

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Физический институт им. П.Н. Лебедева  
Российской академии наук

На правах рукописи

Кунцевич Александр Юрьевич

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ И КИНЕТИЧЕСКИХ  
ЭФФЕКТОВ В ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМАХ**

Специальность 01.04.07 – Физика конденсированного состояния

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Москва — 2020

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физическом институте им. П.Н. Лебедева Российской академии наук (ФИАН)

Официальные оппоненты:

**Квон Зе Дон** - доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики полупроводников Сибирского отделения Российской академии наук (г. Новосибирск), заведующий лабораторией

**Девятков Эдуард Валентинович** - доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики твердого тела Российской академии наук (г. Черноголовка), заместитель директора

**Качоровский Валентин Юрьевич** - доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук (г. Санкт-Петербург), ведущий научный сотрудник

Ведущая организация: Институт физики микроструктур РАН - Филиал Федерального государственного бюджетного учреждения "Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук" (ИФМ РАН) (г. Нижний Новгород)

Защита диссертации состоится "19" октября 2020 г. в 11 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д.002.023.03 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физическом институте им. П.Н. Лебедева РАН по адресу: 119991, Москва, Ленинский проспект, 53.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФИАН [www.lebedev.ru](http://www.lebedev.ru).

Автореферат разослан " \_\_ " июля 2020 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д.002.023.03  
доктор физико-математических наук

А. С. Золотко

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** Двумерные системы изучаются около 50 лет, в основном в гетероструктурах и на интерфейсах полупроводников, но за последние 15 лет данное направление физики конденсированного состояния получило взрывное развитие благодаря двум открытиям: (i) открытию графена[1] и возможности получать атомно-тонкие слоистые материалы (Гейм и Новоселов, Нобелевская премия 2010) и (ii) открытию широкого класса т.н. топологических материалов на основе узкозонных полупроводников, полуметаллов, а также квантово-размерных структур[2]. Параллельно с появлением этих направлений продолжалась научно-техническая революция, которая привела к тому, что физика твердого тела за последние 20 лет выросла примерно на порядок по количеству научного продукта и суммарной мощности методов исследования. Количество научных групп, занимающихся двумерными системами, также сильно возросло. Если в 70-90е годы прошлого века исследования двумерных систем ограничивались, в основном, гетероструктурами и квантовыми ямами[3] из широкозонных полупроводников (Si, Ge и GaAs), а следовательно были привязаны к полупроводниковой промышленности и технологическим центрам, являлись уделом небольшого количества исследователей, то за 2000-е и 2010-е горизонты данного раздела физики сильно раздвинулись.

Можно перечислить неполный список “прорывов” за прошедшие 20 лет: открытие Бозе-конденсации экситонов в двойных квантовых ямах GaAs[4], неравновесных явлений в магнитных полях, таких как вызванные микроволновым излучением магни-тоосцилляции[5], и состояние с нулевым сопротивлением [6], магнитоосцилляции вызванные холловским полем[7]; развитие эпитаксии новых высококачественных двумерных систем (то есть с подвижностью больше или порядка  $10^6$  см<sup>2</sup>/Вс)- оксидов (MgZnO)[8], InAs/GaSb[9], квантовых ям системы CdHgTe[10], открытие двумерного слоя на интерфейсе LaAlO<sub>3</sub>/SrTiO<sub>3</sub>[11]; управление концентрацией на интерфейсе при помощи жидкого электролита, позволяющее поднять концентрации до рекордных значений  $10^{15}$  см<sup>-2</sup>[12]; открытие “двумерной сверхпроводимости” в разных системах[12, 13]; открытие возможности механического создания Ван-дер-Ваальсовых гетероструктур из слоистых материалов, позволившее, в частности, достичь подвижности носителей  $10^6$  см<sup>2</sup>/Вс в графене и реализовать в нем режим дробного квантового эффекта Холла[14], а также появление “твистроники”, то

есть управления свойствами за счет взаимного поворота атомно-тонких кристаллов[13, 15]. Стоит отметить недавнее открытие режима гидродинамического течения электронов, сначала в графене[16], потом и в других системах[17], а с точки зрения оптических свойств примечательно семейство диалкогогенидов переходных металлов, для которых только монослои являются прямозонными и демонстрируют экситоны при комнатной температуре, что открывает возможность создания атомно-тонкой оптоэлектроники[18]. Отдельно можно упомянуть трехмерные топологические изоляторы, для которых при энергии, соответствующей запрещенной зоне в объеме, существует приповерхностный слой двумерных защищенных от рассеяния и невырожденных по спину состояний. Каждое из вышперечисленных направлений - это как новые физические явления, так и возможность создания потенциально новых приборов.

Возможности использования каждой конкретной двумерной системы определяются ее свойствами, из которых можно выделить (i) спектр одноэлектронных состояний без учета межэлектронных взаимодействий, (ii) эффекты межэлектронных взаимодействий, которые и приводят к перенормировкам свойств, коллективным явлениям типа сверхпроводимости, Бозе-конденсации или вигнеровской кристаллизации, переходу металл-изолятор и (iii) беспорядок, степень которого для разных явлений часто разделяет чистый и грязный пределы. Спектр точно известен только для простейших двумерных систем в широкозонных полупроводниках и графена. В большинстве из имеющихся на сегодняшний день двумерных систем возможно лишь приближенное описание спектра, так как спин-орбитальное взаимодействие и многозонный характер могут его сильно исказить. Эффекты взаимодействия, - это то, что привлекает всех физиков, потому что, с одной стороны, именно они приводят к принципиально новым явлениям, с другой стороны, они сложны в понимании и описании. Наконец, беспорядок, - это тоже часто упрощаемое явление, зачастую принципиально не разделяемое с эффектами взаимодействия и вносящее в систему свой энергетический и пространственный масштаб.

Существующие стандартные транспортные методы исследования двумерных систем (проводимость, эффект Холла, термо-ЭДС) могут представить лишь крайне ограниченную информацию о спектре, взаимодействии и беспорядке в двумерной системе. Это связано с тем, что такие методы обязаны опираться на приближенные микроскопические модели. Существуют мощные методы, такие как спектроскопия фотоэмиссии с угловым разрешением (ARPES) и сканирующая туннельная микроско-

пия/спектроскопия, но для их использования двумерная система должна быть расположена на поверхности в сверхвысоком вакууме. Это не позволяет создать прибор с возможностью управления двумерной системой затворным напряжением, что сильно ограничивает возможности исследования. Есть еще несколько методик, таких как одновременное поглощение фотона и фонона[19], или туннельная спектроскопия[20], также крайне чувствительных к качеству образцов, а потому - не универсальных, и реализованных только на GaAs структурах. Методики неравновесного типа, например циклотронный резонанс, из-за теоремы Кона теряют существенную часть информации об электронных корреляциях.

Ограниченность возможностей существующих методик определяет **актуальность** создания новых методик исследования спектра, взаимодействия и беспорядка в двумерных проводящих системах, чему и посвящена данная диссертация.

**Целью** работы являлось выявление новых эффектов в транспортных и термодинамических свойствах двумерных систем и создание методов исследования низкоэнергетических (т.е. равновесных) явлений, применимых к различным материальным системам.

Для достижения этой цели решались следующие **задачи**:

1. Методом модуляции химического потенциала исследовалась термодинамическая намагниченность двумерной системы в кремнии в параллельном плоскости системы магнитном поле.
2. По аналогии с методикой измерения намагниченности разрабатывалась методика измерения энтропии двумерных систем. При помощи данной методики исследовались классические двумерные электронные системы в Si и GaAs.
3. Модуляционные методики применялись для исследования энтропии и магнетизма в двумерной системе на основе квантовых ям HgTe.
4. Анализировалась термодинамика электронной системы в кристаллах и пленках трехмерных топологических изоляторов в квантующих магнитных полях.
5. Экспериментально исследовалась поправка к проводимости от электрон-электронного взаимодействия, ответственная за добавку в эф-

фект Холла в двумерной системе Si и пленках топологических изоляторов.

6. Экспериментально исследовались магнитотранспортные свойства макроскопически модулированной двумерной системы с управляемой глубиной модуляции потенциала.

**Научная новизна работы** Данные задачи являются новыми по постановке. В результате работы оказывалось, что одна задача влекла за собой решение другой, а результаты их решения были взаимосвязаны. В частности:

1. Задача исследования спиновой намагниченности в пределе малых полей ранее не ставилась, так как считалось, что система представляет собой Ферми-жидкость и должна иметь только одно характерное магнитное поле - поле полной спиновой поляризации. Данное исследование показало, что это представление ошибочно и позволило впервые обнаружить суперпарамагнитное состояние в двумерной системе.
2. Модулированная двумерная система с управляемой глубиной макропотенциала со столь большим периодом модуляции (5 мкм) исследуется впервые, что позволило впервые наблюдать добавку к эффекту Холла в широком диапазоне полей.
3. Идея измерения энтропии через соотношение Максвелла была реализована впервые. Лишь впоследствии другие группы начали проводить измерения по схожей схеме.
4. Методы измерения термодинамической намагниченности впервые применены к квантовым ямам HgTe, в результате чего впервые обнаружен парамагнетизм данной системы.
5. Исследования поправки к проводимости за счет электрон-электронного взаимодействия, дающей добавку в эффект Холла, впервые выполнены для двумерных электронных систем на основе Si. Применение данной методологии к тонким пленкам трехмерных топологических изоляторов также осуществлено впервые.
6. Роль термодинамических факторов для фазы квантовых осцилляций отмечена и исследована впервые.

## Теоретическая и практическая значимость работы.

Результаты проведенных исследований послужили проверке ряда теоретических моделей, предложенных для объяснения перехода металл-изолятор в двумерных системах и связанных с ним явлений. Детектирование спин-капельного состояния, описанное в данной диссертации, а также дальнейшие работы по исследованию магнитосопротивления и энтропии в этой системе накладывают существенные ограничения на возможные механизмы явления перехода металл-изолятор. В частности, переход не может быть объяснен в рамках двухпараметрического скейлингового подхода, а энтропийные данные, полученные в работе, исключают переход Вигнера-Мотта.

Предложенный метод измерения энтропии позволил впервые количественно исследовать межэлектронные взаимодействия в невырожденной, но сильно взаимодействующей двумерной системе, а также породил дискуссию о возможности измерения этой величины в других материальных системах. Исследования энтропии показали, что “металлическая” проводимость ( $d\rho/dT > 0$ ) наиболее сильным образом наблюдается в Si-MOP структурах как раз в области невырожденной плазмы. Это значит, что применение ферми-жидкостных моделей к данной системе не вполне адекватно явлению.

Само измерение энтропии в двумерных системах было осуществлено впервые, оно привело к появлению новых теоретических предсказаний для энтропии на электрон.

Была реализована новая эффективная среда (двумерный метаматериал) в массиве макро-островков в двумерном газе. Показано, что эффект Холла в такой системе становится нелинейным, данному явлению дано качественное объяснение. Таким образом, заложена основа для создания искусственных макро-неоднородных сред.

Исследования термодинамической энтропии на электрон и Шубниковских осцилляций в квантовых ямах HgTe позволили предложить способы измерения плотности состояний тяжелой двумерной подзоны на фоне легкой, а также измерить эту величину на примере тяжелой подзоны дырок в HgTe.

Измерения термодинамической намагниченности в HgTe квантовых ямах выявили парамагнетизм данного двумерного газа. Это явление, в связи с многозонным характером спектра, сильным спин-орбитальным взаимодействием в системе, еще потребует дополнительных теоретических и экспериментальных исследований.

Температурная зависимость эффекта Холла и его нелинейность в слабых магнитных полях полю, исследовавшиеся в данной работе расширили круг двумерных систем, где наблюдаются данные явления. Методика выделения поправки к проводимости в наклонном поле позволила впервые подтвердить теоретическую предсказанную логарифмическую асимптотику данной величины в сильных магнитных полях, а также поставила под сомнение механизмы магнитосопротивления двумерных систем в параллельном поле.

Наконец, проведенный анализ влияния термодинамического фактора на фазу квантовых осцилляций позволил объяснить большой имевшийся в литературе разброс данных об этой фазе, а также способствовал более глубокому анализу данной величины в последующих исследованиях.

### **Положения, выносимые на защиту.**

1. Для двумерных электронных систем в кремнии с концентрацией  $\sim 10^{11} \text{ см}^{-2}$  при температурах ниже 3 К производная магнитной восприимчивости по концентрации нелинейна по магнитному полю в области малых полей, зеемановская энергия в которых порядка температуры. Данная нелинейность может быть интерпретирована как образование на фоне ферми-жидкостного состояния спиновых капель со спином  $\sim 2$ . Добавление дополнительных электронов в систему вызывает рост числа капельных состояний при низких концентрациях и уменьшение - при высоких, при этом спин капель остается практически неизменным.
2. Спиновая восприимчивость двумерной системы в кремнии в малых магнитных полях немонотонно зависит от концентрации носителей, достигая максимума. Концентрация, при которой достигается максимум восприимчивости, больше концентрации перехода металл-изолятор и стремится к ней при нулевой температуре. Сама спиновая восприимчивость примерно обратно пропорциональна квадрату температуры.
3. Холловское сопротивление в макроскопическом массиве антиточек в Si-MOP структурах является нелинейным по магнитному полю. Данный эффект качественно объясняется перераспределением транспортного тока по образцу с ростом магнитного поля.
4. Метод измерения производной энтропии двумерных систем по концентрации электронов, применимый для структур с затвором. На



модельных двумерных системах электронов в Si и GaAs в квантующем магнитном поле метод позволяет определять циклотронные и спиновые щели, а также величины уширений уровней Ландау и более чем на три порядка превосходит калориметрию по чувствительности.

5. При температурах 3-10 К и концентрациях носителей  $\sim 10^{11} \text{ см}^{-2}$  в двумерной электронной системе в кремнии реализуется состояние сильно-коррелированной плазмы, в котором система невырождена, а ее термодинамические свойства сильно перенормированы межэлектронным взаимодействием. Данное состояние экспериментально проявляется в производной энтропии по концентрации.
6. Два способа измерения плотности состояний тяжелых носителей низкой подвижности, сосуществующих на уровне Ферми с легкими носителями высокой подвижности в двумерных системах с затвором: из производной химического потенциала по температуре и по изменению частоты осцилляций Шубникова-де Гааза легкой подзоны. Оба способа реализованы для долин тяжелых дырок в одиночных квантовых ямах HgTe толщиной примерно 6 нм и дают согласующиеся значения плотности состояний, соответствующие двукратно вырожденным долинам с массой  $0.7 \pm 0.2$  масс свободного электрона.
7. В квантовых ямах HgTe толщиной примерно 6 нм как дираковские носители, так и тяжелые дырки являются парамагнитными.
8. В Si-МОП структурах с подвижностью электронов меньше  $2000 \text{ см}^2/\text{Vs}$  реализуется диффузионный режим по электрон-электронному взаимодействию, проявляющийся в температурной зависимости холловского сопротивления. В этом режиме в пределе сильных магнитных полей поправка к проводимости от электрон-электронного взаимодействия из-за эффекта Зеемана логарифмически меняется с температурой и магнитным полем в соответствии с теоретическими предсказаниями.
9. Положительное магнитосопротивление в параллельном плоскости системы магнитном поле в Si-МОП структурах низкой подвижности (меньше  $2000 \text{ см}^2/\text{Vs}$ ) при температурах ниже 10К подавляется

небольшой перпендикулярной компонентой магнитного поля, что противоречит существующим теориям магнитосопротивления.

10. В тонких пленках топологических изоляторов на основе халькогенидов висмута наблюдается возрастание сопротивления с понижением температуры, коррелирующее с возрастанием коэффициента Холла. Данные явления согласовано объясняются теорией квантовых поправок к проводимости от слабой антилокализации и электрон-электронного взаимодействия.
11. Фаза магнитоосцилляций в трехмерных топологических изоляторах отражает не только топологическую характеристику фазу Берри, но и термодинамические свойства системы. Из-за пиннинга химпотенциала краем зоны или примесными состояниями в тонких пленках и кристаллах трехмерных топологических изоляторов фаза магнитоосцилляций должна отличаться от фазы Берри.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается тем, что все экспериментальные результаты воспроизводились на нескольких образцах, а некоторые - и на нескольких материальных системах. Все экспериментальные результаты сопоставлялись и оказались в согласии с литературными данными, подтвержденными другими группами и другими способами. Большинство экспериментальных результатов согласуется с имеющимися теоретическими моделями. Все измерения проводились поверенными приборами, а косвенно измеряемые величины (например магнитное поле и температура) калибровались по эталонам.

#### **Апробация результатов.**

Работа докладывалась диссертантом на семинарах в ФИАН, ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Курчатовском институте, МПГУ, ИТПЭ, ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН, Сколковском технологическом институте, университете Технион (Хайфа, Израиль), Институте Джозефа Штефана (Любляна, Словения), Массачусетском технологическом институте (Бостон, США), Университете Миннесоты (Минеаполис, США), Техническом университете Дрездена (Германия), Тата Институте (Мумбаи, Индия).

Результаты данной диссертации докладывалась диссертантом (устные и приглашенные доклады) на Всероссийской конференции по физике полупроводников (2017), XVIII-XXII Уральских международных зимних школах по физике полупроводников (Екатеринбург, 2010, 2012, 2014, 2016, 2018), Совещаниях по теории конденсированного состояния

(С.-Петербург, 2016, 2019), XXI-XXIV Международных симпозиумах Нанофизика и наноэлектроника (Нижний Новгород 2015-2018), Международных конференциях по физике полупроводников (Пекин 2016, Монпелье 2018), Школах EuroMagNet (Нидерланды 2010, Германия 2012), Международных конференциях “Электронные свойства двумерных систем” (Вроцлав, Польша - 2013, Сендай, Япония -2015), Школе Физик-А (Санкт-Петербург 2013), Московском международном симпозиуме по магнетизму MISM-2014, конференции «Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления» в 2015,2016 гг., V Всероссийской молодежной конференции по фундаментальным и инновационным вопросам современной физики (ФИАН, 2013), международной конференции “Meso – 2012”(Черноголовка).

**Публикации.** Основные результаты опубликованы в 19 статьях в научных реферируемых журналах, индексируемых международной реферативной базой данных Web of Science, и одном патенте на изобретение, а также в 20 публикациях тезисов по докладам диссертанта на конференциях. Список публикаций приведен в конце автореферата.

**Личный вклад автора.** В данной работе автору лично принадлежит постановка большинства задач, планирование и разработка экспериментальных схем, основная роль в проведении экспериментов и обработке данных.

В работах {A10, A13} по списку публикаций автору принадлежит сопоставление масштаба энергии с термодинамическими данными, в то время как все транспортные измерения выполнены Л.А. Моргуном и не входят настоящую диссертацию.

В работе {A5} по списку публикаций автору принадлежит весь материал, кроме эксперимента по выделению поправки при вращении образца, выполненного Л.А. Моргуном и не входящего в данную диссертацию.

В работе {A12} по списку публикаций автору принадлежит идея работы, обработка данных и часть измерений. Измерения в многокомпонентных системах и в диапазоне до сверхнизких температур выполнены В.А. Прудкоглядом и не входят в данную диссертацию.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация содержит 7 глав, 269 страниц, 64 рисунка, 3 таблицы, 417 библиографических записей в списке литературы.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** дается обзор основных направлений развития физики двумерных систем и обосновывается актуальность цели работы, описываются используемые методы и образцы, далее кратко излагается содержание диссертации и приводятся положения, выносимые на защиту. Каждая из глав для удобства содержит последним разделом **“Выводы по данной главе”**, поэтому в нижеследующем перечне данный раздел не упоминается. После упоминания каждой главы в фигурных скобках  $\{ \}$  указываются номера работ по **“Списку публикаций по результатам диссертационной работы”**, относящиеся к соответствующей главе.

Глава 1. **“Спиновый магнетизм в двумерных сильно взаимодействующих системах”**  $\{A2, A3, A4, A10, A13, A14, A15, A17\}$  состоит из двух разделов и Приложений. Раздел 1.1. **“Введение и история вопроса”** посвящен обзору предыдущих исследований перехода металл-изолятор в двумерных системах, в нем упоминается феноменология отклика таких систем на параллельное их плоскости магнитное поле. Разбираются известные экспериментальные результаты исследований спиновой восприимчивости двумерных систем, теоретические подходы и принципиальная схема измерений, а также устройство Si-MOP структур. Раздел 1.2 **“Наблюдение нелинейности намагниченности в малых полях”** посвящен методике измерений производной химического потенциала по магнитному полю. Для этого использовалась принципиальная схема, показанная на Рис. 1. В ней напряжение на затворе  $V_g$  поддерживается постоянным, соответственно,

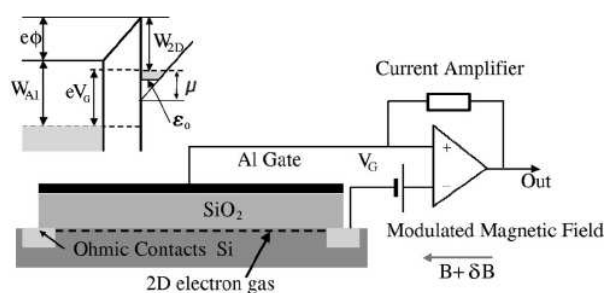


Рис. 1: Схема измерения магнитной восприимчивости и зонная диаграмма для 2D системы в кремниевой МОП-структуре.

Здесь  $C$  - емкость структуры.

Эта производная через соотношение Максвелла

$$j(t) = \omega C e \frac{\partial \mu}{\partial B_n} \Delta B \sin(\omega t) \quad (1)$$

Здесь  $C$  - емкость структуры. Эта производная через соотношение

$$\partial\mu/\partial V = -\partial M/\partial n, \quad (2)$$

может быть пересчитана в производную магнитного момента  $M$  в данном магнитном поле по концентрации  $n$ . Поскольку  $n$  с высокой точностью является линейной функцией  $V_g$ , то можно проинтегрировать  $\partial M/\partial n$  по концентрации, чтобы получить  $M(n)$ , предполагая  $M$  известным при некоторой  $n$ .

Принципиальным продвижением стало исследование намагниченности в области малых магнитных полей и не очень низких температур, таких что зеемановская энергия меньше или порядка температуры. Это, в свою очередь, дало возможность получить данные в фазе изолятора и впервые выполнить интегрирование практически от  $n = 0$ .

Была обнаружена нелинейная зависимость  $\partial\mu/\partial V$  от магнитного поля, как показано на Рис. 2. Если бы вместе с электронами в системе существовали свободные спины, то они бы приводили к качественно похожей зависимости  $\partial\mu/\partial V \propto \tanh(g\mu_B V/k_B T)$ . Однако, как видно из экспериментальных данных, масштаб полей гораздо меньше, как будто бы спинов не  $1/2$ , а  $2$ . Это соответствует образованию в системе многоспинового образования, т.н. “спиновых капель”, которые сосуществуют с Фермижидкостью. Была детально изучена феноменология данной низкополевой особенности, проанализированы возможные источники сигнала, в том числе т.н. диамагнитный сдвиг. Было показано, что сигнал антисимметричен по магнитному полю и сильно зависит от температуры. В области изолятора сигнал  $\partial M/\partial n$  большой и положительный, а в области металла - маленький и отрицательный, так что интегрирование по  $n$  приводит к тому, что при любой концентрации из-за наличия спиновых капель магнитная восприимчивость положительна и примерно пропорциональна  $1/T^2$ .

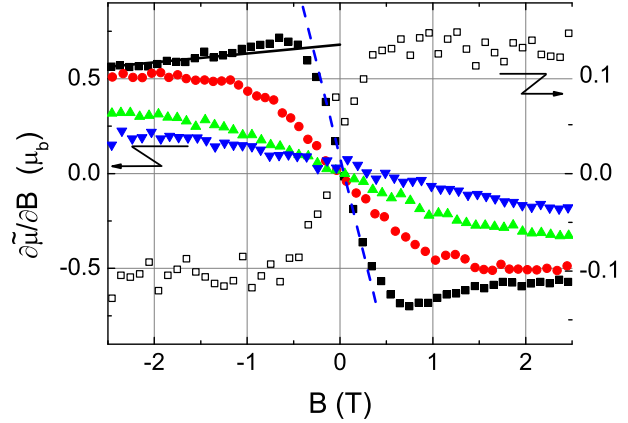


Рис. 2:  $\partial\mu/\partial V$  для  $n = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , то есть глубоко в фазе изолятора (сплошные символы, левая шкала) при температурах:  $\blacksquare$  - 1.7 К  $\bullet$  - 3.4 К  $\blacktriangle$  - 4.6 К  $\blacktriangledown$  - 6.8 К.  $\square$  -  $\partial\mu/\partial V$  при  $n = 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и  $T = 1.7 \text{ К}$ , правая шкала.

Данная зависимость указывает на то, что количество капель растет

с понижением температуры, что в свою очередь является проявлением сильных межэлектронных взаимодействий. Большая величина сигнала,  $\partial M/\partial n$ , превышающая в некоторой области параметров магнетон Бора, указывает на ферромагнитный характер взаимодействия.

Наиболее сильным наблюдением оказалось то, что с понижением температуры концентрация, при которой достигается максимальная восприимчивость (то есть  $\partial\chi/\partial n = 0$  и меняет знак) и стремится к концентрации перехода металл-изолятор  $n_c$  в пределе  $T = 0$ . Соответствующая зависимость  $T_{dM/dn}(n)$  - примерно линейная функция. Этот факт означает тесную связь перехода металл-изолятор и спиновых капель. Таким образом, в разделе 1.2 сообщаются все вышеперечисленные феноменологические наблюдения и обсуждается их связь с имеющимися теориями и предыдущими экспериментами.

В разделе 1.3 “Приложения” обсуждаются термодинамические условия и, в частности, добавки к измеряемой величине связанные с конечной толщиной двумерной системы (подраздел 1.3.1), интерпретация данных намагниченности на электрон в рамках теории среднего поля (подраздел 1.3.2) и сопоставление термодинамических данных с последующими транспортными измерениями других исследователей (подраздел 1.3.3).

Обнаруженные в главе 1 указания на локальную неоднородность электронной плотности в кремниевых двумерных системах позволяли ожидать необычных свойств в искусственно неоднородной системе с управляемыми параметрами неоднородностей, поиску которых посвящена глава 2. “Низкотемпературные свойства Si-МОП структур с массивом антиточек” {A9}. В разделе 2.1 “Введение и образцы” описываются образцы Si-МОП структур с макроскопическим массивом антиточек, в которых один затвор управляет концентрацией в двумерном газе формы решетки с круглыми от-

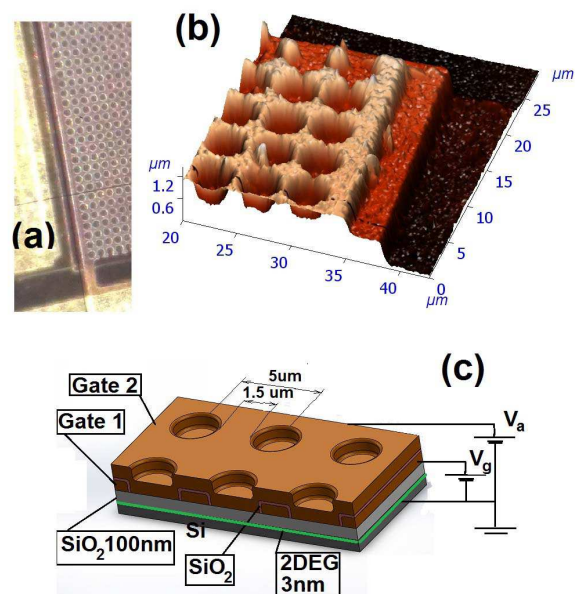


Рис. 3: Массив антиточек: (а) оптическое изображение; (б) АСМ-топография; (с) Схема подключения затворов.

верстиями, а второй, независимо, - в двумерном газе в отверстиях (см. Рис. 3). Принципиально новы эти образцы тем, что размер отверстий макроскопический (2.5 мкм), то есть превышает все длины в системе (длина свободного пробега 30-60 нм, длина сбоя фазы  $\sim 300$  нм при 1 К, магнитная длина в 1 Т  $\approx 26$  нм). Более того, границы островковых областей в двумерном газе из-за большого ( $\sim 100$  нм) расстояния до затвора являются плавными. В данном разделе объясняется новизна исследований таких образцов, а также то, что в классическом пределе, к которому они близки, отверстие в двумерной системе никак не должно влиять на эффект Холла.

Результатам измерений посвящен раздел 2.2 “Низкотемпературное магнитосопротивление и эффект Холла”. Настоящая работа ограничивается случаем, когда в островках нет двумерного газа и они, таким образом, являются антиточками. Измеряются сопротивление и эффект Холла в таких системах при различных температурах и концентрациях носителей (Рис.4а,b,d,e). Обнаруживается положительное магнитосопротивление и добавка к холловскому коэффициенту  $R_{xy}/B$ , примерно квадратичная по магнитному полю (Рис.4с,f). Добавка увеличивает коэффициент Холла с полем и растет с понижением температуры. Предлагается простая качественная модель, объясняющая данный эффект. Если считать, что антиточки окружены переходными областями, в которых понижена концентрация  $n$ , а следовательно и подвижность  $\mu_{el}$ , то с ростом магнитного поля оказывается, что проводимость этих областей  $n\mu_{el}/(1 + m\mu_{el}^2 B^2)$  падает не

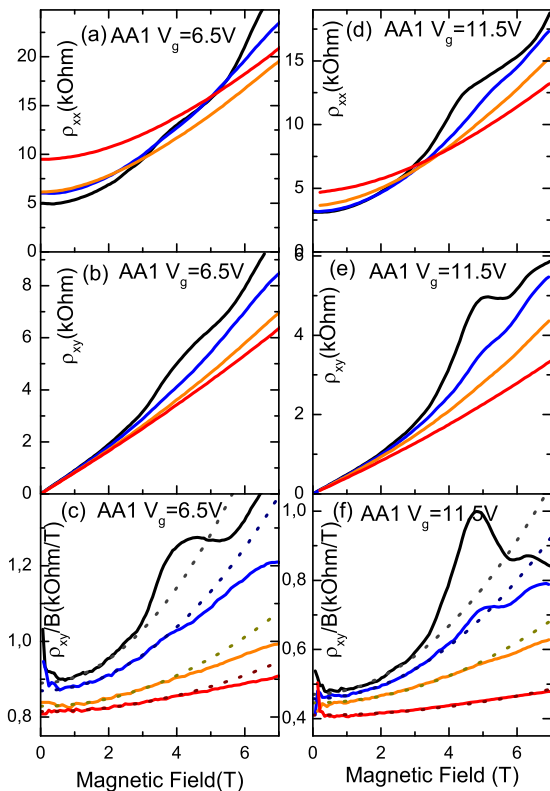


Рис. 4: Магнитосопротивление (a, d), холловское сопротивление  $\rho_{xy}$  (b, e) и  $\rho_{xy}/B$  (c, f) для образца AA1 при  $V_g = 6.3V$ ,  $V_a = 0V$  (a, b, c) и  $V_g = 11.5V$ ,  $V_a = 0V$  (d, e, f) для различных температур (красный - 16 К, оранжевый - 8 К, синий - 4 К, черный - 2 К). Пунктир на панелях (c) и (f)  $\propto B^2$  составляющая.

так быстро, как у более подвижного окружающего двумерного газа. Это значит, что транспортный ток перераспределяется в пользу этих областей, что увеличивает коэффициент Холла.

Глава 3. “Измерение электронной энтропии в двумерных системах” {А6, А7, А8, Б1} развивает использование соотношения Максвелла, аналогичного (2) для исследования двумерных систем:

$$\partial\mu/\partial T = -\partial S/\partial n, \quad (3)$$

Был реализован метод измерения энтропии на электрон  $\partial S/\partial n$ , где модулируется температура, а измеряется ток перезарядки в емкостной структуре.

В разделе 3.1 “Мотивация” показывается, что о двумерных системах с низкой концентрацией носителей доступно очень мало экспериментальных данных, приводится соотношение (3) и обсуждаются преимущества энтропийных измерений.

Раздел 3.2 “Метод” обсуждает такие детали, как измерение на двойной частоте модуляции тока нагревателя, выбор частоты, схему измерительного усилителя, уравнение теплового баланса системы, возможность измерений в фазе изолятора. Обсуждаются используемые образцы и предъявляемые к ним требования: большие емкости ( $\sim$  нФ), не зависящие от напряжения и малые утечки по подзатворному диэлектрику.

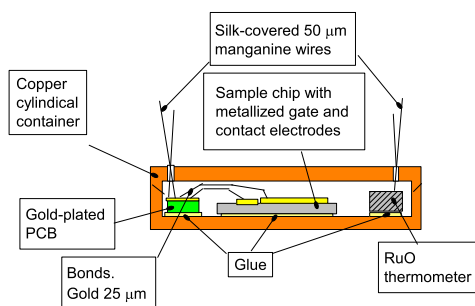


Рис. 5: Схема ячейки с образцом. Диаметр 14 мм, высота 4 мм.

Цилиндрическая измерительная ячейка из меди с образцом и термометром, находящаяся в газе (гелии), показана на Рис. 5. Тепловая связь осуществляется через газ. Максимальная частота определяется временем термализации ячейки и составляет  $\sim 1$  Гц, температуры - 2.5–20 К, глубина модуляции температуры 0.05–0.2 К.

Раздел 3.3 “Магнитоосцилляции энтропии в перпендикулярном поле” начинается с обсуждения величины  $\partial S/\partial n$  на качественном уровне. Соотношение Максвелла позволяет интерпретировать эту величину двумя способами: (i) через изменение химического потенциала с температурой, необходимое для поддержания концентрации  $n$  постоянной; (ii) через энтропию, связанную с коли-



чеством возбуждений. Рассмотрение энтропии основывается на формуле для вырожденного Ферми-газа:

$$S = \pi^2 T D / 3, \quad (4)$$

где  $D$  - плотность состояний на уровне Ферми. Как следует из этой формулы, чем больше плотность состояний, тем больше энтропия. С температурой энтропия растет, но если  $T$  становится больше  $\hbar\omega_c$ , то осциллирующие особенности в энтропии размываются.

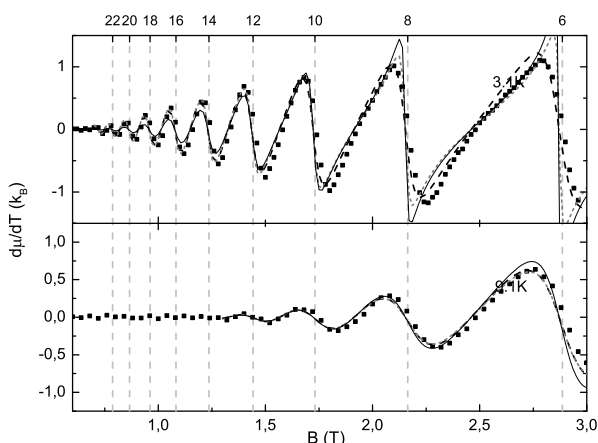


Рис. 6: Пример зависимости  $\partial\mu/\partial T(B)$  для гетероперехода GaAs/AlGaAs.  $n \approx 4.1 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Экспериментальные данные (■) подгонялись теорией для лоренцева (пунктир), гауссова (сплошная кривая) и гауссова с  $\Gamma \propto \sqrt{B}$  (точки).  $T = 3 \text{ К}$  (сверху);  $T = 9 \text{ К}$  (снизу). Верхняя ось - фактор заполнения.

GaAs (Рис. 6). Эта подгонка позволила установить значения концентрации, а также то что масса, в целом, соответствует зонным значениям, а уширение уровней Ландау носит лоренцев характер. Помимо этого было наблюден обменное увеличение щелей, в частности спиновой.

При самых низких температурах ( $\sim 2.5 \text{ К}$ ) и в наибольших магнитных полях ( $\sim 5 - 8 \text{ Т}$ ) в чистых образцах на основе Si реализовывался режим квантового эффекта Холла. На Рис. 7 видно, что когда с измерением концентрации при целых факторах заполнения происходит скачок химпотенциала с одного уровня Ландау на другой через щель, емкость

Далее в качестве теоретической справки приводятся формулы типа Лифшица-Косевича для магнитоосцилляций  $\partial S/\partial n$  для нескольких моделей уширения уровней Ландау. Сопоставление данных магнитоосцилляций энтропии с измерениями теплоемкости в работе [36], где исследовался близкий по свойствам двумерный газ при примерно тех же температурах и магнитных полях показало, что метод измерения  $\partial S/\partial n$  обеспечивает на три с лишним порядка лучшую разрешающую способность.

Далее приводится подгонка данных магнитоосцилляций  $\partial S/\partial n$ , измеренным в двумерных системах на основе Si и

испытывает провал, а  $\partial S/\partial n$  меняет знак. Этот факт находится в согласии с формулой (4), т.к. производная от энтропии по концентрации на противоположных крыльях уровней Ландау имеет разный знак. Нулевые сигналы вблизи полуцелых факторов заполнения также легко объяснимы - там плотность состояний максимальна. При полуцелых факторах заполнения 1 и 3 видно открытие обменно-увеличенных долинных щелей. Другой важнейшей особенностью на Рис. 7 является то, что положительные и отрицательные части по площади очень близки. Это значит, что можно интегрировать  $\partial S/\partial n$  по  $n$  и получать энтропию, правда с точностью до постоянной интегрирования.

Раздел 3.4 “Энтропия 2D-газа в Si-МОП структурах в нулевом перпендикулярном поле” начинается с рассмотрения идеального невырожденного Ферми-газа, для которого  $\partial S/\partial n$  может быть записана аналитически:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_T = \frac{E_F/T}{e^{E_F/T} - 1} - \ln(1 - e^{-E_F/T}). \quad (5)$$

Если посмотреть на измерения  $\partial S/\partial n$  в нулевом поле (Рис. 8а и вставка к нему, то при всех температурах эта оценка превышает. Исключение составляют самые малые температуры (3 К на рисунке), где наблюдается отрицательный сигнал при концентрациях  $3-6 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ .

Отрицательный сигнал хорошо объясняется тем, что в вырожденном режиме ферми-жидкостная масса растет с понижением концентрации [37], поскольку усиливаются межэлектронные взаимодействия, а следовательно, согласно формуле (4),  $\partial S/\partial n < 0$ .

Избыточный положительный сигнал в невырожденной области также объясняется ростом массы с уменьшением концентрации. Для определения эффективно избыточной массы была использована формула (5), где масса входит в энергию Ферми. Таким образом определенная мас-

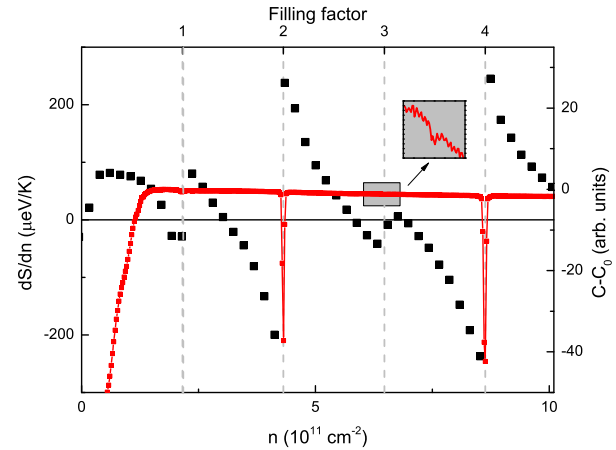


Рис. 7: Провалы в емкости (красным, правая ось) и  $\partial S/\partial n$  для образца Si-UW2 при температуре 2.6 К (■, левая ось) в режиме квантующего поля  $B = 9 \text{ Т}$ .

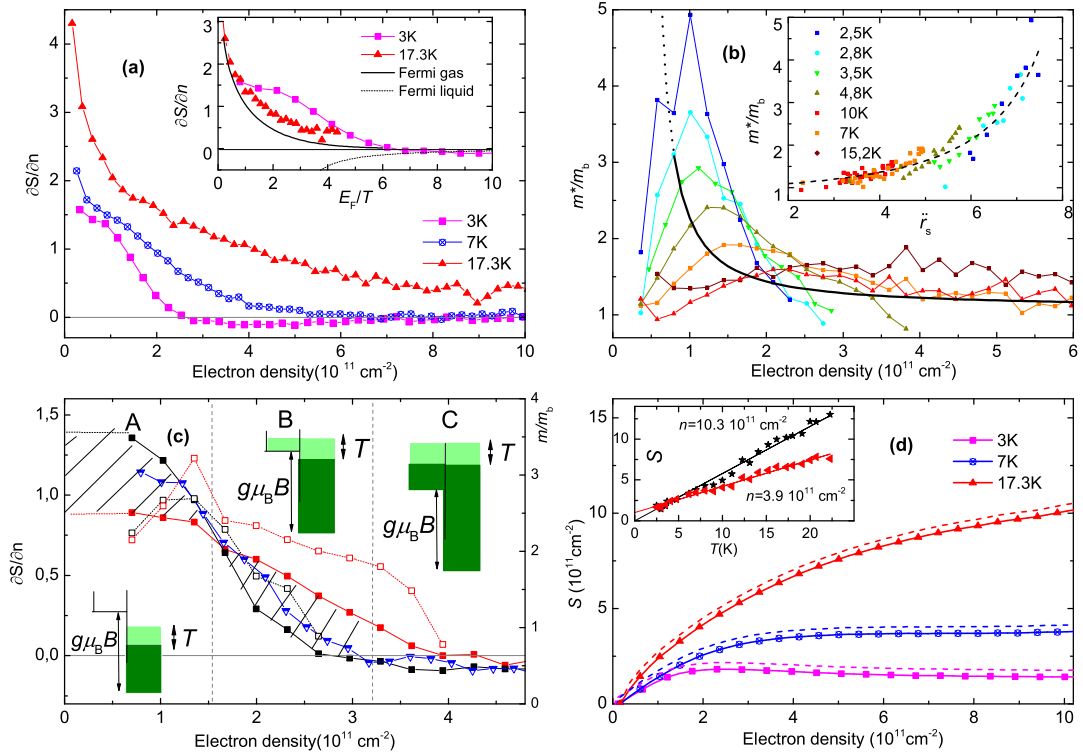


Рис. 8: (а) Зависимость  $\partial S/\partial n(n)$  для различных  $T$ , образец SiUW2. Вставка: те же данные в зависимости от  $(E_F/T)$ , сплошная кривая - предсказание для невзаимодействующего Ферми-газа с зонными параметрами Si, пунктир - ожидание для Ферми-жидкости; (b) Эффективная масса  $m^*$  в зависимости от  $n$ . Черная кривая - зависимость  $m^*(n)$  из работы [37]. Символы -  $m^*(n, T)$ , определенная из  $\partial S/\partial n$  по формуле (5). Вставка: масштабирование  $m^*$  эмпирическим параметром  $\tilde{r}_s$ . (c) Влияние параллельного поля.  $\partial S/\partial n(n)$  (левая ось) при  $T = 3.2\text{K}$ :  $\blacksquare$   $B = 0$ ,  $\blacktriangledown$   $B = 5.5\text{ T}$ ,  $\blacksquare$   $B = 9\text{ T}$ . Правая ось -  $m^*$  при  $B = 0$  ( $\square$ ) и  $B = 9\text{ T}$  ( $\square$ ). Зеленым - зонные диаграммы в областях **A**, **B** и **C**. (d)  $S(n)$  при разных  $T$ . Вставка:  $S(T)$  для  $n \approx 10^{12}\text{ cm}^{-2}$ ,  $E_F \approx 75\text{ K}$  и  $4 \cdot 10^{11}\text{ cm}^{-2}$ ,  $E_F = 30\text{ K}$ .

са для разных температур построена на Рис.8b. Если бы речь шла о системе электронов при  $T = 0$ , то сила межэлектронных взаимодействий задавалась бы параметром  $r_s = \langle r \rangle / a_B \sim E_{ee} / E_F \propto 1 / \sqrt{n}$ , где  $\langle r \rangle \propto n^{-0.5}$ . Если температура становится высокой, то кинетическая энергия электронов определяется не только энергией Ферми, но и тепловой энергией; следовательно, температура должна войти в параметр взаимодействия в сочетании с энергией Ферми. Была подобрана параметризация вида  $\tilde{r}_s = (\pi a_B^2 n + 0.4 T^2) / (E_F U)^{-1/2}$ , при которой эффективная масса масштабировалась на одну кривую (см. вставку в Рис. 8b). Здесь  $U = e^2 / (\langle r \rangle \kappa)$ , а  $\kappa$  - среднее значение диэлектрической проницаемости. Такому функциональному виду эффективного параметра вза-

имодействия может быть найден физический смысл [38], но из-за низкой точности измерений представляется, что результаты смогут быть однозначно интерпретированы только после построения теории сильно-коррелированной двумерной плазмы.

Для проверки роли спиновой намагниченности к образцам Si-МОП структур прикладывалось параллельное плоскости магнитное поле, см. Рис. 8с. Из этих экспериментов был сделан вывод, что возрастание эффективной массы в невырожденном состоянии - не зависящий от спиновой поляризации эффект, а также, что в системе нет большого количества свободных спинов, как предсказывается теорией [24], которые бы вносили вклад в энтропию.

Наконец, измерения в области изолятора позволили провести интегрирование  $\partial S/\partial n$  практически от нуля концентрации и получить точное значение энтропии (Рис. 8d). В области самых малых концентраций перенормировки ослабевают, а интеграл от (5) сходится, что позволило избавиться от постоянной интегрирования, то есть константы, с точностью до которой принято определять энтропию. В результате было продемонстрировано выполнение третьего начала термодинамики для двумерной Ферми-жидкости (черная прямая на вставке к Рис. 8d экстраполируется в 0 при  $T = 0$ ), что подтверждает точность и абсолютный характер проводимых энтропийных измерений.

Далее экспериментально показывается, что в разупорядоченном образце (с подвижностью в 5 раз меньше) наблюдается примерно такой же энтропийный сигнал, как и в чистом.

Раздел **3.5 “Приложения к данной главе”** посвящен ряду вспомогательных вопросов: анализу погрешности измерений, роли беспорядка в системе, соотношению между энтропийными и транспортными данными, а также содержит теоретическую справку.

Разработанный метод измерения энтропии нашел применение в следующей главе **4. “Измерение плотности состояний в тяжелой подзоне дырок в квантовых ямах теллурида ртути” {A19}**. Данные квантовые ямы высокого качества изготавливаются в ИФП СО РАН в Новосибирске, для описываемых в главах 4 и 5 измерений из них были изготовлены меза-структуры с затвором. Раздел **4.1 “Введение и образцы”** описывает (i) отсутствие адекватных экспериментальных методов измерения больших масс носителей в двумерных системах, (ii) многообразии спектров, которое можно получить в квантовых ямах HgTe, (iii) общие черты спектра узких квантовых ям и тяжелых долин в их

валентной зоне, (iv) постановку задачи измерения плотности состояний в тяжелых долинах.

В разделе 4.2 “Спектр носителей в квантовых ямах HgTe: текущее состояние” упоминаются теоретические работы в рамках  $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})$ -приближения и основные предшествующие эксперименты. Поскольку в модели Кейна гамильтониан для каждого значения  $\mathbf{k}$  представляет собой матрицу  $8 \times 8$ , в которую входит  $\sim 10$  приближенно известных параметров, то установление спектра представляет собой комплексную задачу.

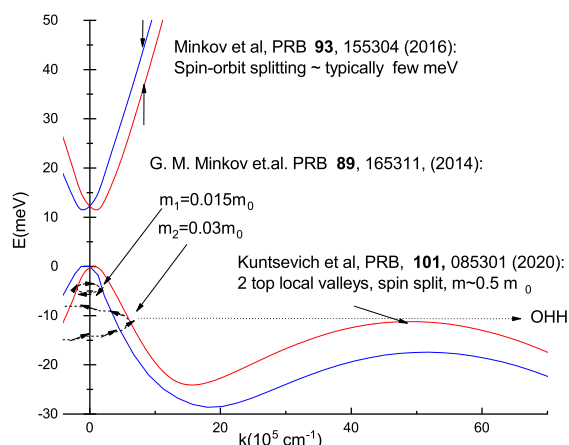


Рис. 9: Спектр носителей вблизи Г-точки, рассчитанный в рамках 4-зонной модели Кейна для квантовой ямы толщиной 6 нм с параметрами близкими к исследуемым главах 5 и 6 диссертации (ориентация (013), состав  $\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}/\text{HgTe}/\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}$ ). Ось  $k$  в направлении  $[3\bar{3}\bar{1}]$ , в котором лежат тяжелые долины; ОНН показывает край тяжелых долин, где ожидаются особенности в термодинамике. На панели указаны работы, в которых получена информация о спектре.

ботанный в главе 3. Сначала на основании формулы (4) объясняется, что если при помощи напряжения на затворе поместить уровень Ферми в вершины тяжелых долин, то резко возрастет энтропия и возникнет пик в  $\partial S/\partial p$ .

Спектр в исследуемых ямах схематично изображен на Рис.9. Существует небольшая щель, зона проводимости и валентная зона расщеплены спин-орбитальным взаимодействием на невырожденные ветки, а также имеются локальные долины при  $k \sim 0.5 \text{ нм}^{-1}$ . В идеально симметричной яме должно быть четыре двукратно вырожденных по спину долины, но надежно установлено, что из-за асимметрии инверсии на интерфейсах ямы при наибольшей энергии отщепляется две краммеровски дуплетных долины, невырожденных по спину. Поскольку состояния в этих долинах не демонстрируют магнитоосцилляций, определение массы носителей в них пришлось делать другим путем.

В частности, в разделе 4.3 “Энтропийное детектирование тяжелой подзоны дырок” применялся метод, разра-

Затем обсуждаются емкостные измерения, позволяющие идентифицировать точку зарядовой нейтральности (Рис. 10a,b), но нечувствительные к большой плотности состояний в тяжелых долинах. Данные  $\partial S/\partial p$  приводятся на Рис. 10c,d. Чтобы их описать, приходится использовать модель плотности состояний 10e, в которой фактически подгоночными параметрами являются плотность состояний в тяжелых долинах и величина размытия дна зоны (указаны на Рис. 10c,d). При повышенных температурах надежность энтропийных данных падает, что более подробно обсуждается в **Приложении I** к данной главе.

Раздел 4.4 “**Детектирование тяжелых дырок по магнитоосцилляциям легких**” посвящен другому методу измерения плотности состояний. Несмотря на то, что носители в тяжелой подзоне магнитоосцилляций не демонстрируют, о ее заполнении можно судить по концентрации в легкой подзоне вблизи точки ОНН. Концентрация в легкой подзоне измеряется, как сумма концентраций двух спин-орбитально расщепленных ветвей, находямая из осцилляций Шубникова-де Гааза, а плотность состояний также считается через эффективную массу, находимую из температурной зависимости амплитуды осцилляций (подробности процедуры обработки данных магнитоосцилляций изложены в “**Приложении III**” к данной главе).

Как видно из Рис. 11, когда уровень Ферми попадает в область тяжелых долин, наклон зависимости концентрации легких дырок от напряжения на затворе резко падает. Это падение происходит примерно во столько раз, во сколько отличаются плотности состояний тяжелых и

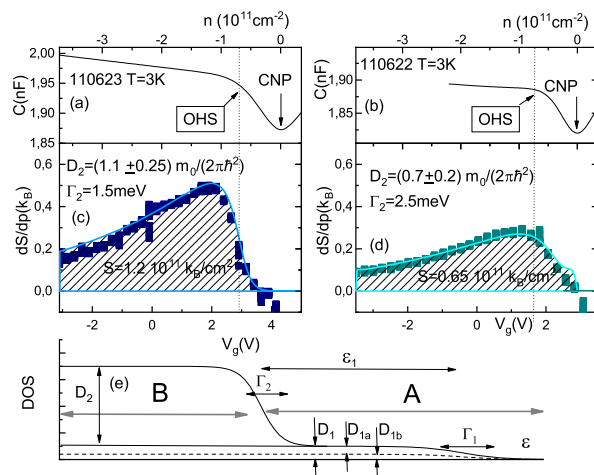


Рис. 10: (a,b) Емкость образцов 1123 и 1122 в зависимости от концентрации носителей; (c,d)  $\partial S/\partial p$  для тех же образцов как функция двумерной концентрации носителей при 3 К. Линии - подгонка моделью плотности состояний. Заштрихованные площади - оценка энтропии при  $p = 3.7 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  (e) Модель плотности состояний и параметры, используемые для подгонки на панелях b и d. Серые стрелки - две области (А - только легкие носители; В - также есть тяжелая подзона).

легких дырок, как выведено в “Приложении II” к данной главе. Обсуждается, что холловская концентрация не годится для подобных измерений, так как включает в себя неизвестную величину подвижности дырок.

В разделе 4.5 “Обсуждение” констатируется, что два разных метода дали согласующиеся между собой результаты, соответствующие массе  $0.7 \pm 0.2m_0$ , обсуждаются другие материальные системы, где могут

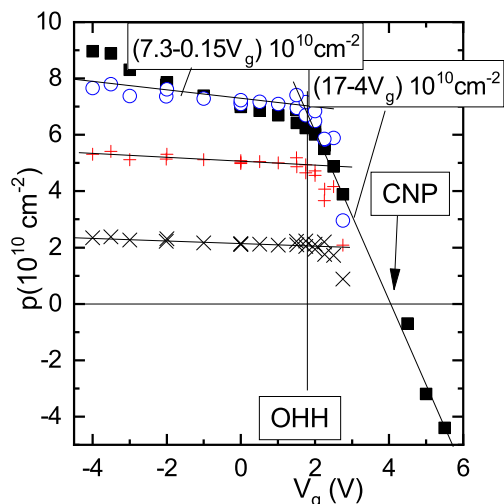


Рис. 11: Двумерная концентрация в легких подзонах ( $\times$  и  $+$ ), определенная из частот осцилляций Шубникова-де Гааза и их сумма ( $\circ$ ) в зависимости от напряжения на затворе.  $\blacksquare$  - концентрация носителей, определенная из константы Холла в поле 0.2 Т. линиями показаны подгонки соответствующих зависимостей  $p(V_g)$ .

быть использованы эти методы измерения тяжелых масс. Вопрос об очевидном нарушении соотношения Максвелла (3), имеющем место в данных структурах из-за зависимости спектра от температуры[39], также обсуждается в данном разделе. Это нарушение связано с тем, что соотношение Максвелла подразумевает постоянный объем, а температурная зависимость спектра имеет место из-за теплового расширения.

Глава 5. “Наблюдение электронного магнетизма в малых магнитных полях в квантовых ямах теллурида ртути”{A20} посвящена исследованию тех же структур, но методами из главы 1. В разделе 5.1 “Введение” сначала приводятся формулы для диамагнитной восприимчивости Ландау, обратно пропорциональной массе носителей для квадратичного спектра, а также восприимчивости Паули:

$$\chi_{Pauli} = \left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{e^2 m_e}{4\pi m_0^2} = \left(\frac{g\mu_B}{2}\right)^2 D. \quad (6)$$

Потом обсуждаются квантовые ямы HgTe и то, что вопрос о магнетизме в них крайне нетривиален, так как и массы и  $g$ -факторы в разных зонах сильно перенормированы.

В разделе 5.2 “Экспериментальная часть и обсуждение” упо-

минаются образцы, аналогичные описанным в главе 4 и метод из главы 1, включая формулы (1) и (2). Далее выводится важная для дальнейшего случая формула для двухзонной двумерной системы:

$$\frac{\partial\mu}{\partial V} = \frac{\partial\mu_1}{\partial V} \cdot \frac{D_1}{D_2 + D_1} + \frac{\partial\mu_2}{\partial V} \cdot \frac{D_2}{D_2 + D_1}. \quad (7)$$

Из этой формулы следует, что сигнал  $\partial\mu/\partial V$  будет средневзвешенным от сигналов подзон с весами, пропорциональными плотностям состояний. Потом приводятся зависимости  $\partial\mu/\partial V$  от магнитного поля, в которых помимо ожидаемого квантования Ландау в больших магнитных полях, наблюдался большой наклон в малых полях, дающий производную восприимчивости по полю  $\partial\chi/\partial n \equiv \partial^2 M/\partial n \partial V$  ( $V = 0$ ).

Эта производная построена при разных температурах на Рис.12b. При этом концентрация определялась по провалам в емкости в магнитном поле на Рис.12a. Так как спектр легких электронов и дырок должен быть довольно симметричен, то обстоятельство, что с дырочной стороны наблюдается большой провал в  $\partial\chi/\partial n$ , а с электронной нет асимметричного пика, согласно уравнению (7), указывает на то что происхождение провала связано с подавлением парамагнетизма в тяжелых долинах. Оценка восприимчивости (стрелка на Рис.12c) по формуле (6) с плотностью состояний, определенной в главе 4, дает  $g \sim 5$ . Это находится в хорошем согласии с ожидаемым из  $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})$ - теории  $g \approx 2m_0/m = 4$ . При высоких температурах (40–60 К) наблюдается смена знака  $\partial\chi/\partial n$  в точке зарядовой нейтральности, которую мы приписываем усилению парамагнетизма дираковских носителей,

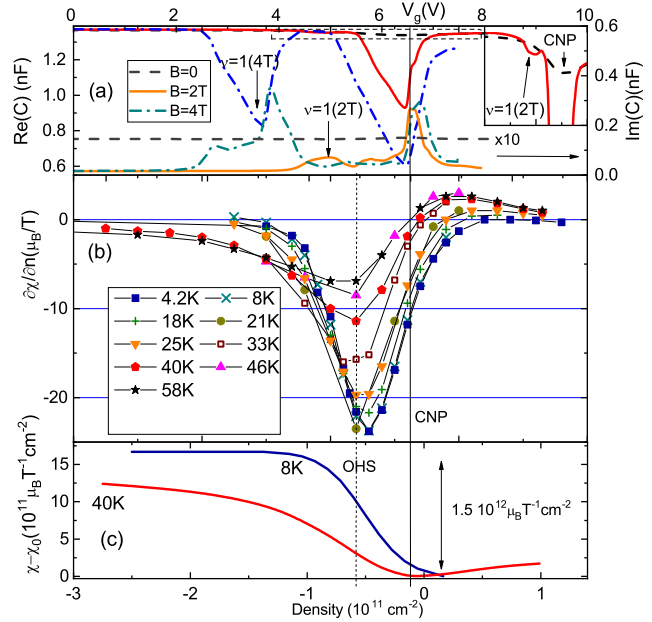


Рис. 12: (а) Зависимость компонент емкости образца 1123-2 при 4.2 К от напряжения на затворе для трех значений магнитного поля. Вставка - область вблизи точки зарядовой нейтральности. (б) Зависимость  $\partial\chi/\partial n$  от концентрации для образца 1123-2 для различных температур (обозначения в легенде). (с) Проинтегрированная восприимчивость при  $T = 8$  К и  $T = 40$  К.



связанному с увеличением щели в спектре с ростом температуры[39]. Таким образом, все данные свидетельствуют в пользу парамагнетизма различных групп носителей. В высоких магнитных полях надежность данных резко падает, что связано с (i) малой проводимостью системы, (ii) токами Фуко и ЭДС Холла.

Глава 6. “Квантовые поправки к проводимости в двумерных системах и тонких пленках” посвящена тонким эффектам, наблюдаемым в магнитосопротивлении и холловском сопротивлении. Теория квантовых поправок была разработана в начале 1980-х и является общепринятой, но большинство ее успешных экспериментальных проявлений наблюдалось в GaAs. Низкотемпературный транспорт в Si-МОП структурах ей не описывается. Поэтому задачей данной главы являлось нахождение той области параметров вдали от перехода металл-изолятор, где теория квантовых поправок будет применима.

Раздел 6.1 “Магнитосопротивление различных двумерных систем в режиме  $k_B T \tau / \hbar > 1$ ” {A1} посвящен высоким температурам, где в однозонной изотропной двумерной системе все квантовые поправки должны исчезнуть, а магнитосопротивление стать нулевым. К нашему удивлению, в различных двумерных системах (не только Si-МОП структурах, но еще и в GaAs/AlGaAs гетеропереходах, GaAs и InGaAs квантовых ямах) наблюдалось немонотонное магнитосопротивление с максимумом (см. пример на Рис. 13). Положение максимума примерно пропорционально температуре, а амплитуда, в целом, также растет с температурой во всех образцах. Данное явление не объясняется существующими теориями и впоследствии наблюдалось в работах других исследователей: для дырок в Ge [40], электронов в GaN [41] и графене[42].

Раздел 6.2 “Двумерная система в кремнии в наклонном поле” {A5} посвящен поиску диффузионной квантовой поправки к проводи-

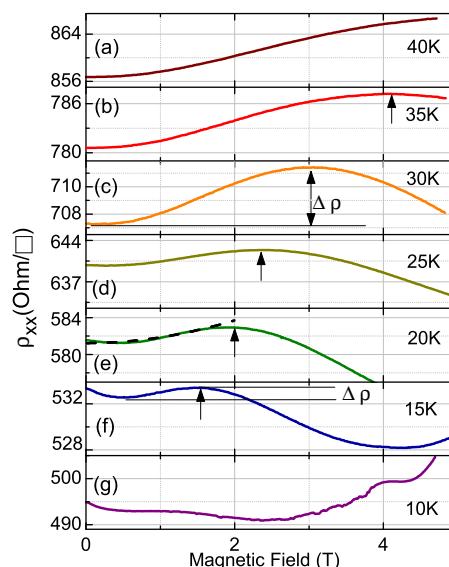


Рис. 13: Магнитосопротивление образца Si<sub>4</sub> при различных  $T$ .  $n = 1.7 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Стрелки - положение максимума  $\rho_{xx}$  по полю.  $\Delta\rho$  - амплитуда эффекта.

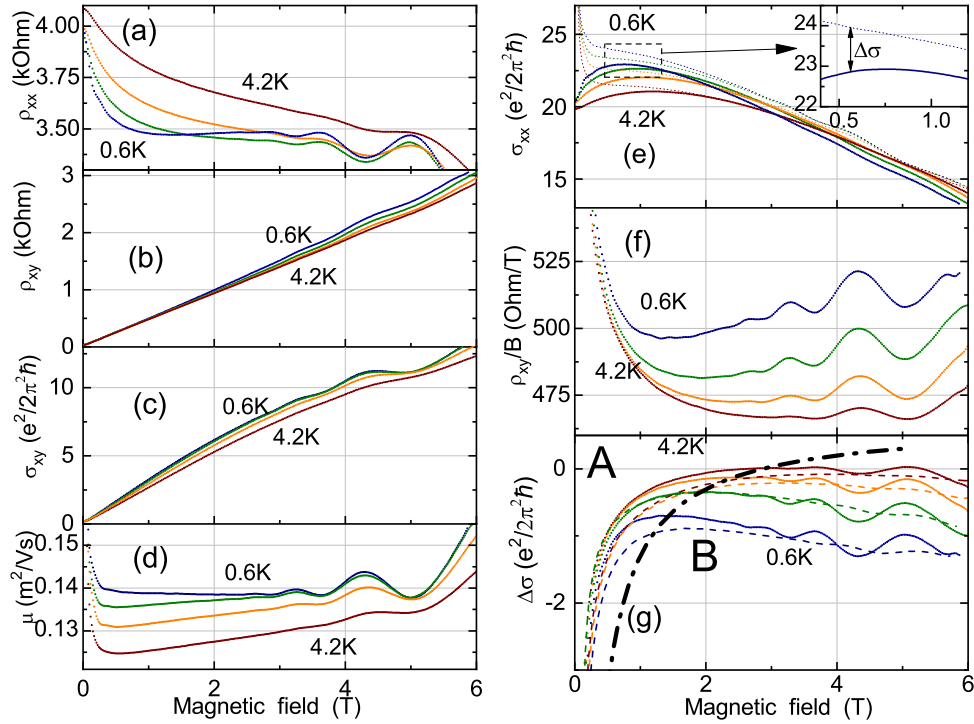


Рис. 14: (a)  $\rho_{xx}$  и (b)  $\rho_{xy}$  для  $T = 0.6\text{K}$ ,  $1.3\text{K}$ ,  $2.5\text{K}$ , и  $4.2\text{K}$  для Si-МОП структуры при  $n = 1.25 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  в зависимости от магнитного поля, перпендикулярного 2D газу. (c) Величина  $\sigma_{xy}$  полученная из обращения тензора  $\hat{\rho}$ . (d) Подвижность  $\mu$ , высчитанная из  $\sigma_{xy}$  через уравнение (8). (e) Сплошные кривые:  $\sigma_{xx}$  вычисленные из инверсии тензора  $\hat{\rho}$ . Точечные кривые: друдевские значения  $\sigma_{xx}$ , вычисленные из  $\mu$  (пан. d). Вставка - увеличенный участок данных при низкой  $T$  и определение  $\Delta\sigma$ . (f)  $\rho_{xy}/B$  для того же самого набора данных. (g) Сплошные кривые: ЭЭП  $\Delta\sigma$  вычисленная из данных. Пунктир- ЭЭП для того же образца, наклоненного на  $45^\circ$ , той же  $n$  и набора температур, в зависимости от полного поля. Жирная линия разделяет области больших и малых полей.

мости от электрон-электронного взаимодействия в Si-МОП структурах. Условием наблюдения данной поправки является  $k_B T \tau / \hbar \ll 1$ , поэтому были специально выбраны образцы с малой подвижностью носителей ( $\mu \approx 2000 \text{ см}^2/\text{Vs}$ ), которые не проявляют переход металл-изолятор. В более “чистых” образцах Si-MOS до описываемых ниже экспериментов, не удавалось наблюдать квантовую поправку взаимодействия в диффузионном режиме. Отличительным свойством данной поправки, позволяющей выделять ее на фоне остальных эффектов является то, что она

входит в тензор проводимости следующим способом[43]:

$$\sigma = \frac{ne\mu}{1 + \mu^2 B_{\perp}^2} \begin{pmatrix} 1 & \mu B_{\perp} \\ -\mu B_{\perp} & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta\sigma & 0 \\ 0 & \Delta\sigma \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Обращая тензор проводимости в тензор удельного сопротивления, нетрудно видеть, что квантовая поправка от взаимодействия приводит к добавкам в сопротивление и эффект Холла. Методология выделения  $\Delta\sigma$  была разработана Миньковым с коллегами [44], а в данной работе новым было (i) исследование Si-МОП структур и (ii) наклон образца относительно магнитного поля.

Соответственно, измерялся тензор удельного сопротивления в магнитном поле (Рис. 14a,b), при обращении которого получался тензор проводимости (Рис. 14c,e). Поскольку поправка не входит в  $\sigma_{xy}$ , из последней высчитывалась подвижность (Рис. 14d). Далее из подвижности определялось друдевское значение  $\sigma_{xx}$  (точечные кривые на Рис. 14e) и поправка (показанная на Рис. 14g) вычислялась как разница наблюдаемой и друдевской  $\sigma_{xx}$  (показано на вставке к Рис. 14e). Если проводимость велика, то поправка с высокой точностью соответствует изменению коэффициента Холла (см. Рис. 14f).

Было установлено, что существуют две области по перпендикулярному полю, показанные на Рис. 14f буквами А (малые поля) и В (большие поля). В области малых полей имеется аномалия в эффекте Холла, видимо как-то связанная со слабой локализацией и уже наблюдавшаяся ранее в работах других групп.

В области В, проводя эксперименты до больших полей с вращением образца, мы показывали, что наблюдается поправка к проводимости, линейная по  $\ln B$  и  $\ln T$ , зависящая от модуля, но не зависящая от направления магнитного поля. Такое наблюдение в точности соответствует предсказанию теории Ли и Рамакришнана[31]. Изотропную по направлению поля и логарифмическую по температуре и величине поля поправку ранее не удавалось наблюдать, в частности, из-за малого и анизотропного  $g$ -фактора в GaAs.

Следующим логичным шагом было сравнение измеренной квантовой поправки с наблюдавшимся магнитосопротивлением в параллельном поле, показанном на Рис. 15a. Видно, что магнитосопротивление большое (по сравнению с диффузионной поправкой, показанной пунктиром) и сильно зависит от температуры.

Теория [32], учитывающая все эффекты межэлектронных взаимо-

действий, может с реалистичным набором параметров объяснить наблюдаемое магнитосопротивление при высокой температуре, но с понижением температуры рассогласование теории и эксперимента растет. Более важным является другое наблюдение: при небольшом отклонении поля от параллельного, как видно из Рис. 15b, положительное магнитосопротивление сильно подавляется, и это нельзя объяснить подавлением слабой локализации. Данное наблюдение указывает на неполное соответствие теории квантовых поправок 2D системе в Si-МОП структурах.

Раздел 6.3 “Квантовые поправки в эффекте Холла в пленках халькогенидов висмута” {A11, A12, A18} посвящен той же самой поправке от электрон-электронного взаимодействия, но в другой материальной системе. Эта деятельность возникла в связи с появлением соответствующей ростовой технологии в ФИАН. Соответственно, раздел начинается с описания процедуры эпитаксиального роста образцов, их подготовки и материаловедческой информации о них (к этому относятся, например, панели (c) и (d) на Рис. 16). Подавляющее большинство пленок трехмерных топологических изоляторов семейства халькогенидов висмута при низких температурах демонстрирует слабую антилокализацию. С ней связано положительное магнитосопротивление (или отрицательная магнитопроводимость) в слабых полях, как видно на примере на Рис. 16.

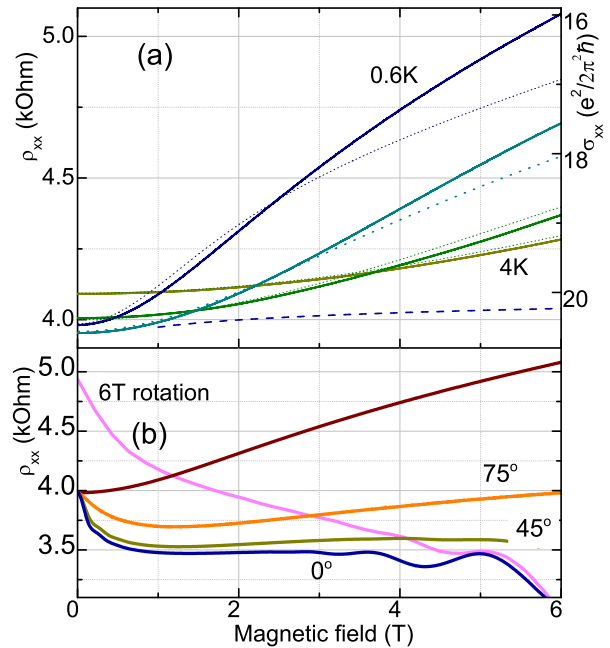


Рис. 15: (a) Магнитосопротивление в параллельном поле для образца Si-40,  $n = 1.25 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$  (сплошные линии).  $T = 0.6, 1.3, 2.2, 4 \text{ K}$ . Правая ось - проводимость. Точечные кривые - теория квантовых поправок [32]. Пунктир - диффузионная поправка в пределе больших полей ( $C + 0.15 \ln(B)$ ). (b) Зависимость  $\rho_{xx}(B)$  для разных углов наклона.  $T = 0.6 \text{ K}$ . Нижняя кривая - поле перпендикулярно плоскости образца, верхняя - параллельно. Розовая кривая показывает зависимость  $\rho_{xx}$  от перпендикулярной компоненты поля при вращении в поле 6 Т.

Такое магнитосопротивление обычно описывается упрощенной формулой Хиками-Ларкина-Нагаоки:

$$\frac{\Delta\rho_{\text{WAL}}(B)}{\rho_D^2} = \alpha \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \left[ \Psi \left( \frac{\hbar}{4el_\phi^2 B} + \frac{1}{2} \right) - \ln \left( \frac{\hbar}{4el_\phi^2 B} \right) \right] \quad (9)$$

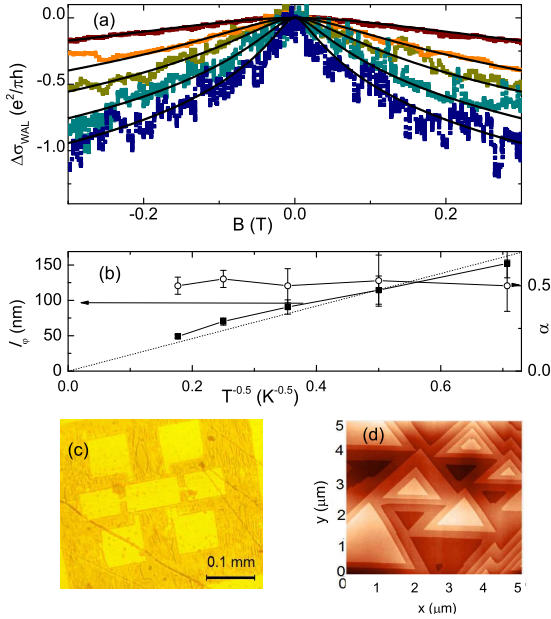


Рис. 16: (а) Магнитопроводимость в малых  $B_\perp$  для образца  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ -685 (точки). Температуры сверху вниз 32, 16, 8, 4, 2 К. Черные линии - подгонка по формуле (9). (b) Температурные зависимости параметров  $l_\phi$  (левая ось,  $\blacksquare$ ) и  $\alpha$  (правая ось,  $\circ$ ) из этой подгонки (9). (c) Оптическое изображение меза-структуры образца  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ -685. (d) Морфология пленки, исследованная при помощи атомно-силового микроскопа. Ступеньки соответствуют  $\sim 1$  нм.

С понижением температуры сопротивление растет, но и эффект Холла растет. Если бы рост был связан с уменьшением по каким-то причинам концентрации носителей, то это, согласно формуле Друде, приводило бы к

Здесь  $l_\phi$  - длина сбоя фазы, а  $\alpha$  - префактор, то есть подгоночный параметр, имеющий смысл количества каналов слабой антилокализации. В исследованных образцах, как правило  $\alpha \approx 0.5$ , а длина сбоя фазы пропорциональна  $T^{0.5}$ , что соответствует электрон-электронному механизму дефазировки [45]. Слабая антилокализация должна приводить к температурной зависимости сопротивления металлического знака:

$$\frac{\Delta\rho_{\text{WAL}}(T)}{\rho_D^2} = -\alpha \frac{e^2}{\pi^2\hbar} \ln(l_\phi/l). \quad (10)$$

В то же время при низких температурах обычно наблюдается диэлектрический знак  $d\rho/dT$ . Это значит, что есть какой-то еще механизм. Высказывалось предположение, что это электрон-электронное взаимодействие. В данной работе это предположение было обосновано. Для этого использовалось свойство поправки от электрон-электронного взаимодействия, напрямую следующее из формулы (8). Проводились измерения одновременно сопротивления и холловского сопротивления, см пример на Рис. 17. Видно, что с

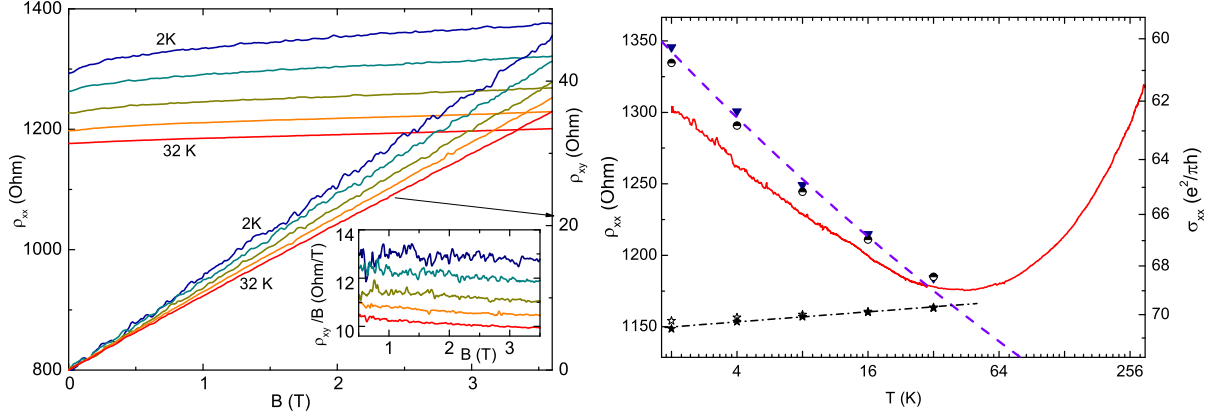


Рис. 17: (слева) Зависимость сопротивления (левая ось) и холловского сопротивления (правая ось) от перпендикулярного магнитного поля для образца  $\text{Bi}_2\text{Se}_3\text{-685}$  при температурах 2, 4, 8, 16, и 32 К (указаны на рисунке). На вставке - холловский коэффициент  $\rho_{xy}/B$  как функция магнитного поля для того же набора данных.

Рис. 18: (справа) Зависимость сопротивления/проводимости (левая/правая оси) от  $T$  для образца  $\text{Bi}_2\text{Se}_3\text{-685}$  – красная кривая. Символы – квантовые поправки:  $\blacktriangledown$  – поправка от электрон-электронного взаимодействия, определенная по эффекту Холла из формулы (11),  $\bullet$  – температурная зависимость сопротивления за вычетом поправки от САЛ;  $\blackstar$  – поправка от САЛ, определенная из магнитосопротивления по формулам (9) и (10),  $\star$  – температурная зависимость САЛ, определенная как  $\Delta\sigma_{WAL} = \rho(B=0)^{-1} - \rho(B=1\text{T})^{-1}$ . Пунктир показывает подгонку логарифмической зависимостью для определения  $K_{ee}$ .

$\Delta\rho_{xx}/\rho_{xx} = \Delta\rho_{xy}/\rho_{xy}$ . В случае же поправки от электрон-электронного взаимодействия, как следует из обращения тензора (8) было бы:

$$\frac{\Delta\rho_{xy}}{\rho_{xy}} = 2\frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_{xx}} = -2\frac{\Delta\sigma_{ee}}{\sigma_D} \quad (11)$$

Прямая подстановка поправки от слабой антилокализации, определяемая по формуле (10) и поправки от электрон-электронного взаимодействия по формуле (11) согласованно объясняют температурную зависимость эффекта Холла.

Глава 7. “Влияние термодинамических условий на фазу квантовых осцилляций” {16} обзорно-теоретического характера, посвящена анализу широко распространенного, начиная с первых экспериментов

на графене [33, 34], утверждения, что фаза магнитоосцилляций соответствует фазе Берри, то есть топологической характеристике спектра. В разделе **7.1 “Введение”** упоминается история вопроса, в частности квазиклассическая формула для энергии уровней Ландау:

$$S(\varepsilon_N, k) = \left(\frac{2\pi|e|B}{\hbar}\right)\left(N + \frac{1}{2} - \beta\right), \quad (12)$$

, где  $S(\varepsilon_N, k)$  - площадь сечения  $N$ -й орбиты уровня Ландау в  $k$ -пространстве, а фазовый сдвиг  $\beta$  равен фазе Берри, деленной на  $2\pi$ . Из этой формулы зачастую делается вывод, что фаза Берри просто дает добавку к энергии уровней Ландау, а значит и к фазе магнитоосцилляций. Работа посвящена анализу того, как термодинамические условия проведения измерений системы могут изменить это наивное ожидание. Раздел **7.2 “Качественное рассмотрение двумерных систем”** рассматривает двумерную систему, в которой постоянна полная концентрация носителей. Это соответствует большинству экспериментов, в которых изолированная двумерная система является обкладкой конденсатора.

Поскольку кратность вырождения уровня Ландау равна  $Ve/h$ , то положение минимумов плотности состояний соответствует  $B_N = hn/(eN)$  и никакой фазы Берри не содержит. Далее объясняется, что аномальная фаза магнитоосцилляций в графене происходит из-за того, что у него есть нулевой уровень Ландау: все уровни вырождены четырежды, а нулевой - дважды, и наблюдение аномальной фазы происходит только если считать минимумы проводимости “по-порядку”. Раздел **7.3 “Рассмотрение трехмерных топологических изоляторов”** объясняет и иллюстрирует основное термодинамическое отличие трехмерных топологических изоляторов от двумерных систем: объем пиннирует уровень Ферми, а значит вместо двумерной концентрации  $n$  постоянным является химпотенциал  $\mu = const$ . Это показано на Рис. 19а в 3D топологическом изоляторе, если удастся подавить проводимость по объемным состояниям, то уровень Ферми привязывается к примесному. Если бы уровень химпотенциала в объеме не зависел от магнитного поля, то действительно, согласно уравнению (12) возникла бы Берри-добавка в фазу магнитоосцилляций, зависящая также от расщепления Зеемана и особенностей в спектре. На самом деле, существуют прямые экспериментальные измерения, показывающие, что уровень химпотенциала в топологических изоляторах зависит от поля [35]. Это приводит к дополнительному большому сдвигу фазы магнитоосцилляций, как про-

иллюстрировано на Рис. 19b,c. В данном разделе рассматривается тонкая пленка топологического изолятора, в которой пиннинг химпотенциала осуществляет дно зоны проводимости для реалистичных параметров халькогенидов висмута. Для нее также показан обусловленный термодинамическими причинами сдвиг фазы. В разделе 7.4 “Влияние возможной неоднородности образца на фазу магнитоосцилляций” обсуждается причина ошибок в интерпретации магнитоосцилляций, связанная с возможной неоднородностью системы. Из-за того, что для наблюдения осцилляций должно быть  $\omega_c\tau > 1$ , а проводимость представляет собой тензор, в однородной однокомпонентной системе минимум сопротивления примерно соответствует минимуму проводимости. Наличие неоднородностей, например трещин в образце, может сильно сдвинуть фазу осцилляций. На примере литературных данных доказывається, что данный случай распространен. В разделе 7.5 “Обсуждение результатов” констатируется ненадежность интерпретации такой величины, как фаза магнитоосцилляций и обсуждается стратегия, которая позволит сделать из фазы правильные выводы.

После тематических глав следуют “Список литературы”, “Благодарности” и “Заключение”, в котором сформулированы следующие основные результаты:

1. В двумерной системе в кремнии, демонстрирующей переход металл-изолятор из термодинамических измерений производной восприимчивости по концентрации на фоне Ферми-жидкости были обнару-

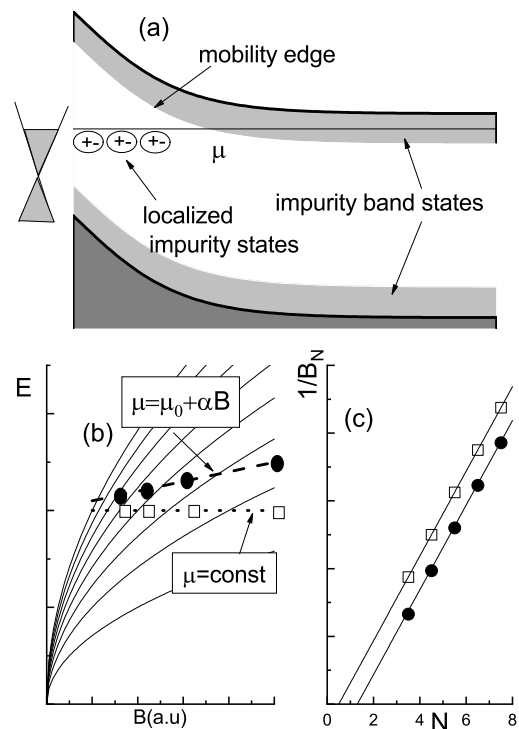


Рис. 19: (a) Схематическая зонная структура трехмерного топологического изолятора с примесными состояниями в объеме. (b) Зависимость энергии уровней Ландау  $E_n(B)$  от магнитного поля (сплошные линии). Точечная линия и пунктир - зависимости химпотенциала от поля. Символы соответствуют положению уровня Ферми в середине щели. (c) Верные диаграммы для  $\mu = \text{const}$  ( $\square$ ) и  $\mu = E_0 + \alpha B$  ( $\bullet$ ).



жены признаки т.н. спин-капельного состояния:

- в намагниченности существует особенность в малых магнитных полях, напоминающая поведение свободных спинов, но соответствующая примерно в 4 большему спину перемагничиваемого образования (то есть около 2);
  - температурная зависимость магнитной восприимчивости в малых полях близка к  $\propto 1/T^2$ , что указывает на “таяние” т.н. спиновых капель с температурой;
  - в области изолятора добавление электронов в систему вызывает рост намагниченности (то есть рост количества электронов в каплях), а при концентрациях, соответствующих области металлической проводимости системы, - уменьшение намагниченности. Концентрация носителей, при которой магнитная восприимчивость максимальна, линейно растет с температурой и экстраполируется в концентрацию перехода металл-изолятор при нулевой температуре;
  - в области изолятора возможно наблюдение сигнала  $\partial M/\partial n > \mu_B$ , то есть добавление электрона в систему увеличивает ее магнитный момент больше чем на один магнетон Бора, что указывает на ферромагнитный характер взаимодействий в системе.
2. Наблюден новый эффект в магнитотранспорте макроскопического, изготовленного по МОП (металл-окисел-полупроводник) технологии массива антиточек: положительная и зависящая от температуры  $\propto B^3$  добавка к холловскому сопротивлению. Предложено качественное объяснение явления, связанное с перераспределением транспортного тока между основным двумерным газом и оболочками антиточек в магнитном поле.
  3. Разработана методика емкостного типа для измерения производной энтропии двумерных систем по концентрации носителей. Показана, что данная методика на три с лишним порядка превосходит по чувствительности калориметрию на переменном токе. В режиме магнитоосцилляций методика позволила определить циклотронные и спиновые расщепления, а также уширения уровней Ландау в двумерных системах на основе Si и GaAs, в полном согласии с предыдущими измерениями.

4. Экспериментально продемонстрировано выполнение третьего начала термодинамики (то есть того факта, что при нулевой температуре в Ферми-газе будет нулевая энтропия) в двумерной системе в Si, при этом исходным являлось только предположение, что энтропия системы без электронов равна нулю.
5. Экспериментально обнаружен режим сильно-коррелированной плазмы, то есть невырожденной, но сильно взаимодействующей двумерной системы, реализуемой в Si, и установлено, что его можно феноменологически описать как Ферми-газ с увеличенной массой путем введения температуры в параметр взаимодействия.
6. Измерена плотность состояний в тяжелых долинах дырок в узких квантовых ямах HgTe с неинвертированным спектром при помощи двух разных методов: из абсолютных измерений энтропии на электрон и относительным методом анализа Шубниковских осцилляций легкой подзоны. Результаты измерений обоими методами согласуются между собой и дают плотность состояний, которая соответствует увеличенному значению массы  $m \approx 0.5 \div 0.9m_0$  (в предположении, что локальные долины двукратно вырождены). Это значение в  $2 \div 3$  раза превышает массу в квантовых ямах HgTe толщиной больше 8 нм, что противоречит зонным расчетам, имеющимся на сегодняшний день.
7. Измерена магнитная восприимчивость свободных носителей для двумерной системы в квантовой яме в пределе малых полей, перпендикулярных плоскости ямы. Для узких HgTe квантовых ям обнаружен парамагнетизм, связанный с дырками из долин в тяжелой подзоне. Установлено, что по мере увеличения электронной концентрации и выхода уровня Ферми из долин, парамагнитная восприимчивость резко падает. При повышении температуры до 40–60 К обнаружены проявления парамагнетизма дираковских носителей вблизи точки зарядовой нейтральности.
8. В области температур  $k_B T \tau / \hbar > 1$ , где для двумерных систем с изотропным однозонным спектром магнитосопротивление в перпендикулярном плоскости системы магнитном поле должно быть равно нулю, был обнаружен универсальный для различных систем эффект - немонотонное магнитосопротивление с максимумом. С

повышением температуры амплитуда эффекта растет, а положение смещается в большие магнитные поля.

9. В двумерных электронных системах на основе Si с невысокой (примерно  $0.2 \text{ м}^2/\text{Вс}$ ) подвижностью носителей проведены измерения тензора магнитосопротивления в перпендикулярном и наклонном магнитных полях в широком диапазоне температур (0.3–10 К) и концентраций. Выявлено два качественно различных режима по величине перпендикулярной компоненты магнитного поля: малые и большие поля.

В области малых перпендикулярных полей двумерная система демонстрирует сильное и зависящее от температуры магнитосопротивление в параллельном поле, а холловский коэффициент может превышать друддевское значение на 30%, сильно зависит от поля и растет с понижением температуры. Эта аномалия, судя по ее феноменологии, связана с слабой локализацией и затрудняет определение поправки от электрон-электронного взаимодействия в малых магнитных полях.

В области больших магнитных полей особенность в холловском сопротивлении не проявляется, что позволяет извлечь из тензора магнитосопротивления поправку к проводимости от электрон-электронного взаимодействия. Как и ожидалось, эта поправка не зависит от направления поля и является линейной по  $\ln(T)$  и  $\ln(B)$ , в соответствии с теоретическим предсказанием Ли и Рамакришна-на.

10. Показано, что даже в разупорядоченных двумерных системах на основе Si наблюдаемое в параллельном поле при низких температурах магнитосопротивление качественно противоречит всем имеющимся на сегодняшний день теориям, так как оно как минимум в 10 раз больше, чем поправка от электрон-электронного взаимодействия и сильно уменьшается при добавлении перпендикулярной компоненты поля.
11. Экспериментально показано, что для тонких пленок топологических изоляторов  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  и  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  коэффициент Холла возрастает с понижением температуры. Это позволило, в предположении, что причиной данного эффекта является поправка к проводимости от электрон-электронного взаимодействия в диффузионном режиме,

согласованно описать низкотемпературную проводимость и магнитопроводимость в данных пленках комбинацией проводимости Друде, поправок от слабой антилокализации и электрон-электронного взаимодействия.

12. Проанализировано влияние термодинамических факторов на фазу квантовых осцилляций применительно к двумерным системам и трехмерным топологическим изоляторам. Показано, что аномалии в фазе магнитоосцилляций могут быть вызваны не только фазой Берри, но и простыми термодинамическими причинами, связанными с пиннингом химпотенциала, а также неоднородностью системы.

Завершают диссертацию “**Используемые сокращения**”, а также список публикаций по результатам диссертационной работы.

## **Список публикаций по результатам диссертационной работы**

### **А. Статьи в рецензируемых научных изданиях**

**A1.** A.Yu. Kuntsevich, G.M. Minkov, A.A. Sherstobitov, V.M. Pudalov; Nonmonotonic magnetoresistance of two-dimensional electron systems in the ballistic regime, *Physical Review B* **79**, 205319 (2009).

**A2.** M.Reznikov, A.Yu. Kuntsevich, N. Teneh, V.M. Pudalov; Thermodynamic magnetization of two-dimensional electron gas measured over wide range of densities, *Письма в ЖЭТФ*, **92**, 518–522 (2010).

**A3.** N. Teneh, A. Yu. Kuntsevich, V. M. Pudalov, M. Reznikov; Spin-Droplet State of an Interacting 2D Electron System, *Physical Review Letters* **109**, 226403 (2012).

**A4.** A.Yu. Kuntsevich, V.M. Pudalov; Comment on “Connecting the reentrant insulating phase and the zero-field metal-insulator transition in a 2D hole system”, *Physical Review Letters* **110**, 249701 (2013).

**A5.** A.Yu. Kuntsevich, L.A. Morgun, V.M. Pudalov; Electron-electron interaction correction and magnetoresistance in tilted fields in Si-based two-dimensional systems, *Physical Review B* **87**, 205406 (2013).

**A6.** Y. Tupikov, A.Yu. Kuntsevich, I.S. Burmistrov, V.M. Pudalov; Temperature derivative of the chemical potential and its magnetooscillations in two-dimensional system, *Письма в ЖЭТФ* **101**, 131–135 (2015).

- A7.** A.Y. Kuntsevich, Y.V. Tupikov, V.M. Pudalov, I.S. Burmistrov; Strongly correlated two-dimensional plasma explored from entropy measurements, *Nature Communications* **6**, 7298 (2015).
- A8.** V.M. Pudalov, A.Yu. Kuntsevich, I.S. Burmistrov, M. Reznikov; Thermodynamic studies of two-dimensional correlated electron systems, *Journal of Low Temperature Physics* **181**, 99–111 (2015).
- A9.** A.Yu. Kuntsevich, A.V. Shupletsov, M.S. Nunuparov; Temperature dependent nonlinear Hall effect in macroscopic Si-MOS antidot array, *Physical Review B* **93**, 205407 (2016).
- A10.** L.A. Morgun, A.Yu. Kuntsevich, V.M. Pudalov; Novel energy scale in the interacting 2D electron system evidenced from transport and thermodynamic measurements, *Physical Review B* **93**, 235145 (2016).
- A11.** Л.Н. Овешников, В.А. Прудкогляд, Е.И. Нехаева, А.Ю. Кунцевич, Ю.Г. Селиванов, Е.Г. Чижевский, Б.А. Аронзон; Магнетотранспорт в тонких эпитаксиальных пленках  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ , *Письма в ЖЭТФ* **104**, 651–657 (2016).
- A12.** A.Yu. Kuntsevich, A.A. Gabdullin, V.A. Prudkogliad, Yu.G. Selivanov, E.G. Chizhevskii, V.M. Pudalov; Low-temperature Hall effect in bismuth chalcogenides thin films, *Physical Review B* **94**, 235401 (2016).
- A13.** V.M. Pudalov, L.A. Morgun, A.Y. Kuntsevich; Probing spontaneous spin magnetization and two-phase state in two-dimensional correlated electron system, *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism* **30**, 783–787 (2017).
- A14.** V.M. Pudalov, M. Gershenson, A.Yu. Kuntsevich, N. Tenenkov, M. Reznikov; On the origin of the temperature dependence of spin susceptibility in correlated 2D electron system, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **459**, 265–267 (2018).
- A15.** A.Yu. Kuntsevich, A.V. Shupletsov, G.M. Minkov; Simple mechanisms that impede the Berry phase identification from magneto-oscillations, *Physical Review B* **97**, 195431 (2018).
- A16.** V.M. Pudalov, A.Yu. Kuntsevich, M.E. Gershenson, I.S. Burmistrov, M. Reznikov; Probing spin susceptibility of a correlated two-dimensional electron system by transport and magnetization measurements, *Physical Review B* **98**, 155109 (2018).
- A17.** S.O. Volosheniuk, Yu.G. Selivanov, M.A. Bryzgalov, V.P. Martovitskii, A.Yu. Kuntsevich; Effect of Sr doping on structure, morphology, and transport properties of  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  epitaxial thin films, *Journal of Applied Physics*

125, 095103 (2019).

**A18.** A.Yu. Kuntsevich, G.M. Minkov, A.A. Sherstobitov, Y.V. Tupikov, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzky; Density of states measurements for heavy subband of holes in HgTe quantum wells, *Physical Review B* **101**, 085301 (2020).

**A19.** А.Ю. Кунцевич, Е.В. Тупи́ков, М. Резников, С.А. Дворецкий, Н.Н. Михайлов; Измерение магнитной восприимчивости носителей в квантовых ямах HgTe в перпендикулярном поле, *Письма в ЖЭТФ* **111**, 750–756 (2020).

## **Б. Патенты на изобретения**

**B1.** RU 2617149 C2 от 21.04.2017, Авторы Рыбальченко Г. В., Кунцевич А. Ю., Пудалов В.М., "Способ электрометрического измерения производной химического потенциала по температуре и устройство для его осуществления", заявка 06.04.2015

## **В. Тезисы докладов на конференциях:**

**B1.** A.Yu. Kuntsevich, M. Reznikov, N. Tenen, V.M. Pudalov, T. Klapwijk; Thermodynamic spin magnetization of a 2D electron system, XVIII Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников. 15.02–20.02.2010. Сборник трудов с.80.

**B2.** A.Yu. Kuntsevich, M. Reznikov, N. Tenen, V.M. Pudalov, T. Klapwijk; Thermodynamic magnetization of a strongly interacting two-dimensional system, 2nd EuroMagNET Summer School Science in High Magnetic Fields. Ameland, the Netherlands. 05.09–11.09.2010. Abstracts p.82.

**B3.** А.Ю. Кунцевич; Транспортные и термодинамические свойства двумерных многодолинных электронных систем в магнитном поле, XIII Школа молодых ученых "Актуальные проблемы физики". ФИАН, Москва. 14.11–19.11.2011. Сборник трудов, с. 25.

**B4.** M. Reznikov, N. Tenen, A.Yu. Kuntsevich, V.M. Pudalov; Indication of a ferromagnetic 2D droplet state, Advanced research workshop "Meso – 2012". Черноголовка. 17.06–23.06.2012. Abstracts p. 34. <http://meso12.itp.ac.ru/booklet.pdf>

**B5.** N. Tenen, A.Yu. Kuntsevich, V.M. Pudalov, M. Reznikov; Spindroplet state of an interacting 2D electron system, 20th international conferen-

се EP2DS/MSS. Wroclaw, Poland. 1.07–5.07.2013. Abstracts p. 429. [http://www.issp.ac.ru/ebooks/conf/EP2DS.20\\_posters.pdf](http://www.issp.ac.ru/ebooks/conf/EP2DS.20_posters.pdf)

**B6.** A.Yu. Kuntsevich, L.A. Morgun, V.M. Pudalov; Electron-electron interaction and magnetoresistance of 2DE system in the tilted field, 20th international conference EP2DS/MSS. Wroclaw, Poland. 1.07–5.07.2013. Abstracts p. 446. [http://www.issp.ac.ru/ebooks/conf/EP2DS.20\\_posters.pdf](http://www.issp.ac.ru/ebooks/conf/EP2DS.20_posters.pdf)

**B7.** А.Ю. Кунцевич; Экспериментальные исследования термодинамики двумерных электронных систем, XX Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников, Екатеринбург. 17–22.02.2014. Сборник трудов с. 92.

**B8.** A.Yu. Kuntsevich; Indirect thermodynamic magnetization measurements in two-dimensional systems, Moscow International Symposium on Magnetism MISM – 2014. МГУ, Москва. 29.06–03.07.2014. Book of abstracts p. 890.

**B9.** А.Ю. Кунцевич, Е.В. Тупиков, В.М. Пудалов, И.С. Бурмистров; Измерение энтропии в двумерной системе, XIX Международный симпозиум “Нанозифика и нанозлектроника”. Нижний Новгород. 11.03–14.03.2015. Сборник трудов т.2, с. 561–562. [http://nanosymp.ru/ru/file/37/9a6f9314/2015\\_v2.pdf](http://nanosymp.ru/ru/file/37/9a6f9314/2015_v2.pdf)

**B10.** A.Yu. Kuntsevich, Y.V. Tupikov, V.M. Pudalov, I.S. Burmistrov; Entropy measurements in 2D systems, 21st International conference on electronic properties of two-dimensional systems. Sendai, Japan. 26-31.07.2015. Abstracts, p.373.

**B11.** L.A. Morgun, A.Yu. Kuntsevich, V.M. Pudalov; Novel energy scale in the interacting 2D system close to metal-insulator transition, 21st International conference on electronic properties of two-dimensional systems. Sendai, Japan, 26.07-31.07.2015. Abstracts, p.513.

**B12.** А.Ю.Кунцевич, Е.В. Тупиков, С.А.Дворецкий, Н.Н. Михайлов; Термодинамическое измерение очень больших масс носителей в квантовых ямах HgTe, XXI Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников. Екатеринбург, 15.02-20.02.2016, Сборник трудов с. 112. [http://uiwsps.uran.ru/uiwsps2016/Abstract\\_book\\_UIWSPS-2016.pdf](http://uiwsps.uran.ru/uiwsps2016/Abstract_book_UIWSPS-2016.pdf)

**B13.** А.Ю. Кунцевич, Е.В. Тупиков, М. Резников, Н.Н. Михайлов, С.А. Дворецкий; Термодинамическое измерение очень больших и очень малых масс носителей в квантовых ямах HgTe, XX международный симпозиум “Нанозифика и нанозлектроника”. Нижний Новгород. 14–18.03.2016. Сборник трудов т.2, с. 644–645. [http://nanosymp.ru/ru/file/40/3c1444d1/2016\\_v2.pdf](http://nanosymp.ru/ru/file/40/3c1444d1/2016_v2.pdf)

**B14.** А.Ю. Кунцевич, А.А. Габдуллин, В.А. Прудкогяд, Ю.Г. Селиванов, Е.Г. Чижевский, В.М. Пудалов, Разрешение низкотемпературного парадокса в транспорте эпитаксиальных пленок топологических изоляторов, XIV Конференция “Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления”, г. Троицк, г.Москва, 3.06.2016. Сборник тезисов с.5. <http://www.hppi.troitsk.ru/meetings/Workshop/work16/thesis-2016.pdf>

**B15.** А.Ю. Kuntsevich, Y.V. Tupikov, M. Reznikov, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzkii; Thermodynamical measurements of Landau diamagnetic susceptibility and large effective masses in HgTe quantum wells, 33rd International Conference on the Physics of Semiconductors, Beijing, China, 31.07–5.08.2016, Abstracts, Part II, p. 46.

**B16.** А.Ю. Kuntsevich, A.V. Shupletsov, M.S. Nunuparov; Temperature dependent nonlinear Hall effect in macroscopic Si-MOS antidot array, 33rd International Conference on the Physics of Semiconductors. Beijing, China. 31.07–5.08.2016, Abstracts, Part II, p. 286.

**B17.** А.Ю. Кунцевич, Ю.Г. Селиванов; Эпитаксиальный рост и свойства пленок трехмерных топологических изоляторов  $\text{Bi}_2(\text{Te,Se})_3$ , XXI Международный симпозиум “Нанозифика и нанозлектроника”. Нижний Новгород. 13.03-16.03.2017. Сборник трудов т.2, с. 637. [http://nanosymp.ru/ru/file/38/8a46c586/2017\\_v2.pdf](http://nanosymp.ru/ru/file/38/8a46c586/2017_v2.pdf)

**B18.** А.Ю. Кунцевич, Ю.Г. Селиванов; Топологические материалы и тонкие плёнки на основе халькогенидов висмута, XIII Российская конференция по физике полупроводников. Екатеринбург. 02.10-06.10.2017. Сборник тезисов с. 438. [http://semicond2017.imp.uran.ru/sites/default/files/docs/Сборник\\_тезисов\\_РКФП-2017.pdf](http://semicond2017.imp.uran.ru/sites/default/files/docs/Сборник_тезисов_РКФП-2017.pdf)

**B19.** А.Ю. Кунцевич, Ю.Г. Селиванов, В.П. Мартовицкий; Топологический изолятор  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  - технология и свойства, XXI Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников. Екатеринбург. 19.02.2018-24.02.2018, Сборник трудов с. 240. [http://uiwspis.imp.uran.ru/sites/default/files/docs/Сборник\\_UIWSPS-2018.pdf](http://uiwspis.imp.uran.ru/sites/default/files/docs/Сборник_UIWSPS-2018.pdf)

**B20.** А.Ю. Kuntsevich, G.M. Minkov, A.V. Shupletsov; Why the phase of magnetooscillations is not equal to Berry phase, 34th International Conference on the Physics of Semiconductors. Montpellier, France. 29.07–03.08.2018. Abstracts p.103.



## Список литературы

- [1] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov, Electric field effect in atomically thin carbon films, *Science* **306**, 666-669 (2004).
- [2] M.Z. Hasan, C.L. Kane, Colloquium: Topological insulators, *Reviews of Modern Physics* **82**, 3045-3067 (2010).
- [3] T. Ando, A. Fowler, F. Stern, Electronic properties of two-dimensional systems, *Reviews of Modern Phys.* (1982).
- [4] А.В. Ларионов, В.Б. Тимофеев, П.А. Ни, С.В. Дубонос, И. Хвам, К. Соеренсен, Бозе-конденсация межъямных экситонов в двойных квантовых ямах, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 689 (2001).
- [5] M.A. Zudov, R.R. Du, J.A. Simmons, J.L. Reno, Shubnikov–de Haas-like oscillations in millimeterwave photoconductivity in a high-mobility two-dimensional electron gas, *Phys. Rev. B* **64**, 201311(R).
- [6] R.G. Mani, J.H. Smet, K. von Klitzing, V. Narayanamurti, W.B. Johnson, V. Umansky, Zero-resistance states induced by electromagnetic-wave excitation in GaAs/AlGaAs heterostructures, *Nature* **420**, 646-650 (2002).
- [7] C.L. Yang, J. Zhang, R.R. Du, J.A. Simmons, J.L. Reno, Zener tunneling between Landau orbits in a high-mobility two-dimensional electron gas, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 076801 (2002).
- [8] A. Tsukazaki, A. Ohtomo, T. Kita, Y. Ohno, H. Ohno, M. Kawasaki, Quantum Hall effect in polar oxide heterostructures, *Science* **315**, 1388-1391 (2007).
- [9] I. Knez, R. Du, G. Sullivan, Evidence for helical edge modes in inverted InAs/GaSb quantum wells, *Physical Review Letters* **107**, 136603 (2011).
- [10] M. König, S. Wiedmann, C. Brüne, A. Roth, H. Buhmann, L.W. Molenkamp, X.-L. Qi, S.-C. Zhang, Quantum Spin Hall Insulator State in HgTe Quantum Wells, *Science* **318**, 766-770 (2007).

- [11] A. Ohtomo, H.Y. Hwang, A high-mobility electron gas at the LaAlO<sub>3</sub>/SrTiO<sub>3</sub> heterointerface, *Nature* **427** 423–426 (2004).
- [12] K. Ueno, S. Nakamura, H. Shimotani, A. Ohtomo, N. Kimura, T. Nojima, H. Aoki, Y. Iwasa, M. Kawasaki, Electric-field-induced superconductivity in an insulator, *Nature Materials* **7**, 855 (2008).
- [13] Y. Cao, V. Fatemi, S. Fang, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Kaxiras, P. Jarillo-Herrero, Unconventional superconductivity in magic-angle graphene superlattices, *Nature* **556**, 43–50 (2018).
- [14] K.I. Bolotin, F. Ghahari, M.D. Shulman, H.L. Stormer, P. Kim, Observation of the fractional quantum Hall effect in graphene, *Nature* **462**, 196–199 (2009).
- [15] R. Ribeiro-Palau, C. Zhang, K. Watanabe, T. Taniguchi, J. Hone, C.R. Dean, Twistable electronics with dynamically rotatable heterostructures, *Science* **361**, 690-693 (2018).
- [16] D.A. Bandurin, I. Torre, R. Kumar, M. Ben Shalom, A. Tomadin, A. Principi, G. H. Auton, E. Khestanova, K.S. Novoselov, I.V. Grigorieva, L. Ponomarenko, A. Geim, M. Polini, Negative local resistance caused by viscous electron backflow in graphene, *Science* **351**, 1055 (2016).
- [17] G.M. Gusev, A.D. Levin, E.V. Levinson, A.K. Bakarov, Viscous transport and Hall viscosity in a two-dimensional electron system, *Physical Review B* **98**, 161303 (2018).
- [18] S. Manzeli, D. Ovchinnikov, D. Pasquier, O.V. Yazyev, A. Kis, 2D transition metal dichalcogenides. *Nature Reviews Materials* **2**, 1–15 (2017).
- [19] I.V. Kukushkin, J.H. Smet, V.W. Scarola, V. Umansky, K. von Klitzing, Dispersion of the excitations of fractional quantum Hall states, *Science* **324**, 1044-1047 (2009).
- [20] J. Jang, H.M. Yoo, L.N. Pfeiffer, K.W. West, K.W. Baldwin, R.C. Ashoori, Full momentum- and energy-resolved spectral function of a 2D electronic system, *Science* **358**, 901-906 (2017).

- [21] В.Т. Долгополов, Двумерная система сильно взаимодействующих электронов в кремниевых (100) структурах, Успехи Физических наук **189**, 673 (2019).
- [22] Y.Meir, Two-species percolation and scaling theory of the metal-insulator transition in two dimensions, Physical Review B **61** 16470-16476 (2000).
- [23] A. Punnoose, A.M. Finkelstein, Metal-insulator transition in disordered two-dimensional electron systems, Science **310**, 289 (2005).
- [24] A. Camjayi, K. Haule, V. Dobrosavljevic, G. Kotliar, Coulomb correlations and the Wigner-Mott transition, Nature Physics **4**, 932 (2008).
- [25] B. Spivak, Properties of the strongly correlated two-dimensional electron gas in Si MOSFET's, Physical Review B **64**, 085317 (2001).
- [26] A.A. Varlamov, A.V. Kavokin, Y.M. Galperin, Quantization of entropy in a quasi-two-dimensional electron gas, Physical Review B **93**, 155404 (2016).
- [27] D. Grassano, O. Pulci, V.O. Shubnyi, S.G. Sharapov, V.P. Gusynin, A.V. Kavokin, A.A. Varlamov, Detection of topological phase transitions through entropy measurements: The case of germanene, Physical Review B **97**, 205442 (2018).
- [28] S.-T. Lo, F.-H. Liu, C.-S. Hsu, C. Chuang, L.-I Huang, Y. Fukuyama, Y. Yang, R. E. Elmquist, C.-T. Liang, Localization and electron-electron interactions in few-layer epitaxial graphene, Nanotechnology **25**, 245201 (2014).
- [29] J. Yue, L.R. Thoutam, A. Prakash, T. Wang, B. Jalana, Unraveling the effect of electron-electron interaction on electronic transport in La-doped SrSnO<sub>3</sub> films, Applied Physics Letters **115**, 082102 (2019).
- [30] H.-Z. Lu, S.-Q. Shen, Finite-temperature conductivity and magnetoconductivity of topological insulators, Physical Review Letters **112**, 146601 (2014).
- [31] P.A. Lee, T.V. Ramakrishnan, Magnetoresistance of weakly disordered electrons, Physical Review B **26** , 4009 (1982).

- [32] G. Zala, B.N. Narozhny, I.L. Aleiner, Interaction corrections at intermediate temperatures: Magnetoresistance in a parallel field, *Physical Review B* **65**, 020201(R) (2001).
- [33] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, M.I. Katsnelson, I.V. Grigorieva, S.V. Dubonos, A.A. Firsov, Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene, *Nature* **438**, 197-200 (2005).
- [34] Y. Zhang, Y.-W. Tan, H.L. Stormer, P. Kim, Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in graphene, *Nature* **438**, 201-204 (2005).
- [35] R. Yoshimi, A. Tsukazaki, K. Kikutake, J. G. Checkelsky, K. S. Takahashi, M. Kawasaki, Y. Tokura, Dirac electron states formed at the heterointerface between a topological insulator and a conventional semiconductor, *Nature Materials* **13**, 253-257 (2014).
- [36] J. K. Wang, J. H. Campbell, D. C. Tsui, A. Y. Cho, Heat capacity of the two-dimensional electron gas in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As multiple-quantum-well structures, *Physical Review B* **38**, 6174-6184 (1988).
- [37] V.M. Pudalov, M.E. Gershenson, H. Kojima, N. Butch, E.M. Dizhur, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer, Low-density spin susceptibility and effective mass of mobile electrons in Si inversion layers, *Physical Review Letters* **88**, 196404 (2002).
- [38] K.I. Golden, G. Kalman, P. Wyns, Response function and plasmon dispersion for strongly coupled Coulomb liquids: Two-dimensional electron liquid, *Physical Review A* **41**, 6940-6948 (1990).
- [39] S.S. Krishtopenko, I. Yahniuk, D.B. But, V.I. Gavrilenko, W. Knap, F. Teppe, Pressure- and temperature-driven phase transitions in HgTe quantum wells, *Physical Review B* **94**, 245402 (2016).
- [40] I.B. Berkutov, V.V. Andrievskii, Y.F. Komnik, T. Hackbarth, D.R. Leadley, O.A. Mironov, On the Magnetoresistance Maximum Observed in the Intermediate Magnetic Field Region for the two-dimensional hole gas in a strained Si<sub>0.05</sub>Ge<sub>0.95</sub> quantum well, *Journal of Low Temperature Physics* **168**, 285-296 (2012).

- [41] Y.-T. Wang, T.-P. Woo, S.-T. Lo, G.-H. Kim, C.-T. Liang, Non-monotonic magnetoresistance in an AlGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub> high-electron-mobility transistor structure in the ballistic region, *Journal of the Korean Physical Society*, **64**, 1572-1576, (2014).
- [42] B. Jabakhanji, D. Kazazis, W. Desrat, A. Michon, M. Portail, B. Jouault, Magnetoresistance of disordered graphene: From low to high temperatures, *Physical Review B* **90**, 035423 (2014).
- [43] B.L. Altshuler, D. Khmel'nitzkii, A.I. Larkin, P.A. Lee, Magnetoresistance and Hall effect in a disordered two-dimensional electron gas, *Phys. Rev. B* **22**, 5142 (1980).
- [44] G.M. Minkov, O.E. Rut, A.V. Germanenko, A.A. Sherstobitov, V.I. Shashkin, O.I. Khrykin, V.M. Daniltsev, Quantum corrections to the conductivity in two-dimensional systems: Agreement between theory and experiment, *Physical Review B* **64**, 235327 (2001).
- [45] B. Narozhny, G. Zala, I. Aleiner, Interaction corrections at intermediate temperatures: Dephasing time, *Physical Review B* **65**, 180202 (2000).