

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА Д 002.023.02 НА БАЗЕ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ  
НАУКИ ФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. П.Н. ЛЕБЕДЕВА  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК ПО ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ  
УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК**

аттестационное дело № \_\_\_\_\_  
решение диссертационного совета от 11 октября 2021 года № 45

о присуждении Морозову Андрею Алексеевичу, гражданину Российской Федерации,  
ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Точные вильсоновские средние в калибровочной теории Черна-Саймонса» по специальности 01.04.02 – «теоретическая физика» принята к защите 18 мая 2021 г., протокол заседания № 42 диссертационного совета Д 002.023.02, созданного 9 ноября 2012 года приказом № 717/нк на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Физического института имени П.Н. Лебедева Российской академии наук, 119991 ГСП-1 Москва, Ленинский проспект, д. 53 (ФИАН).

Соискатель Морозов Андрей Алексеевич, 1990 года рождения, в 2012 году окончил Физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова и получил квалификацию Физик. В 2014 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Свойства корреляторов калибровочных теорий поля» (диплом КНД №006740) на диссертационном совете, созданном на базе Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. С 2015 года А.А. Морозов работает в Лаборатории методов математической физики и теории информации Института проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН (ИППИ РАН), в настоящее время в должности старшего научного сотрудника. Диссертационная работа выполнена в Лаборатории методов математической физики и теории информации ИППИ РАН.

Официальные оппоненты:

1. Волович Игорь Васильевич, доктор физико-математических наук, чл.-корр. РАН, заведующий отделом математической физики Математического института им. В.А.Стеклова РАН;
2. Исаев Алексей Петрович, доктор физико-математических наук, профессор, заместитель директора по научной работе Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова Объединенного института ядерных исследований;
3. Ландо Сергей Константинович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий Международной лабораторией кластерной геометрии Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»

дали положительные отзывы о диссертации

Ведущая организация Институт Ядерных Исследований РАН (ИЯИ РАН) в своем положительном заключении, подписанном доктором физико-математических наук, академиком РАН, главным научным сотрудником Отдела теоретической физики Рубаковым Валерием Анатольевичем, доктором физико-математических наук, заместителем директора ИЯИ РАН по научной работе Рубцовым Григорием Игоревичем и кандидатом физико-математических наук, ученым секретарем ИЯИ РАН Вересниковой Анной Васильевной и утвержденным директором ИЯИ РАН доктором физико-математических наук Либановым Максимом Валентиновичем, указала, что соискатель заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обоснован их высокой профессиональной квалификацией и наличием признанных достижений в области квантовой теории поля, в том числе топологической теории поля, интегрируемых систем, матричных моделей, теории узлов и других областях теоретической физики.

Соискатель имеет 54 опубликованных работы, в том числе по теме диссертации опубликовано 22 работы в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базе данных Web of Science. Вклад соискателя в эти работы является определяющим.

Наиболее значимые результаты по теме диссертации опубликованы в работах:

1. A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, Character expansion for HOMFLY polynomials. II. Fundamental representation. Up to five strands in braid // JHEP (2012), 03, 034.
2. H. Itoyama, A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, Character expansion for HOMFLY polynomials. III. All 3-Strand braids in the first symmetric representation // Int. J. Mod. Phys. A (2012), 27, 1250099.
3. H. Itoyama, A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, Eigenvalue hypothesis for Racah matrices and HOMFLY polynomials for 3-strand knots in any symmetric and antisymmetric representations // Int. J. Mod. Phys. A (2012), 28, 1340009.
4. A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, Evolution method and “differential hierarchy” of colored knot polynomials // AIP Conf. Proc. (2013), 1562, 123.
5. S. Arthamonov, A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, Link polynomial calculus and the AENV conjecture // JHEP (2014), 04, 156.
6. A. Morozov, **An. Morozov**, Ant. Morozov, On possible existence of HOMFLY polynomials for virtual knots // Phys. Lett. B (2014), 737, 48-56.
7. A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, On colored HOMFLY polynomials for twist knots // Mod. Phys. Lett. A (2014), 29, 34, 1450183.
8. A. Alexandrov, A. Mironov, A. Morozov, **And. Morozov**, Towards matrix model representation of HOMFLY polynomials // Письма в ЖЭТФ (2014), 100:4, 297-304.
9. L. Bishler, A. Morozov, **An. Morozov**, Ant. Morozov, Evolution method and HOMFLY polynomials for virtual knots // Int. J. of Mod. Phys. A (2015), 30, 1550074.
10. A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, P. Ramadevi, V. K. Singh, Colored HOMFLY polynomials of knots presented as double fat diagrams // JHEP (2015), 07, 109.

11. A. Morozov, **And. Morozov**, A. Popolitov, On matrix-model approach to simplified Khovanov–Rozansky calculus // *Phys. Lett. B* (2015), 749, 309-325.
12. A. Morozov, **An. Morozov**, A. Popolitov, On ambiguity in knot polynomials for virtual knots // *Phys. Lett. B* (2016), 757, 289-302.
13. A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, A. Sleptsov, P. Ramadevi, V. K. Singh, Tabulating knot polynomials for arborescent knots // *J. Phys. A: Math. Theor.* (2017), 50, 085201.
14. А. Ю. Морозов, **А. А. Морозов**, А. В. Пополитов, Матричные модели и размерности в вершинах гиперкубов // *Теоретическая и математическая физика* (2017), 192:1, 115–163.
15. C. Bai, J. Jiang, J. Liang, A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, A. Sleptsov, Differential expansion for link polynomials // *Phys. Lett. B* (2018), 778, 197-206.
16. S. Dhara, A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, A. Sleptsov, P. Ramadevi, V. K. Singh, Eigenvalue hypothesis for multi-strand braids // *Phys. Rev. D* (2018), 97, no.12, 126015.
17. C. Bai, J. Jiang, J. Liang, A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, A. Sleptsov, Quantum Racah matrices up to level 3 and multicolored link invariants // *J. Geom.Phys.* (2018) 132, 155-180.
18. D. Melnikov, A. Mironov, S. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, Towards topological quantum computer // *Nucl. Phys. B* (2018), 926, 491-508.
19. A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, Tangle blocks in the theory of link invariants // *JHEP* (2018), 09, 128.
20. H. Awata, H. Kanno, A. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, A non-torus link from topological vertex // *Phys. Rev. D* (2018), 98, 046018.
21. D. Melnikov, A. Mironov, S. Mironov, A. Morozov, **An. Morozov**, From Topological to Quantum Entanglement // *JHEP* (2019), 05, 116.
22. N. Kolganov, **An. Morozov**, Quantum R-matrices as Universal Qubit Gates // *Письма в ЖЭТФ* (2020), 111:9, 623-624.

Основной целью диссертационной работы Морозова А.А. является изучение вильсоновских средних в теории Черна-Саймонса, их зависимости от представлений, калибровочных групп и контуров. Эти средние могут быть вычислены точно, что является уникальным в квантовой теории поля. Поэтому эта задача является крайне важной и актуальной. В диссертации построены новые методы вычисления вильсоновских средних, а также определены вильсоновские средние для виртуальных узлов, связанные с пространствами нетривиальной топологии.

Актуальность исследования обусловлена высоким интересом к данным объектам со стороны научного сообщества. Это связано в том числе с большим числом различных величин в теориях, связанных с вильсоновскими средними, таких как конформная теория поля, теория струн, теория узлов, интегрируемые системы, матричные модели, квантовые вычисления и другие. Среди таких величин можно упомянуть инварианты узлов, конформные блоки, статистические суммы теории струн и матричных моделей, тау-функции интегрируемых систем и другие. По этой причине новые результаты в области

изучения вильсоновских средних применимы в различных областях, актуальны и имеют практическую значимость.

А.А. Морозовым проведена обширная научная работа, направленная на изучение наблюдаемых в топологических теориях. В ходе исследования были получены следующие основные результаты:

Разработаны новые оригинальные методы вычисления вильсоновских средних в теории Черна-Саймонса. Эти методы основаны на применении квантовых R-матриц и матриц Рака квантовых групп. Они позволяют вычислить неизвестные ранее вильсоновские средние для различных контуров, калибровочных групп и их представлений.

Предложен метод определения и построения вильсоновских средних, связанных с виртуальными узлами, соответствующих одному из возможных обобщений вильсоновских средних в теории Черна-Саймонса на пространствах сложной топологии.

Указанные основные достижения диссертационной работы приводят к следующим конкретным результатам:

построены универсальные методы вычисления вильсоновских средних в произвольном представлении группы  $SU(N)$ ; построен метод вычисления фундаментальных полиномов ХОМФЛИ-ПТ виртуальных узлов – обобщения теории Черна-Саймонса на пространства другой топологии; построены матрицы Рака, пригодные для вычисления полиномов ХОМФЛИ-ПТ в фундаментальном представлении для кос с 3-7 нитями; построены матрицы Рака, пригодные для вычисления полиномов ХОМФЛИ-ПТ во всех симметрических и антисимметрических представлениях для кос с 3 нитями; предложена гипотеза собственных значений о выражении коэффициентов Рака 3-х и 4-нитевой косы через собственные значения R-матрицы; предложен метод эволюции для вычисления полиномов серий узлов; построены ответы для симметрических полиномов ХОМФЛИ-ПТ скрученных узлов и узлов, связанных с двойной косой; построены выражения в произвольных симметрических представлениях для зацеплений Хопфа, Уайтхеда и колец Борромеея; построен метод вычисления цветных полиномов для древовидных узлов; построены полиномы узлов-мутантов Киношиты-Терасаки в представлении [2,1]; построен метод для вычисления фундаментальных полиномов виртуальных узлов; построены выражения для фундаментальных полиномов ХОМФЛИ-ПТ двухнитевых и твистованных виртуальных узлов; построена матричная модель для классических размерностей в вершинах гиперкуба для виртуальных узлов; построен метод вычисления квантовых размерностей в вершинах гиперкуба для виртуальных узлов; предложена система независимых размерностей, входящих в выражения для полиномов виртуальных узлов; описано, как применять квантовые R-матрицы и матрицы Рака в качестве универсальных вентилях в однокубитном квантовом компьютере; описано дифференциальное разложение для полиномов узлов и зацеплений, которое отражает групповые свойства полиномов ХОМФЛИ-ПТ.

**Личный вклад соискателя** во всех полученных результатах, полученных в соавторстве, является определяющим, как при формулировке задач, так и при поиске их решения.

Аналитические и численные расчеты, составление компьютерных программ для их реализации осуществлялись при непосредственном участии соискателя. Тексты публикаций написаны либо лично, либо при непосредственном участии соискателя.

**Научная новизна** заключается в том, что разработаны и реализованы новые методы, позволяющие вычислять вильсоновские средние, такие как использование R-матриц в пространстве сплетающих операторов, метод гиперкуба для вычисления вильсоновских средних, гипотеза о собственных значениях для матриц Рака и метод старших весов для вычисления коэффициентов Рака. Эти методы позволяют существенно продвинуться в понимании структуры вильсоновских средних теории Черна-Саймонса, полиномиальных инвариантов узлов, корреляторов конформной теории поля и других связанных величин.

Построенные в диссертации методы позволяют вычислить вильсоновские средние для различных представлений, калибровочных групп и контуров в трехмерном пространстве, которые нельзя было получить с помощью методов, предлагавшихся ранее. Эти методы позволили получить большое число ранее неизвестных выражений для вильсоновских средних, в том числе полиномы для узлов мутантов, представляющих особый интерес в теории узлов.

Научная новизна результатов подтверждается их публикацией в ведущих научных журналах.

**Научно-практическое значение** полученных соискателем результатов заключается в том, что предложенные в диссертации методы представляют собой инструмент для вычисления вильсоновских средних в теории Черна-Саймонса и связанных с ними полиномиальных инвариантов узлов. Использование этих методов позволяет вычислить и изучить свойства вильсоновских средних в старших представлениях калибровочной группы, что, в свою очередь, позволяет подробно рассмотреть дуальности между теорией Черна-Саймонса и другими теориями. В частности, в перспективе эти исследования могут позволить рассмотреть связи между теорией Черна-Саймонса и матричными моделями, интегрируемыми системами, теорией струн, и другими моделями.

Предложенные в диссертации гипотеза о собственных значениях и другие методы вычисления коэффициентов Рака квантовых групп позволяют вычислить множество новых коэффициентов Рака, помимо известного случая группы  $SU(2)$ . Это позволит серьезно продвинуться в изучении теории представлений квантовых групп и других, связанных с ними теорий, например, интегрируемых систем.

Предложенный в диссертации метод гиперкуба позволяет рассмотреть вильсоновские средние, связанные с виртуальными узлами. Это дает возможность обобщения теории Черна-Саймонса на пространства с нетривиальной топологии и позволяет изучить свойства такой теории.

Рассмотренная в диссертации связь между квантовыми вычислениями и теорией Черна-Саймонса позволяет определить естественный набор вентилей в топологическом квантовом компьютере. Дальнейшие исследования в данном направлении приблизят построение

такого квантового компьютера, который обладает высокой точностью по сравнению с другими моделями.

В ходе защиты критических замечаний со стороны членов диссертационного совета и присутствующих в зале высказано не было. Соискатель А.А. Морозов ответил на заданные ему вопросы от членов диссертационного совета, а также на замечания ведущей организации и оппонентов.

На заседании 11 октября 2021 года диссертационный совет принял решение за разработку теоретических положений, позволивших построить новые методы вычисления вильсоновских средних в теории Черна-Саймонса и апробировать их, получив множество новых результатов, в том числе построив полиномы виртуальных узлов, описав новые свойства матриц Рака квантовых групп и вычислив полиномы узлов-мутантов, что является научным достижением, имеющим важное значение для современной теоретической физики, присудить А.А. Морозову ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 17 человек, из них 5 докторов по специальности рассматриваемой диссертации (01.04.02 – теоретическая физика), участвовавших в заседании, из 25 человек, входящих в состав совета, проголосовали

за присуждение ученой степени - 16,

против присуждения ученой степени - 1,

недействительных бюллетеней - 0.

Председатель диссертационного совета Д 002.023.02

член-корреспондент РАН, д.ф.-м.н.

Арсеев Петр Иварович

Ученый секретарь диссертационного

совета Д 002.023.02, к.ф.-м.н.

Вагин Константин Юрьевич

11 октября 2021 года.