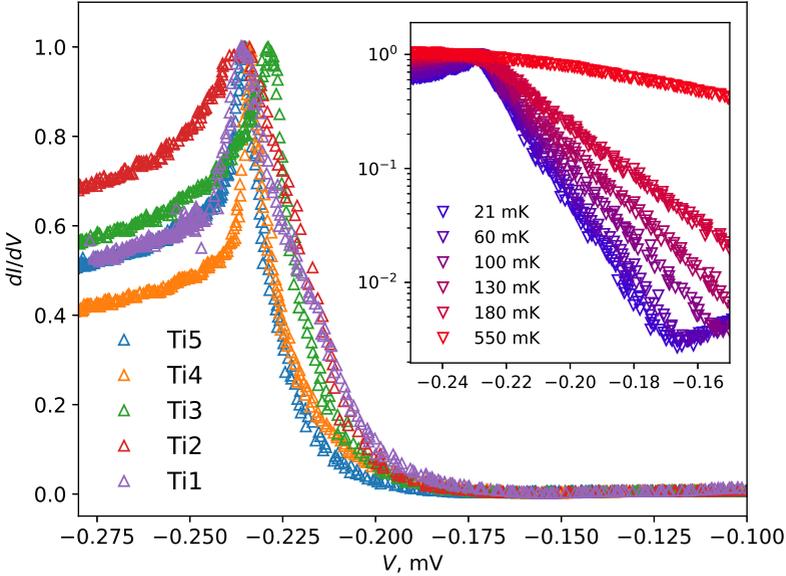
a

Рис. 8 — Дифференциальная проводимость dI/dV как функция напряжения V , измеренная в $Ti-Al$ туннельных контактах при $T \simeq 21$ мК для пяти образцов от $Ti1$ до $Ti5$. При $e|V| = \Delta + \Delta_{Al}$ имеется острый пик. На вставке: Те же данные для образца $Ti3$ при разных температурах.

падать с уменьшением температуры, в соответствии со стандартным пертурбативным ответом. Экспериментальные данные укладываются в эту картину.

Анализ туннельной вольт-амперной характеристики показывает, что плотность состояний титановых нанопроволок размывается, причём размытие увеличивается с понижением поперечных размеров образцов, что подтверждает флуктуационную природу этого явления. В подщелевой области плотность состояний затухает экспоненциально как $\exp((E - \Delta)/T)$, а фитирование экспериментальной кривой даёт для образцов значение g , близкое к оценочному, вычисленному исходя из параметров проволок. Таким образом, теория, изложенная в главе 1, находит подтверждение.

Ещё одно важное наблюдение состоит в том, что туннельные вольт-амперные характеристики образцов не меняются качественно с изменением соотношения L/L_c (в отличие от кривых сопротивления), что свидетельствует о нечувствительности локальных характеристик системы к проскальзываниям фазы. Некоторые образцы также показывают наличие бездиссипативного тока,

что отражено на Рис. 9. Его величина даже при низких температурах оказывается подавлена флуктуациями на 2 – 3 порядка, по сравнению со стандартным результатом, следующим из формулы Амбегаокара-Баратова.

Таким образом, локальные характеристики образцов сохраняют свойства, характерные для сверхпроводников: их плотность состояний при низких температурах демонстрирует хорошо определённую щель, а способность проводить бездиссипативный ток не исчезает окончательно. В то же время сопротивление образцов подвержено влиянию проскальзываний фазы, что делает их резистивными вплоть до самых низких температур при выполнении соотношения $L \gg L_c$.

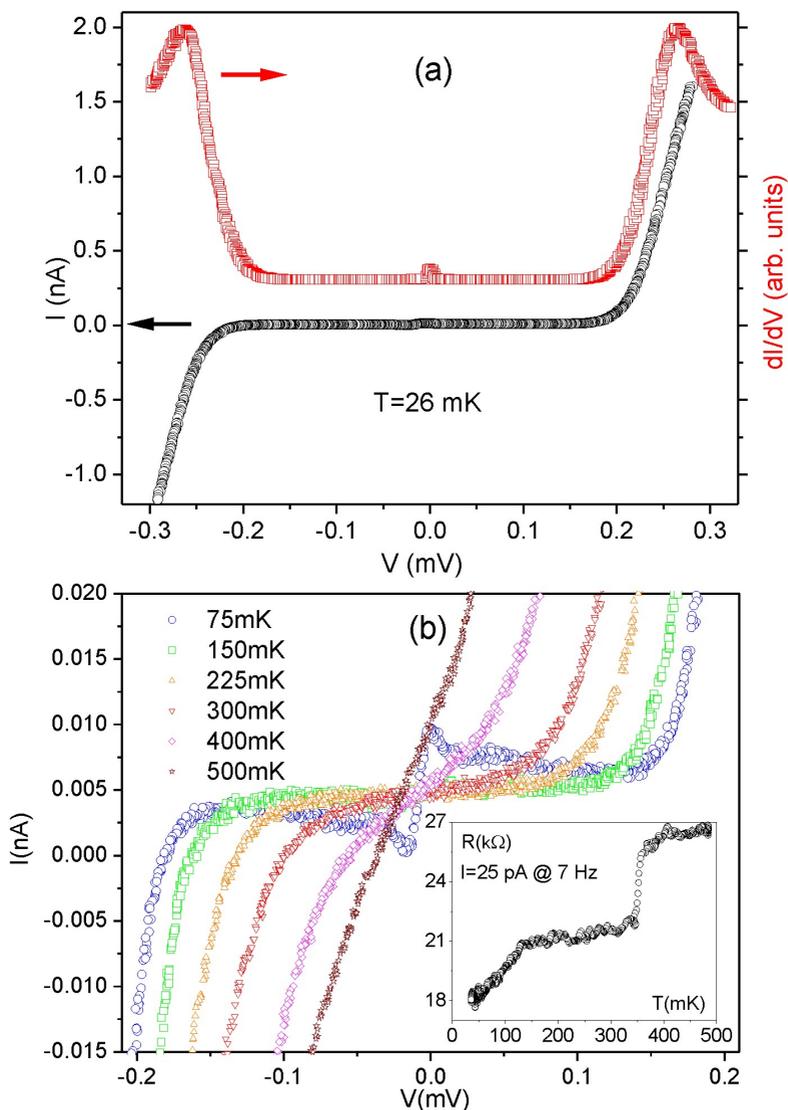


Рис. 9 — (a) Зависимости $I(V)$ и dI/dV для туннельных $Ti - Al$ контактов, соответствующих титановой нанопроволоке с $L = 20$ мкм, $d = 35$ нм и $w = 38$ нм, снятые при $T = 26$ мК. (b) Увеличенная кривая $I(V)$ на низких напряжениях при разной температуре. На вставке: Полное сопротивление R этой же проволоки как функция температуры.

В заключении приведены основные результаты работы, которые состоят в следующем:

1. Обнаружено, что флуктуации оказывают сильное влияние на локальную плотность состояний сверхтонких сверхпроводящих проволок как следствие взаимодействия электронов с диссипативным окружением, сформированным баней плазменных мод Муи-Шёна. В рамках используемых ограничений найдена общая аналитическая формула, пригодная для вычисления плотности состояний в различных геометриях, а также для двумерного случая.
2. Исследована способность длинной сверхпроводниковой нанопроволоки пропускать бездиссипативный ток при туннельных измерениях в системе с пропущенным магнитным потоком. Показано, что в комбинации с эффектом квантовых проскальзываний фазы сверхпроводниковая нанопроволока испытывает два различных квантовых фазовых перехода по безразмерному кондактансу g , что приводит к возникновению нетривиальной фазовой диаграммы, в которой при уменьшении толщины фазы со всё менее выраженной сверхпроводимостью последовательно сменяют друг друга.
3. Совместно с экспериментальной группой К. Арутюнова проведено исследование сверхпроводниковых нанопроволок, находящихся в изолирующем состоянии. На основании имеющихся данных и разработанной теории сделано заключение о том, что в этом состоянии образцы теряют сверхпроводящие свойства на больших длинах, в то время как локально сверхпроводимость в них сохраняется.

Эти пункты подкрепляются следующими полученными конкретными результатами:

1. В рамках формализма квазиклассических функций Грина показано, что для типичных экспериментально реализуемых ситуаций влияние флуктуаций на функцию Грина электронов сводится к возникновению флуктуирующих фазовых префакторов, что позволяет ограничиться в расчётах учётом лишь фазовой переменной. Одночастичные наблюдаемые находятся посредством дальнейшего функционального усреднения полученной функции Грина по фазе.

Вычислена плотность состояний длинной сверхпроводниковой проволоки, для которой в наиболее интересной области вблизи края щели получено аналитическое выражение и проведено численное моделирование. Для этого случая продемонстрировано, что даже при нулевой температуре флуктуации степенным образом изменяют и даже полностью регуляризуют сингулярность вблизи края щели, перебрасывая состояния на более высокие энергии. При конечных температурах флуктуации полностью размывают когерентные пики и порождают экспоненциально затухающий хвост состояний внутри щели.

Проанализирован также двумерный случай, в котором основной эффект состоит в возникновении подщелевых состояний при конечных температурах, по аналогии с одномерным случаем. Важным оказывается то, что полученный вклад при промежуточных температурах является лидирующим и становится значимым даже в не слишком грязных плёнках, находящихся вдали от перехода сверхпроводник-изолятор.

2. Показано, что, вследствие взаимодействия контакта с модами Муи-Шёна, при нулевой температуре в системе происходит квантовый фазовый переход, относящийся к классу эквивалентности Шмида, контролируемый безразмерным кондактансом g .

Достаточно тонкие проволоки, лежащие по толщине ниже точки перехода, оказываются в несверхпроводящей фазе, свойства которой зависят от топологии установки. Если установка не ограничивает флуктуации фазы, то способность проводить бездиссипативный ток исчезает полностью. Если же в определённой точке фаза фиксируется, то способность проводить бездиссипативный ток остаётся, однако он оказывается подавлен флуктуациями на всех масштабах.

Выше точки перехода возникает новый критический масштаб L^* , разделяющий среднеполевой режим и режим, при котором ток уменьшается флуктуациями. Для каждого режима, по крайней мере, в предельных случаях было найдено аналитическое выражение, описывающее соотношение ток-фаза в системе, а также проведено его численное моделирование.

3. Проанализированы экспериментальные зависимости продольного сопротивления титановых нанопроволок от температуры. Показано, что, в зависимости от отношения длины проволоки L к длине локализации куперовской пары L_c , сопротивление либо быстро падает с понижением температуры при $L < L_c$, либо сохраняет величину порядка сопротивления в нормальном состоянии при $L \gg L_c$, что свидетельствует об утрате сверхпроводимости на больших масштабах.

Исследованы туннельные вольт-амперные характеристики проволок и выяснено, что во всех образцах локальная плотность состояний сохраняет черты сверхпроводника и качественно описывается теорией, изложенной в Главе 1. Обнаружено, что некоторые проволоки демонстрируют слабый джозефсоновский ток.

Публикации автора по теме диссертации

1. *Radkevich, A.* Quantum phase fluctuations and density of states in superconducting nanowires / A. Radkevich, A. G. Semenov, A. D. Zaikin // *Phys. Rev. B.* — 2017. — Aug. — Vol. 96, issue 8. — P. 085435. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.96.085435>.
2. *Radkevich, A. A.* Quantum fluctuations and density of states in low-dimensional superconductors / A. A. Radkevich, A. G. Semenov, A. D. Zaikin // *The European Physical Journal Special Topics.* — 2019. — Vol. 227. — P. 2289—2295. — URL: <https://link.springer.com/article/10.1140/epjst/e2018-800046-x>.
3. *Radkevich, A.* Quantum fluctuations and phase coherence in superconducting nanowires / A. Radkevich, A. G. Semenov, A. D. Zaikin // *Phys. Rev. B.* — 2019. — July. — Vol. 100, issue 1. — P. 014520. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.100.014520>.
4. *Radkevich, A. A.* Topology-Controlled Phase Coherence and Quantum Fluctuations in Superconducting Nanowires / A. A. Radkevich, A. G. Semenov, A. D. Zaikin // *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism.* — 2019. — Vol. 33. — P. 2335—2339. — URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10948-019-05381-5>.
5. Smearing of electron density of states in quasi-one-dimensional superconducting channels due to quantum phase fluctuations / K. Yu. Arutyunov [et al.] // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials.* — 2018. — Vol. 459. — P. 356—358. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885317320504>.
6. Плотность состояний тонких сверхпроводящих каналов в режиме квантовых флуктуаций параметра порядка / К. Ю. Арутюнов [и др.] // *Физика твердого тела.* — 2017. — Т. 59, № 11. — С. 2092.
7. Superconducting insulators and localization of Cooper pairs / K. Yu. Arutyunov [et al.] // *Communication Physics.* — 2021. — Vol. 4. — P. 146. — URL: <https://www.nature.com/articles/s42005-021-00648-7>.
8. Локальные и интегральные свойства квазиодномерного сверхпроводника в режиме квантовых флуктуаций параметра порядка / К. Ю. Арутюнов [и др.] // *Физика Твёрдого Тела.* — 2021. — Т. 9. — С. 1233.

Радкевич Алексей Андреевич

Флуктуационные явления в низкоразмерных сверхпроводниковых системах

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать ____ . ____ . ____ . Заказ № _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж ____ экз.

Типография _____