

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ИМ. П.Н. ЛЕБЕДЕВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

КУНЦЕВИЧ АЛЕКСАНДР ЮРЬЕВИЧ

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ И
КИНЕТИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМАХ**

01.04.07 – Физика конденсированного состояния

диссертация на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Москва — 2020

Оглавление

Введение	6
1 Спиновый магнетизм в двумерных сильнодействующих системах	33
1.1 Введение и история вопроса	33
1.2 Наблюдение нелинейности намагниченности в малых полях	42
1.2.1 Измерения в слабых полях в широком диапазоне температур	47
1.2.2 Интегрирование $\partial M/\partial n$	52
1.2.3 Обсуждение	53
1.3 Приложения	55
1.3.1 Приложение I: К вопросу об измеряемой величине	55
1.3.2 Приложение II: Указание на ферромагнетизм	60
1.3.3 Приложение III: Транспортные указания на наличие спиновых капель	61
1.4 Выводы по данной главе	63
2 Низкотемпературные свойства Si-МОП структур с массивом антиоточек	65
2.1 Введение и образцы	65
2.2 Низкотемпературное магнитосопротивление и эффект Холла	70
2.3 Выводы по данной главе	76
3 Измерение электронной энтропии в двумерных системах	78
3.1 Мотивация	78
3.2 Метод	80

3.3	Магнитоосцилляции энтропии в перпендикулярном поле	87
3.3.1	Качественная картина явления	88
3.3.2	Теоретическое рассмотрение магнитоосцилляций $\partial S/\partial n$	91
3.3.3	Экспериментальные результаты	94
3.3.4	Режим квантового эффекта Холла и измерение концентрации	97
3.3.5	Извлечение количественной информации из магнитоосцилляций $\partial S/\partial n$	98
3.3.6	Чувствительность метода	100
3.4	Энтропия 2D-газа в Si-МОП структурах в нулевом перпендикулярном поле	101
3.4.1	Режим сильно-коррелированной плазмы	101
3.4.2	Энтропия двумерной системы в присутствии зеемановского поля	106
3.4.3	Проверка третьего начала термодинамики	107
3.4.4	Роль беспорядка	109
3.4.5	Обсуждение	110
3.5	Приложения	111
3.5.1	Масштабирование массы эффективным параметром взаимодействия \tilde{r}_s	111
3.5.2	Обсуждение возможной неоднородности в образце.	112
3.5.3	Термодинамика двумерной системы при $B_{\perp} = 0$	116
3.5.4	Сопоставление транспортных и термодинамических данных	119
3.6	Выводы по данной главе	121
4	Измерение плотности состояний в тяжёлой подзоне дырок в квантовых ямах теллурида ртути	122
4.1	Введение и образцы	122
4.2	Спектр носителей в КЯ HgTe: текущее понимание	126
4.3	Энтропийное детектирование тяжёлой подзоны дырок	127
4.4	Детектирование тяжёлых дырок по магнитоосцилляциям лёгких	132
4.5	Обсуждение результатов	136
4.6	Приложения	138

4.6.1	Приложение I	138
4.6.2	Приложение II	140
4.6.3	Приложение III	141
4.7	Выводы по данной главе	143
5	Наблюдение электронного магнетизма в малых магнитных полях в квантовых ямах теллурида ртути	144
5.1	Введение	144
5.2	Экспериментальная часть и обсуждение	147
5.3	Выводы по данной главе	154
6	Квантовые поправки к проводимости в двумерных системах и тонких плёнках	155
6.1	Магнитосопротивление различных двумерных систем в режиме $k_B T \tau / \hbar > 1$.	156
6.1.1	Детали и результаты эксперимента	156
6.1.2	О природе наблюдаемого магнитосопротивления	159
6.1.3	Промежуточный вывод	162
6.2	Двумерная система в кремнии в наклонном поле	164
6.2.1	Введение	164
6.2.2	Детали эксперимента	167
6.2.3	Теоретическая справка	169
6.2.4	Полученные результаты	173
6.2.5	Обсуждение результатов	185
6.2.6	Приложение А: Тест на применимость асимптотики в сильных полях .	188
6.2.7	Приложение В: нелинейность сопротивления Холла в малых полях . .	189
6.3	Квантовые поправки в эффекте Холла в плёнках халькогенидов висмута . . .	192
6.3.1	Образцы	195
6.3.2	Результаты	200

6.3.3	Обсуждение результатов	203
6.4	Выводы по данной главе	204
7	Влияние термодинамических условий на фазу квантовых осцилляций	207
7.1	Введение	207
7.2	Качественное рассмотрение двумерных систем	209
7.3	Рассмотрение трёхмерных топологических изоляторов	212
7.3.1	Различия между топологическими изоляторами и двумерными системами	212
7.3.2	Фактор химического потенциала в тонкой плёнке	214
7.3.3	Фактор химпотенциала в объёмном топологическом изоляторе	217
7.4	Влияние возможной неоднородности образца на фазу магнитоосцилляций	219
7.5	Обсуждение результатов.	222
7.6	Выводы по данной главе	224
	Благодарности	225
	Заключение	226
	Список сокращений	230
	Список литературы	231

Введение

Двумерные (2D) системы изучаются около 50 лет, в основном в гетероструктурах и на интерфейсах полупроводников, но за последние 15-20 лет это направление получило взрывное развитие благодаря двум открытиям: (i) открытию графена [Новосёлов2004] и возможности получать атомно-тонкие слоистые материалы (Гейм и Новосёлов, Нобелевская премия 2010) и (ii) открытию широкого класса т.н. топологических материалов на основе узкозонных полупроводников, полуметаллов, а также квантово-размерных структур на их основе (см. обзор [Хасан2010]). Параллельно продолжалась научно-техническая революция, которая привела к тому, что физика твёрдого тела за последние 20 лет выросла примерно на порядок по количеству научного продукта, и мощности методов исследования. Также возросло количество научных групп: если в 70-е-90-е годы прошлого века двумерные системы, в основном, исследовались в гетероструктурах и квантовых ямах [Андо1982] из широкозонных полупроводников (Si, Ge и GaAs), которые изготавливались либо полупроводниковой промышленностью, либо считанными научными центрами, то за 2000-е – 2010-е физика двумерных систем стала гораздо более широкой областью.

Можно перечислить неполный список “прорывов”, произошедших в данной области начиная с 2000 года: открытие Бозе-конденсации экситонов в двойных квантовых ямах GaAs [Ларионов2001, Бутов2002], неравновесных явлений в магнитных полях, таких как вызванные микроволновым излучением магнитоосцилляции [Зудов2001] и состояние с нулевым сопротивлением [Мани2002], магнитоосцилляции, вызванные холловским полем [Янг2002]; развитие эпитаксии новых двумерных систем с подвижностью больше или порядка 10^6 cm^2/Vs - оксидов (MgZnO) [Цуказаки2007], InAs/GaSb [Кнез2011], квантовых ям системы

CdHgTe[Кёниг2007]; открытие двумерного слоя на интерфейсе $\text{LaAlO}_3/\text{SrTiO}_3$ [Охтомо2004]; управление концентрацией на интерфейсе при помощи жидкого электролита, позволяющее поднять концентрации до рекордных значений 10^{15} см^{-2} [Уено2008]; открытие “двумерной сверхпроводимости” в разных системах[Уено2008,Као2018]; открытие возможности механического создания подвешенных и Ван-дер Ваальсовых гетероструктур из слоистых материалов, позволившее, в частности, достичь подвижности $10^6 \text{ см}^2/\text{Вс}$ в графене и реализовать в нем режим дробного квантового эффекта Холла[Болотин2009], а также появление “тви-электроники”, то есть управления свойствами электронной системы в Ван-дер Ваальсовых гетероструктурах за счет взаимного поворота атомно-тонких слоёв [Као2018, Рибейро2018]. Недавно был открыт режим двумерного гидродинамического течения электронов, сначала в графене [Бандурин2016], потом и в других системах [Гусев2018]. Стоит также отметить семейство дихалькогенидов переходных металлов, для которых только монослои являются прямозонными, то есть оптически активными, и к тому же демонстрируют экситонные состояния при комнатной температуре, что открывает возможность создания атомно-тонкой оптоэлектроники [Манцели2017]. Отдельно следует упомянуть трёхмерные топологические изоляторы, для которых при любой энергии существует приповерхностный слой двумерных защищенных от рассеяния и невырожденных по спину состояний. Каждое из вышеперечисленных направлений представляет собой новое физическое явление, а также открывает возможность создания потенциально новых приборов.

Рассмотрим подробнее логику развития данной области знания в рамках подхода физики полупроводников. Можно сказать что в электронной системе есть (i) спектр электронных состояний без учета взаимодействий, есть (ii) эффекты межэлектронных взаимодействий, которые приводят к перенормировкам свойств, коллективным явлениям типа Бозе-конденсации, вигнеровской кристаллизации, сверхпроводимости, перехода металл-изолятор и т.д. и есть (iii) беспорядок, степень которого для разных явлений часто разделяет чистый и грязный пределы.

Из этих трёх компонент (спектр, взаимодействия и беспорядок) определяющим явля-

ется **спектр**, так как сила взаимодействия и влияние беспорядка зависят от него. Например, в системах с параболическим спектром, таких как двумерный газ электронов в Si-MOП структурах и GaAs квантовых ямах, усиление межэлектронных взаимодействий с понижением концентрации приводит к возрастанию эффективной массы электронов [Пудалов2002, Жу2003, Шашкин2003], а в графене с дираковским спектром понижение концентрации приводит, наоборот, к уменьшению эффективной массы [Элиас2011].

Под спектром (законом дисперсии) понимают зависимость энергии электронного состояния от импульса и дискретных индексов: спина, изоспина, подзоны. В классических широкозонных объёмных полупроводниках структуры алмаза (алмаз, кремний, германий) и цинковой обманки (AIII₃BV, AIII₂BVI) спектр параболический [Андо1982]. Если носители расположены вблизи точки высокой симметрии в зоне Бриллюэна, то вырожденная зона (валентная) расщепляется спин-орбитальным взаимодействием на несколько ветвей. В широкозонных материалах создание двумерных систем (гетеропереходов или квантовых ям) обычно слабо меняет спектр относительно объёмного, просто приводя к его квантованию в направлении, перпендикулярном яме. Например, для GaAs/AlGaAs системы существуют небольшие эффекты, такие как изменение g -фактора в квантовых ямах [Хубнер2011] спин-орбитальным взаимодействием, или перестройка спектра в двухъямных системах магнитным полем [Горбацевич1993]. В 1990х годах прогресс в физике 2D систем в основном происходил за счёт улучшения качества и многообразия структур на основе GaAs. Другие материальные системы не могли составить конкуренцию, так как их эпитаксиальная технология ещё не была отлажена.

Начиная с 2000-х годов центр тяжести физики 2D систем стал уходить от GaAs, и появились различные способы варьирования спектра:

1. Использование узкозонных полупроводников, то есть таких, в которых несколько зон находятся близко по энергии. При этом даже небольшие изменения толщины ямы или напряжения в структуре меняют положения термов, а значит, согласно $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})$ -теории, и спектр таких систем. Наиболее технологически разработанной и теоретически понятой

на сегодняшний день системой является $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ (см. подробнее во введении к гл. 4), но и в других узкозонных системах, например Bi_2Se_3 , при изменении толщины плёнки также наблюдается изменение спектра [Жанг2010].

Благодаря некоторым особенностям в спектре, в том числе спин-орбитальному взаимодействию, на сегодняшний день выделяются различные классы топологических материалов, то есть таких, закон дисперсии которых содержит определённого рода произведения компонент импульса и спина (изоспина). Такая связь приводит к появлению т.н. топологических инвариантов (числа Черна, фазы Берри, Z_2 -инварианта и т.д.), выражаемых некоторыми целыми числами и не меняющихся при небольших изменениях спектра, взаимодействий или беспорядка. Наличие таких инвариантов позволяет проводить классификации материальных систем, но далеко не всегда отражается однозначно в физических свойствах (чему, в частности, посвящена глава 7). В данной экспериментальной диссертации, обсуждение вопросов о топологии спектра сведено к минимуму.

2. Использование сложных гетероструктур, например $\text{AlSb}/\text{InAs}/\text{GaSb}/\text{AlSb}$ [Кнез2011].

В таких системах все составляющие полупроводники широкозонные, но при сшивке волновых функций на интерфейсе образуются близлежащие термы, взаимное положение которых сильно зависит от толщин ям и напряжений, что и даёт возможность управления законом дисперсии. На сегодняшний день предложено уже большое количество сочетаний материалов, которые позволяют осуществлять инжиниринг спектра подобным образом, например CdO/EuO [Жанг2014], GaN/InN [Мяо2012], $\text{InAs}/\text{GaInSb}$ [Ду2017] и т.д.

3. Отщепление тонких слоёв, начавшееся с нобелевской работы Гейма и Новосёлова [Новосёлов2004]. Полученный ими при помощи расслоения скотчем из кристалла природного графита монослой графена обладает дираковским линейным спектром. Этот спектр легко получить аналитически в методе сильной связи. Кажущаяся простота спектра и

способ получения монослоёв привлекли в данную область как многих теоретиков, так и многих экспериментаторов. Конечно, спектр двух- и трёхслойного графена оказался уже более сложным. Вскоре подобным способом были получены другие материалы атомной толщины, например дихалькогениды переходных металлов (MoS_2 , WSe_2), у которых прямозонным был только монослой (см. обзор [Манцели2017]). Были получены атомно-тонкие полупроводники (чёрный фосфор [Лиу2014], InSe [Бандурин2016-2]), магнитные материалы (наиболее яркий представитель CrI_3 [Хуанг2017]), сверхпроводники, как NbSe_2 [Ксай2015]. Было осознано, что можно создавать гетероструктуры данных материалов, механически совмещая кусочки различных атомно-тонких кристаллов[Гейм2013]. Наиболее привлекательной особенностью двумерных кристаллов и гетероструктур из них является то, что можно с малыми затратами получить такие комбинации, которые невозможно вырастить в процессе молекулярно-лучевой эпитаксии. И всё же, для многих из этих материалов планарная ростовая технология [Суттер2008, Жоу2013, Ли2015, Ли2019] тоже стала развиваться после того, как их монослои были получены расщеплением, исследованы и появились перспективы приборных применений [Спландиани2010, Хуанг2017].

4. Создание Ван-дер Ваальсовых гетероструктур слоистых материалов открыло новую, ранее недоступную возможность вариации спектра системы путём взаимного вращения слоёв. Если взять два двумерных кристалла одинаковой симметрии и положить их друг на друга, разориентировав на небольшой угол, то возникнет муаровская квазипериодическая структура. Эта структура будет порождать появление минизон в спектре, то есть искажение закона дисперсии. Если получившаяся составная двумерная система достаточно упорядоченна, и длина свободного пробега много больше периода модуляции, то можно наблюдать, например, признаки фрактальной структуры уровней Ландау в магнитном поле, т.н. бабочку Хофштадтера [Пономаренко2013, Хант2013] в графене. В бислоях дихалькогенидов переходных металлов ($\text{WSe}_2/\text{MoSe}_2$) взаимное закручивание слоёв модифицирует спектр экситонов [Тран2019], но настоящим триумфом данного

способа модификации спектра стало наблюдение сверхпроводимости в бислое графена [Као2018], закрученном на заранее известный [Бистрицер2011] “магический” угол, примерно 1.1° . При таком угле зона с очень большой плотностью состояний возникает вблизи точки Дирака. Существуют и другие необычные углы, например сверхмалые, порядка 0.1° [Ксу2019], при которых бислой графена разбивается на шестиугольные домены размера порядка десятков нанометров, по границам которых при определённых условиях возникают проводящие каналы, или угол 30° , при котором система представляет собой квазикристалл [Пецини2020]. Таким образом, данный способ модификации спектра только начинает своё распространение.

5. Работа с системами, расположенными на поверхностях. Довольно давно было известно о поверхностных состояниях, которые, безусловно, являются двумерным объектом и могут обладать довольно хорошей проводимостью, например в теллуре [Березовец1984] или InAs [Цуи1973]. Исследования поверхностных состояний должно производиться на свежесколотой поверхности в сверхвысоком вакууме. Соответствующие методики (в основном сканирующая туннельная микроскопия и фотоэмиссия электронов с угловым разрешением (ARPES), совмещённые с зондовыми станциями для транспортных измерений) стали массово появляться в руках исследователей примерно с 2000х годов. Начиная с 2009 года [Ксиа2009] активно исследуются трёхмерные топологические изоляторы, обладающие на поверхности двумерной системой с дираковской дисперсией. Поверхностные методики позволяют *in situ* проводить отжиг или нанесение сторонних атомов, что даёт ещё больше возможностей изменения спектра [Дедьков2001], или получать двумерные кристаллы, которые не существуют при нормальных условиях, например аналог графена силицен [Ауфрай2010]. Таким образом, открывается богатая область физики поверхности, исследования которой, однако же, довольно дороги и пока не могут привести к созданию приборов, что несколько ограничивает интерес научного сообщества.
6. Как простой, традиционный, но неисчерпаемый вариант изменения спектра системы

надо отметить введение магнитного поля. Магнитное поле может взаимодействовать со спином, вызывая расщепление Зеемана. В частности, если электронов в системе достаточно мало, можно её полностью поляризовать по спину, лишив одной из степеней свободы. Параллельная плоскости двумерной системы компонента магнитного поля также может действовать и на орбитальную степень свободы [Жоу2010], если квантовая яма широкая. Перпендикулярная компонента поля вызывает квантование Ландау. В чистых системах в больших магнитных полях можно получить на нижних уровнях Ландау очень большую плотность состояний, а как результат - усиление межэлектронных взаимодействий, что, в свою очередь, приводит к различным состояниям дробного квантового эффекта Холла, которые будут упомянуты ниже.

Эффекты взаимодействия, - это то, что притягивает всех физиков, потому что, с одной стороны, именно они позволяют получить что-то принципиально новое. С другой стороны, они сложны в понимании и описании. Само понятие “взаимодействие” может быть очень широко трактовано. Если под ним понимать электрон-электронное (кулоновское) взаимодействие внутри одной системы, то при низких температурах оно превращает Ферми-газ зонных носителей в Ферми-жидкость, приводя к перенормировке спектра квазичастиц вблизи энергии Ферми. Беспорядок в системе влияет на эти перенормировки, а также является определяющим в таком явлении как переход металл-изолятор. (данное явление подробно разбирается во введении к главе 1.)

При высоких температурах, если система содержит мало примесей и дефектов, возможен так называемый гидродинамический режим протекания тока [Бандурин2016]: электрон-электронные взаимодействия приводят к тому, что импульс электронной системы скорее будет передаваться соседним областям, чем релаксировать на примесях, подобно тому, как происходит при течении жидкости.

Ещё одной возможностью, реализованной в данной диссертации (глава 3) является режим невырожденной сильно-коррелированной плазмы, когда энергия Ферми меньше температуры или сопоставима с ней, но при этом энергия межэлектронного взаимодействия велика

[Новиков2009, Кунцевич2015].

В разупорядоченных системах при низких температурах в режиме изолятора межэлектронные взаимодействия открывают кулоновскую щель на уровне Ферми и модифицируют прыжковую проводимость [Шкловский1979]. В режиме диффузионного или баллистического транспорта межэлектронные взаимодействия при низких температурах также подавляют плотность состояний на уровне Ферми и приводят к квантовым поправкам в проводимости [Альтшулер1985] (исследованию которых посвящена глава 6 диссертации).

Если приложить большое магнитное поле перпендикулярно плоскости двумерной системы с малой степенью беспорядка (экспериментально на сегодняшний день реализованной в GaAs, AlAs, графене, ZnO, германии), то можно получить ряд коррелированных фаз в режимах целочисленного и дробного квантовых эффектов Холла: квантовый эффект Холла для композитных фермионов при факторах заполнения $\nu = 2/9, 1/3, 2/3$ [Штермер2002], многочисленные нематические фазы (см. наиболее недавнюю работу [Фу2020] и ссылки в ней), пузырьковые фазы при заполнении большого количества уровней Ландау [Ро2019], фазы вигнеровского кристалла вблизи $\nu = 1/5$ [Голдман1990], а также при меньших факторах заполнения в наклонном поле [Лиу2016], скирмионные фазы вблизи $\nu = 1$ [Баррет1995], коррелированные состояния в двухслойных системах, см. обзор [Айзенштайн2004], в том числе недавно обнаруженные в графене [Ли2017-2]. Все эти фазы связаны с перестройкой взаимодействием основного состояния системы.

Помимо электрон-электронного кулоновского взаимодействия существует ещё взаимодействие через обмен фононами, которое может привести к сверхпроводимости. Для получения сверхпроводимости, согласно теории Бардина-Купера-Шриффера, нужна большая плотность состояний на уровне Ферми, а в классических полупроводниковых двумерных системах она мала. Первые наблюдения двумерной сверхпроводимости [Уено2008] были реализованы в титанате стронция, на поверхности которого путем создания двойного слоя в электролите была создана рекордно большая на тот момент концентрация носителей, несколько единиц 10^{14} см^{-2} . Позже подобный результат был получен на интерфейсе $\text{SrTiO}_3/\text{LaAlO}_3$ [Гариг-

лио2009]. Критическая температура была небольшой (~ 0.3 К), а сами системы нельзя было назвать чисто двумерными: фактически в них заполнялось много подзон размерного квантования, что увеличивало плотность состояний на уровне Ферми. Помимо данных работ существуют многочисленные успешные реализации сверхпроводимости в утонённых объектах, например плёнках металлов толщиной ~ 1 нм [Батурина2007, Куин2009, Жанг2010-2], NbSe₂ [Ксай2015], но, пожалуй, самым известным примером является сверхпроводимость в монослое FeSe на поверхности SrTiO₃ с $T_c \approx 100$ К [Ванг2012], при том что объёмный материал имеет температуру перехода порядка 9 К. Детальные обзоры исследований по данной теме сделаны в работах [Ушихаши2017, Саито2017]. Следует, однако, заметить, что во всех этих случаях сверхпроводимость реализовывалась при концентрациях носителей на единицу площади порядка 10^{14} см⁻², что не достижимо в обычных двумерных системах и не может управляться *in-situ* при помощи напряжения на затворном электроде из-за небольшого напряжения пробоя стандартных диэлектриков.

Для создания управляемой затворным напряжением сверхпроводимости возможным решением является её наведение в двумерной системе посредством эффекта близости от трёхмерного сверхпроводника, реализованное, например, в графене в работе [Хан2014]. Управляя при помощи затворного напряжения проводимостью в графене, можно менять длину когерентности, включая/выключая возможность протекания сверхтока по образцу. Бесщелевой характер спектра в графене позволяет избежать образования диодов Шоттки на контактах, что, в частности, позволило навести сверхпроводимость за счёт эффекта близости в краевой канал квантового эффекта Холла [Ли2017]. Сейчас также активно ведутся аналогичные эксперименты по наведению сверхпроводимости на поверхности 3D топологических изоляторов Bi₂Te₃/FeTe[Хе2014], PbSnTe/Pb[Янг2019], BiSb/Pt[Ку2018] в основном с целью реализации состояний фермиона Майораны.

Революцию в области двумерной сверхпроводимости произвело открытие сверхпроводимости с $T_c \sim 2$ К при концентрации носителей порядка 10^{11} см⁻² в бислое графена, с монослоями, разориентированными на “магический” угол [Као2018]. Данная сверхпроводимость

необычна сама по себе, её исследования только начинаются, но уже понятно, что явление не ограничивается графеном: сверхпроводимость в большом диапазоне углов разориентации и с критической температурой ~ 3 К недавно наблюдалась в бислое WSe_2 [Ванг2019]. Недавно была открыта сверхпроводимость монослоя WTe_2 при довольно малых концентрациях электронов $\sim 10^{12} \text{ см}^{-2}$ [Фатеми2018]. Примечательно, что данный материал является ещё и двумерным топологическим изолятором. Таким образом, можно считать, наблюдается рождение тематики 2D сверхпроводимости в слоистых материалах атомной толщины.

Под “взаимодействием” также понимают взаимодействие электронной системы с какой-нибудь другой. Например, если на некотором расстоянии от квантовой ямы расположить вторую, а по первой пропускать ток, то в результате т.н. кулоновского увлечения на второй будет падать напряжение [Грамила1991]. Другими яркими примерами являются Бозе-конденсация экситонов в режиме квантующих магнитных полей (обзор [Айзенштайн2004]) и перевод двухъямной системы в графене в состояние изолятора [Пономаренко2011].

Можно организовать взаимодействие электронной подсистемы и магнитной, если в системе есть магнитные атомы. Даже в объёмных материалах магнетизм сам по себе сложен, см. например обзор [Юнгвирт2004], посвященный наиболее исследуемой полупроводниковой магнитной системе AIII BV с Mn. В двумерных системах на основе AIII BV с магнитными примесями существуют красивые работы, например показывающие связь между локализацией носителей и магнетизмом [Савицки2011], или демонстрирующие электрическое управление магнетизмом тонкой плёнки через поле анизотропии [Оно2000, Чибя2008]. Другой модельной системой является квантовая яма с локальным легированием магнитной примесью [Назмул2005], в которой можно управлять обменным взаимодействием через электронную систему. В любом случае, классические полупроводники, несущие двумерный газ, являются немагнитными, а источник магнетизма, т.е. примесь, добавляется в них дополнительно.

Ситуация резко изменилась за последние годы с открытием двумерных кристаллов и Вандер Ваальсовых гетероструктур из них. Были обнаружены ферромагнетики толщиной один монослой, например CrI_3 [Хуанг2017] и $\text{Cr}_2\text{Ge}_2\text{Te}_6$ [Гонг2017], а также антиферромагнетики,

например FePS_3 [Ванг2016-2]. Данный магнетизм легко управлялся электрическим полем [Джианг2018]. Сейчас область двумерных магнетиков стремительно развивается, в том числе создаются методы эпитаксии таких систем [Ли2019], что делает их масштабируемыми и откроет путь к приборному применению.

Взаимодействия двумерной системы с какой-либо другой могут быть также организованы в неравновесных условиях. Например, можно возбуждать экситоны в квантовой яме, которая помещена в оптический резонатор. Взаимодействие экситона с полем приводит к образованию экситон-поляритонов и их дальнейшей конденсации [Денг2002]. Данная тема слишком обширна и далеко отстоит от тематики данной диссертации.

Таким образом, взаимодействие, если его понимать в широком смысле, сильно расширяет границы физики двумерных систем.

Наконец, **беспорядок**, то есть отклонение от регулярной кристаллической структуры материала - это комплексное понятие, описывающее неоднородности в системе, и зачастую не отделимое от эффектов взаимодействия. Беспорядок, как правило, имеет энергетический и пространственный масштаб. Экстремальная малость беспорядка существенна для того чтобы, например, в режиме дробного квантового эффекта Холла могли наблюдаться различные коррелированные фазы, а также для того, чтобы в электронной системе могли существовать медленные долгоживущие возбуждения - плазмоны (см., например, [Муравьев2015] и ссылки там). Существуют также явления, которые, наоборот, практически нечувствительны к беспорядку, например обычная сверхпроводимость (т.н. теорема Андерсона) или сопротивление монослоя графена в точке зарядовой нейтральности.

В проводящей системе беспорядок определяет время свободного пробега τ , а следовательно, проводимость согласно формуле Друде $\sigma = ne^2\tau/m$, где n - концентрация, m - масса носителей. Обратное время свободного пробега должно быть меньше энергии электрона (или длина свободного пробега больше обратного волнового числа), иначе система будет представлять из себя андерсоновский изолятор, т.к. импульс не будет являться квантовым числом. В изоляторе Андерсона [Андерсон1958] при нулевой температуре проводимость равна нулю.

При конечной температуре проводимость сильно разупорядоченных систем осуществляется либо за счёт активации, либо прыжковым образом, для чего, как правило, требуется участие фононов. В полупроводниковых системах андерсоновская локализация в чистом виде не реализуется, т.к. всегда существенны межэлектронные взаимодействия. Эти взаимодействия приводят к открытию кулоновской щели на уровне Ферми, а в некоторых случаях - возникновению физики перехода Мотта. Для обзора по данной теме см. учебники [Шкловский1979] и [Гантмахер2013].

Если обратное время свободного пробега меньше энергии электрона, что соответствует удельному сопротивлению меньше или порядка 20 кОм, то импульс является хорошим квантовым числом, и двумерную систему можно рассматривать как металл. При низких температурах, даже без учета межэлектронного взаимодействия, в такой системе из-за явления слабой локализации возникнет добавка к проводимости, пропорциональная $\ln T$, которая должна любую двумерную систему привести в состояние изолятора при понижении температуры. Данное представление нашло своё отражение в скейлинговой теории локализации [Абрахамс1979]. С экспериментальной точки зрения переход от слабой к сильной локализации в двумерной системе наиболее последовательно исследовался в работе [Миньков2002].

Особняком стоят явления металлической проводимости и перехода металл-изолятор, впервые наблюдавшиеся в Si-MOП структурах [Кравченко1994] и проявляющиеся в том, что при определённых, достаточно малых концентрациях и низких температурах (< 10 К) возникает температурная зависимость сопротивления металлического знака ($dp/dT > 0$), которая усиливается и смещается в низкотемпературную область по мере понижения концентрации. Само сопротивление также растёт с понижением концентрации и существует т.н. критическая концентрация n_c , ниже которой знак производной сопротивления по температуре становится диэлектрическим. Данное явление демонстрирует признаки квантового фазового перехода, что прямо противоречит скейлинговой гипотезе [Абрахамс1979]. Сейчас общепринято, что данный переход обусловлен взаимодействием, но и беспорядок тоже является существенным: в гораздо более упорядоченных системах, чем Si-MOП структуры подобный переход

происходит при более низких температурах [Симмонс1998, Пападакис1998, Мельников2019]. Обзор данного явления дан во введении к главе 1.

Иногда существенен пространственный масштаб беспорядка, например плавный дальностью действующий беспорядок слабо влияет на проводимость, но может при этом сильно подавлять квантовые осцилляции.

Частным случаем разупорядоченной системы можно считать неоднородную, в которой присутствуют включения вещества с резко отличными свойствами. Наиболее удобна для изготовления и дальнейшего понимания, конечно, периодическая модуляция свойств, например, массивы антиоточек [Вейс1992], фигур сложной формы [Сассине2008], разбиения на сужения [Ткаченко2017], или даже нанесение инородного материала [Хан2014]. Подобные системы, являются, по сути, двумерными метаматериалами. Такого рода материалу посвящена глава 2 данной диссертации.

Обзор вышеперечисленных эффектов, связанных со **спектром, взаимодействием и беспорядком** в двумерных системах не претендует на полноту охвата всех явлений, а просто иллюстрирует то обстоятельство, что двумерные электронные системы представляют собой сложные объекты с практически неисчерпаемым набором интересных физических свойств и быстро увеличивающимся пространством управляющих параметров. Различные экспериментальные методики могут претендовать на получение лишь частичной информации о двумерной системе. Например, стандартные транспортные методы исследования (проводимость, эффект Холла, термо-ЭДС) , как правило, либо дают возможность сделать качественные выводы, либо опираются на теоретические микроскопические модели. Существуют мощные экспериментальные методы исследования поверхностных свойств, такие как спектроскопия фотоэмиссии с угловым разрешением (ARPES) и сканирующая туннельная микроскопия/спектроскопия, но для их применения 2D система должна быть расположена на поверхности и исследоваться в сверхвысоком вакууме. Это резко уменьшает возможности создания прототипов приборов и управления свойствами. Есть еще несколько методик, таких как одновременное поглощение фотона и фонона [Кукушкин2009], или туннельная спектро-

скопия [Жанг2017], неупругое рассеяние света [Пинчук1989], также крайне чувствительных к качеству образцов, а потому - не универсальных и реализованных пока только в структурах на основе GaAs высочайшего качества. Следует отдельно сделать замечание про казалось бы простые в реализации туннельные эксперименты, которые проводятся уже около 50 лет, см. например [Цуи1973]. Если интерфейс и диэлектрик не высочайшего качества, то в такого рода экспериментах будет в существенной мере осуществляться спектроскопия примесных и интерфейсных состояний, а о вкладе двумерного газа можно догадаться, только приложив квантующее магнитное поле. Методики неравновесного типа, например циклотронный резонанс, теряют существенную часть информации об электронных корреляциях по теореме Кона.

Ограниченность возможностей существующих методик определяет **актуальность** создания новых методик исследования спектра, взаимодействия и беспорядка в двумерных проводящих системах, чему и посвящена данная диссертация.

Целью работы являлось выявление новых эффектов в транспортных и термодинамических свойствах двумерных систем и создание методов исследования низкоэнергетических (т.е. равновесных) явлений, применимых к различным материальным системам.

Для достижения этой цели решались следующие **задачи**:

1. Методом модуляции химического потенциала исследовалась термодинамическая намагниченность двумерной системы в кремнии в параллельном плоскости системы магнитном поле.
2. По аналогии с методикой измерения намагниченности разрабатывалась методика измерения энтропии двумерных систем. При помощи данной методики исследовались классические двумерные электронные системы в Si и GaAs.
3. Модуляционные методики применялись для исследования энтропии и магнетизма в новой двумерной системе на основе квантовых ям HgTe.
4. Анализировалась термодинамика электронной системы в кристаллах и плёнках трёх-

мерных топологических изоляторов в квантующих магнитных полях.

5. Экспериментально исследовалась поправка к проводимости от электрон-электронного взаимодействия, ответственная за добавку в эффект Холла в двумерной системе Si и пленках топологических изоляторов.
6. Экспериментально исследовались магнитотранспортные свойства макроскопически модулированной двумерной системы с управляемой глубиной модуляции потенциала.

Научная новизна работы Данные задачи являются новыми по постановке. В результате работы оказывалось, что одна задача влекла за собой решение другой, а результаты их решения были взаимосвязаны. В частности:

1. Задача исследования спиновой намагниченности в пределе малых полей ранее не ставилась, так как считалось, что система представляет собой Ферми-жидкость и должна иметь только одно характерное поле - поле полной спиновой поляризации. Данное исследование показало, что это представление ошибочно и позволило впервые обнаружить суперпарамагнитное состояние в двумерной системе.
2. Модулированная двумерная система с управляемой глубиной макропотенциала со столь большим периодом модуляции (5 мкм) исследуется впервые, что позволило впервые наблюдать добавку к эффекту Холла в широком диапазоне полей.
3. Идея измерения энтропии через соотношение Максвелла была реализована впервые. Лишь впоследствии другие группы начали проводить измерения по схожей схеме.
4. Методы измерения термодинамической намагниченности впервые применены к квантовым ямам HgTe, в результате чего впервые обнаружен парамагнетизм данной системы.
5. Исследования поправки к проводимости за счёт электрон-электронного взаимодействия, дающей добавку в эффект Холла, впервые выполнены для двумерных электронных систем на основе Si. Применение данной методологии к тонким плёнкам трёхмерных топологических изоляторов также осуществлено впервые.

6. Роль термодинамических факторов для фазы квантовых осцилляций отмечена и исследована впервые.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Результаты проведённых исследований послужили проверке ряда теоретических моделей, предложенных для объяснения перехода металл-изолятор в двумерных системах и связанных с ним явлений. Детектирование спин-капельного состояния, описанное в данной диссертации, а также дальнейшие работы по исследованию магнитосопротивления и энтропии в этой системе накладывают существенные ограничения на возможные механизмы явления перехода металл-изолятор. В частности, переход не может быть объяснен в рамках двухпараметрического скейлингового подхода, а энтропийные данные, полученные в работе, исключают переход Вигнера-Мотта.

Предложенный метод измерения энтропии позволил впервые количественно исследовать межэлектронные взаимодействия в невырожденной, но сильно взаимодействующей двумерной системе, а также породил дискуссию о возможности измерения этой величины в других материальных системах. Исследования энтропии показали, что “металлическая” проводимость ($dp/dT > 0$) наиболее сильным образом наблюдается в Si-МОП структурах как раз в области невырожденной плазмы. Это значит, что применение Ферми-жидкостных моделей к данной системе не вполне адекватно явлению.

Само измерение энтропии в двумерных системах было осуществлено впервые, оно привело к появлению новых теоретических предсказаний для энтропии на электрон.

Была реализована новая эффективная среда (двумерный метаматериал) в массиве макроостровков в двумерном газе. Показано, что эффект Холла в такой системе становится нелинейным, данному явлению дано качественное объяснение. Таким образом заложена основа для создания искусственных макро-неоднородных сред.

Исследования термодинамической энтропии на электрон и Шубниковских осцилляций в квантовых ямах HgTe позволили предложить способы измерения плотностей состояний тяжёлой двумерной подзоны на фоне лёгкой, а также измерить эту величину на примере

тяжёлой подзоны дырок в HgTe.

Измерения термодинамической намагниченности в HgTe квантовых ямах выявили парамагнетизм данного двумерного газа. Это явление, в связи с многозонным характером спектра, сильным спин-орбитальным взаимодействием в системе, ещё потребует дополнительных теоретических и экспериментальных исследований.

Температурная зависимость эффекта Холла и его нелинейность в слабых магнитных полях полю, исследовавшиеся в данной работе расширили круг двумерных систем, где наблюдаются данные явления. Методика выделения поправки к проводимости в наклонном поле позволила впервые подтвердить теоретически предсказанную логарифмическую асимптотику данной величины в сильных магнитных полях, а также поставила под сомнение механизмы магнитосопротивления двумерных систем в параллельном поле.

Наконец, проведенный анализ влияния термодинамического фактора на фазу квантовых осцилляций позволил объяснить большой имевшийся в литературе разброс данных об этой фазе, а также способствовал более глубокому анализу данной величины в последующих исследованиях.

Методология и методы исследования. Для реализации разрабатываемых методов исследования в данной диссертации была использована хорошо изученная материальная система - двумерный электронный газ в инверсионных слоях в кремниевой МОП (металлоокисел-полупроводник) структуре. Более подробно об устройстве этих образцов рассказывается во введении к главе 1. Технология изготовления данных структур является стандартной для полупроводниковой промышленности, но особенностью имевшихся образцов была высочайшая для структур такого типа подвижность носителей (до $3.5 \text{ м}^2/\text{Вс}$ при температуре 2 К). Благодаря “чистоте” исследуемых образцов, в них можно было достигать концентраций около 10^{11} см^{-2} , при этом 2D система обладала ещё удельным сопротивлением меньше, чем 25 кОм, то есть являлась металлом. Данные образцы были изготовлены на заводе Пульсар В.М. Пудаловым с соавторами в середине 1980-х годов [Верников1982, Верников1985]. Тем не менее, ещё более двух десятков лет (до появления высококачественных квантовых ям

SiGe/Si/SiGe [Лу2009]) данные образцы оставались уникальными по мировым меркам, так как имели наибольшую подвижность двумерных электронов в Si и открывали возможность получать низкие концентрации. При малых концентрациях система является сильно взаимодействующей, демонстрирует металлическую температурную зависимость сопротивления ($dp/dT > 0$), а при дальнейшем понижении концентрации - переход металл-изолятор. Явление перехода металл-изолятор было открыто на тех же образцах группой В.М. Пудалова в работе [Кравченко1994], чуть позже с его же участием был открыт сильный отклик данных систем на параллельное двумерной плоскости магнитное поле [Пудалов1997, Симонян1997] и перенормировка ферми-жидкостных параметров при приближении к переходу металл-изолятор [Пудалов2002]. Впоследствии данные явления были найдены и в других материальных системах.

Помимо двумерного газа в Si-МОП структурах исследовались образцы гетеропереходов GaAs/AlGaAs, ранее использовавшиеся В.М. Пудаловым с соавторами для эталона единицы сопротивления [Краснополин1987]. В ходе работы также использовались и другие образцы: Si-МОП структуры со сложной геометрией затвора, изготовленные Мартином Сергеевичем Нунупаровым в Институт общей физики РАН; квантовые ямы HgTe, созданные Н.Н. Михайловым и С.А. Дворецким из Института физики полупроводников Сибирского отделения РАН, при этом отдельную благодарность следует сделать Г.М. Минькову, благодаря которому был освоен процесс изготовления мезоструктур с затвором из этих квантовых ям; плёнки Bi₂Se₃ и Bi₂Te₃ от Ю.Г. Селиванова (ФИАН).

Все исследуемые свойства и методики измерений были существенно низкотемпературными и техническая часть деятельности представляла собой создание низкотемпературных приборов для работы в магнитных полях и отладку схем для реализации экспериментов по измерению электрических величин. Описание образцов и методик измерения находится в соответствующих главах. Низкие температуры, необходимые для данных исследований получались путем откачки ³He и ⁴He, а магнитные поля создавались сверхпроводящими магнитами (см. например учебник [Вентура2011] и многочисленные ссылки там для обзора данных

стандартных методов).

Вкратце остановлюсь на **содержании** диссертации. Все главы снабжены небольшими литературными обзорами и связаны с оригинальными статьями. Список оригинальных статей с результатами описываемых в диссертации исследований приведен в конце данного Введения. Текст диссертации осовременивает их содержание с учётом прошедшей с момента опубликования эволюции взглядов на предмет, а также показывает связи между работами.

Первая глава посвящена исследованию производной намагниченности по концентрации в двумерной сильно-взаимодействующей электронной системе в кремнии и обнаружению т.н. спин-капельного режима. Приведённые в ней измерения существенно опираются на термодинамическое соотношение Максвелла, связывающее производную химического потенциала по магнитному полю и магнитного момента по концентрации, а следовательно, позволяющие исследовать магнитные свойства системы “при помощи амперметра”. Было установлено существование спинового магнетизма в малых магнитных полях, который обладает сильной температурной зависимостью и связан с переходом металл-изолятор, наблюдаемым в данной системе.

Обнаруженные в главе 1 признаки сосуществования спиновых капель и Ферми-жидкости в Si-MOП структурах поставили вопрос о влиянии неоднородностей на проводящие свойства. Искусственный массив антиточек для исследования такого влияния изучается в главе 2. В связи с большим размером антиточек по сравнению с длиной свободного пробега, эти системы не демонстрировали свойств, проявляющихся в однородных Si-MOП структурах высочайшего качества (перехода металл-изолятор и связанных явлений). Тем не менее, они позволили наблюдать нелинейность сопротивления Холла в зависимости от магнитного поля. Данной нелинейности было дано качественное объяснение.

Глава 3 посвящена методике измерения энтропии, аналогичной модуляционной магнетометрии в главе 1. Описана реализация измерения энтропии в двумерных системах, исследования магнитоосцилляций данной величины в поле, перпендикулярном плоскости системы и проявлений эффектов сильного межэлектронного взаимодействия в вырожденном и невы-

рожденном режиме.

Если в главах 1,2,3 спектр двумерной системы был близок к параболическому, то в главе 4 исследуется система с существенно непараболическим спектром: узкая (толщиной около 6 нм) квантовая яма HgTe. В спектре квантовых ям такой толщины существует две группы дырок - лёгкие, с почти дираковским законом дисперсии, расположенные вблизи Γ -точки и тяжёлые, находящиеся на расстоянии $\sim 0.5 \text{ нм}^{-1}$ в импульсном пространстве от Γ -точки, а по энергии на 15–30 мэВ ниже. Из-за своей большой массы эти носители обладают низкой подвижностью и почти не проявляются в транспортных свойствах. Термодинамический энтропийный метод из гл. 3 позволил определить их плотность состояний. Данная плотность состояний совпала с измеренной косвенно по магнитоосцилляциям лёгких дырок.

Глава 5 посвящена той же системе, что и глава 4 - двумерному газу носителей заряда в HgTe, но только его магнетизму, исследуемому при помощи методов из главы 1. Обнаружено сильное изменение магнитной восприимчивости системы с концентрацией. Данные указывают на парамагнетизм как тяжёлых дырок так и дираковских дырок и электронов.

Глава 6 посвящена магнитотранспортным измерениям (температурной зависимости эффекта Холла и магнитосопротивления) в разных системах для выявления эффектов электрон-электронного взаимодействия. Это ряд связанных вопросов, мотивацией для исследования которых было то, что теория Друде с рассеянием на примесях и фононах, а также квантовыми поправками не может объяснить сильную температурную зависимость сопротивления в двумерной электронной системе в кремнии. Была поставлена задача поиска согласованного описания транспортных и магнитотранспортных явлений в такой системе хотя бы в каком-то диапазоне параметров при высокой проводимости.

В перпендикулярном поле при высоких температурах было обнаружено слабое немонотонное магнитосопротивление с универсальной феноменологией для различных систем, не только на основе Si, но и GaAs, InGaAs.

Поскольку в двумерных системах на основе GaAs теория квантовых поправок, в целом, хорошо описывала низкотемпературные транспортные свойства, представлялось логичным

продвижение в область низких температур уже в Si-MOП структурах с высокой проводимостью, но низкой подвижностью носителей. Ожидалось, что теория квантовых поправок согласовано опишет магнитополевою и температурные зависимости сопротивления и коэффициента Холла. Использовалось свойство диффузионной поправки от электрон-электронного взаимодействия входить в тензор проводимости довольно своеобразно - изменять его диагональную компоненту и не изменять холловскую. Использование не только перпендикулярного, но и наклонного поля позволило выявить теоретически предсказанное подавление триплетных членов поправки от электрон-электронного взаимодействия из за эффекта Зеемана. В ходе этих исследований также был обнаружен новый эффект - нелинейность холловского сопротивления в области малых полей.

В данной главе также описываются исследования квантовых поправок к проводимости в тонких плёнках халькогенидов висмута. Эти материалы являются трёхмерными топологическими изоляторами с большой шириной запрещенной зоны (0.3 эВ в Bi_2Se_3). Им присуще столь высокое содержание собственных дефектов, что без специальных усилий они оказываются сильно легированы (10^{18} - 10^{20} электронов на см^3), так что даже в тонких плёнках (~ 10 нм) заполнено несколько подзон размерного квантования объемной зоны проводимости или валентной зоны. При исследовании данных плёнок была обнаружена температурная зависимость коэффициента Холла, которая будучи интерпретирована как следствие квантовой поправки от электрон-электронного взаимодействия, позволила согласовано объяснить низкотемпературный транспорт в данных плёнках.

Обсуждение трёхмерных топологических изоляторов продолжается в главе 7, где рассматривается их термодинамика в сравнении с двумерными системами применительно к обсуждаемому в литературе вопросу о фазе магнитоосцилляций. Показано, что существуют термодинамические механизмы, не позволяющие считать данную фазу равной фазе Берри.

После основных глав диссертации следуют Благодарности, Заключение, Список используемых сокращений и Список литературы.

Ниже перечисляются **положения, выносимые на защиту** в данной работе:

1. Для двумерных электронных систем в кремнии с концентрацией $\sim 10^{11} \text{ см}^{-2}$ при температурах ниже 3 К производная магнитной восприимчивости по концентрации нелинейна по магнитному полю в области малых полей, зеемановская энергия в которых порядка температуры. Данная нелинейность может быть интерпретирована как образование на фоне Ферми-жидкостного состояния спиновых капель со спином ~ 2 . Добавление дополнительных электронов в систему вызывает рост числа капельных состояний при низких концентрациях и уменьшение - при высоких, при этом спин капель остается практически неизменным.
2. Спиновая восприимчивость двумерной системы в кремнии в малых магнитных полях немонотонно зависит от концентрации носителей, достигая максимума. Концентрация, при которой достигается максимум восприимчивости, больше концентрации перехода металл-изолятор и стремится к ней при нулевой температуре. Сама спиновая восприимчивость примерно обратно пропорциональна квадрату температуры.
3. Холловское сопротивление в макроскопическом массиве антиточек в Si-МОП структурах является нелинейным по магнитному полю. Данный эффект качественно объясняется перераспределением транспортного тока по образцу с ростом магнитного поля.
4. Метод измерения производной энтропии двумерных систем по концентрации электронов, применимый для структур с затвором. На модельных двумерных системах электронов в Si и GaAs в квантующем магнитном поле метод позволяет определять циклотронные и спиновые щели, а также величины уширений уровней Ландау и более чем на три порядка превосходит калориметрию по чувствительности.
5. При температурах 3-10 К и концентрациях носителей $\sim 10^{11} \text{ см}^{-2}$ в двумерной электронной системе в кремнии реализуется состояние сильно-коррелированной плазмы, в котором система невырождена, а её термодинамические свойства сильно перенормированы межэлектронным взаимодействием. Данное состояние экспериментально проявляется в производной энтропии по концентрации.

6. Два способа измерения плотности состояний тяжёлых носителей низкой подвижности, сосуществующих на уровне Ферми с лёгкими носителями высокой подвижности в двумерных системах с затвором: из производной химического потенциала по температуре и по изменению частоты осцилляций Шубникова-де Гааза легкой подзоны. Оба способа реализованы для долин тяжёлых дырок в одиночных квантовых ямах HgTe толщиной примерно 6 нм и дают согласующиеся значения плотности состояний, соответствующие двукратно вырожденным долинам с массой 0.7 ± 0.2 масс свободного электрона.
7. В квантовых ямах HgTe толщиной примерно 6 нм как дираковские носители, так и тяжёлые дырки являются парамагнитными.
8. В Si-МОП структурах с подвижностью электронов меньше $2000 \text{ см}^2/\text{Вс}$ реализуется диффузионный режим по электрон-электронному взаимодействию, проявляющийся в температурной зависимости холловского сопротивления. В этом режиме в пределе сильных магнитных полей поправка к проводимости от электрон-электронного взаимодействия из-за эффекта Зеемана логарифмически меняется с температурой и магнитным полем в соответствии с теоретическими предсказаниями.
9. Положительное магнитосопротивление в параллельном плоскости системы магнитном поле в Si-МОП структурах низкой подвижности (меньше $2000 \text{ см}^2/\text{Вс}$) при температурах ниже 10К подавляется небольшой перпендикулярной компонентой магнитного поля, что противоречит существующим теориям магнитосопротивления.
10. В тонких пленках топологических изоляторов на основе халькогенидов висмута наблюдается возрастание сопротивления с понижением температуры, коррелирующее с возрастанием коэффициента Холла. Данные явления согласовано объясняются теорией квантовых поправок к проводимости от слабой антилокализации и электрон-электронного взаимодействия.
11. Фаза магнитоосцилляций в трёхмерных топологических изоляторах отражает не только топологическую характеристику фазу Берри, но и термодинамические свойства

системы. Из-за пиннинга химпотенциала краем зоны или примесными состояниями в тонких пленках и кристаллах трёхмерных топологических изоляторов фаза магнитоосцилляций должна отличаться от фазы Берри.

Достоверность полученных результатов обеспечивается тем, что все экспериментальные результаты воспроизводились на нескольких образцах, а некоторые - и на нескольких материальных системах. Все экспериментальные результаты сопоставлялись и оказались в согласии с литературными данными, подтверждёнными другими группами и другими способами. Большинство экспериментальных результатов согласуется с имеющимися теоретическими моделями. Все измерения проводились поверенными приборами, а косвенно измеряемые величины (например магнитное поле и температура), калибровались по эталонам.

Апробация результатов.

Работа докладывалась диссертантом на семинарах в ФИАН, ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Курчатовском институте, МПГУ, ИТПЭ, ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН, Сколковском технологическом институте, университете Технион (Хайфа, Израиль), Институте Джозефа Штефана (Любляна, Словения), Массачусетском технологическом институте (Бостон, США), Университете Миннесоты (Минеаполис, США), Техническом университете Дрездена (Германия), Тата Институте (Мумбаи, Индия).

Различные части данной диссертации докладывалась диссертантом (устные и приглашенные доклады) на Всероссийской конференции по физике полупроводников (2017), XVIII-XXII Уральских международных зимних школах по физике полупроводников (Екатеринбург, 2010, 2012, 2014, 2016, 2018), Совещаниях по теории конденсированного состояния (С.-Петербург, 2016, 2019), XXI-XXIV Международных симпозиумах Нанопизика и наноэлектроника (Нижний Новгород 2016-2019), Международных конференциях по физике полупроводников (Пекин 2016, Монпелье 2018), Школах EuroMagNet (Нидерланды 2010, Германия 2012), Международных конференциях “Электронные свойства двумерных систем” (Вроцлав, Польша - 2013, Сендай, Япония - 2015), Школе Физик-А (Санкт-Петербург 2013), Московском международном симпозиуме по магнетизму MISM-2014, конференции «Сильно коррелиро-

ванные электронные системы и квантовые критические явления» в 2015,2016 гг.

Результаты данной диссертации были опубликованы в следующих статьях:

1. A.Yu. Kuntsevich, G.M. Minkov, A.A. Sherstobitov, V.M. Pudalov, Nonmonotonic magnetoresistance of two-dimensional electron systems in the ballistic regime, *Physical Review B* **79**, 205319 (2009).
2. M.Reznikov, A.Yu.Kuntsevich, N.Teneh, V.M. Pudalov, Thermodynamic magnetization of two-dimensional electron gas measured over wide range of densities, *Письма в ЖЭТФ* **92**, 518 (2010).
3. N. Teneh, A.Yu. Kuntsevich, V.M. Pudalov, M. Reznikov, Spin-Droplet State of an Interacting 2D Electron System, *Physical Review Letters* **109**, 226403 (2012).
4. A.Yu. Kuntsevich, V.M. Pudalov, Comment on “Connecting the Reentrant Insulating Phase and the Zero-Field Metal-Insulator Transition in a 2D Hole System”, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 249701 (2013).
5. A.Yu. Kuntsevich, L.A. Morgun, V.M. Pudalov, Electron-electron interaction correction and magnetoresistance in tilted fields in Si-based two-dimensional systems, *Physical Review B* **87**, 205406 (2013).
6. Y. Tupikov, A.Yu. Kuntsevich, I.S. Burmistrov, V.M. Pudalov, Temperature derivative of the chemical potential and its magnetooscillations in two-dimensional system, *Письма в ЖЭТФ*, **101**, 131 – 135 (2015).
7. A.Y. Kuntsevich, Y.V. Tupikov, V.M. Pudalov, I.S. Burmistrov, Strongly correlated two-dimensional plasma explored from entropy measurements, *Nature Communications* **6**, 7298 (2015).
8. V.M. Pudalov, A.Yu. Kuntsevich, I.S. Burmistrov, M. Reznikov, Thermodynamic Studies of Two-Dimensional Correlated Electron Systems, *Journal of Low Temperature Physics* **181**, 99-111 (2015).

9. A.Yu. Kuntsevich, A.V. Shupletsov, M.S. Nunuparov, Temperature dependent nonlinear Hall effect in macroscopic Si-MOS antidot array, *Physical Review B* **93**, 205407 (2016).
10. L.A. Morgun, A.Yu. Kuntsevich, V.M. Pudalov, Novel Energy Scale in the Interacting 2D Electron System Evidenced from Transport and Thermodynamic Measurements, *Physical Review B* **93**, 235145, (2016).
11. Л.Н. Овешников, В.А. Прудкогляд, Е.И. Нехаева, А. Ю. Кунцевич, Ю.Г. Селиванов, Е.Г. Чижевский, Б.А. Аронзон. Магнетотранспорт в тонких эпитаксиальных пленках Bi_2Se_3 , *Письма в ЖЭТФ*, **104**, 651 – 657 (2016).
12. A.Yu. Kuntsevich, A.A. Gabdullin, V.A. Prudkoglyad, Yu.G. Selivanov, E.G. Chizhevskii, V.M. Pudalov, Low-temperature Hall effect in bismuth chalcogenides thin films, *Physical Review B* **94**, 235401 (2016).
13. V.M. Pudalov, L.A. Morgun, A.Y. Kuntsevich, Probing Spontaneous Spin Magnetization and Two-Phase State in Two-Dimensional Correlated Electron System, *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, **30**, 783-787 (2017).
14. V.M. Pudalov, M. Gershenson, A.Yu. Kuntsevich, N. Tenen, M. Reznikov, On the origin of the temperature dependence of spin susceptibility in correlated 2D electron system, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, **459**, 265-267 (2018).
15. A.Yu. Kuntsevich, A.V. Shupletsov, G.M. Minkov, Simple mechanisms that impede the Berry phase identification from magneto-oscillations, *Physical Review B* **97**, 195431 (2018).
16. V. M. Pudalov, A. Yu. Kuntsevich, M. E. Gershenson, I. S. Burmistrov, M. Reznikov, Probing spin susceptibility of a correlated two-dimensional electron system by transport and magnetization measurements, *Physical Review B* **98**, 155109 (2018).
17. S.O. Volosheniuk, Yu.G. Selivanov, M.A. Bryzgalov, V. P. Martovitskii, A. Yu. Kuntsevich, Effect of Sr doping on structure, morphology, and transport properties of Bi_2Se_3 epitaxial thin films, *Journal of Applied Physics* **125**, 095103 (2019).

18. A.Yu. Kuntsevich, G.M. Minkov, A.A. Sherstobitov, Y.V. Tupikov, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzky, Density of states measurements for heavy subband of holes in HgTe quantum wells; Physical Review B **101**, 085301 (2020).
19. А.Ю.Кунцевич, Е.В. Тупиков, М. Резников, С.А. Дворецкий, Н.Н. Михайлов, Измерение магнитной восприимчивости носителей в квантовых ямах HgTe в перпендикулярном поле, Письма в ЖЭТФ **111**, 750–756 (2020).

Помимо публикаций результатов работы в реферируемых журналах, был получен патент на изобретение RU 2617149 С2 от 21.04.2017, Авторы Рыбальченко Г. В., Кунцевич А. Ю., Пудалов В.М., "СПОСОБ ЭЛЕКТРОМЕТРИЧЕСКОГО ИЗМЕРЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ ХИМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ПО ТЕМПЕРАТУРЕ И УСТРОЙСТВО ДЛЯ ЕГО ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ", заявка 06.04.2015

Личный вклад автора.

В данной работе автору лично принадлежит постановка большинства задач, планирование и разработка экспериментальных схем, основная роль в проведении экспериментов и обработке данных.

В работах 10,13 автору принадлежит сопоставление масштаба энергии с термодинамическими данными, в то время как все транспортные измерения выполнены Л.А. Моргуном и не входят настоящую диссертацию.

В работе 5 автору принадлежит весь материал, кроме эксперимента по выделению поправки при вращении образца, выполненного Л.А. Моргуном и не входящего в данную диссертацию.

В работе 12 автору принадлежит идея работы, обработка данных и часть измерений. Измерения в многокомпонентных системах и в диапазоне до сверхнизких температур выполнены В.А. Прудкоглядом и не входят в данную диссертацию.

Глава 1

Спиновый магнетизм в двумерных сильновзаимодействующих системах

1.1 Введение и история вопроса

В двумерных системах при низких температурах эффекты электрон-электронного взаимодействия с понижением концентрации электронов n усиливаются, поскольку параметризуются безразмерным параметром взаимодействия $r_s = \langle r \rangle / a_B \sim E_{ee} / E_F \propto 1 / \sqrt{n}$, где $\langle r \rangle = n^{-0.5}$ - среднее межэлектронное расстояние [Андо1982]. Сильные межэлектронные взаимодействия в электронной системе с малой плотностью могут привести к нетривиальным фазам и в том числе к магнитному упорядочению. В частности, уже в приближении среднего поля (Хартри - Фока) блоховская неустойчивость, то есть переход первого рода от неполяризованной к полностью поляризованной по спину системе, происходит при крайне малом $r_s \approx 2$. В противоположном пределе короткодействующего взаимодействия с понижением концентрации происходит стонеровская неустойчивость [Стонер1947], то есть фазовый переход второго рода, характеризующийся расходящейся спиновой восприимчивостью. Иерархия этих переходов обсуждается в работе [Жанг2005] в рамках приближения случайных фаз. Численное моделирование для чистой однодолинной двумерной электронной системы [Аттакалите2002] предсказывает блоховскую неустойчивость при $r_s \approx 25$, за которой следует Вигнеровская

кристаллизация [Танатар1989] при $r_s \sim 37$.

При очень низких концентрациях электронов, соответствующих столь большим значениям r_s , реалистичная 2D система не может рассматриваться как чистая: даже небольшие колебания потенциала из-за неизбежно существующего беспорядка становятся доминирующими, что приводит к локализации Андерсона. При больших значениях проводимости двумерной системы ($\gg e^2/h$) движение электронов в поле потенциала беспорядка представляет собой диффузию. Это процесс, при котором электроны медленно отдаляются друг от друга (пропорционально корню из времени). Многочастичное взаимодействие изменяет свойства системы, которые в теории Ферми-жидкости описываются перенормированными одночастичными параметрами, а диффузионный характер движения электронов, в свою очередь, влияет на эти параметры. Взаимодействие само влияет на диффузию, и, следовательно, проводимость. Данные процессы взаимного влияния были учтены А.М. Финкельштейном в ренорм-групповой теории [Финкельштейн1983, Панноуз2005], согласно которой эффекты перенормировки могут при определённых условиях приводить к переходу металл-изолятор в системе и сильно модифицировать спиновую восприимчивость.

Переход металл-изолятор является центральным явлением в данной области науки. Наиболее ярко он наблюдается в Si-МОП структурах. Вне зависимости от используемого для его описания теоретического подхода общепринято, что данное явление является результатом одновременно беспорядка и межэлектронных корреляций. Данному комплексному явлению посвящено несколько сот работ и несколько обзоров [Абрахамс2001, Пудалов2004], в том числе на русском языке [Пудалов2006, Шашкин2005, Долгополов2019]. Поэтому в данной главе уместно упомянуть лишь общую феноменологию и основные экспериментальные вехи в исследовании спиновой магнитной восприимчивости, как параметра, испытывающего сильную перенормировку в области низких концентраций вблизи перехода металл-изолятор.

Экспериментально о явлении перехода металл-изолятор в двумерной системе в нулевом магнитном поле было впервые сообщено в работе [Кравченко1994], хотя фактически аналогичные результаты наблюдалось гораздо раньше в ФИАНе Заварицкими [Заварицкая1987].

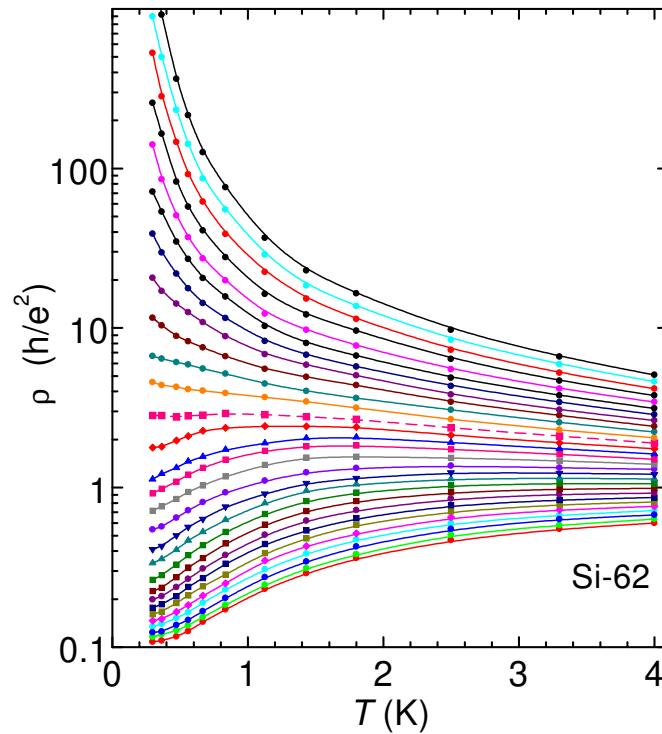


Рис. 1.1: Зависимость сопротивления от температуры для Si–МОП структуры с высокой подвижностью носителей в окрестности n_c . Электронная концентрация n (в единицах 10^{10} см^{-2}) уменьшается снизу вверх от 13.26 с шагом 0.218. Из обзора [Пудалов2004].

Заварицкие в 1987 году не провели скейлинговый анализ температурной зависимости сопротивления и не выявили критический характер явления, находящегося в противоречии с господствовавшей на тот момент скейлинговой теорией [Абрахамс1979], поэтому их работа не привлекла должного внимания. Переход металл-изолятор проявляется как “веерообразное” семейство зависимостей сопротивления от температуры при изменении концентрации в двумерной системе (изначально в Si-МОП структуре), см. Рис. 1.1. Данное явление вблизи критической концентрации перехода n_c демонстрирует скейлинг [Кравченко1995]: зеркальную симметрию данных из областей металла и изолятора и экспоненциальное разбегание сопротивления от сепаратрисы с понижением температуры. Позже явление было обнаружено в других двумерных системах [Колеридж1997, Лаи2005, Симонс1998, Ханин1998, Пападакис1998, Рибейро2010, Мельников2019], хотя и не столь ярко выраженное. Самым интересным в связи с содержанием данной главы оказалось то, что был обнаружен сильный отклик

сопротивления на параллельное плоскости системы магнитное поле вблизи точки перехода металл-изолятор [Симонян1997, Пудалов1997, Пападакис1999]: сопротивление росло с параллельным плоскости магнитным полем и насыщалось, что являлось индикатором полной поляризации системы по спину. В простейшем приближении вырожденного Ферми-газа поле насыщения B_{sat} равно $\pi\hbar^2 n / (gm\mu_B)$, то есть обратно пропорционально пропорционально спиновой восприимчивости системы (формулы написаны с учётом двукратного долинного вырождения, присущего двумерному электронному газу в (001) Si-МОП структурах):

$$\chi_{Pauli} = mg\mu_B / (\pi\hbar). \quad (1.1)$$

Вопрос, что понимать под m (эффективной массой) и g (фактор Ландэ) в такого рода экспериментах остаётся дискуссионным [Долгополов2019], и точного ответа на него микроскопическая теория не даёт. При концентрациях $2 - 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ доступное поле порядка 10–20 Т полностью поляризует систему по спину. При уменьшении концентрации n , поле насыщения уменьшается не пропорционально концентрации n , а быстрее, так что его экстраполяция в 0 может быть сделана при конечной концентрации, близкой к концентрации перехода металл-изолятор. Это позволило авторам работ [Виткалов2001, Шашкин2001] утверждать о расхождении магнитной восприимчивости, и, следовательно, ферромагнитном квантовом фазовом переходе при концентрации перехода металл-изолятор n_c . Данное утверждение, безусловно, основывалось на экстраполяции в нулевое магнитное поле данных измерений в конечных полях, при этом надёжность масштабирования магнитосопротивления падала по мере приближения к точке перехода металл-изолятор. Утверждение о ферромагнитном переходе было подвергнуто критике в измерениях других групп [Пудалов2001-2, Пудалов2002, Прус2003]. Впоследствии и сами авторы перестали настаивать на данной интерпретации результатов [Долгополов2017, Долгополов2019], а недавно была продемонстрирована конечность поля поляризации в фазе изолятора [Ли2019-2]. Тем не менее, общая тенденция к увеличению магнитной восприимчивости 2D системы в Si по мере понижения концентрации носителей является общепризнанным фактом.

Конечно, самой простой моделью данной системы является Ферми-жидкость Ландау. Ку-

лоновские взаимодействия становятся существенными при понижении электронной концентрации и приводят к перенормировке Ферми-жидкостных констант, в частности плотности состояний и эффективного g -фактора, $g^* = g_0/(1 + F_0^\sigma)$. При $F_0^\sigma = -1$ возникает стонеровская неустойчивость. Указания на расходимость восприимчивости при $n = n_c$ мотивировали исследователей искать стонеровскую неустойчивость в Si-МОП структурах.

Парамагнитная восприимчивость Паули в режиме Ферми-жидкости определяется произведением эффективной массы (перенормированной взаимодействиями) и перенормированного взаимодействиями g -фактора. Спиновая магнитная восприимчивость была измерена из частоты биений осцилляций Шубникова-де Гааза в скрещенных магнитных полях [Пудалов2002]. В данной работе было экспериментально установлено, что эта величина сильно растёт по мере приближения к переходу металл-изолятор, но не расходится. Ферми-жидкостная масса входит в температурную зависимость амплитуды осцилляций Шубникова де Гааза [Латтинджер1961, Бычков1962, Мартин2003, Адамов2006], что даёт возможность её измерения. Имеются разные точки зрения на величину возрастания массы с понижением концентрации, связанные с разными моделями, используемыми для обработки данных [Шашкин2003, Пудалов2002, Долгополов2019]. Однако, надёжность определения массы резко падает по мере приближения к концентрации перехода металл-изолятор, так что ни в одной работе не наблюдался рост массы более чем в 4 раза. Помимо магнитоосцилляций, Ферми-жидкостные константы оценивались из температурных и магнито-полевых зависимостей проводимости [Сенц2000, Шашкин2002, Виткалов2003, Пудалов2003, Анисимова2007, Климов2008], с использованием микроскопических модельных теорий транспортных явлений, то есть теории ренорм-группы [Панноуз2005], температурно-зависимого экранирования [Голд1986] и квантовых поправок [Зала2001]. Как обсуждается в разделах 1.3.3 и 6.2, все эти теории явно не воспроизводят ряда существенных особенностей, наблюдаемых в системе. Следует отметить, что большинство измерений спиновой восприимчивости до работ, описанных в данной главе, были выполнены в режиме сильных магнитных полей в смысле температуры ($g^* \mu_B B > k_B T$).

Если мысленно перейти в предел малых концентраций, когда носители локализованы,

то в пределе сильного беспорядка межэлектронные взаимодействия должны приводить к антипараллельному выстраиванию соседних спинов. Действительно, основным состоянием пары локализованных спинов является синглет, как и в молекуле водорода. Соответственно, система большого количества локализованных спинов будет иметь тенденцию к антиферромагнитному упорядочению (см. обзор [Батт1986]). Интенсивные исследования магнитных свойств легированных полупроводников в 80-х годах прошлого века, особенно допированного фосфором кремния [Батт1986], позволили хорошо понять как беспорядок и взаимодействия влияют на магнетизм электронов вблизи трёхмерного перехода металл-изолятор. А именно, была понята расходимость восприимчивости с понижением температуры при малых концентрациях электронов. В то же время расходимость восприимчивости выше точки перехода металл-изолятор (намёки на которую наблюдались в двумерных системах) так и осталась не прояснённой.

Как следует из экспериментальных наблюдений локальной сжимаемости [Илани2001] и подтверждается теоретическими аргументами [Трипати2006, Ши2002], двумерная система становится сильно неоднородной при плотностях вблизи n_c ; для $n < n_c$ её можно считать состоящей из слабо связанных неупорядоченных областей. Более точный учёт беспорядка [ДеПало2009, Флери2010] показывает, что в определённых пределах он также приближает 2D-системы к ферромагнитной неустойчивости. В частности, было теоретически показано, что неупорядоченная квантовая точка будет иметь конечный спин в основном состоянии, аналогично тому как двумерная система - испытывать стонеровскую нестабильность [Андреев1998, Бенети2001]. В экспериментах по исследованию проводимости через квантовые точки в GaAs [Гош2004] действительно были получены указания на спонтанную спиновую поляризацию при $r_s \sim 7,6$, что намного меньше ожидаемого значения $r_s = 25$ для двумерной системы [Аттакалите2002].

В литературе рассматривалось несколько возможных сценариев двумерного перехода металл-изолятор с различными возможными предсказаниями для магнитных свойств: переход Вигнера-Мотта [Камжаи2008], переход первого рода через образование микроэмуль-

сии вигнеровского кристалла [Спивак2004], классический перколяционный переход [Дассарма2013], и др. Разнообразие теоретических сценариев требует постановки критических экспериментов, которые позволят отсеять не относящиеся к наблюдаемым явлениям теории.

Si-МОП структура, являющаяся основным объектом исследований в данной главе, а также главах 2, 3, 6, показана схематически серым цветом на Рис. 1.2. Двумерный газ возникает на интерфейсе между кристаллом Si (слабо легированным *p*-типом) и термически выращенным окислом SiO₂. При приложении положительного напряжения на алюминиевый затворный электрод, являющийся одной обкладкой конденсатора, в данном интерфейсе возникает самосогласованная квантовая яма формы близкой к треугольной, заполненная двумерным электронным газом и являющаяся второй обкладкой конденсатора (показана пунктиром).

При концентрациях носителей меньших, чем $3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ в данной яме заполняется нижний уровень размерного квантования. При ориентации Si (001) реализуются наибольшие подвижности в двумерном газе, а спектр дважды вырожден по спину и дважды - по доливному индексу. Для осуществления контактов к электронному газу создаются сильно легированные *n*-типом области, подходящие под затвор, показанные светло-серым цветом. Зонная диаграмма данной структуры также показана на Рис. 1.2. Из-за того, что уровень электрохимического потенциала принимает одинаковое значение, сразу за инверсионным слоем с двумерным газом располагается обеднённая область, при низких температурах являющаяся изолятором, полностью отделяющим двумерный газ от подложки. Более подробно устройство таких структур разбирается в [Андо1982].

В термодинамическом методе, впервые сообщенном в работе [Прус2003], использовалась принципиальная схема, показанная на рисунке 1.2 для измерений намагничённости. В ней напряжение на затворе V_g поддерживается постоянным. Параллельно плоскости образца (для воздействия только на спиновую степень свободы) прикладываются постоянное магнитное поле одновременно с переменной составляющей:

$$B = B_0 + \Delta B \cos \omega t.$$

В результате течёт ток перезарядки j между затвором и двумерным газом, пропорциональ-

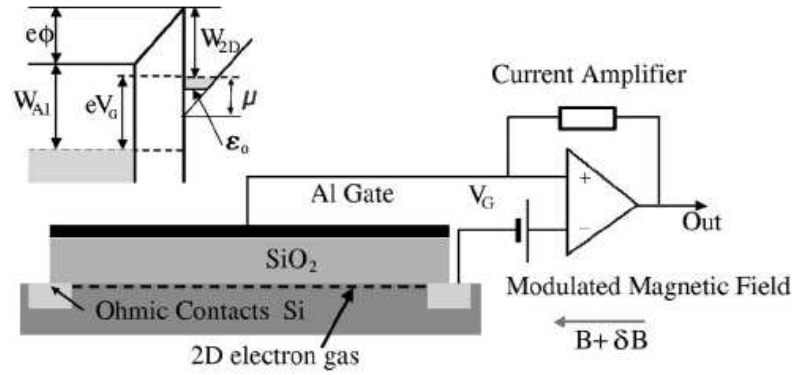


Рис. 1.2: Схема измерения магнитной восприимчивости и зонная диаграмма для двумерной системы в кремниевой МОП-структуре.

ный производной химического потенциала μ по магнитному полю:

$$j(t) = \omega C e \frac{\partial \mu}{\partial B_n} \Delta B \sin(\omega t) \quad (1.2)$$

Здесь C - ёмкость структуры. Вывод данной формулы, а также определение ёмкости описаны в разделе 1.3.1). Эта производная через соотношение Максвелла

$$\partial \mu / \partial B = -\partial M / \partial n \quad (1.3)$$

может быть пересчитана в производную магнитного момента на единицу площади M в данном магнитном поле по концентрации n . Поскольку n с высокой точностью линейна по напряжению на затворе V_g , то легко, в принципе, проинтегрировать $\partial M / \partial n$ по концентрации, чтобы получить $M(n)$, предполагая, что M при некоторой концентрации известен. В работах [Прус2003, Шашкин2006] в этой процедуре интегрирования предполагалось известным значение намагниченности в пределе высоких концентраций, где, казалось бы, эффекты взаимодействия слабы, и восприимчивость Паули совпадает с зонным значением $0.19 \cdot e^2 / (2\pi)$.

В работе [Прус2003], выполненной в группе Михаила Резникова (университет Технион, Хайфа), было впервые обнаружено сильно возрастание парамагнитной термодинамической восприимчивости двумерной системы в кремнии (до 7 раз), а также выделен вклад в восприимчивость, растущий с понижением температуры (как от свободных спинов).

В работе [Шашкин2006] исследователи из термодинамических данных ($\partial M/\partial n$ и ёмкости в зависимости от концентрации и параллельного поля) идентифицировали “поле полной спиновой поляризации” и показывали, что оно экстраполируется в 0 при $n \approx n_c$, аналогично экстраполяции проводимости в работах [Шашкин2001, Шашкин2002]. Такой результат, казалось бы, указывал на ферромагнитный переход в системе. Различие своих результатов с результатами работы [Прус2003] авторы работы [Шашкин2006] объясняли высоким уровнем беспорядка в образцах В.М. Пудалова, использовавшихся в работе [Прус2003], и низким - в использовавшихся ими образцах Т. Клапвайка.

Данные по ёмкости в работе [Шашкин2006] были снизу ограничены полем 4 Т, а по $\partial M/\partial n$ - 1.5 Т. Все измерения были выполнены при фиксированной температуре 0.4 К. Для выделения поля полной спиновой поляризации данные в некоторой области концентраций масштабировались на “мастер-кривую”. Такой подход неявно подразумевает, что зависимость магнитного момента от концентрации определяется одним достаточно простым механизмом, что теоретически не обосновано. Данные в области изолятора $n < n_c$ в работе [Шашкин2006] не использовались, а температурные зависимости - не исследовались. Интегрирование, как и в работе [Прус2003] осуществлялось с области больших концентраций, где, как считалось на тот момент, магнитная восприимчивость задаётся формулой (1.1) с зонными значениями эффективной массы и g -фактора.

Конечно, было желательно (i) избавиться от предположений относительно области больших концентраций и (ii) объяснить возникновение магнетизма типа Кюри. Это требовало проводить измерения и интегрировать $\partial M/\partial n$ от $n = 0$, поскольку при нулевой концентрации магнитный момент по определению равен нулю. При низких концентрациях электронов, однако, 2D система становится плохо проводящей и перестает перезаряжаться, что делает область малых концентраций экспериментально недостижимой.

1.2 Наблюдение нелинейности намагниченности в малых полях

В лаборатории М.Резникова в Технионе при моём участии удалось реализовать измерения термодинамической намагниченности в фазе диэлектрика (вплоть до концентраций $0.3n_c$, см. раздел 1.3.1), в частности за счёт повышения температуры и исследования в не столь больших магнитных полях, как в работах [Прус2003, Шашкин2006]. Как было нами указано в комментарии [Кунцевич2013-2], для наблюдения термодинамических особенностей крайне важно, чтобы образец успевал перезаряжаться за период модуляции поля.

Область полей вблизи $B = 0$ в 2009 году ещё была не исследована. Это позволило обнаружить [Резников2010, Тенех2012] сильную нелинейную зависимость восприимчивости от магнитного поля и объяснить восприимчивость типа Кюри, наблюдавшуюся ранее в работе [Прус2003].

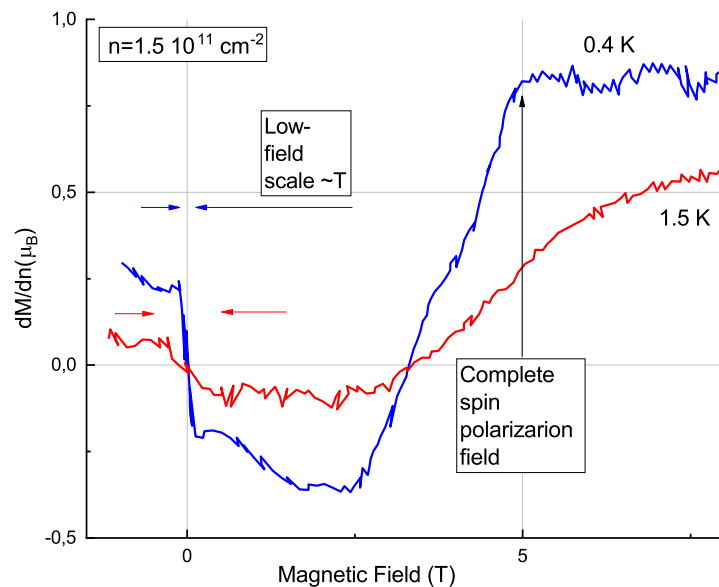


Рис. 1.3: Зависимость $\partial M/\partial n$ для Si образца с пиковой подвижностью носителей $3 \cdot 10^4$ cm^2/Vs от параллельного магнитного поля при двух температурах при концентрации носителей $1.5 \cdot 10^{11}$ cm^{-2} . Стрелками показаны характерные масштабы полей, проявляющиеся в системе.

Примеры магнитополевых зависимостей $\partial M/\partial n$, измеренные при двух разных температурах при “металлической” концентрации $n = 1.5 \cdot 10^{11}$ cm^{-2} , для образца Si-МОП структуры

(пиковая подвижность $1.7 \text{ м}^2/\text{Вс}$), демонстрирующего переход металл-изолятор, показаны на Рис. 1.3. На этих зависимостях хорошо видны особенности, не обсуждавшиеся ранее в работах [Прус2003] и [Шашкин2006]:

1. Видна точка полной спиновой поляризации Ферми-жидкости при низких температурах (при $B = 5 \text{ Т}$ при $T = 0.4 \text{ К}$), что в целом согласуется с наблюдениями работ [Прус2003] и [Шашкин2006]. Но при повышении температуры до 1.5 К сигнал в полях больше поля спиновой поляризации резко уменьшается по амплитуде. Видимо, это и приводило частично к явлению, интерпретированному в работе [Прус2003] как парамагнетизм Кюри. Эта температурная зависимость остаётся непонятой: в связи с отсутствием в задаче малых параметров, для неё нет теоретической модели.
2. Большой наклон $\partial M/\partial n(B)$ в области слабых магнитных полей $g\mu_B B < T$, с последующим насыщением. Данное явление было исследовано впоследствии в наших работах [Резников2010,Тенех2012] и интерпретировано как образование спиновых капель в системе. Уже из Рис.1.3 видно, что масштаб полей для этого явления уменьшается с уменьшением температуры. Феноменология этой особенности обсуждается в данной главе диссертации.

Измерения на Si-МОП структурах В.М. Пудалова критиковались [Долгополов2002] за “слишком большую степень разупорядоченности” в связи с дискуссией об экстраполяции поля полной спиновой поляризации к 0 при конечной концентрации. Поэтому, в нашей первой работе [Тенех2009] исследовалась феноменология низкополевого эффекта не только на структуре с рекордной подвижностью ($3.4 \text{ м}^2/\text{Вс}$) при 1.7 К , изготовленной из той же пластины, что использовалась в работах [Симонян1997, Пудалов1997]), но и на образцах, предоставленных Т. Клапвайком, с которыми, в основном, работали в лаборатории В.Т. Долгополова в Институте физики твёрдого тела в Черноголовке и Northeastern University в Бостоне. В обеих структурах переход металл-изолятор происходил при $n_c \approx 8.5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$, что было близко к рекорду для Si на тот момент.

Всего в данных измерениях использовалось 10 Si-МОП структур (4 структуры от Т. Клапвайка с пиковыми подвижностями $2.5-3.5 \text{ м}^2/\text{Вс}$ с ёмкостью 500 пФ, образцы В.М. Пудалова с ёмкостью около 650 пФ: два образца с пластины Si2 (образцы Ru2 и Ru2-5v подвижность $3.5 \text{ м}^2/\text{Вс}$), один Si-8 (подвижность порядка $0.8 \text{ м}^2/\text{Вс}$), один Si-17 (подвижность $1.7 \text{ м}^2/\text{Вс}$), один Si-D (подвижность $0.5 \text{ м}^2/\text{Вс}$), а также один образец Si-3 ёмкостью 150 пФ и подвижностью $2 \text{ м}^2/\text{Вс}$. Все образцы, кроме Si8 и Si-D обладали достаточно высокой подвижностью носителей и достижимыми концентрациями $< 10^{11} \text{ см}^{-2}$ демонстрировали нелинейность $\partial\mu/\partial V$ в малых магнитных полях. В них наблюдалась ярко выраженная сильная температурная зависимость сопротивления металлического знака ($d\rho/dT > 0$) и переход металл-изолятор.

Масштаб и феноменология наблюдаемой нелинейности как в образцах с подвижностями $1.7 \text{ м}^2/\text{Вс}$ и $3.5 \text{ м}^2/\text{Вс}$ от В.М. Пудалова, так и в образцах от Т. Клапвайка были примерно одинаковыми. Это указывает на то, что эффект не связан с хвостами плотности состояний [Долгополов2019], поскольку тогда бы он сильнейшим образом зависел от степени разупорядоченности образца.

Результаты данных измерений не зависели от того, через какой контакт подключался образец (токовый - большой площади, или потенциальный - малой) и совпадали для образцов ёмкостью 150 пФ и 650 пФ. Это указывает на то, что источником сигнала является вся площадь структуры, а не контактные области.

Впоследствии в группе М. Резникова сходные эффекты были наблюдаены в *n*-GaAs гетероструктурах высокого качества, предоставленных Л. Пфайффером, и также демонстрирующих переход металл-изолятор [Тенех2013]. Таким образом, были получены серьёзные указания, что наблюдаемое явление универсально.

Следует также отметить, что нелинейность в малых магнитных полях не наблюдается в образцах с низкими носителей (Si8, Si-D). Это связано с тем, что в данных образцах не достижимы концентрации носителей меньше $2.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и $4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, соответственно. При высоких концентрациях носителей сигнал слишком мал, чтобы можно было выделить нелинейную зависимость $\partial\mu/\partial V$ на фоне шумов.

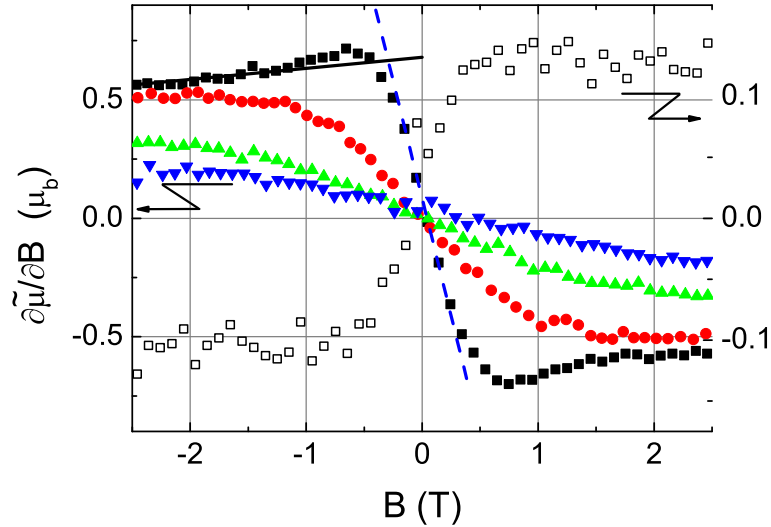


Рис. 1.4: $\partial\mu/\partial B$ для $n = 5 \cdot 10^{10}$ см $^{-2}$, то есть глубоко в фазе изолятора (сплошные символы, левая шкала) при температурах: ■ - 1.7 К ● - 3.4 К ▲ - 4.6 К ▼ - 6.8 К. □ - $\partial\mu/\partial B$ при $n = 2 \cdot 10^{11}$ см $^{-2}$ и $T = 1.7$ К, глубоко в металлической области, правая шкала. Наклон пунктира равен $-\partial\chi/\partial n$, наклон сплошных кривых – оценка вклада из-за конечной толщины ямы, см. Рис. 1.10.

Большинство измерений проводилось при частоте модуляции 6.2 Гц и амплитуде 40 мТ. Наиболее детальные измерения были выполнены на образце Ru2-5, как обладавшем наибольшей ёмкостью и подвижностью, а также позволявшем достичь наименьших концентраций. Измеряемый сигнал линейно масштабировался с амплитудой модуляции. На Рис. 1.4 показана величина $\partial\mu/\partial B$ как функция магнитного поля. Она асимметрична по B , как и ожидается для нечётной функции. При увеличении частоты до 20-30 Гц возникает асимметрия, как мы полагаем, из-за механических вибраций в установке. При этом мы проверяли, что при $n > n_c$ антисимметризованная по магнитному полю часть $\partial\mu/\partial B$ остаётся независимой от частоты вплоть до 30 Гц. Дальнейшее повышение частоты ограничивалось ЭДС, наводимыми в петлях и разогревом держателя из-за токов Фуко.

На Рис. 1.4 показаны результаты измерения зависимостей $\partial\mu/\partial B(B)$ в малых магнитных полях при относительно высоких температурах. При 1.7 К, $\partial\mu/\partial B$ является сильно нелинейной: с ростом поля $\partial\mu/\partial B$ в области изолятора резко спадает, достигает минимума, потом стремится к горизонтальной асимптоте. Наибольшее по модулю значение глубоко в режиме

изолятора ($n = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$) составляет $\partial\mu/\partial B = -\partial M/\partial n \approx -0.7 \mu_B$, указывая на практически полную спиновую поляризацию. В металлическом режиме $\partial\mu/\partial B$ меняет знак. На Рис. 1.4 пустыми квадратиками построено $\partial\mu/\partial B$ для $n = 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, такой плотности, где сигнал максимален. И хотя величина насыщения при этой концентрации гораздо меньше, чем в изоляторе, порядка $0.15\mu_B$, поле насыщения B^* оказывается тем же самым, что и для $n = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Величина поля $B^* \approx 0.6 \text{ Т}$ довольно мала, гораздо меньше чем поле поляризации невзаимодействующего Ферми-газа, составляющего при $n = 1 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ примерно 11 Т для зонных параметров кремния, и даже с учётом по максимуму всех Ферми-жидкостных перенормировок, оцененных в [Пудалов2001-2, Пудалов2002], составляющего $\approx 2.7 \text{ Т}$.

Данное наблюдение означает существование в образце нового масштаба энергии, существенно меньшего, чем энергия Ферми и даже перенормированная энергия Ферми.

В этих первых исследованиях, опубликованных в препринте [Тенех2009] и работе [Резников2010], из-за ограниченного диапазона температур удалось разобраться только, что наклон зависимости $\partial M/\partial n(B = 0)$, то есть $\partial\chi/\partial n$ является положительным в области диэлектрика и отрицательным глубоко в металлической области, а смена знака происходит при концентрациях выше критической концентрации n_c , в исследованном в работе [Резников2010] диапазоне температур это были $n \sim 1.4\text{--}1.6 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Величина $\partial\chi/\partial n$ сильно зависит от температуры; в диэлектрической области зависимость даже сильнее чем $1/T^2$ (для свободных спинов ожидается $\propto 1/T$). В области металлических концентраций сам сигнал значительно меньше, поэтому степень в температурной зависимости $\partial\chi/\partial n$ определить трудно. В любом случае, эта степень не согласуется с теоретическими предсказаниями для 2D Ферми-жидкости [Шехтер2006, Чубуков2003, Чубуков2005, Маслов2009].

Чтобы дать качественное объяснение результатам, необходимо помимо делокализованных электронов предположить существование состояний, локализованных или в потенциальной яме или в её непосредственной близости, таких, что они перезаряжаются на измерительной частоте и дают вклад в $\partial\mu/\partial B$. Эти состояния могут и не давать вклад в эффект Холла и осцилляции Шубникова-де Гааза.

Очевидно, что простая двухжидкостная модель, в которой невзаимодействующие локализованные состояния существуют независимо от взаимодействующего 2D-Ферми газа, предложенная в работе [Голд2002], не может объяснить столь низкой величины B^* , поскольку характерное поле $k_B T / \mu_B$, необходимое для поляризации изолированного спина (или невзаимодействующего невырожденного электронного газа) при температуре 1.7 К составляет 4.2 Т, что значительно превосходит B^* . Отсюда следует, что любое объяснение данных результатов обязано включать в себя межэлектронные взаимодействия.

Механизм данного взаимодействия, конечно, должен отличаться от взаимодействия между локализованными спинами рассматривавшегося в работе [Батт1986], поскольку такие взаимодействия ведут к антиферромагнитному спариванию и более слабому чем $1/T$ расхождению восприимчивости с понижением температуры. По всей видимости, данное взаимодействие связано со свободными электронами.

Таким образом, был продемонстрирован универсальный эффект в полевой зависимости $\partial\mu_{2D}/\partial B$ в широком диапазоне концентраций и температур. Чем ниже температура, тем больше амплитуда эффекта, поэтому необходимо детальное исследование феноменологии при более низких температурах, чему посвящен следующий раздел.

1.2.1 Измерения в слабых полях в широком диапазоне температур

Исследование феноменологии низкополевой особенности в $\partial M / \partial n$ было продолжено в широком диапазоне температур во вставке ${}^3\text{He}$. Если применить общие соображения к эффекту, то есть два предельных случая (как и для энтропии в главе 3), когда систему можно считать невзаимодействующей: (i) случай очень высоких концентраций и (ii) очень низких. Для высоких концентраций, глубоко в металлической фазе, отношение энергии Ферми и межэлектронного взаимодействия мало. Соответственно, можно ожидать, что восприимчивость Паули не зависит от концентрации. То есть можно ожидать нулевого сигнала $\partial\mu/\partial B$ вплоть до поля полной спиновой поляризации системы $2n/Dg\mu_B$, где D - плотность состояний. Для очень низких концентраций, каждый электрон локализован в своей потенциальной

яме, создаваемой беспорядком и взаимодействия между электронами также слабы (по сравнению с температурой), таким образом электроны будут вести себя как свободные спины: $\partial M/\partial n = \mu_B \tanh(b)$, где $b = \mu_B B/k_B T$ - нормированное на температуру магнитное поле (пользуемся тем, что g -фактор для электронов в Si равен 2). На Рис. 1.5а показана магнитополевая зависимость $\partial M/\partial n$, измеренная глубоко в режиме изолятора $n \approx 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ($n_c \approx 8.5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ для данного образца). Результат показан после вычитания диамагнитного вклада (см. подраздел 1.3.1); это вычитание не влияет существенно на низкотемпературные данные. Для температур выше 4.2 К, $\partial M/\partial n$ хорошо согласуется с ожидавшейся зависимостью $\partial M/\partial n = \mu_B \tanh(b)$ для одиночных спинов. Однако, при уменьшении температуры (i) низкополевой наклон зависимости $\partial M/\partial n(b)$ становится гораздо больше, чем можно ожидать для свободных спинов 1/2; (ii) зависимость $\partial M/\partial n$ от b становится сильно нелинейна; и (iii) при низких температурах $\partial M/\partial n$ достигает максимума при $b \approx b^*$ (под b^* понимается поле, в котором кривизна $\partial M/\partial n$ максимальна; (iv) значение сигнала в максимуме существенно превосходит μ_B . Факт превышения намагниченностью на электрон $\partial M/\partial n$ магнетона Бора означает, что при добавлении в поле порядка b^* электрона в систему, сам спин не просто ориентируется по полю, но ещё и способствует ориентации спинов соседних электронов. Это является неопровержимым доказательством ферромагнитного взаимодействия между спинами в системе. Все эти наблюдения можно легко промоделировать в приближении среднего поля, если ввести предположение, что константа ферромагнитного взаимодействия растёт с концентрацией (см. раздел 1.3.2). При высоких концентрациях, уже в металлической фазе, например при $n = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, как показано на рисунке 1.5(b), зависимость $\partial M/\partial n(B)$ при низких температурах меняет знак. Это вполне ожидаемо, поскольку рост концентрации носителей приводит к ослабеванию взаимодействий, а следовательно - деполяризации двумерного газа. Тепловые флуктуации также, очевидно, подавляют магнитное упорядочение, поэтому $\partial M/\partial n$ с ростом температуры становится всё менее отрицательным, а при температуре, превышающей энергию Ферми (порядка 10 К для $n = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$), приближается к ожидаемой зависимости для невзаимодействующих электронов. Наиболее интересным яв-

ляется наблюдение, что характеристическое обезразмеренное магнитное поле b^* является константой в широком диапазоне концентраций [см. Рис. 1.5(с)], от $n_c/2$ до $3n_c$. Это исключает возможность управляемого концентрацией квантового фазового перехода в однородное ферромагнитное состояние, предложенного в работах [Шашкин2001, Виткалов 2001, Шашкин2006]. Скорее это отражает поведение в поле системы больших спинов $J = (1/2)(1/b) \approx 2$. Большие спины обязаны представлять собой многоэлектронные образования. Минимальной моделью, которая бы объясняла наблюдающееся поведение, является модель двухфазного состояния, включающая в себя спиновые капли (со спином порядка 2) и свободные электроны. При росте концентрации носителей в фазе изолятора новые электроны попадают, в основном, либо в существующие капли, либо заселяют новые, что приводит к положительному $\partial M/\partial n$. С ростом концентрации спиновые капли начинают сосуществовать с Ферми-морем свободных носителей; добавление очередной порции электронов приводит либо к улучшению экранирования, что делает взаимодействия слабее, либо к поглощению капель морем, в любом случае начинает наблюдаться $\partial M/\partial n$ такого же порядка величины и масштаба полей b^* , как и в изолирующем состоянии.

Концентрация, при которой $\partial M/\partial n$ меняет знак, лежит в металлической области и зависит от температуры. При температуре $T \rightarrow 0$, она стремится к критической концентрации n_c , при которой осуществляется переход металл-диэлектрик. Чтобы это показать наилучшим образом, нужно количественно анализировать наклон $\partial M/\partial n(B = 0)$ (на Рис. 1.5), то есть $\partial \chi/\partial n \equiv \partial^2 M/\partial n \partial B$. На Рис. 1.6, величина $\partial \chi/\partial n$ для разных температур и концентраций показана цветом. Концентрация n_0 , при которой магнитная восприимчивость χ максимальна (то есть $\partial \chi/\partial n = 0$) линейно экстраполируется к n_c с понижением температуры. Совпадение магнитной величины n_0 с транспортной n_c при $T = 0$ означает, что два явления: образование спиновых капель и переход металл-изолятор тесно взаимосвязаны.

Для спиновой восприимчивости капель, казалось бы, можно ожидать температурной зависимости типа Кюри $\propto 1/T$. Наблюдается же совсем другая температурная зависимость $|\partial \chi/\partial n|$, близкая к $\propto 1/T^2$, причём как в металлической, так и в диэлектрической фазах

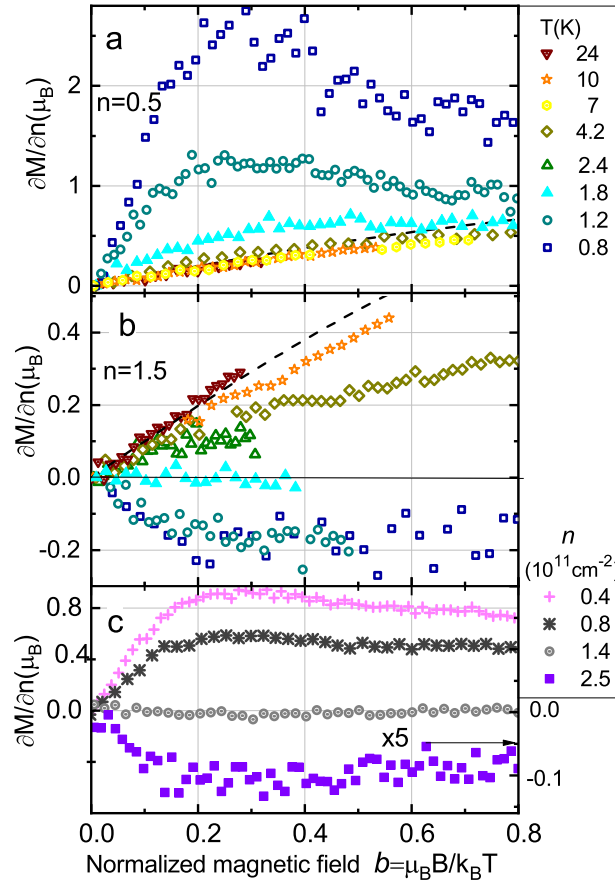


Рис. 1.5: $\partial M/\partial n$ как функция безразмерного магнитного поля $b \equiv \mu_B B/k_B T$. (a)- при концентрации $n = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Из данных был вычтен диамагнитный вклад, оцененный при высоких температурах как $0.04 \mu_B/T$ [Резников2010]. (b)- то же, что и панель (a), но при $n = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и диамагнитном вкладе $0.035 \mu_B/T$. Пунктиром на панелях (a) и (b) показана зависимость $\partial M/\partial n(b)$ для свободных спинов $1/2$. Панель (c): $\partial M/\partial n$ как функция b при разных n и $T = 1.8 \text{ K}$.

вдали $\partial\chi/\partial n = 0$; см. Рис. 1.7. Это обстоятельство указывает на то, что количество капель само меняется по закону $\propto 1/T$ в исследуемом температурном диапазоне.

Данные на Рис. 1.7 представляют собой сечение данных с Рис. 1.6, взятые при разных температурах. Глубоко в области изолятора (малые концентрации), $\partial\chi/\partial n$ положительно, и для достаточно низких температур сильно превышает значение Кюри для независимых спинов. По мере роста температуры, $\partial\chi/\partial n$ падает, потому меняет знак, достигает минимума, и в конце концов идет в 0, как бы и ожидалось для восприимчивости Паули невзаимодей-

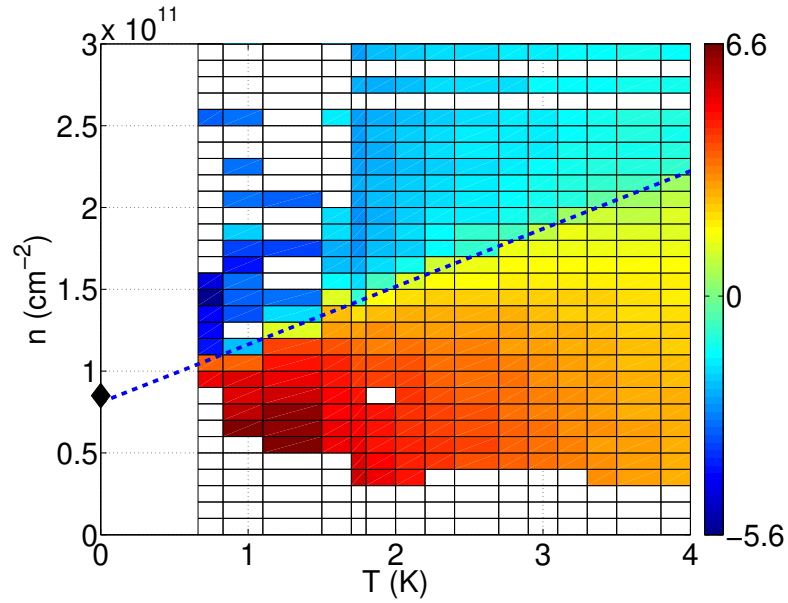


Рис. 1.6: Фазовая диаграмма $\partial\chi/\partial n$ представленная в виде цветовой карты для каждой температуры и концентрации. Шкала цвета в единицах μ_B/T . Пунктиром показана температурная зависимость концентрации, при которой $\partial\chi/\partial n = 0$. Ромбом показана концентрация перехода металл-изолятор для данного образца, известная из транспортных измерений.

ствующих электронов, которая не зависит от концентрации. При понижении температуры переход от положительной $\partial\chi/\partial n$ при низкой концентрации к отрицательной $\partial\chi/\partial n$ при более высокой концентрации становится резче, что указывает на наличие резкой ступеньки в χ вблизи n_c при $T = 0$.

Отметим, что из транспортных измерений, как частоты биений осцилляций Шубникова-де Гааза в наклонных полях [Пудалов2002] (Sh-dH) так и магнитосопротивления в параллельном поле [Шашкин2001, Виткалов2001], также следует увеличение χ с понижением концентрации в металлической фазе. Однако, величина $\partial\chi/\partial n$, определённая из этих измерений, оказывается значительно меньше той, что измерена термодинамическим методом (см. сплошную кривую на Рис.1.7). Это расхождение нельзя списать на ошибку эксперимента. Мы полагаем, что между транспортными и термодинамическими измерениями есть фундаментальная разница: термодинамический метод даёт среднюю намагниченность электронных состояний, перезаряжающихся за 80 мс период модуляции поля. В то же время транспорт-

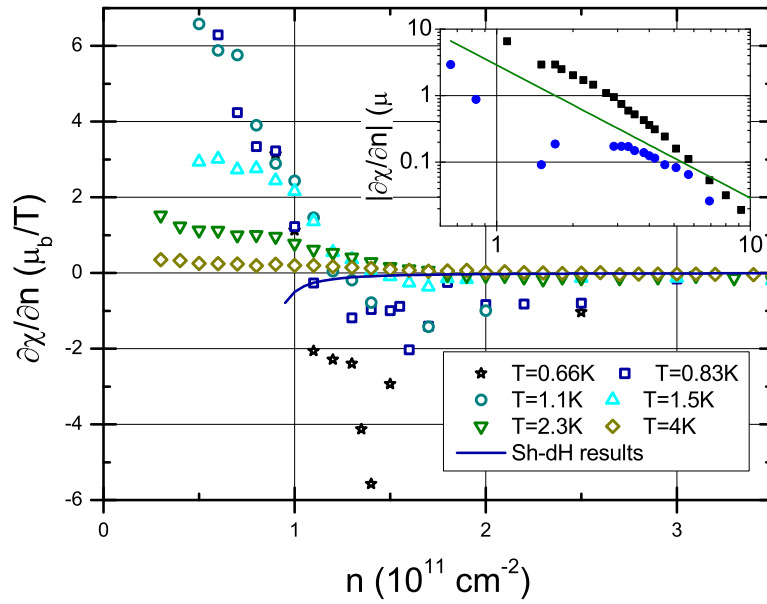


Рис. 1.7: $\partial\chi/\partial n$ как функция электронной концентрации при разных температурах. Сплошная линия показывает $\partial\chi/\partial n$ по данным осцилляций Шубникова-де Гааза [Пудалов2002]. На вставке показана зависимость $\partial\chi/\partial n(T)$ при двух концентрациях: $n = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ (■) и $n = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ из которой были исключены точки с $\partial\chi/\partial n \approx 0$ (●); линией показана зависимость $\partial\chi/\partial n \propto T^{-2}$.

ные измерения несут информацию о делокализованных электронах, релаксация импульса которых происходит за времена порядка пс.

Таким образом, экспериментально показано существование спиновых капель в Si-МОП структурах с высокой подвижностью носителей, причём по обе стороны от перехода металл-изолятор. Отсутствие аналогичных наблюдений в образцах с низкой подвижностью, для которых данный переход не наблюдается, означает, что электрон-электронные взаимодействия являются критическими.

1.2.2 Интегрирование $\partial M/\partial n$

Возможность интегрирования $\partial M/\partial n$ по концентрации практически от $n = 0$ позволяет оценить магнитный момент системы, ведь при $n = 0$ он, очевидно, нулевой. Конечно, в некоторой области концентраций, где образец не перезаряжается, часть сигнала будет теряться, но $\partial M/\partial n$ в этой области - заведомо конечная величина, не расходящаяся при малых n . Экстраполируя $\partial M/\partial n = \text{const}$ при малых концентрациях, можем получить полную величину

ну момента интегрированием (см. Рис.1.8). С понижением температуры магнитный момент сильно растёт. Этот рост никак не может быть отнесён к ошибке, связанной с неопределённостью нижнего предела интегрирования. Поскольку соотношения Максвелла носят абсолютный характер, то существование сильного суперпарамагнетизма в двумерной системе становится твёрдым экспериментально наблюдаемым фактом.

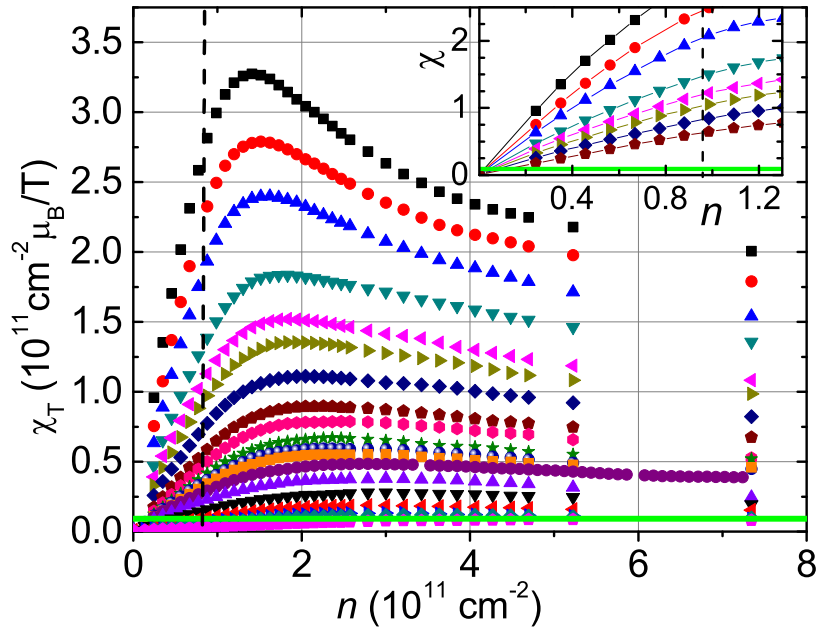


Рис. 1.8: Символы - термодинамическая спиновая восприимчивость χ , полученная путем интегрирования $\partial\chi/\partial n$ по концентрации как функция концентрации. Различные кривые соответствуют различным температурам (в К, сверху вниз) 1.7, 1.8, 2, 2.4, 2.7, 2.9, 3.1, 3.3, 3.5, 3.8, 4, 4.2, 4.6, 5.1, 5.7, 6.9, 8, 9.2, и 13. Зелёная линия - неперенормированная восприимчивость Паули. На вставке - те же данные при увеличении для малых концентраций и восьми наинизших температур. Вертикальная пунктирная линия показывает критическую концентрацию $n_c \approx 8 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$.

1.2.3 Обсуждение

Оценочная величина спина предполагаемой капли $J = 1/2b^* \approx 2$ совпадает со значением, предсказываемым в рамках теории [Нарожный2000] для реалистичного значения константы электрон-электронного взаимодействия $F\sigma_0 = -0.5$ [Климов2008]. Минимальный размер

капли можно оценить как $\sqrt{2J/n} \approx 100$ нм для $n = 5 \cdot 10^{10}$ см⁻², что сравнимо, хотя и меньше расстояния от затвора до двумерного газа в исследуемых структурах ($d \approx 200$ нм). Это разумно, поскольку затвор экранирует флуктуации потенциала размером $> d$, а значит неоднородности масштаба 100 нм не запрещены. Также полученные результаты находятся в качественном согласии с численными расчётами [Флери2010], предсказывающими рост поляризуемости системы по спину с увеличением степени разпорядоченности. Наблюдение капель в фазе металла согласуется с предсказанием многоспиновых флуктуаций в Ферми-жидкости [Нарожный2000], а в фазе изолятора - с ожидаемой спонтанной поляризацией квантовых точек [Андреев1998, Бенетти2001], которые являются моделью спиновых капель.

Эти результаты позволяют сформулировать картину неоднородного состояния в котором легко поляризуемые по спину капли (образуемые флуктуационно или наводимые беспорядком) сосуществуют с Ферми-жидкостью в широком диапазоне концентраций. Остаётся не ответным вопрос о пространственной организации электронов в капле (если таковая существует). Например, капли могут быть на самом деле частичками Вигнеровского кристалла или более сложно организованными образованиями [Спивак2004]. Такая модель, однако, требует ответа на вопрос: почему две эти подсистемы столь слабо взаимодействуют. Действительно, масштаб b^* никак не проявляется в транспортных измерениях. Действительно, магнитосопротивление в параллельном поле квадратично по магнитному полю в достаточно широком диапазоне полей $\mu_B B / k_B T > 1$, как показано в работе [Моргун2016]. Другим вопросом является, почему капли, являясь источниками магнитного поля в образце, не приводят к насыщению времени сбоя фазы (измеряемого из слабой локализации), как ожидалось [Фолк2001]? Вероятным объяснением этих наблюдений, предложенным в работе [Репин2016] могло бы быть то, что спиновые капли имеют большой размер и обладают коллективной природой, что не даёт электрону легко рассеяться на них с переворотом спина.

Когда данные эксперименты были сделаны (2012 год), представлялось, что наиболее прямой проверкой существования капель (если они не флуктуационной природы) была бы магнитометрия с пространственным разрешением, аналогичная измерениям локальной сжимае-

мости [Якоби1999]. Надежды здесь связаны с развитием экспериментальной техники, в частности использованием спектроскопии центров окраски в алмазе [Тейлор2008] и сканирующих СКВИД-ов [Васюков2013]. Для подобных экспериментов потребуются образцы с минимальным расстоянием от поверхности до двумерного газа. Другая возможность - поляризация фотолюминисценции, но для этого необходим прямозонный полупроводник (GaAs), где эффекты спиновых капель хоть и наблюдались [Тенех2013], но были смещены в область сверхнизких температур, таких, что оптические измерения непременно вызывали бы перегрев системы. Температурная зависимость электронного парамагнитного резонанса или сдвига Найта в сигнале ядерного магнитного резонанса на ядрах ^{29}Si (вероятно, с детектированием по сопротивлению) также может оказаться чувствительным к магнетизму спин-капельной системы. К сожалению, эти эксперименты до сих пор не были поставлены.

Подтверждение существования явления с тем же масштабом энергии дали детальные измерения магнитосопротивления в параллельном поле, проведённые нашей группой и изложенные в работе [Моргун2016]. Также в пользу неоднородного состояния системы говорят работы [Ли2019] и [Пудалов2020]. Обзор данных работ сделан в Приложении III к настоящей главе.

1.3 Приложения

1.3.1 Приложение I: К вопросу об измеряемой величине

Чтобы лучше понимать экспериментальные результаты, необходимо обсудить, что именно измеряется в такого типа экспериментах, и о чём надо помнить при интерпретации данных. Рассмотрим систему, состоящую из 2D газа и источника напряжения, соединённых через омический контакт. Источник напряжения обеспечивает напряжение на затворе V , как показано на Рис. 1.9. Свободная энергия системы записывается следующим образом:

$$f = f_G + f_{2D} - enV + \frac{e^2 n^2}{2c_0}, \quad (1.4)$$

где f_G и f_{2D} - свободные энергии затвора и двумерного газа, соответственно, а последний член описывает электростатическое взаимодействие между ними. Ёмкость c_0 , определяемая уравнением (1.4), отличается от геометрической в меру конечной толщины волновой функции на величину $\approx (1 + \bar{z}_0/d_{\text{ок}})^{-1}$; здесь $d_{\text{ок}} \approx 190$ нм - толщина оксида в используемых образцах, а $\bar{z}_0 \approx 3.5$ нм среднее расстояние от двумерного слоя до интерфейса Si/SiO₂.

Концентрация в двумерном электронном газе определяется из условия минимума свободной энергии f . Дифференцируя уравнение (1.4) по концентрации n при условии полного нулевого заряда системы (то есть вариация электронной плотности на затворном электроде равна минус таковой в двумерном газе $\delta n_g = -\delta n$) даёт:

$$n = \frac{c_0}{e} \left(V - \frac{\mu_{2D} - \mu_G}{e} \right). \quad (1.5)$$

Здесь μ_{2D} и μ_G - электрохимические потенциалы электронов 2D газа и затвора, соответственно. Изменение внешнего параметра сдвигает равновесную концентрацию n . Химпотенциал затвора μ_G предполагается не зависящим от B и n ; μ_{2D} и c_0 , напротив, зависят от обоих параметров. Рассмотрим изменение концентрации при вариации V , то есть $dn/dV = \tilde{c}/e$, которая приводит к зависящей от напряжения на затворе ёмкости \tilde{c} :

$$\frac{1}{\tilde{c}} = \frac{1}{c_0} \left(1 - \frac{\partial c_0}{\partial n} \frac{n}{c_0} + \frac{c_0}{e^2} \frac{\partial \mu_{2D}}{\partial n} \right) \quad (1.6)$$

Как видно из уравнения (1.6), величина \tilde{c} слегка перенормируется относительно геометрической ёмкости c_0 из-за зависимости последней от n , а также сжимаемости 2D газа.

Аналогично, изменение концентрации с магнитным полем даётся выражением:

$$\frac{e^2}{\tilde{c}} \frac{dn}{dB} = -\frac{\partial \mu_{2D}}{\partial B} + \frac{e^2 n}{c_0^2} \frac{\partial c_0}{\partial B} \equiv -\frac{\partial \mu}{\partial B}. \quad (1.7)$$

Ток перезарядки, текущий в результате модуляции затворного напряжения, даёт ёмкость \tilde{c} , которая потом используется для извлечения $\partial \mu / \partial B$. В уравнении (1.7) мы определили μ , которая содержит вклад, пропорциональный $\partial c_0 / \partial B$, которым было пренебрежено в работах [Прус2003, Шашкин2006]. Как будет показано ниже, для двумерного газа в инверсионных слоях в Si-МОП структурах он мал.

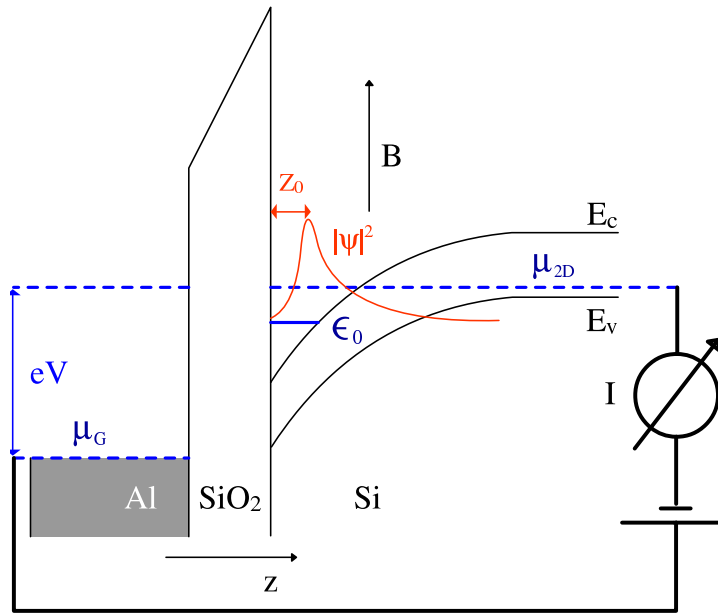


Рис. 1.9: Схема эксперимента по измерению $\partial\mu/\partial B$, совмещенная с зонной диаграммой Si-MOS структуры; z - направление перпендикулярное плоскости 2D газа.

Поскольку толщина двумерного газа мала, но конечна, магнитное поле в плоскости, помимо спина также связывается с орбитальным движением, приводя к двум эффектам: (i) диамагнитному сдвигу уровней размерного квантования [Прус2003, Резников2004]; (ii) изменению среднего расстояния \bar{z}_0 для волновой функции электронов от интерфейса Si – SiO₂ из-за асимметрии потенциала ямы, см. Рис. 1.9. Первый эффект приводит к диамагнитному сдвигу химического потенциала, $\delta\mu_d$, который, конечно, надо вычитать, если интересоваться спиновой компонентой : $\delta\mu_s = \delta\mu_{2D} - \delta\mu_d$. Второй эффект приводит к изменению ёмкости $c_0(B)$ и вкладу $\delta\mu_c$, который надо вычитать из $\delta\mu$, чтобы получить $\delta\mu_{2D}$: $\delta\mu_{2D} = \delta\mu - \delta\mu_c$, где

$$\frac{\partial\mu_c}{\partial B} = -\frac{ne^2}{c_0^2} \frac{\partial c_0}{\partial B}. \quad (1.8)$$

Для невзаимодействующего двумерного газа эти вклады от конечной толщины могут быть найдены из численного решения уравнения Шрёдингера в треугольном потенциале ямы. Нас интересует энергия нижнего уровня только $|0\rangle$ размерного квантования, поскольку только он заполняется при малых концентрациях изучаемых в экспериментах. Выберем калибровку Ландау для вектор-потенциала $\mathbf{A} = (0, B(z - z_0), 0)$, где $z_0 = \langle 0|z|0\rangle$.

Такая калибровка сохраняет минимум закона дисперсии $\epsilon_0(k_x, k_y)$ при $k_y = 0$. Здесь стоит отметить, что при усреднении результата по k -вектору в плоскости надо быть аккуратным, чтобы получить $\bar{\epsilon}_0 = \langle \epsilon_0 \rangle_k$ и $\bar{z}_0 = \langle z_0 \rangle_k$, поскольку на компоненты с разными k_y поле влияет по-разному. Для зависящего от концентрации электрического поля E в данной самосогласованной яме можно использовать выражение из [Андо1982]:

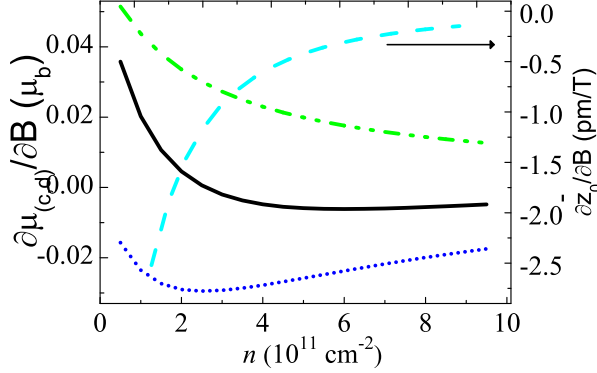


Рис. 1.10: Поправки к $\partial\mu/\partial B$ из-за конечной толщины двумерного газа в поле $B = 1$ Т в зависимости от концентрации электронов (моделирование): штрихпунктирная линия - диамагнитный вклад $\partial\mu_d/\partial B$, точечная линия - $(-\partial\mu_c/\partial B)$, сплошная линия - сумма этих двух слагаемых. пунктирная линия $\partial\bar{z}_0/\partial B$ (правая шкала, отметим что номинальное значение \bar{z}_0 составляет ≈ 3.5 нм).

приводить к недооценке величины $\partial\mu_s/\partial B$. Для кремниевой системы суммарный вклад этих слагаемых не превосходит $0.05\mu_B$ при поле $B = 1$ Т при низких концентрациях, а с ростом n - падает; таким образом, для низкополевого эффекта в $\partial\mu/\partial B$ при низких температурах (обусловленного спиновыми каплями), он не вносит решающего значения. Эффекты конечной толщины становятся существенными для систем с малой эффективной массой в z -направлении (как например электроны в GaAs), или в больших магнитных полях [Прус2003].

$$E = \frac{4e\pi}{\epsilon_{Si}} \left(n_D + \frac{11}{32}n \right), \quad (1.9)$$

где $e \cdot n_D$ - заряд обеднённой области, $n_D \approx 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ для наших образцов. Если температура мала по сравнению с E_F , то для диамагнитного вклада, очевидно, $\partial\mu_d/\partial B = \partial\bar{\epsilon}_0(B)/\partial B$. Емкостной вклад (1.8) может быть выражен через

$$\frac{\partial\mu_c}{\partial B} = ne^2 \frac{\partial(1/c_0)}{\partial B} = \frac{4\pi ne^2}{\epsilon_{Si}} \frac{\partial\bar{z}_0}{\partial B} \quad (1.10)$$

Оба вклада, будучи первыми производными от чётных функций, линейны по магнитному полю в области малых полей; они показаны на Рис. 1.10. Диамагнитный вклад в $\partial\mu/\partial B$ положителен, а емкостной - отрицателен. Их сумма (также показанная на Рис. 1.10) положительна, так что пренебрежение данными членами будет

Когда напряжение на затворе или магнитное поле меняются настолько медленно, что можно считать, что система каждый момент времени находится в термодинамическом равновесии, то эта модуляция приводит к току перезарядки с амплитудой

$$(a) I_V = i\omega C(\omega)\delta V \quad (b) I_B = -i\omega C(\omega)\frac{\partial\mu}{\partial B}\delta B, \quad (1.11)$$

где ёмкость $C = S\tilde{c}$ пропорциональна площади образца S ; Уравнения (1.11) были использованы в [Прус2003,Шашкин2006], для определения ёмкости и извлечения $\partial\mu/\partial B$.

Однако, для малых концентраций электронов, перезарядка ограничивается большим контактным сопротивлением и малой проводимостью 2D газа. Когда их суммарное сопротивление приближается к $1/\omega C$, ёмкость становится комплексной величиной, а её величина падает. При этом, как показано ниже, уравнения (1.11) всё ещё могут быть использованы для нахождения $\partial\mu/\partial B$, если подставить комплексную ёмкость. При этом, однако, условия измерения I_V и I_B (частота, напряжение на затворе, величины магнитного поля и температуры) должны быть полностью одинаковы.

Когда конденсатор перезаряжается из-за модуляции напряжения на затворе или магнитного поля, возникают градиенты потенциала и концентрации электронов по образцу, а следовательно μ_{2D} становится функцией координат. Также ток перезарядки приводит к падению напряжения на контакте. Его плотность \vec{j} даётся уравнением непрерывности:

$$e\frac{dn}{dt} = -\nabla\vec{j} = \nabla\left(\sigma\nabla\frac{\mu_{2D}}{e}\right), \quad (1.12)$$

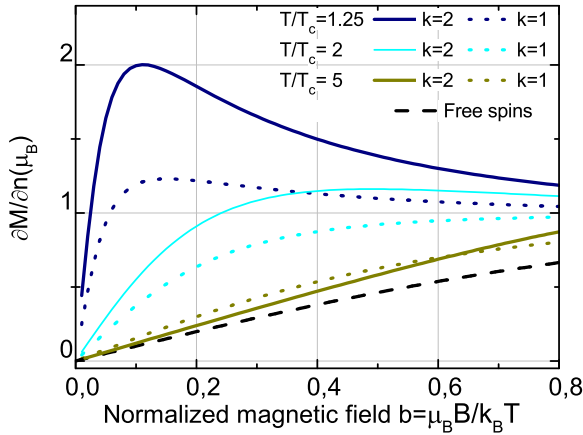
где σ - в общем случае зависящая от координаты проводимость 2D газа и области контакта.

Следуя подходу, предложенному в работе [Дорожкин1986], мы предполагаем, что система остаётся в квази-термодинамическом равновесии, и что характерный латеральный масштаб, на котором меняется электрохимический потенциал, много больше, чем толщина окисла. Тогда уравнение (1.5) с зависящим от координаты $\mu_{2D}(r)$ будет справедливо локально, это так называемое приближение “локальной ёмкости”. В этом приближении, согласно уравнениям (1.6) и (1.7), и внешние напряжение и изменение магнитного поля вызывают изменение концентрации, а разница между ними только в том, что $e\delta V$ заменяется на $-\partial\mu/\partial B\delta B$. Эти

вариации входят в качестве источника в уравнение (1.12), функция Грина которого при подстановке соответствующих граничных условий, и определит ток через контакт. Это значит, что уравнение (1.11) в приближении локальной ёмкости остаётся справедливым с тем же самым значением C , что и в уравнениях (1.11a) и (1.11b).

1.3.2 Приложение II: Указание на ферромагнетизм

Простейшей моделью, в рамках которой можно включить ферромагнитные взаимодействия, является модель среднего поля, в которой безразмерная намагниченность на электрон, $\tilde{m} = m/(n\mu_B)$, задаётся формулой:



$$\tilde{m} = \tanh(b + \tilde{m}/\tilde{t}), \quad (1.13)$$

где $\tilde{t} = T/T_c$, а зависящий от концентрации параметр $T_c > 0$ характеризует силу взаимодействия. Имеет смысл рассматривать лишь лишь $T > T_c$, поскольку подразумеваемая этой моделью ферромагнитная неустойчивость при $T = T_c$, запре-

Рис. 1.11: $\partial M/\partial n$, вычисленная в приближении среднего поля. Предполагалось $T_c \propto n^k$; На рисунке показано два набора кривых: для $k = 2$ (сплошные линии), и для $k = 1$ (пунктир). Видно сходство с Рис. 1.5а.

щена в 2D системах с непрерывными симметриями. Решая уравнение (1.13) численно, можно получить \tilde{m} как функцию b и \tilde{t} . Величина $\partial M/\partial n$ выражается через \tilde{m} и зависит от параметра $\partial T_c/\partial n$:

$$\frac{1}{\mu_B} \frac{\partial M}{\partial n} = \tilde{m} + n \frac{\partial \tilde{m}}{\partial n} = \tilde{m} - n \tilde{t} \frac{\partial \tilde{m}}{\partial \tilde{t}} \frac{\partial T_c}{\partial n} \quad (1.14)$$

В фазе изолятора можно ожидать, что T_c возрастает с ростом n от 0 при $n = 0$, из-за того, что растёт перекрытие волновых функций электронов. В фазе металла величина T_c , наоборот, должна падать с n , поскольку улучшается экранирование. Положительное значение $\partial T_c/\partial n$ - это условие для наблюдения максимума в зависимости $\partial M/\partial n(b)$.

Если в качестве грубой аппроксимации взять $T_c \propto n^k$, то для k , равного 1 и 2, результаты получатся качественно аналогичными (см рис 1.11). Таким образом, $\partial M/\partial n$ качественно воспроизводит все особенности эффекта, наблюдаемые на Рис. 1.5, включая даже кажущееся нефизичными $\partial M/\partial n > \mu_B$. Это подтверждает ферромагнитный характер взаимодействия между спинами в системе. Вскоре после выхода нашей работы [Тенех2012], было теоретически показано [Стадник2013], что представленные данные объяснимы, если между спиновыми каплями ввести ферромагнитное взаимодействие.

1.3.3 Приложение III: Транспортные указания на наличие спиновых капель

В лаборатории сильно-коррелированных систем ФИАН Л.А. Моргуном исследовалось магнитосопротивление Si-МОП структур в параллельном их плоскости магнитном поле в пределе малых магнитных полей [Моргун2016], где оно является квадратичным в наинизшем по полю порядке:

$$\rho(B) = \rho_0 + a_\rho B^2 + O(B^2), \quad (1.15)$$

То же самое справедливо и для обратной величины - проводимости:

$$\sigma(B) = \sigma_0 + a_\sigma B^2 + O(B^2), \quad (1.16)$$

При этом $a_\sigma = -0.5a_\rho/\rho^2$. В экспериментах из работы [Моргун2016] было показано, квадратичный по полю режим простирается до магнитных полей $g\mu_B B \sim 5k_B T$, что не соответствует теории квантовых поправок [Зала2001] и показывает, что поляризация спиновых капель также не влияет на магнитосопротивление.

Величина a_σ в работе [Моргун2016] была систематически исследована как на нескольких “высокоподвижных” образцах, демонстрирующих переход металл-изолятор, так и на “низкоподвижных” (максимальная подвижность $0.2 \text{ м}^2/\text{Вс}$), не демонстрировавших переход. Для образцов с низкой подвижностью a_σ примерно пропорционально $1/T^2$, что ожидается в теории квантовых поправок. В образцах, демонстрирующих переход металл-изолятор, a_σ при

низких температурах убывала с температурой $\propto T^{-1}$, а начиная с некоторой температуры T_{kink} , которая на графике $a_\sigma(T)$ в двойном логарифмическом масштабе видна как точка излома, убывала $\propto T^{-2}$.

Из этих экспериментальных фактов следует, что двумерная система имеет температурный энергетический масштаб $T_{kink}(n)$. Этот масштаб критическим образом зависит от концентрации и стремится к нулю вблизи перехода металл-изолятор. С энергией Ферми этот масштаб также не связан, поскольку последняя пропорциональна концентрации, а концентрация у перехода конечна.

Зависимость сопротивления от температуры, показанная, например на Рис.1.1, при концентрациях чуть больше n_c имеет характерную форму с двумя точками перегиба и максимумом. Свойства точки перегиба при $T > T_{max}$ были проанализированы в работе [Князев2008] в рамках двухпараметрического скейлингового подхода. Данный подход не может соответствовать системе при столь высоких температурах, поскольку она становится невырожденной. Температура T_{max} также обсуждалась в рамках данного подхода [Панноуз2001]. Она порядка перенормированной энергии Ферми. Низкотемпературная точка перегиба стремится к нулю температуры по мере стремления концентрации к n_c .

В работе [Моргун2016] было установлено, что три температуры близки между собой: (i) температура излома в магнитопроводимости T_{kink} , (ii) температура нижней точки перегиба в температурной зависимости сопротивления T_{infl} и (iii) температура $T_{dM/dn}$, при которой спиновая восприимчивость в нулевом поле максимальна. Это указывает на существование в системе масштаба энергий меньше фермиевской, который определяет явление перехода металл-изолятор.

Из данных наблюдений следует, что ренорм-групповая трактовка магнетотранспортных данных вблизи перехода металл-изолятор [Князев2006] и, в частности, фазовая диаграмма взаимодействующей разупорядоченной системы [Анисимова2007, Панноуз2010], должна быть полностью пересмотрена. Действительно, в вышеупомянутых работах максимум на температурной зависимости сопротивления рассматривался как доказательство диффузионного

режима (более подробно рассматриваемого в разделе 6), а магнитосопротивление было использовано для измерения параметра взаимодействия. Из работы [Моргун2016] следует, что данный максимум представляет собой “физику высоких энергий” и не связан с низкотемпературными перенормировками.

Другим транспортным указанием на спиновые капли является недавняя работа [Ли2019-2], в которой поле полной спиновой поляризации системы исследовалось по линейной части вольт-амперных характеристик в режиме изолятора при температуре ~ 0.5 К. Показано, что данное поле не стремится к 0, а имеет тенденцию к насыщению на примерно пропорциональное температуре значение, правда в несколько раз большее чем B^* . Это наблюдение указывает на то, что в состоянии изолятора магнитосопротивление насыщается, когда полностью поляризуется по спину система капель.

Наконец, в работе [Пудалов2020] по аномалии во времени τ_q , определяемом из амплитуды квантовых осцилляций, наблюдаемых в Si-MOП структурах также делается вывод о неоднородности системы. Данный вывод косвенно подтверждает существование спиновых капель.

1.4 Выводы по данной главе

В двумерной системе в Si-MOП структурах, демонстрирующей переход металл-изолятор из термодинамических измерений производной восприимчивости по концентрации на фоне Ферми-жидкости были обнаружены признаки спин-капельного состояния:

- в намагниченности существует низкополевая особенность, напоминающая поведение свободных спинов, но реализующаяся в гораздо меньших магнитных полях, что указывает на \sim в 4 больший спин перемагничиваемого образования (то есть около 2);
- температурная зависимость магнитной восприимчивости в малых полях близка к $\propto 1/T^2$, что указывает на таяние т.н. спиновых капель с температурой;

- в области изолятора добавление электронов в систему вызывает рост намагниченности, а при концентрациях, соответствующих области металлической проводимости системы, - уменьшение намагниченности. Концентрация носителей, при которой магнитная восприимчивость максимальна, линейно растёт с температурой и экстраполируется в концентрацию перехода металл-изолятор при $T = 0$;
- в области изолятора возможно наблюдение сигнала $\partial M / \partial n > \mu_B$, то есть добавление электрона в систему увеличивает её магнитный момент больше чем на один магнетон Бора, что указывает на ферромагнитный характер взаимодействий в системе.

Глава 2

Низкотемпературные свойства Si-MOП структур с массивом антиточек

2.1 Введение и образцы

Обнаружение спиновых капель в двумерной системе с переходом металл-изолятор поставило вопрос о принципиальной локальной неоднородности этой системы (глава 1). Представляется, что неоднородность является способом системы с сильными межэлектронными взаимодействиями понизить свою свободную энергию. На поверхности лежал вопрос: может ли для перехода металл-изолятор и связанных с ним явлений гораздо существенней оказаться локальная неоднородность, а не электрон-электронное взаимодействие? В таком случае можно бы надеяться создать пусть не сильно взаимодействующую, но неоднородную систему, в которой бы наблюдалась металлическая проводимость, переход металл-изолятор, магнитосопротивление в параллельном поле, перенормировки различных параметров. Чтобы не понизить подвижность потенциал неоднородностей в такой системе должен быть плавным.

Прототип такой системы для моделирования искусственного беспорядка оказался у нас в руках, его любезно предоставил Мартын Сергеевич Нунупаров из Института общей физики РАН. Это массив антиточек в Si-MOП структуре. Массивом антиточек называется структура с двумерным газом, в которой существуют периодиче-

ски повторяющиеся нано или микро-области без двумерного газа. Большинство работ по измерению транспортных свойств выполнено на массивах антиточек с резкими границами. Основная идея этих экспериментов - наблюдение соразмерных или Вейсовских осцилляций в магнитосопротивлении [Вейс1992]: когда длина свободного пробега большая, а радиус циклотронной орбиты оказывается сопоставим с расстоянием между антиточками, электрон может вращаться по определённой орбите без рассеяния, с

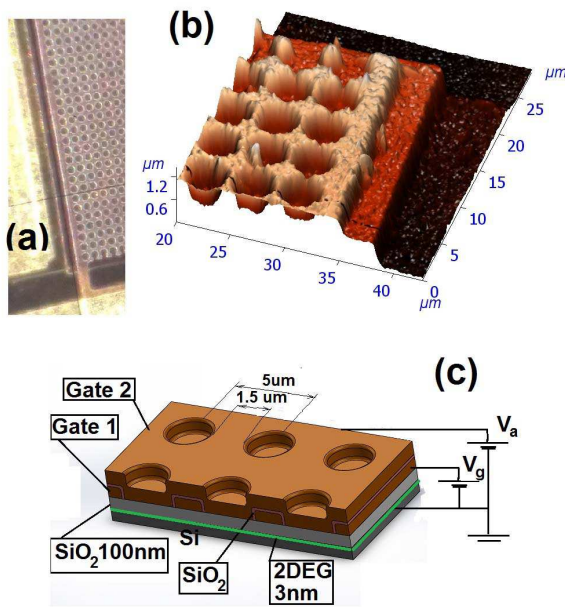


Рис. 2.1: (а) Изображение массива антиточек в оптический микроскоп (b) в АСМ и (с)Схема подключения затворных напряжений к массиву антиточек.

ростом поля радиус орбиты уменьшается и электрон неизбежно столкнется с антиточкой, что отразится на сопротивлении. Данный эффект является квазиклассическим. Квантовым эффектом, определяющим низкотемпературное магнитосопротивление в системе антиточек, являются осцилляции Альтшулера-Аронова-Спивака [Альтшулер1981-2]. Для обзора современного состояния экспериментов изложен в работе [Козлов2009].

Отличительной особенностью описанного в данной главе (работа [Кунцевич2016]) массива антиточек являлось то, что их размер, масштаб плавности границ, а также расстояние между ними намного превышали длину свободного пробега. Использовались литографически определённые образцы Si-МОП структуры формы холловского мостика (см. Рис.2.1a,b), содержащие массив антиточек с двумя независимыми затворами: один управляет концентрацией двумерного газа в антиточках, V_a , а другой - в оставшемся двумерном газе (ОДГ) V_g . Независимо на том же чипе были реализованы мостики Холла двумерного газа без антиточек. Таким образом транспортные свойства чистого 2D газа и 2D газа с антиточками могли быть из-

ростом поля радиус орбиты уменьшается и электрон неизбежно столкнется с антиточкой, что отразится на сопротивлении. Данный эффект является квазиклассическим. Квантовым эффектом, определяющим низкотемпературное магнитосопротивление в системе антиточек, являются осцилляции Альтшулера-Аронова-Спивака [Альтшулер1981-2]. Для обзора современного состояния экспериментов изложен в работе [Козлов2009].

мерены независимо при прочих одинаковых условиях. Образцы были получены в тех же процессах, что и в работе [Беркут1986]. Подложка была легирована *p*-типом, так что определённая проводимость по ней (сопротивление порядка 1 ГОм) сохранялась до 20 К, поэтому все измерения проводились при более низких температурах. Размеры мостика Холла с антиточками составляли 0.4 мм × 0.4 мм; размеры мостика Холла, для чистого двумерного газа, 0.1 мм×1 мм, соответственно. Помимо антиточек и просто 2D газа на чипе было реализовано ещё несколько геометрий. На Рисунке 2.1 показаны все размеры антиточек и схема управления.

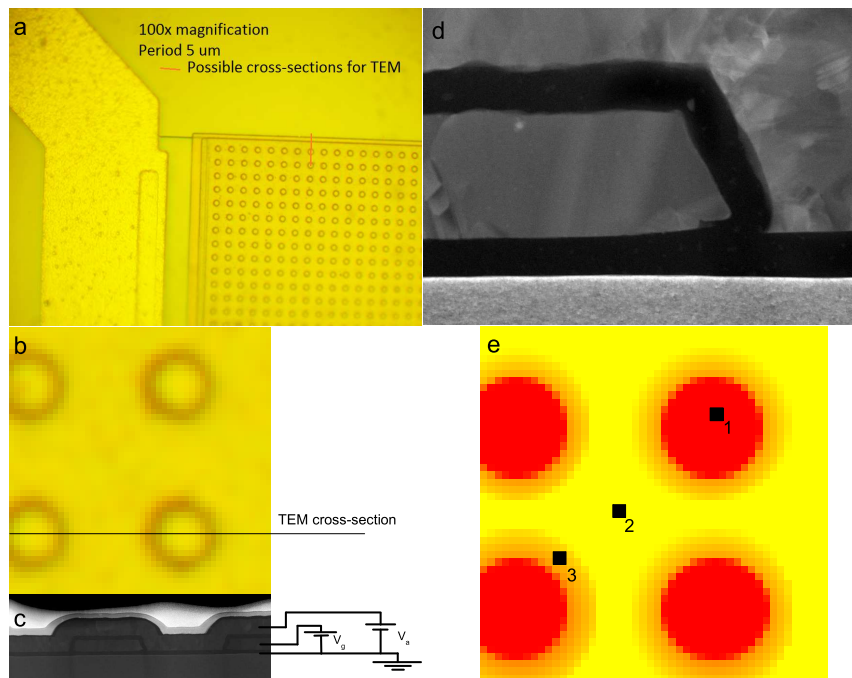


Рис. 2.2: (а) Изображение угла массива антиточек в оптический микроскоп, (б) увеличенный участок (а), (с) сечение структуры в просвечивающий электронный микроскоп и схема подсоединения затворов, (d) изображение границы антиточки в просвечивающий микроскоп микроскоп (справа), остаточный двумерный газ (слева) и область оболочки (посредине), (e) изображение (b) с подписанными областями.

На Рис. 2.2с,d показано изображение сечения структуры в просвечивающий электронный микроскоп (использовался микроскоп FEI-Titan 80-300 при энергии электронов 200 кэВ в Курчатовском институте, а для вырезания ламели - установка FEI Helios NanoLab 650 с

галлиевым ионным пучком). Направление вырезания ламели показано чертой на Рис. 2.2b. Примеры STEM изображений показаны на Рис.2.2c и 2.2d. На этих изображениях четко видна структура образца: нижний серый слой - монокристаллический кремний ориентации (001); темный цвет - SiO₂, образование формы трапеции- сильно легированный затвор из поликремния над основным двумерным газом, остальная часть - над антиточками, как схематически показано на Рис.2.1c. На панели d показана схема подключения затворов. Как видно, затворы сами разделены слоем оксида, а следовательно - независимы друг от друга. Области, показанные схематически на Рис. 2.2e цифрой 3 можно назвать оболочками, или “шубой”. В них, из-за краевых эффектов концентрация электронов будет пониженной относительно двумерного газа .

Всего было изготовлено примерно 400 чипов с образцами на 4” пластине. Поскольку от чипа к чипу были вариации в толщине подзатворного диэлектрика, концентрации примесей, степени шероховатости рабочего интерфейса, вызванные, по-видимому, градиентами температур при изготовлении образцов, то свойства образцов отличались. Обсуждаемые ниже эффекты, тем не менее, наблюдались в разных образцах.

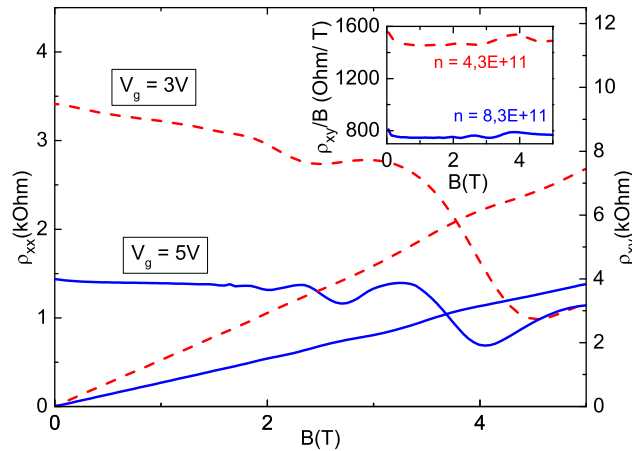


Рис. 2.3: Магнитосопротивление и эффект Холла в Si-МОП структуре с того же чипа, что и массив антиточек AA1 а зависимости от магнитного поля при $T = 2\text{K}$. На вставке показан холловский наклон (R_{xy}/B) как функция магнитного поля.

Измерения сопротивления проводились в диапазоне температур 2 -20 К и магнитных по-

лей до 9 Т в криомагнитной установке PPMS-9, по 4х точечной схеме с использованием синхродетектирования. Измерительный ток был в диапазоне 50–200 нА, чтобы не перегреть образец, измерительные частоты были в диапазоне 13–18 Гц. Снимались полевые зависимости сопротивления (холловского сопротивления) на развороте поля (как правило от 7 до -7 Т), после чего данные симметризовались (антисимметризовались). В двумерном газе без антиоточек максимальная подвижность электронов была порядка $1 \text{ м}^2/\text{Вс}$ при 4.2 К. Продольное магнитосопротивление, $\rho_{xx}(B)$ было слабым и отрицательным: в малых полях ($<0.4 \text{ Т}$) это магнитосопротивление является причиной подавления слабой локализации, в больших магнитных полях в Si-MOП структурах с высокой подвижностью носителей регулярно наблюдается отрицательное магнитосопротивление [Прус2001,Окамото1999,Ренар2013], которое, по всей видимости, связано с электрон-электронным взаимодействием, и всё ещё не понято. В полях от 2 Т наблюдаются осцилляции Шубникова-де Гааза. Как видно из Рис. 2.1, холловское сопротивление является линейной функцией магнитного поля, как и должно быть в однородной однокомпонентной системе. Если разделить холловское сопротивление на магнитное поле, то в самых малых полях можно обнаружить клювообразную особенность. Без понимания причины феноменология этой особенности уже анализировалась в приложении (Appendix) к работе [Кунцевич2013] (также см. главу 6). По всей видимости, особенность имеет отношение к слабой локализации, аналогично особенности, наблюдавшейся в группе Минькова [Миньков2010]. Концентрация электронов, извлекаемая из эффекта Холла примерно линейно зависит от напряжения на затворе. Сопротивление просто двумерного газа не демонстрирует гистерезиса как функция затворного напряжения, в отличие от массива антиоточек. Гистерезис (запаздывание на время от 30 секунд) в массивах антиоточек вызван, по всей видимости перезарядкой граничных областей.

2.2 Низкотемпературное магнитосопротивление и эффект Холла

На затвор антиточек было подано низкое напряжение ($V_a=0$), так что под ними возникла область разряжения. Сопротивление оставшегося двумерного газа измерялось при различных напряжениях на затворе. Прежде всего надо отметить, что сопротивление на квадрат ОДГ с того же чипа больше, чем просто двумерного газа, это связано с очевидными сужениями, которые производят антиточки, уменьшая эффективную ширину образца. Примечательно, в системе антиточек отличается и магнитосопротивление: чем сильнее разрежены антиточки, тем больше разница. Отрицательное напряжение на затвор антиточек не прикладывалось, так как это приводило к долговременным необратимым изменениям. Вообще, в проводимости массива антиточек при низких температурах наблюдались эффекты долговременной памяти, то есть переключение напряжения на затворе приводило к мгновенному изменению сопротивления к метастабильному значению и последующей длительной релаксации к равновесному значению. При температурах ниже 1 К эта релаксация практически останавливалась. Величина метастабильного значения зависела от истории состояния образца. Если все изменения напряжений на затворах производить при высоких температурах, то при низких система будет в заведомо равновесном состоянии.

На рисунках 2.2a, 2.2b, 2.2d, 2.2e показаны примеры зависимостей сопротивления на квадрат и холловского сопротивления массива антиточек AA1 от магнитного поля для двух значений напряжения на затворе. Наблюдаются радикальные качественные изменения по сравнению с просто двумерным газом: магнитосопротивление стало существенно положительным, а холловское сопротивление стало отклоняться от линейной по магнитному полю зависимости. То, что неоднородность системы приводит к положительному магнитосопротивлению это не удивительно и хорошо известно (см. например, работу [Пинг2014]), качественно можно понять как подмешивание геометрии Корбино [Париш2003]. Поправка же к эффекту Холла гораздо менее тривиальна, ведь хорошо известно, что эффект Холла не зависит от

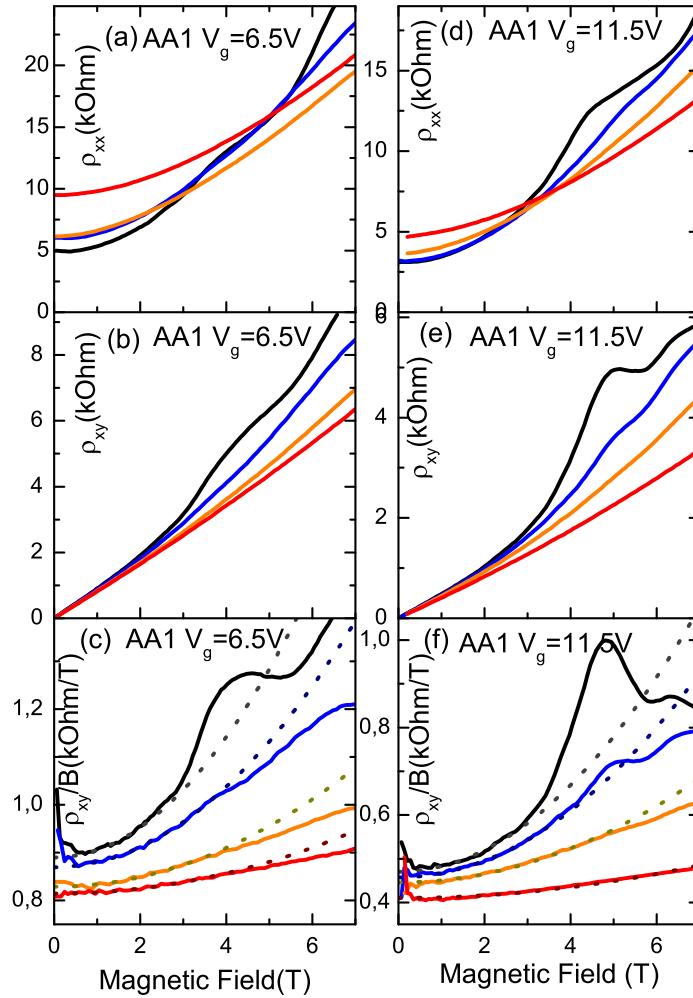


Рис. 2.4: Магнитосопротивление (a,d), холловское сопротивление (b,e) и холловский наклон (c,f) для ОДГ (образец AA1) при $V_g = 6.3V$, $V_a = 0V$ (a,b,c) и $V_g = 11.5V$, $V_a = 0V$ (d,e,f) для различных температур (красный - 16 К, оранжевый - 8 К, синий - 4 К, чёрный - 2 К). На панелях (c) и (f) пунктир показывает $\propto B^2$ составляющую холловского наклона.

геометрии образца, а значит, отверстие в двумерной системе не должно изменять эффект Холла. На рисунках 2.2c и 2.2f показана зависимость холловского коэффициента R_{xy}/B от магнитного поля.

Этот холловский коэффициент имеет следующие особенности:

1. аналогично родительскому двумерному газу имеется низкополевая особенность и следы квантования Ландау в больших полях;

2. холловский коэффициент в нулевом поле растёт с понижением температуры;
3. можно разложить холловский коэффициент по магнитному полю в пределе малых полей: $R_{xy}/B = a + cB^2$, где c зависит от температуры примерно как $1/T$ (см. Рис. 2.2);
4. коэффициент c слабо зависит от концентрации носителей;
5. само значение холловского коэффициента значительно превосходит соответствующее значение для 2D газа без антиточек при том же смещении на затворе. Это означает эффективно меньшую концентрацию носителей (Например на Рис. 2.2с холловский наклон более 1 кОм/Т, в то же время оценка на концентрацию носителей для обыкновенного двумерного газа при $V_g = 6.3$ В; $n = 10^{12}$ см⁻², что соответствует холловскому наклону примерно 630 Ом/Т).

Вышеуказанные наблюдения означают, что массив антиточек даёт добавку к холловскому сопротивлению, подобно тому как обычные рассеиватели дают добавку к диагональной компоненте тензора сопротивления. Эта поправка слабо зависит от концентрации, но чувствительна к температуре и магнитному полю.

Основываясь на данных наблюдениях можно искать модель, которая может объяснить явление. Модель должна учитывать следующее:

1. Сами по себе антиточки не проводят ток ($V_a = 0$), но они окружены “шубой” с малой проводимостью ввиду малой электронной плотности. Действительно, как видно из Рис. 2.2, толщина подзатворного диэлектрика ОДГ к границам антиточек плавно убывает. При этом типичный латеральный размер, на котором убывает эта толщина составляет порядка 200-300 нм.
2. Диаметр антиточки примерно 2.5 мкм, расстояние между соседними порядка 2.5 мкм, из которых “шуба” занимает 0.3 мкм. Типичная концентрация 2D газа порядка 10^{12} см⁻², то есть фермиевская длина волны порядка 10 нм, длина же свободного пробега порядка 80 нм. Это значит, что геометрические размеры системы много больше всех

микроскопических размеров задачи, то есть наблюдается эффект чисто классической природы.

3. Для кремниевых (001) МОП-структур аналогичной или большей подвижности ($\sim 1 \text{ м}^2/\text{Вс}$ при гелиевых температурах), сопротивление имеет сильную “металлическую” температурную зависимость в диапазоне концентраций $n = 2\text{--}5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и температур $T = 2\text{--}10 \text{ К}$.

Отметим, что качественно похожее поведение, (то есть рост холловского коэффициента с магнитным полем) было получено теоретически во всех случаях для неоднородной системы в работе [Париш2003]. Это поведение противоположно тому, что ожидается для двухжидкостной модели, то есть модели, предполагающей существование двух параллельных каналов проводимости одного знака в системе. Действительно, холловский коэффициент в двухжидкостной модели в малых полях определяется высокоподвижными носителями, а в больших полях - всеми носителями.

Можно предложить следующее полукачественное объяснение явления: в двумерном газе с

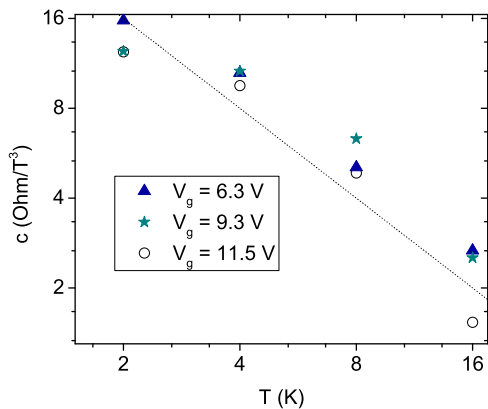


Рис. 2.5: Температурные зависимости параметра c (см. текст и Рис. 2.2) для образца AA1 при различных значениях V_g , указанных на рисунке. Пунктир - зависимость $\propto 1/T$.

дальнейшего объяснения.

массивом антиточек, схематически показанном на Рис. 2.2а, распределение плотности носителей или проводимости в нулевом поле по образцу показано на Рис. 2.2б. В нулевом магнитном поле электроны в “шубе” имеют как меньшую концентрацию, так и меньшую подвижность (точка В на Рис. 2.2с), чем электроны ОДГ (точка А на Рис. 2.2с), и слабо участвуют в переносе заряда по образцу, поскольку их проводимость $\sigma = ne\mu$ мала. Падение подвижности при понижении концентрации, хорошо известно в кремниевых МОП-структурах [Андо1982] и важно для

В магнитном поле происходит перераспределение тока. Моделирование даже классического магнитотранспорта через неоднородную систему - нетривиальная задача, тем не менее есть простая идея, почему в поле ток начинает течь через “шубу”. Согласно простой теории Друде, тензор проводимости в перпендикулярном магнитном поле выглядит следующим образом:

$$\sigma_{xx} = ne\mu \times (1 + \mu^2 B^2)^{-1}$$

$$\sigma_{xy} = \mu B \times \sigma_{xx}$$

Поскольку в знаменателе стоит вторая степень (μB), а в числителе - только первая, проводимость низкоподвижных областей спадает с ростом поля медленнее, чем проводимость высокоподвижных. Это в свою очередь означает, что вклад “шубы” в проводимость с ростом поля будет возрастать, а поскольку концентрация там ниже, то и холловское сопротивление будет расти.

Температурная зависимость эффекта, очевидно, связана с сильной температурной зависимостью сопротивления электронов оболочки ($1/\sigma = \rho \propto A + BT$; см. например работу [Пудалов2003]): на рисунке 2.2d показаны температурные зависимости сопротивления для чистого двумерного газа при трёх концентрациях (точки А, В, и С), соответствующие ОДГ и оболочке антиточек. Температурная

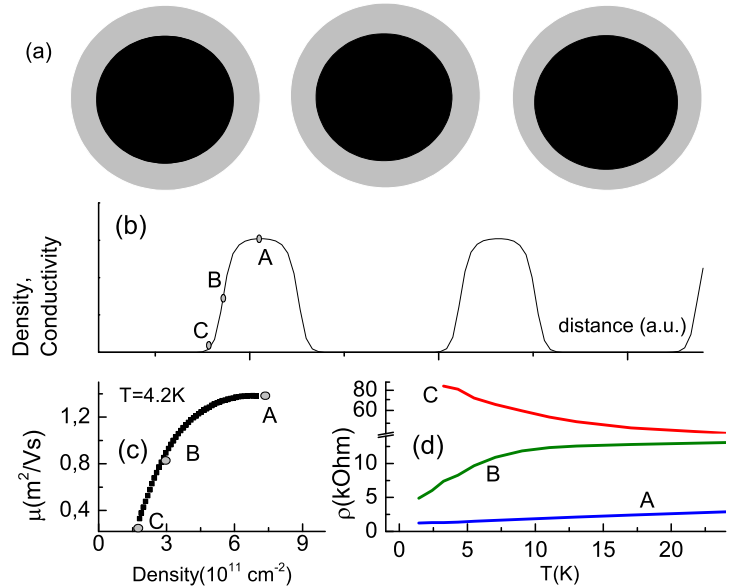


Рис. 2.6: (a) Схематическое изображение антиточки с оболочкой. (b) Распределение концентрации заряда (или проводимости) в латеральном направлении. Три характерных точки показаны заглавными буквами А, В, и С. (c) Зависимость подвижности двумерного газа от концентрации носителей для холловского мостика с чипа AA1. (d) Температурная зависимость сопротивления в точках А, В и С, указанных на панелях (b) и (c).

зависимость сопротивления оболочки значительно сильнее, чем температурная зависимость сопротивления ОДГ. С понижением температуры повышается подвижность носителей в оболочках, а значит и их доля в транспорте, что и объясняет рост холловского коэффициента.

Эффективная ширина оболочки антиточки определяется размером переходной области с под утолщенным диэлектриком, а также толщиной диэлектрика. Соответственно, если концентрация носителей и проводимость становятся высокими, то область малых концентраций должна сужаться. На рисунках 2.2a и 2.2b показан эффект Холла и магнитосопротивление в образце AA2 с более тонким, чем у AA1 оксидом, и, соответственно, большей концентрацией носителей. Видно, что хотя нелинейность эффекта Холла и наблюдается, её температурная зависимость слабеет. Из-за более высокой концентрации электронов наблюдается много осцилляций Шубникова-де Гааза. Положительное магнитосопротивление также наблюдается несмотря на высокую концентрацию электронов ($1.5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$). Когда концентрация уменьшается, Рис. 2.2c и 2.2d и магнитосопротивление, и эффект Холла меняются: магнитосопротивление становится отрицательным, как в родительском 2D газе вблизи перехода металл-изолятор, и эффект Холла зависит от температуры. Эта зависимость слабее чем $1/T$ ($c = 8 \text{ Ом T}^{-3}$ при 10 K и 16 Ом T^{-3} при 2 K). По всей видимости, это связано с тем, что двумерный газ сам имеет сильную температурную зависимость сопротивления, поэтому зависимость сопротивления границ антиточек не так хорошо выделяется на его фоне. Сила этой “металличности” хорошо видна из Рис. 2.2d: при росте температуры в 5 раз сопротивление массива антиточек утраивается.

Следует также сказать, что пространственное расположение антиточек (его регулярность) не важно в задаче, так как всё равно все латеральные размеры системы больше чем магнитная длина, длина когерентности и длина свободного пробега. Для максимизации эффекта по-видимому надо просто изготовить образец с максимальной долей оболочек антиточек, для чего толщины подзатворных диэлектриков лучше увеличить, а диаметр антиточек - уменьшить.

Мы ожидаем, что условием наблюдения нелинейного эффекта Холла в других системах

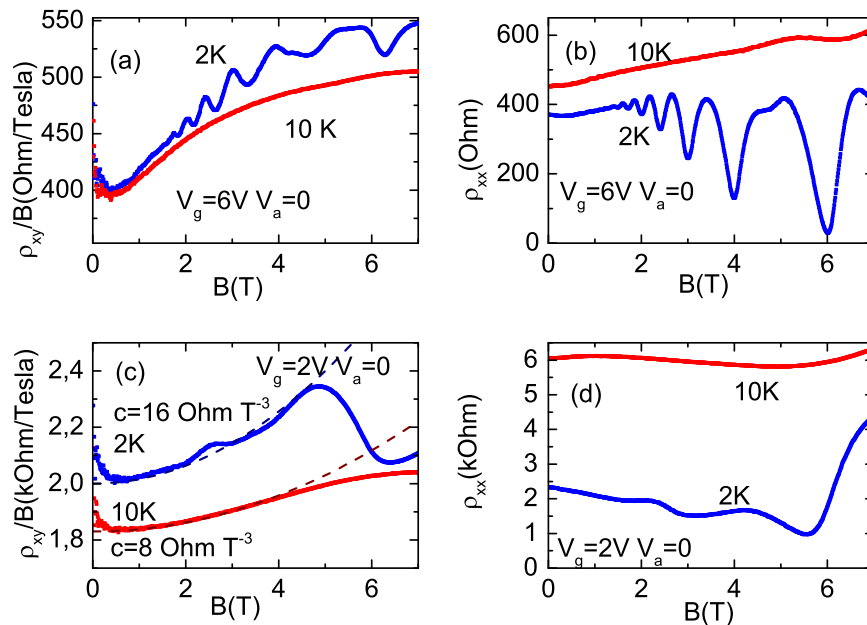


Рис. 2.7: Холловский коэффициент (панели (a) и (c)) и магнитосопротивление (панели (b) и (d)) для образца AA2 при 2 К (синие кривые) и 10 К (красные кривые). $V_a = 0$ для всех кривых. $V_g = 6\text{В}$ (панели a и b). $V_g = 2\text{В}$ (панели (c) и (d)). На панели (c) пунктиром показана квадратичная по полю часть добавки к холловскому коэффициенту. Постоянная c для этой параболы указана на панели.

является применимость приближения локальной проводимости, то есть длина свободного пробега должна быть меньше остальных размеров задачи, то есть система должна быть низкоподвижной, и в оболочках антигочек подвижность должна спадать до 0. Также понятно, что вряд ли наблюдаемый эффект может сосуществовать с соразмерными осцилляциями [Вейс1991] (commensurability oscillations), поскольку для наблюдения последних требуется, чтобы циклотронный радиус ($\propto B^{-1/2} \sim 26$ нм в поле 1 Т) был порядка периода системы, более того, на циклотронном обороте не должно происходить актов рассеяния, то есть $\mu B > 1$.

2.3 Выводы по данной главе

Был наблюдён новый эффект в магнитотранспорте макроскопического, изготовленного по МОП-технологии массива антигочек: положительная и зависящая от температуры $\propto B^3$ до-

бавка к холловскому сопротивлению. Предложено объяснение возникновения этой поправки, связанное с пересределением транспортного тока в магнитном поле в пользу оболочек или “шубы” антиточек, в которых более низкая концентрация и подвижность носителей, чем в остальном двумерном газе. Чем выше подвижность, тем сильнее проводимость падает с ростом поля. Соответственно, в магнитных полях течение транспортного тока перераспределяется в пользу оболочек антиточек с меньшей электронной плотностью. В результате такого перераспределения возрастает эффект Холла. Температурная зависимость эффекта возникает из-за температурной зависимости подвижности (сильной металлической проводимости) в кремниевом полевом транзисторе. Данная полукачественная модель требует дальнейшего подтверждения микроскопической количественной.

Глава 3

Измерение электронной энтропии в двумерных системах

3.1 Мотивация

Достаточно чистые двумерные системы с затвором позволяют понижать концентрацию носителей до величин вплоть до 10^9 см^{-2} [Жу2003, Хуанг2012]. Разреженные двумерные системы демонстрируют множество обусловленных взаимодействием эффектов: дробный квантовый эффект Холла [Штермер2002], переход металл-изолятор [Кравченко1994, Финкельштейн2005], рост эффективной массы и спиновой восприимчивости [Пудалов2002, Кларк2008], отрицательную сжимаемость [Кравченко1990, Айзенштайн1992], спиновые капли [Тенех2012]. Параметр взаимодействия, который считается пропорциональным $r_s \propto E_{ee}/E_F \propto 1/\sqrt{n}$ в таких системах должен стать большим при малых концентрациях электронов. Этот взгляд применим, однако, только при низких температурах $T \ll E_F \propto n$. При повышенных температурах роль кинетической энергии выполняет температура, а не E_F , и система, оставаясь взаимодействующей, будет невырожденной [Новиков2009]. Такой режим можно назвать заряженной плазмой, в противоположность низкотемпературному режиму Ферми-жидкости. Основная часть данных о коррелированных состояниях двумерных систем была получена транспортными методами, интерпретация которых не всегда однозначна. До

данной работы [Кунцевич2015, Тупиков2015] не существовало адекватной экспериментальной техники, позволившей бы измерить термодинамические параметры двумерной плазмы. Для исследования такой плазмы был разработан метод измерения энтропии на электрон двумерных структурах с затвором. Оказалось, что этот метод как минимум на три порядка превосходит по чувствительности калориметрию на переменном токе [Крафтмахер2004, Ванг1988, Горник1985], и может различить энтропию 10^8 электронов. Более того, этот метод абсолютно свободен от вклада подложки и выделяет чисто электронную часть энтропии. В экспериментах, о которых рассказано в этой главе, исследовалась энтропия 2D системы по мере перехода от Ферми-жидкости (низкие температуры, высокие концентрации носителей) к плазме (высокие температуры, низкие концентрации носителей). Показано, что чем ниже температура, тем более коррелированного состояния плазмы удаётся достичь, а для феноменологического описания степени коррелированности вводится эффективная энтропийная масса.

Основная проблема при измерении термодинамических свойств двумерных систем, как уже обсуждалось в главе 1 - малая величина сигнала. Из равновесных термодинамических величин ранее измерялись только сжимаемость [Айзенштайн1992, Аллисон, Дультс], намагниченность (см. гл. 1), химический потенциал [Пудалов1986], были осуществлены измерения теплоёмкости методом АС-калориметрии [Ванг1988], но только в квантующих полях. Это было связано с тем, что вклад двумерного газа в этих образцах был существенно меньше вклада от подложки.

Существует пара работ, в которых теплоёмкость двумерного газа в измерялась режиме дробного квантового эффекта Холла при прямом резистивном нагреве [Шмидт2016] и при поглощении фононов [Шульце2007]. В обоих случаях измерения проводились при сверхнизких температурах и сопротивление образца использовалось в качестве термометра. В этих измерениях было показано, что для различных значений фактора заполнения проводимость и теплоёмкость имели различные активационные щели.

В данном случае был реализован принципиально иной подход к калориметрии, идейно

похожий на подход к магнитометрии из гл. 1. Энтропия на электрон $\partial S/\partial n$ для двумерных систем может быть измерена, если воспользоваться соотношением Максвелла:

$$(\partial S/\partial n)_T = -(\partial \mu/\partial T)_n. \quad (3.1)$$

Из него можно получить информацию об энтропии из производной химического потенциала по температуре. Для измерения $\partial \mu/\partial T$ двумерного электронного слоя используются структуры с затвором (схематически показанные на Рис. 3.1a), где двумерный электронный газ и затвор являются противоположными обкладками плоского конденсатора. При модуляции температуры, химический потенциал двумерного слоя также меняется, приводя к перезарядке конденсатора.

3.2 Метод

Экспериментальная установка идейно аналогична описанной в главе 1 для измерения спиновой намагниченности двумерного газа. Образец с двумерным газом и медный держатель поддерживаются в тепловом контакте с проволочным нагревателем, который позволяет модулировать температуру $T(t) = T_0 + \Delta T \cos(\omega t)$. В описанных экспериментах температура T_0 могла меняться в пределах от 2.4 до 26 К, при частоте модуляции $\omega/(2\pi) \approx 0.5$ Гц и глубине модуляции $\Delta T \sim 0.1 - 0.2$ К.

Модуляция температуры образца изменяет химпотенциал двумерного газа и, следовательно, приводит к перезарядке структуры. Таким образом, $\partial \mu/\partial T$ измеряется напрямую из тока перезарядки структуры:

$$i(t) = \frac{\partial \mu}{\partial T} \Delta T \omega C \sin(\omega t). \quad (3.2)$$

Здесь C обозначает ёмкость между затворным электродом и двумерным газом. Значения T_0 и ΔT измеряются миниатюрным термометром, приклеенным к медному контейнеру с образцом, а значение C измеряется в том же самом эксперименте. При помощи криомагнитной системы PPMS-9 имелась возможность прикладывать магнитное поле до 9 Т параллельно либо

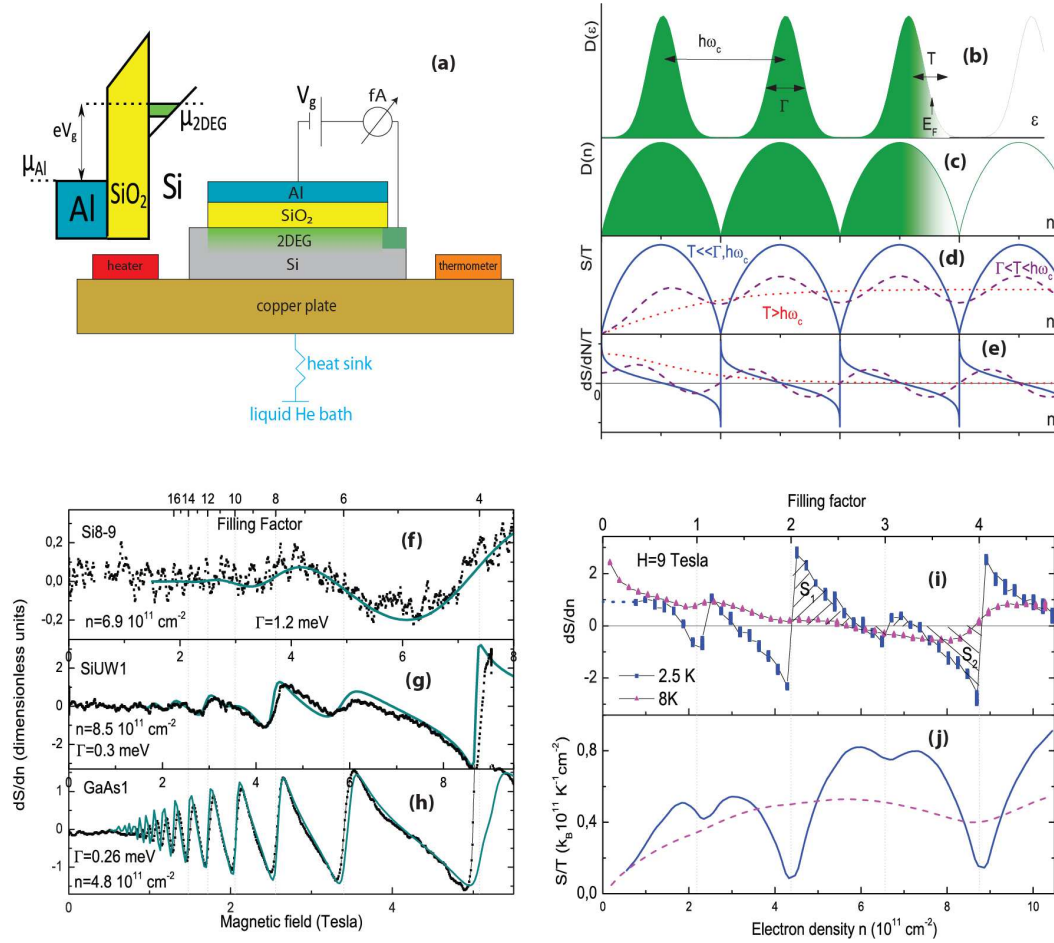


Рис. 3.1: (a) Схема установки и Si-MOS-структуры. (b–c) Плотность состояний двумерного электронного газа в квантующем магнитном поле как функция энергии и концентрации, соответственно. Зелёным показаны заполненные состояния. (d–e) Отношения S/T и $T^{-1}\partial S/\partial n$ как функции электронной плотности, показанные схематически для различных соотношений между Γ , T and $\hbar\omega_c$. (f–h) Энтропия на электрон при температуре $T = 3\text{ K}$ как функция магнитного поля для трёх образцов ((f) Si8-9, (g) SiUW1, and (h) GaAs1). Верхняя ось (фактор заполнения $\nu = eB/(hn)$) общая для трёх панелей. Голубым показана подгонка по модели невзаимодействующего электронного газа. Значения эффективной массы и уширения уровней показаны на панелях. (i) $\partial S/\partial n$ в зависимости от концентрации электронов в поле 9 T для образца SiUW2. Температуры указаны на панели. Заштрихованные области S_1 и S_2 имеют примерно одинаковую площадь. (j) Энтропия системы (интеграл от того, что показано на панели (i)) как функция концентрации электронов.

Таблица 3.1: Параметры образцов

Образец	$n, 10^{11} \text{ см}^{-2}$	$E_F, \text{ мэВ}$	$C, \text{ пФ}$	Площадь, мм^2	$\mu_{max}, \text{ м}^2/\text{Вс}$
SiUW1	0.3-12	0.2-7.5	700	4	3
SiUW2	0.3-12	0.2-7.5	680	4	3
Si8-9	1.5-12	0.9-7.5	630	4	0.5
GaAs1	0.4-5	1.7-20	1100	5	20

перпендикулярно плоскости образца. Для исследований использовались различные структуры: гетеропереход GaAs/AlGaAs с затвором Шоттки (образец # GaAs1) с подвижностью около $20 \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$, и три Si-МОП структуры (SiUW1, SiUW2 и Si8-9) с пиковыми значениями подвижности около $3 \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$, $3 \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$ и $0.5 \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$, соответственно при 4 К. Параметры исследованных образцов собраны в Таблице 3.1.

В данном разделе принято $k_B = 1$, то есть энергия измеряется в К.

Представляется, что ранее для 2D систем производная химического потенциала по температуре не измерялась, хотя стоит отметить довольно противоречивую работу В.И. Нижанковского [Нижанковский2000], в которой производная $\partial\mu/\partial T$ исследовалась в сверхпроводнике Nb вблизи T_c . Данные результаты впоследствии не были воспроизведены.

В используемой установке нагреватель возбуждался током $j = j_0 \cos(2\pi t f/2)$ на частоте $f/2$. Соответственно, выделяемая в держателе тепловая мощность W модулировалась уже на удвоенной частоте f (типично $f = 0.5 \text{ Гц}$):

$$W = \frac{1}{2} i_0^2 r [1 + \cos(2\pi f t)]$$

Если оценить время термализации медного цилиндра при температуре 4.2 К $d^2 c\rho/\lambda$, то оно составит $\sim 10^{-3} \text{ с}$ (здесь ρ обозначает плотность меди, λ - теплопроводность, c - удельную теплоёмкость, а d^2 характерную площадь пластины, по которой растекается тепло. Время

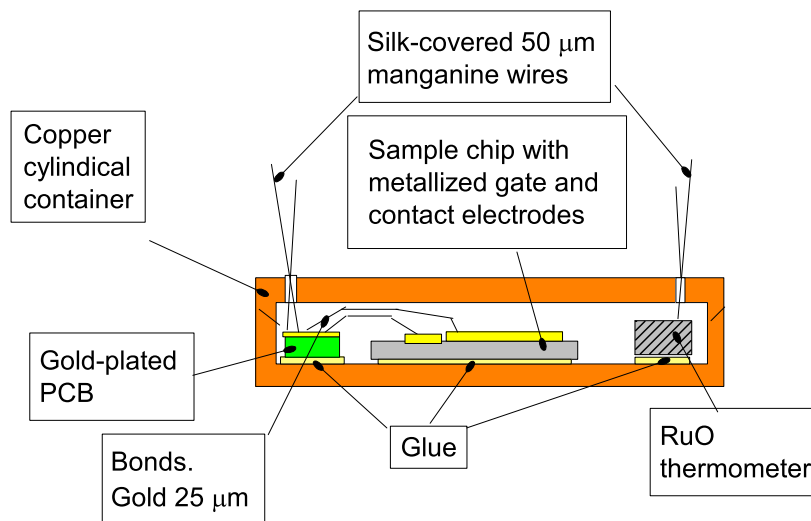


Рис. 3.2: Схема ячейки с образцом. Диаметр контейнера 14 мм, высота 4 мм.

установления теплового равновесия в монокристаллическом полупроводнике также мало, $\sim 10^{-3}$ с. В принципе, такие малые времена позволяют исследовать теплоёмкости методами модуляционной калориметрии (см обзор [Крафтмахер2004]). Когда образец, медный контейнер и термометр склеены и помещены в теплообменный газ ^4He , (см. Рис. 3.2) время установления равновесия, конечно, возрастает, и ограничивается, по всей видимости, теплопроводностью клея. Время термализации термометра из RuO больше чем у меди и кристалла полупроводника из-за керамического корпуса. Держатель образца нужен для достижения теплового равновесия всего, что находится внутри на времени меньше периода модуляции температуры. Он нагревается бифилярно свитым резистивным нагревателем, а охлаждается через тепловую связь с ванной по газу. Чтобы минимизировать теплообмен по проводам, образец и термометр подсоединены к распаечной ступени высокоомными (10 Ом) манганиновыми проводами длиной 10 см.

Чтобы понять, чему равно время термализации экспериментально, мы измеряли $d\mu/dT$ в зависимости от концентрации электронов на разных частотах (см. Рис 3.3). Видно, что при низких частотах (ниже 1 Гц), сигнал уже больше от частоты не зависит. Это значит, что и образец и термометр имеют одинаковую амплитуду модуляции температуры ΔT . С

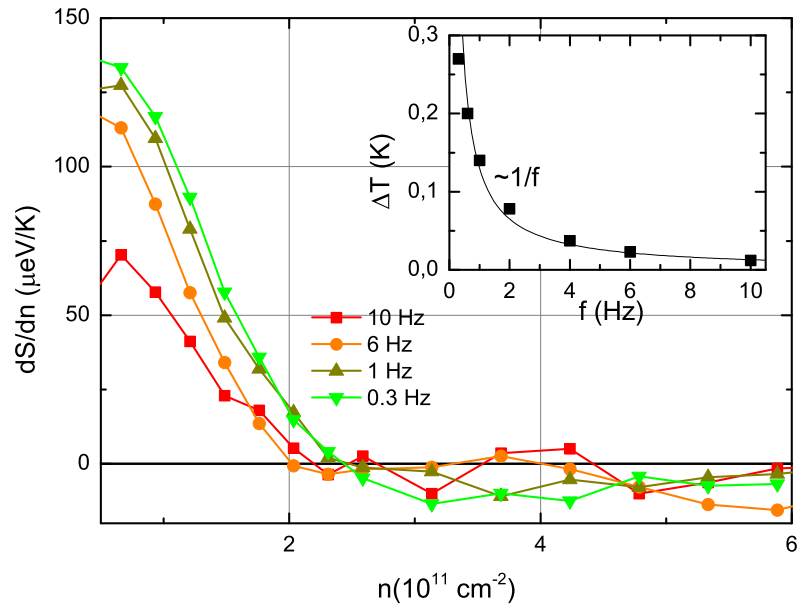


Рис. 3.3: Пример измеренной зависимости $\partial S/\partial n$ от затворного напряжения при различных частотах модуляции температуры f . $T = 2.6K$, $B = 0$.

ростом частоты сигнал начинает отклоняться от начального значения. Это значит, что ΔT для образца и термометра становится различной (т.е. тепловая связь с образцом через клей и теплообменный газ слишком слабая). Поэтому все измерения ограничивались низкими частотами ($f < 1\text{Гц}$).

Рассмотрим тепловой баланс системы. Если считать, что время термализации держателя с образцом τ_0 много меньше, чем $1/f$, то можно феноменологически описать систему как тепловой резервуар теплоёмкости C , соединённый с холодной ванной при помощи тепловой связи $W_{\text{link}} = \alpha(T - T_{\text{bath}})$. Модуляция тепловой мощности приводит к двум эффектам: (i) росту средней температуры держателя и (ii) собственно модуляции температуры. Для модуляции можно написать следующее уравнение теплового баланса:

$$C \frac{d(\Delta T)}{dt} - \alpha \Delta T = \frac{1}{2} i_0^2 r \cos(2\pi ft).$$

Его решение записывается как:

$$\Delta T = \Delta T_0 \cos(2\pi ft + \phi),$$

где

$$\Delta T_0 = \frac{i_0^2 r}{2\sqrt{(2\pi fC)^2 + \alpha^2}}, \quad \tan \phi = \frac{2\pi fC}{\alpha}.$$

В пределе высоких частот, $f > \alpha/C$ (в нашем случае это несколько Гц.), амплитуда модуляции температуры $\Delta T_0 = i_0^2 r / (4\pi fC)$ становится обратно пропорциональна частоте (см. вставку к Рис. 3.3). Измеряемый ток перезарядки структуры (будем его называть “сигнал” для краткости) $2\pi fC_0 \Delta T_0 \partial\mu/\partial T$ таким образом перестает зависеть от частоты (см. уравнение (3.2)). Поэтому повышение частоты не позволяет выиграть в силе тока.

Центральным моментом в данной методике с физической точки зрения является её равносность: абсолютно точно электроны приходят в тепловое равновесие с решёткой. Действительно, их тепловой отрыв от решётки происходит только при сверхнизких температурах. В наших экспериментах при $T > 2.5$ К, термализация электронной системы крайне эффективна, её скорость порядка $\sim \kappa/C_{el} \sim 3 \times 10^7$ с⁻¹, где $\kappa \approx 2 \times 10^{-5}$ Вт/К см² - скорость релаксации энергии, измеренная в аналогичных структурах в работе [Прус2001] и $C_{el} \approx 7 \times 10^{-13}$ Дж/К см² - электронная теплоёмкость при 3 К.

Таким образом, электронная температура может отличаться от решеточной только из-за перегрева радиочастотным полем, каким-то образом приходящим через контакты. В ходе многолетних исследований данной системы мы никогда не наблюдали перегрева электронов при столь высоких температурах (в частности, время сбоя фазы зависит от температуры как $1/T$ и не демонстрирует насыщения, то же касается и амплитуды осцилляций Шубникова-де Гааза, которая также растёт с понижением температуры как минимум до 1.5 К. Это не удивительно, поскольку установка полностью заэкранирована и все высокочастотные шумы фильтруются измерительной схемой.

Конечно, наиболее прямым способом измерения температуры было бы использование самого двумерного газа в образце качестве термометра. С точки зрения данного эксперимента, однако, добавление дополнительных измерительных контуров к образцу увеличивает уро-

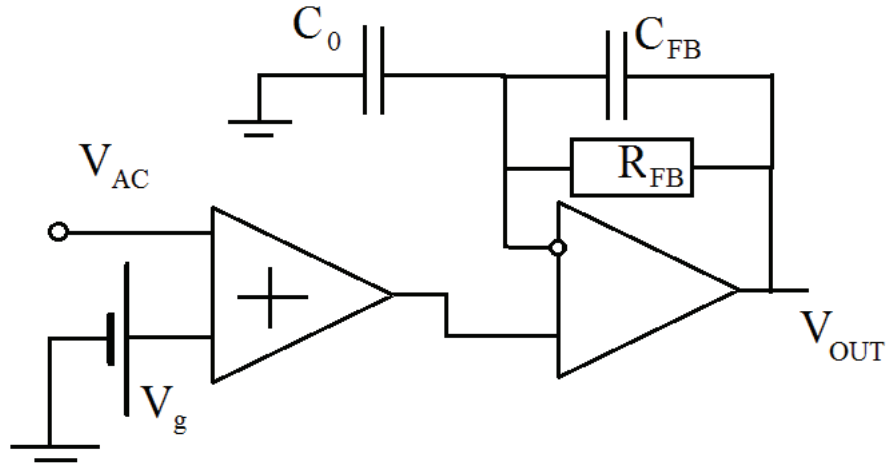


Рис. 3.4: Схема измерительного усилителя. C_0 - образец, 2D газ в котором заземлен, V_g - внешнее напряжение. $R_{FB} \sim 10$ ГОм и $C_{FB} \sim 10$ пФ формируют импеданс обратной связи.

вень шумов и мешает измерению фемтоамперных токов.

Для большинства измерений выбиралась частота модуляции температуры $f = 0.624$ Гц, как компромисс между уровнем шумов, возможностью достичь наинизшей температуры и измерять глубоко в режиме изолятора. В описываемых экспериментах наинизшая (базовая, то есть без модуляции) температура составляла 2 К. С ростом амплитуды температурной модуляции средняя температура также растёт. Амплитуда модуляции, в свою очередь, определяет чувствительность измерений. Ток нагревателя был выбран таким, что эта амплитуда составляла около 0.05 К, при этом наименьшая возможная средняя температура составляла 2.4 К.

Для того, чтобы достичь наблюдаемого сигнала из диэлектрической области, частоту модуляции необходимо ограничить обратным временем перезарядки системы, $f < 1/(2\pi RC_0)$, где R - сопротивление двумерного газа и контакта, а C_0 - геометрическая ёмкость. С электрической точки зрения, как уже объяснялось ранее в главе 1, температура в наших измерениях играет роль внешнего параметра и в этом смысле не отличается от магнитного поля. Соответственно, необходимо просто измерить комплексную ёмкость на частоте модуляции, чтобы принять во внимание сдвиг фаз. Экспериментально, измеряемое $\partial\mu/\partial T$ остаётся действитель-

ным, даже когда действительная компонента падает до $0.2C_0$. Это соответствует измерениям глубоко в режиме изолятора ($R \sim 1 \text{ ГОм}$, $n \sim 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$).

Схема использовавшегося усилителя (преобразователя ток-напряжение) показана на Рис. 3.4. Образец показан как конденсатор ёмкостью C_0 . Когда модулируется внешний параметр, через обратную связь операционного усилителя AD820 течёт переменный ток I_{AC} , который вызывает выходное напряжение $V_{OUT} = -I_{AC}Z_{FB}$, где $Z_{FB} = R_{FB}/(1 + i2\pi f C_{FB}R_{FB})$ - импеданс обратной связи. Входное сопротивление микросхемы AD 820 равно $10^{13} \text{ Ом} || 0.5 \text{ пФ}$. Выходное напряжение, после повторителя, измеряется синхронным детектором. Напряжение на затворе задаётся внешними источниками напряжения (постоянным и генератором), которые складываются сумматором. Для измерений вариации химического потенциала с температурой и полем источник переменного тока не используется. Зато он используется для измерения ёмкости C_0 *in situ*. Напряжение V_{AC} на входе приводит к протеканию тока $I_{AC} = -2\pi f C_0 V_{AC}$ через обратную связь.

3.3 Магнитоосцилляции энтропии в перпендикулярном поле

Квантовые осцилляции являются универсальным инструментом для исследования электронного спектра (сечений поверхности Ферми, эффективной массы и g -фактора) как в трёхмерных кристаллах, так и в двумерных системах. Главным отличием двумерных систем от трёхмерных является возможность *in-situ* подстройки уровня Ферми и спектра различными методами (при помощи засветки, эффекта поля в структурах с затвором, одноосного сжатия и пр.), что позволяет проводить детальные исследования магнитоосцилляций. В двумерных системах наиболее доступно исследование осцилляций в сопротивлении (эффект Шубникова-де Гааза) [Андо1982], намагниченности (эффект де Гааза-Ван Альфена)[Ушер2009]. Другие количественные характеристики 2D систем, такие как термо-ЭДС [Флетчер1995], теплоёмкость[Ванг1988, Горник1985], химический потенциал [Пудалов1985, Пудалов1986], сжима-

емость [Айзенштайн1994], также осциллируют в магнитном поле. В настоящей главе обсуждаются квантовые осцилляции энтропии.

Подробнее остановимся на осцилляциях $\partial\mu/\partial T$, сравним их с квазиклассической теорией, чтобы определить форму зависимости плотности состояний на уровнях Ландау от энергии. Преимуществами энтропийного метода для двумерных систем перед модуляцией поля являются отсутствие токов Фуко, отсутствие фонового сигнала (присутствующего в емкостных, транспортных, калориметрических и магнитометрических измерениях) и, наконец, чисто равновесный термодинамический характер наблюдаемой величины.

3.3.1 Качественная картина явления

Из формулы (3.1) следует, что одни и те же явления в термодинамике явления можно обсуждать как на языке энтропии, так и на языке химпотенциала. Для квадратичного спектра электронов, $\varepsilon(p) = p^2/2m$, одноэлектронная плотность состояний в двумерной системе является константой.

Рассмотрение на языке энтропии. В пределе совсем низких температур ($T \ll \hbar\omega_c, \Gamma, E_F$) энтропия невзаимодействующего 2D электронного газа даётся формулой:

$$S = \pi^2 T D / 3, \quad (3.3)$$

где $D = D(\varepsilon = E_F)$ плотность состояний на уровне Ферми. Поэтому при постоянной плотности состояний производная $\partial S/\partial n$ будет нулевой. Очевидным способом сделать величину $\partial S/\partial n$ ненулевой является помещение системы в квантующее перпендикулярное магнитное поле. В сильных магнитных полях спектр системы представляет собой лестницу уширенных уровней Ландау, плотность состояний в которых $D(\varepsilon)$ показана схематически на рисунке 3.1b. Для качественного рассмотрения будем считать, что расстояние между уровнями Ландау равно просто циклотронной щели $\hbar\omega_c$, и пренебрежем эффектами взаимодействия и Зеемана. Чтобы найти $\partial S/\partial n$, выразим D через n (см Рис. 3.1c), используя определение $n = \int D(\varepsilon) f_F(\varepsilon) d\varepsilon$, где $f_F(\varepsilon) = 1/[1 + \exp((\varepsilon - \mu)/T)]$ - функция распределения

Ферми-Дирака. Предсказываемое таким образом поведение энтропии и производной $\partial S/\partial n$ как функция концентрации n показано на Рис. 3.1d и 3.1e, соответственно.

Отметим, что в пределе низких температур энтропия обнуляется вместе с плотностью состояний, когда уровень Ферми попадает в щель между уровнями Ландау. По мере увеличения температуры до величин, больших уширения уровней Γ , провалы размываются (см. Рис. 3.1d,e), поскольку эффективная плотность состояний усредняется в интервале энергий $\sim T$. И, наконец, в высокотемпературном пределе $T \gg \hbar\omega_c$ все эффекты квантования спектра полностью размываются, а зависимость энтропии от плотности $S(n)$ должна приблизиться к монотонной, ожидаемой в нулевом магнитном поле.

Рассмотрение на языке химпотенциала. Для случая постоянной плотности состояний при температурах $T \ll E_F$, как нетрудно показать, количество электронных возбуждений (выше μ) в точности равно количеству дырочных возбуждений (ниже μ), как показано на Рис.3.5a. Поскольку полная концентрация электронов фиксирована n , и не зависит от температуры, то и химпотенциал не будет зависеть от температуры, то есть $\partial\mu/\partial T = 0$. Это равенство при $T \ll \mu$ будет выполняться с экспоненциальной точностью. В случае же когда плотность состояний вблизи уровня Ферми зависит от энергии (например графеноподобные системы или системы в квантующих магнитных полях), количество электронных и дырочных возбуждений не равно и от температуры зависит по-разному. Поэтому, для сохранения полной концентрации постоянной, необходимо, чтобы химпотенциал зависел от температуры. Разложим плотность состояний вблизи энергии Ферми, считая, что температура много меньше масштаба, на котором линейное разложение не работает (Рис. 3.5b): $D(\varepsilon) = D(E_F) + (\partial D(\varepsilon = E_F)/\partial\varepsilon) \times (\varepsilon - E_F)$ Далее вычислим число частиц, используя стандартное разложение интеграла Ферми [Ландау5]. Тогда легко показать, что добавка к химпотенциалу может быть выражена как, $T \ll E_F$: $\mu(T) - E_F = -[\pi^2 T^2 / 6D(E_F)] \times \partial D(\varepsilon = E_F) / \partial\varepsilon$. Для измеряемой величины, соответственно, получаем то же что и при энтропийном рассмотрении:

$$\left(\frac{\partial\mu}{\partial T}\right)_n = -\frac{\pi^2 T}{3D(E_F)} \frac{\partial D(E_F)}{\partial E_F} = -\frac{\pi^2 T}{3} \frac{\partial D(E_F)}{\partial n}. \quad (3.4)$$

Отметим, что хотя в работе обсуждаются двумерные системы, полученные значения применимы независимо от размерности и формы спектра.

В перпендикулярном поле, из-за квантования Ландау, $D(\varepsilon)$ становится осциллирующей функцией энергии 3.3.2 (см. Рис. 3.5с), и уравнение (3.4) должно быть усреднено по энергии в полоске T вблизи уровня Ферми. Если температура мала (T_1 , Рис. 3.5с), можно напрямую применять уравнение (3.4); а в противоположном пределе высокой температуры (T_2 , Рис. 3.5с) осцилляции усредняются по большому интервалу энергии, а следовательно экспоненциально подавляются.

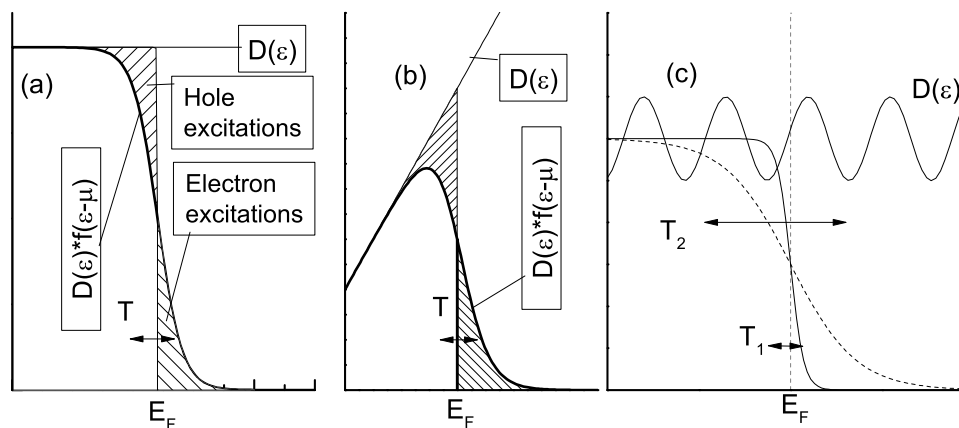


Рис. 3.5: (а) Плотность состояний $D(\varepsilon) = const$ и её произведение на функцию распределения Ферми. Равные по площади заштрихованные области показывают электронные и дырочные возбуждения. (б) То же самое, что и (а) но для плотности состояний, зависящей от энергии; заштрихованные области не равны. (с) Осциллирующая плотность состояний в перпендикулярном магнитном поле и функция Ферми, соответствующая низкой температуре ($T < \hbar\omega_c, \Gamma$, сплошная линия) и высокой температуре ($T > \hbar\omega_c, \Gamma$, пунктир).

Из вышесказанного можно сделать два качественных вывода: (i) сигнал $\partial\mu/\partial T$ обращается в нуль в минимуме и максимуме плотности состояний, то есть на вершине уровня Ландау и в щели, а максимален сигнал там, где производная $\partial \ln D(E_F)/\partial E_F$ максимальна; (ii) амплитуда магнитоосцилляций $\partial\mu/\partial T$ является немонотонной функцией температуры: при низких температурах $T \ll \omega_c, \Gamma$, величина $\partial\mu/\partial T$ пропорциональна температуре, тогда как для высоких температур $T \gtrsim \omega_c$ усреднение по нескольким уровням Ландау подавляет

сигнал.

3.3.2 Теоретическое рассмотрение магнитоосцилляций $\partial S/\partial n$.

Термодинамический потенциал невзаимодействующей электронной системы может быть записан следующим образом [Ландау5]:

$$\Omega(T, \mu, B) = -T \int d\varepsilon D(\varepsilon) \ln [1 + e^{(\mu-\varepsilon)/T}]. \quad (3.5)$$

В присутствии перпендикулярного магнитного поля B плотность состояний записывается как

$$D(\varepsilon) = \frac{m\omega_c}{2\pi} \sum_{\sigma=\pm} \sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{W}(\varepsilon + \sigma Z - \omega_c(n + 1/2)), \quad (3.6)$$

где $Z = g_L \mu_B B/2$ (g_L означает g -фактор) описывает зеемановское расщепление. Функция $\mathcal{W}(\varepsilon)$ описывает уширение уровней Ландау из-за беспорядка. Она удовлетворяет условиям нормировки: $\int d\varepsilon \mathcal{W}(\varepsilon) = 1$. В общем случае эта функция может оказаться разной для разных уровней Ландау. При помощи функции $\mathcal{W}(\varepsilon)$ типичная ширина уровня Ландау может быть оценена как $\Gamma \sim [\int d\varepsilon \mathcal{W}''(\varepsilon)]^{-1/2}$. Точное квантовомеханическое вычисление функции $\mathcal{W}(\varepsilon)$ для данного типа беспорядка является сложной задачей, решенной лишь частично [Аффлек1984, Березин1984, Бурмистров2003, Вегнер1983, Дюгаев2003, Ефетов1989, Иоффе1981]. В отсутствие беспорядка, очевидно $\mathcal{W}(\varepsilon) = \delta(\varepsilon)$. Есть три наиболее распространенных модели уширения уровней Ландау беспорядком [Андо1982, Кукушкин1988]:

$$\begin{aligned} \text{Лоренцева модель: } \mathcal{W}(\varepsilon) &= \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{\varepsilon^2 + \Gamma^2} \\ \text{Гауссова модель: } \mathcal{W}(\varepsilon) &= \frac{1}{\Gamma\sqrt{\pi}} e^{-\varepsilon^2/\Gamma^2} \\ \text{Эллиптическая модель: } \mathcal{W}(\varepsilon) &= \frac{2}{\pi\Gamma} \sqrt{1 - \varepsilon^2/\Gamma^2} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Используя стандартную процедуру суммирования Пуассоновского ряда применительно к термодинамическому потенциалу (3.5), получаем выражение типа Лифшица-Косевича [Лиф-

шиц1956] для $\partial\mu/\partial T$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial\mu}{\partial T}\right)_n &= -\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\pi(-1)^k \mathcal{A}_k}{\sinh \mathcal{X}_k} \left[1 - \mathcal{X}_k \coth \mathcal{X}_k\right] \sin \frac{2\pi\mu k}{\omega_c} \\ &\times \cos \frac{2\pi Z k}{\omega_c} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \mathcal{A}_k \mathcal{X}_k}{\sinh \mathcal{X}_k} \cos \frac{2\pi\mu k}{\omega_c} \times \cos \frac{2\pi Z k}{\omega_c}\right]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Этот результат справедлив для $\mu \pm Z \gg \omega_c, T, \Gamma$. Здесь $\mathcal{X}_k = 2\pi^2 T k / \omega_c$, и

$$\mathcal{A}_k = \int d\varepsilon \mathcal{W}(\varepsilon) \exp\left(\frac{2\pi i \varepsilon k}{\omega_c}\right) \quad (3.9)$$

характеризует подавление осцилляций из-за уширения уровней. Для трёх моделей в уравнении (3.7) имеем:

$$\text{Лоренцева модель: } \mathcal{A}_k = e^{-2\pi\Gamma|k|/\omega_c}$$

$$\text{Гауссова модель: } \mathcal{A}_k = e^{-\pi^2\Gamma^2 k^2/\omega_c^2} \quad (3.10)$$

$$\text{Эллиптическая модель: } \mathcal{A}_k = \frac{\omega_c}{\pi\Gamma k} J_1\left(\frac{2\pi\Gamma k}{\omega_c}\right)$$

где $J_1(x)$ - функция Бесселя.

Для низких температур, $T \ll \omega_c, \Gamma, \mu \pm Z$, величина $\partial\mu/\partial T$ даётся уравнением (3.4) с $D = (1/2) \sum_{\sigma=\pm} D(E_F^\sigma)$. Здесь $E_F^\sigma = 2\pi n_\sigma/m$ обозначает энергию Ферми для заданной проекции спина. Соответствующая электронная плотность определяется из зеемановского расщепления $n_\sigma/n = 1 + \sigma Z/E_F$ где $E_F = 2\pi n/m$. В случае лоренцева уширения плотность состояний на уровне Ферми запишется как:

$$D(E_F^\sigma) = \frac{m}{\pi} \frac{(1/2) \sinh(2\pi\Gamma/\omega_c)}{\sinh^2(\pi\Gamma/\omega_c) + \cos^2(\pi E_F^\sigma/\omega_c)}. \quad (3.11)$$

Отметим, что до сих пор везде пренебрегалось эффектами межэлектронного взаимодействия. Известно, что во взаимодействующей системе 3D электронов выражения типа Лифшица-Косевича для магнитоосцилляций термодинамического потенциала могут быть получены из выражений для невзаимодействующей системы путем стандартной Ферми-жидкостной перенормировки спектра квазичастиц [Латтинджер1961, Бычков1962]. В двумерных системах в общем случае это не так [Курное1998]. Для классически слабых магнитных полей модификация формулы Лифшица-Косевича для двумерной взаимодействующей разупорядоченной системы была исследована в работах [Мартин2003, Адамов2006].

Из уравнения для термодинамического потенциала можно получить следующие зависимости электронной концентрации от химического потенциала, температуры и магнитного поля

$$n = \frac{g_{v,s}m\mu}{2\pi} - \frac{g_{v,s}m\omega_c}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{\pi k} \mathcal{A}_k \frac{(2\pi^2Tk/\omega_c)}{\sinh(2\pi^2Tk/\omega_c)} \sin \frac{2\pi\mu k}{\omega_c}. \quad (3.12)$$

Можно воспользоваться термодинамическим равенством (см. например [Питаевский9])

$$\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\mu} = - \left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_n \left(\frac{\partial n}{\partial \mu}\right)_T = \left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_T \left(\frac{\partial n}{\partial \mu}\right)_T, \quad (3.13)$$

и найти, что

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_T &= -\frac{\omega_c}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{\pi k} \mathcal{A}_k \frac{(2\pi^2Tk/\omega_c)}{\sinh(2\pi^2Tk/\omega_c)} \left[1 - \frac{2\pi^2Tk}{\omega_c} \coth \frac{2\pi^2Tk}{\omega_c}\right] \sin \frac{2\pi\mu k}{\omega_c} \\ &\times \left[1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \mathcal{A}_k \frac{(2\pi^2Tk/\omega_c)}{\sinh(2\pi^2Tk/\omega_c)} \cos \frac{2\pi\mu k}{\omega_c}\right]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Выражения (3.12) и (3.14) задают зависимость $(\partial S/\partial n)_T$ от концентрации n , температуры и магнитного поля. В случае когда осцилляции малы, $A_k \ll 1$ ($\Gamma \gg \omega_c$), можно упростить выражение (3.14) следующим образом

$$\left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_T = -\frac{2\pi\mathcal{A}_1}{\sinh(2\pi^2T/\omega_c)} \left[1 - \frac{2\pi^2T}{\omega_c} \coth \frac{2\pi^2T}{\omega_c}\right] \sin \frac{4\pi^2n}{g_{v,s}m\omega_c}. \quad (3.15)$$

При наличии небольшого расщепления Зеемана, $Z \ll E_F$ термодинамический потенциал может быть найден при помощи следующей замены:

$$\Omega(T, \mu, B) \rightarrow \frac{1}{2}\Omega(T, \mu + Z, B) + \frac{1}{2}\Omega(T, \mu - Z, B). \quad (3.16)$$

Тогда для $\mu \pm Z \gg \omega_c, T, \Gamma$ находим

$$\begin{aligned} \Omega(T, \mu, B) &= \frac{1}{2} \sum_{\sigma=\pm} \Omega(T, \mu + \sigma Z, B=0) + \frac{g_{v,s}m\omega_c^2}{4\pi^3} \\ &\times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k^2} \left[1 - \mathcal{A}_k \frac{(2\pi^2Tk/\omega_c)}{\sinh(2\pi^2Tk/\omega_c)} \cos \frac{2\pi\mu k}{\omega_c} \cos \frac{2\pi Zk}{\omega_c}\right]. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Следовательно электронная концентрация выражается как

$$n(T, \mu, H) = \frac{g_{v,s}m\mu}{2\pi} - \frac{g_{v,s}m\omega_c}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{\pi k} \mathcal{A}_k \frac{2\pi^2Tk}{\omega_c} \frac{\sin \frac{2\pi\mu k}{\omega_c} \cos \frac{2\pi Zk}{\omega_c}}{\sinh \frac{2\pi^2Tk}{\omega_c}}, \quad (3.18)$$

и производная энтропии по концентрации записывается следующим образом

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_T &= -\frac{\omega_c}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{\pi k} \mathcal{A}_k \frac{(2\pi^2 T k / \omega_c)}{\sinh(2\pi^2 T k / \omega_c)} \left[1 - \frac{2\pi^2 T k}{\omega_c} \coth \frac{2\pi^2 T k}{\omega_c}\right] \sin \frac{2\pi \mu k}{\omega_c} \cos \frac{2\pi Z k}{\omega_c} \\ &\times \left[1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \mathcal{A}_k \frac{(2\pi^2 T k / \omega_c)}{\sinh(2\pi^2 T k / \omega_c)} \cos \frac{2\pi \mu k}{\omega_c} \cos \frac{2\pi Z k}{\omega_c}\right]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

3.3.3 Экспериментальные результаты

Наиболее интенсивно магнитоосцилляции энтропии исследовались в двух одиночных гетеропереходах GaAs/AlGaAs с затвором (GaAs1 и GaAs2 с подвижностями 20 and 25 м²/Вс, соответственно, аналогичным использованным в работе [Мокеров1988]). Путем приложения обратного смещения на затвор можно было менять концентрацию носителей от $4 \cdot 10^{11}$ см⁻² до $2 \cdot 10^{11}$ см⁻². Образцы имели площадь 5 мм², ёмкость Шоттки-затвора на двумерный газ составляла 1100 пФ. Образцы показали близкие результаты, поэтому ниже приводятся только данные для GaAs2.

Примеры низкополевых осцилляций $\partial\mu/\partial T \equiv -\partial S/\partial n$ для показаны на Рис. 3.6. Для полей, меньших 3 Т, в диапазоне температур 2.7–9.1 К данные подгонялись уравнением (3.8). Для подгонки была использована зонная масса ($m_b = 0.067m_e$ для GaAs). Поскольку магнитные поля были маленькими, а циклотронное расщепление из-за малой массы - большим, результаты подгонки оказались нечувствительны к величине g -фактора (который может принимать значения $g = -0.4 \div 2$). Наилучшая подгонка достигалась для лоренцева, не зависящего от магнитного поля уширения уровней Ландау с $\Gamma=0.4$ мэВ (см пунктирную кривую на Рис. 3.7). Диапазон температур ($0.22 \text{ мэВ} < T < 0.8 \text{ мэВ}$) и магнитных полей ($0.86 \text{ мэВ} < \hbar\omega_c < 5.2 \text{ мэВ}$) был достаточен, чтобы утверждать именно о лоренцевом уширении. То есть, Гауссова модель с Γ , не зависящим от магнитного поля, (сплошные кривые на Рис. 3.7) не может описать осцилляции. Гауссова модель с уширением пропорциональным \sqrt{B} хорошо работает только в малых полях (точечная кривая на Рис. 3.7). Было проверено, что в диапазоне плотностей от $3 \cdot 10^{11}$ см⁻² до $5 \cdot 10^{11}$ см⁻² низкополевое уширение уровней является константой (примерно равная 0.4 мэВ для образца GaAs-2). Лоренцево уширение

уровней Ландау находится в хорошем согласии с измерениями намагниченности [Поттс1996] на структурах GaAs с близкими значениями подвижности.

Следует отметить, что хотя полученные результаты по уширению являются самосогласованными и соответствуют литературным данным, полученным на сходных образцах, понимание плотности состояний в магнитном поле в подобных структурах ещё нельзя считать исчерпывающим. Разные экспериментальные подходы порой дают разные результаты. Более подробно этот вопрос обзревается, например, в работе [Ушер2009].

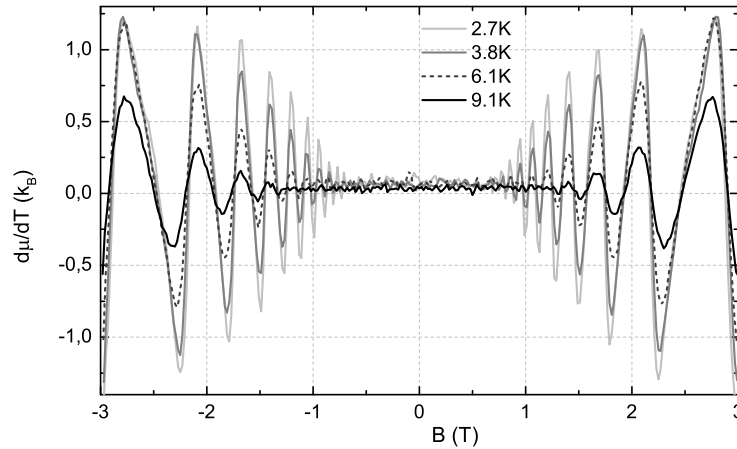


Рис. 3.6: $\partial\mu/\partial T$ как функция магнитного поля в образце GaAs-2 при различных температурах. $n = 4.16 \cdot 10^{11} \text{см}^{-2}$

На Рис. 3.1f,g,h вычисленная энтропия сопоставляется с измеренными магнитополевыми зависимостями для $\partial S/\partial n$ для трёх различных образцов (разупорядоченный кремниевый, чистый кремниевый и GaAs). Наилучшая подгонка показана голубой кривой для лоренцева уширения уровней (дано в подписи к рисункам) и зонной массы. Для самого разупорядоченного образца Si8-9 видны только циклотронные щели при факторах заполнения $\nu = 4$ и $\nu = 8$. В образце SiUW1 видна спиновая щель $\nu = 6$, но чтобы её подогнать теорией, требуется взять эффективно увеличенное значение g-фактора $g_{\text{eff}} = 4$. Такое увеличенное значение спиновой щели происходит из-за обменного взаимодействия и является предвестником возникновения квантово-холловского ферромагнетизма [Гирвин1997].

Теперь рассмотрим поведение 2D системы в большом магнитном поле в Si-МОП струк-

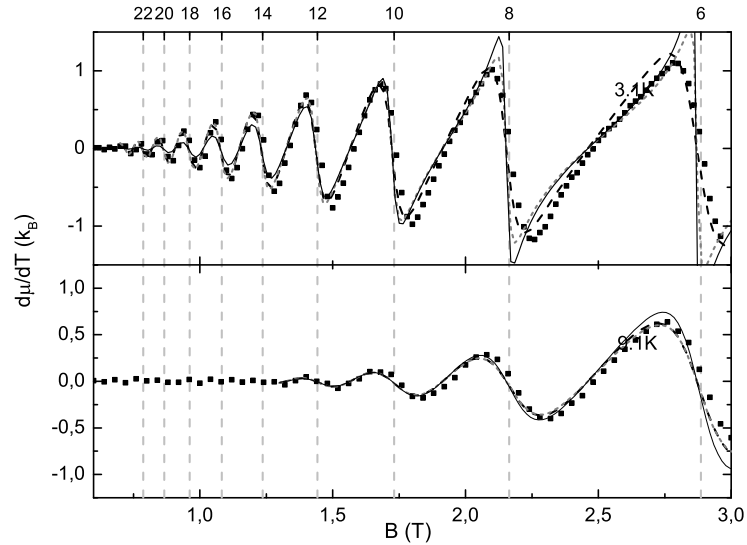


Рис. 3.7: $\partial\mu/\partial T$ как функция магнитного поля в образце GaAs-2 при $n = 4.16 \cdot 10^{11} \text{см}^{-2}$. Данные подгонялись теорией в предположении лоренцева (пунктир), гауссова (сплошная кривая) и Гауссова с зависящим от поля $\Gamma \propto \sqrt{B}$ (точки) уширения при 3 К (панель а) и 9 К (панель б). На верхней оси показан фактор заполнения.

туре при изменении затворного напряжения. Поскольку в щели (при факторе заполнения $\nu = 2$ или $\nu = 4$) плотность состояний практически 0, то в этих точках пренебрежимо мала и энтропия. А это в свою очередь означает, что на Рис. Рис 3.1i площадь S_1 (положительный сигнал) и площадь S_2 (отрицательный сигнал) должны быть численно равны, чтобы и компенсировать друг друга при интегрировании, что и наблюдается с высокой точностью.

Таким образом, мы можем оценить энтропию системы:

$$S(n) = \int_{n_0}^n \frac{\partial S}{\partial n} dn + S(n_0). \quad (3.20)$$

Энтропия может быть оценена с точностью до постоянной интегрирования $S(n_0)$. Например, в квантующем магнитном поле при низкой температуре $S(\nu = 4) \approx 0$. Для неамбиполярных систем в идеале было бы при $n_0 = 0$ (отсутствии электронов) $S(0) = 0$ по определению. Однако, на практике такая система никогда не может быть разрежена полностью, потому что ниже определённой пороговой концентрации n_{th} система становится непроводящей и перестаёт перезаряжаться. Для исследуемого температурного диапазона $T > 2.5\text{K}$ в магнитных полях $B < 1$ для образцов SiUW1 и SiUW2 имелась возможность могли разредить систему

вплоть до концентраций $n_{\text{th}} \sim 3 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$, что соответствовало сопротивлению системы около 1 ГОм. В поле 9 Т минимальная достижимая концентрация составляла уже $\sim 7 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Таким образом в сильных магнитных полях целесообразно выбрать n_0 так, чтобы начальная точка соответствовала чётному фактору заполнения ($\nu = 2$ or 4 в нашем случае), где щель велика и энтропия близка к нулю.

Проинтегрированный сигнал (энтропия) показан на Рис. 3.1j. Как и ожидалось, из Рис. 3.1i, при чётных факторах заполнения $\nu = 0, 2, 4$ $S \approx 0$. Это обстоятельство подтверждает правильность используемой процедуры восстановления энтропии.

3.3.4 Режим квантового эффекта Холла и измерение концентрации

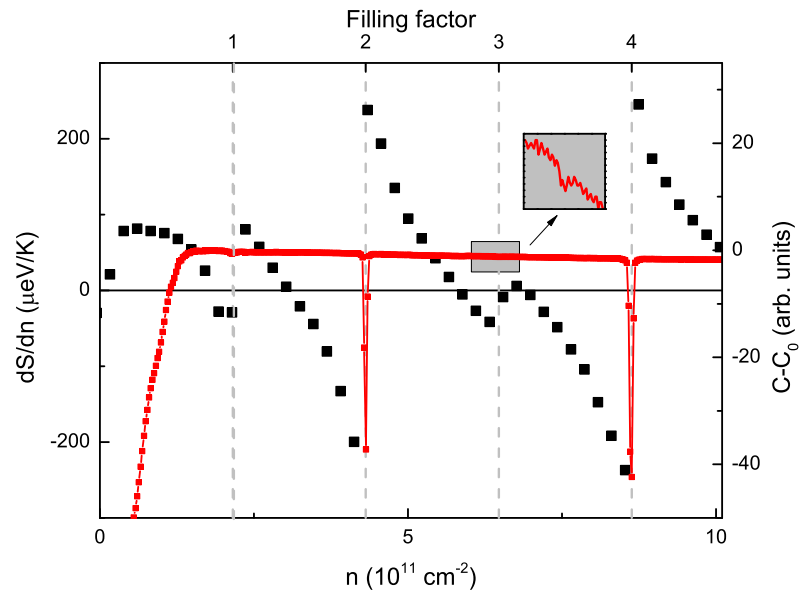


Рис. 3.8: Провалы в ёмкости (красным, правая ось) и $\partial S/\partial n$ для образца Si-UW2 при температуре 2.6 К (■, левая ось) в режиме квантующего магнитного поля $B = 9$ Т.

Точно определить концентрацию и лучше проиллюстрировать физику системы помогают измерения ёмкости в квантующих магнитных полях. Как видно из предыдущего, резкая смена знака $\partial\mu/\partial T$ происходит при целочисленных факторах заполнения, откуда можно оценить концентрацию электронов $n = \nu eB/2\pi\hbar$. Традиционно концентрация определяется из эффекта Холла в малых полях и провалов в ёмкости в режиме квантового эффекта Холла

при целочисленных факторах заполнения. Провалы возникают из-за того, что химпотенциал вынужден “прыгать” через щель, где плотность состояний нулевая. Эти провалы позволяют легко измерять электронную концентрацию в режиме квантового эффекта Холла, когда она достаточно велика. Используется тот факт, что концентрация с высокой точностью линейна по затворному напряжению V_g , $n = (C_0/e)(V_g - V_{th})$ [Андо1982]. Как видно из Рис. 3.8 падение ёмкости наблюдается ровно в тех точках, в которых резко меняет знак $\partial\mu/\partial T$. Представляет интерес сопоставить данную концентрацию с той, которая получается из эффекта Холла, поскольку $R_{xy} = B/ne$. Конечно, для исключения подмешивания компоненты R_{xx} в эффект Холла приходится делать измерения для двух противоположных направлений поля, а потом - антисимметризовать данные холловского сопротивления. В идеальной двумерной системе оба метода должны давать одинаковую концентрацию. В области изолятора ($n < 10^{11} \text{ см}^{-2}$) оба метода становятся неадекватны, поскольку подавляется квантование Ландау и течение тока становится неоднородным по образцу. В квантовых полях при низких температурах формируется состояние холловского изолятора [Пудалов1993, Кравченко1994-2]. Соответственно, электронная концентрация в этом режиме получается только экстраполяцией из более высоких концентраций. На Рис. 3.9 сведены результаты определения концентрации двумя способами для одного образца, которые слегка отличаются друг от друга. Принципиальным является ответ на вопрос, может ли это отличие менять полученные физические выводы? Для ответа на этот вопрос на вставке к Рис. 3.9 сравнивается влияние выбора определения концентрации на определяемую в режиме сильно коррелированной плазмы эффективную массу (о которой подробнее далее). Видно, что хотя определение n как-то влияет, к качественно разным результатам в данном случае оно не приводит.

3.3.5 Извлечение количественной информации из магнитоосцилляций $\partial S/\partial n$

Для определения параметров плотности состояний осциллирующая магнитополевая зависимость $\partial S/\partial n$ подгонялась уравнениями (3.14), (3.19) с тремя подгоночными параметрами:

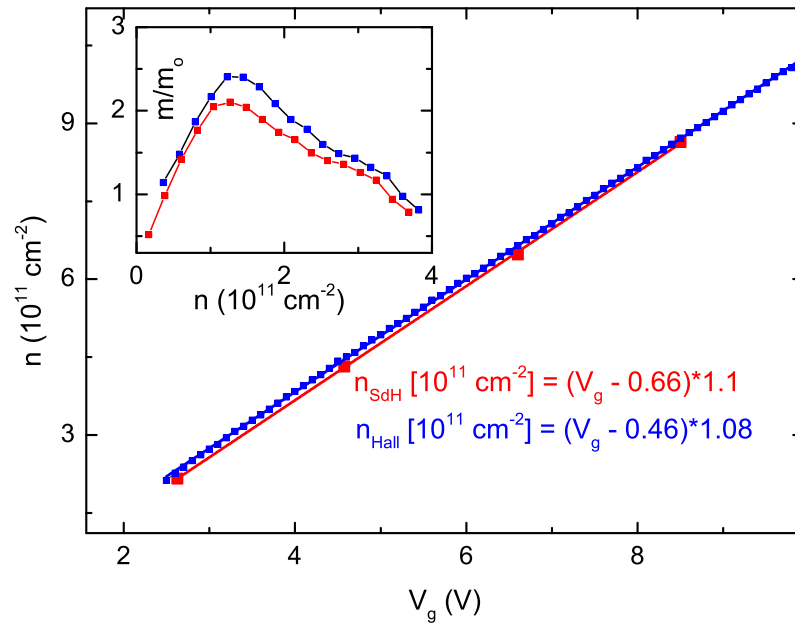


Рис. 3.9: Концентрация электронов n в зависимости от напряжения на затворе V_g для образца Si-UW2 при 2.6 К, определённая из эффекта Холла в поле 1 Т (синие точки) и из положения провалов в ёмкости в режиме квантового эффекта Холла в поле 9 Т (красные точки и линия). Уравнения - линейная интерполяция зависимостей $n(V_g)$. На вставке: эффективная масса при $T = 4.8$ К, определённая из уравнения (3.21) из $\partial S/\partial n$ при помощи обоих определений концентрации.

уширением Γ , эффективной массой и g -фактором. Оказалось, что обе величины близки к зонным значениям. В частности, для образца GaAs1 земановским расщеплением можно пренебречь до полей 3 Т. Примеры подгонки данных даны на Рис. 3.1h, 3.7.

С ростом поля, как известно, при низких температурах растёт междууровневое обменное взаимодействие, увеличивающее спиновую и циклотронную щели (предвестники квантово-холловского ферромагнетизма [Гирвин1997]), и открываются долинные щели в структурах на основе Si. Такое взаимодействие делает обычную теорию для Ферми-газа неприменимой. Долинные щели видны при $\nu = 1, 3$ на Рис. 3.1i и 3.1j. Магнитоосцилляции в больших полях описываются увеличенным g -фактором. На Рис. 3.10 показано два примера подгонки одних и тех же данных $\partial S/\partial n(B)$ для образца Si-UW1 с $g = 2$ (зонное значение) и увеличенным значением $g_L = 4$. Только увеличенный g -фактор позволяет разрешить $\nu = 6$ особенность в 6 Т. Таким образом, энтропийные данные прекрасно воспроизводят ранние транспортные,

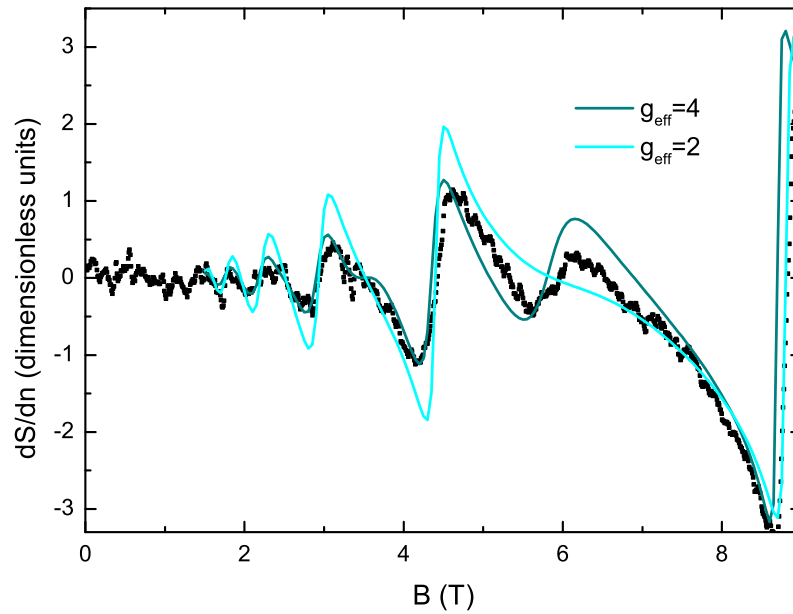


Рис. 3.10: Магнитоосцилляции $\partial S/\partial n$ для образца SiUW1 при $n = 8.510^{11} \text{см}^{-2}$ при 3 К (точки). Яркая голубая линия - это подгонка уравнением (3.19) с $m = m_b$, $g = 2, \Gamma = 0.3$ мэВ; темно-голубая линия подгонка тем же уравнением с $m = m_b$, $g = 4, \Gamma = 0.3$ мэВ.

магнитометрические и емкостные измерения.

3.3.6 Чувствительность метода

Разработанный метод позволяет измерять величину $\partial S/\partial n$ в 2D системах. Калориметрия на переменном токе может измерить другую величину - удельную теплоёмкость образца $T\partial S/\partial T$. Однако, оба метода позволяют оценить измерение энтропии, например, в режиме квантовых полей, когда энтропия осциллирует, и можно, в принципе, проинтегрировать $\partial S/\partial n$ и $\partial S/\partial T$ для вычисления разности энтропий, скажем, между соседним максимумом и минимумом осцилляции. Соответственно, можно сравнить наименьшую амплитуду осцилляций, которую разрешает теплоёмкость и данный энтропийный метод.

Для измерения теплоёмкостного сигнала в работе [Ванг1988] использовался образец с концентрацией $8.8 \cdot 10^{11} \text{см}^{-2}$, и подвижностью $10 \text{м}^2/\text{Вс}$, то есть сопоставимый с нашим образцом GaAs1, и даже в том же диапазоне температур 1.7–4.6 К. Однако, для накопления измеримой теплоёмкости, пришлось вырастить стопку из 75 квантовых ям, суммарная пло-

щадь которых в 50 раз больше чем для GaAs1. Соответственно, в этих экспериментах самая малая осцилляция наблюдалась в поле 3 Т при $\nu = 12$.

В энтропийных измерениях (Рис. 3.6) при температуре 2.5 К в поле 3 Т наблюдались уже очень большие осцилляции. На самом деле, осцилляции видны, начиная с поля 1 Т, где их амплитуда в 50 раз меньше. Это означает, что данная методика в $\sim 50 \times 50 = 2500$ чувствительнее (на единицу площади образца), чем обычная калориметрия. Но самое замечательное то, что измеряемое значение ($\partial S/\partial n$) имеет чисто электронное происхождение и не имеет вклада от теплоёмкости решётки.

3.4 Энтропия 2D-газа в Si-МОП структурах в нулевом перпендикулярном поле

3.4.1 Режим сильно-коррелированной плазмы

Описанная термодинамическая методика, в отличие от калориметрии на переменном токе, не ограничивается квантующими магнитными полями и позволяет исследовать и более тонкие термодинамические эффекты в 2D системе в нулевом перпендикулярном поле. Для невзаимодействующей системы с простым параболическим законом дисперсии $\varepsilon = p^2/2m_b$, как известно, плотность состояний постоянна $D = g_{v,s}m_b/2\pi\hbar^2$. Здесь $g_{v,s}$ обозначает полное (спиновое и долинное) вырождение спектра, а m_b - зонная масса (для Si-МОП структур с ориентацией (001) $g_{v,s} = 4$, и $m_b \approx 0.2m_e$; Для однодолинных n -GaAs-структур, $m_b \approx 0.067m_e$ и $g_{v,s} = 2$). Для (001) Si-МОП структур, 2D электронный слой содержит две практически вырожденных долины [Андо2002]. В вырожденном пределе $E_F = Dn \gg T$, энтропия $S = \pi T g_{v,s} m_b / 6\hbar^2$ не должна зависеть от концентрации с экспоненциальной точностью, $\partial S/\partial n = 0$. В противоположном пределе $E_F \ll T$, температура является основным параметром, и энтропия на электрон должна даваться выражением для идеального Больцмановского газа $\partial S/\partial n \propto \ln(n/T)$. Результат для Ферми газа при произвольной температуре хорошо известен и может быть

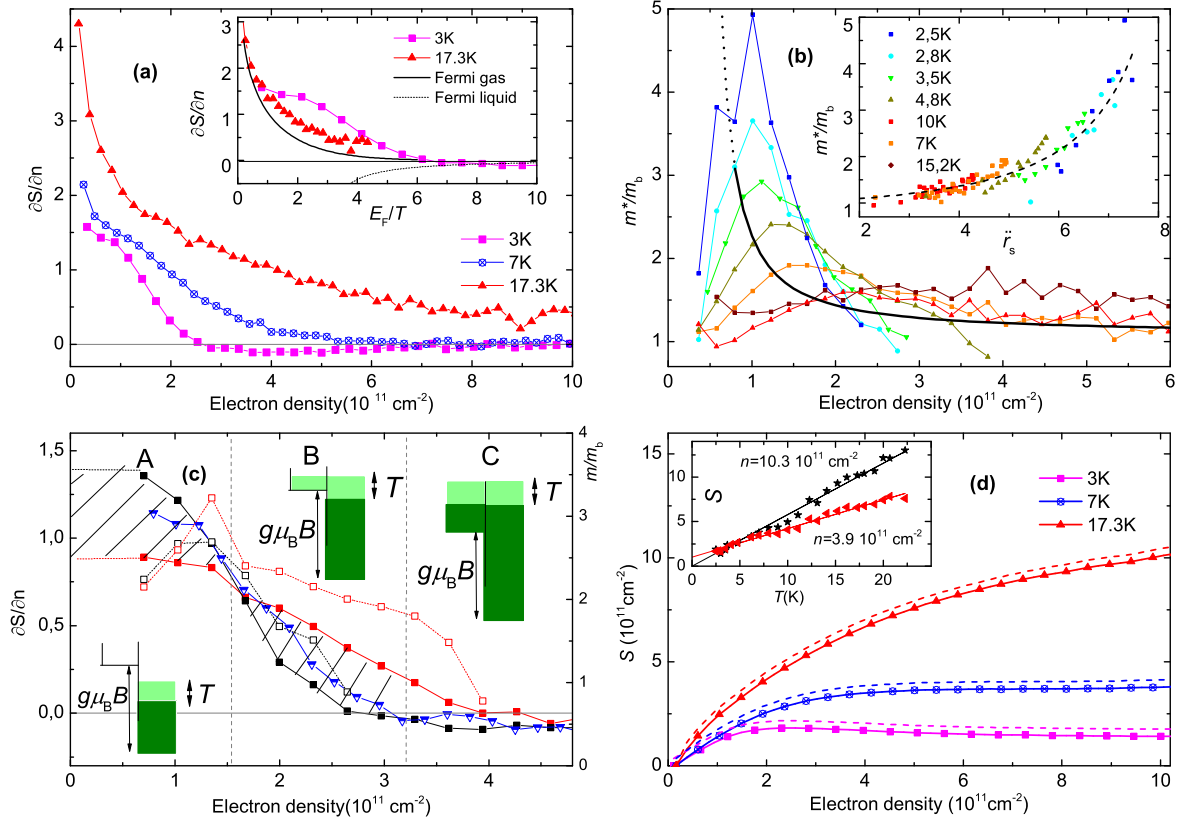


Рис. 3.11: (а) Энтропия на электрон $\partial S/\partial n$ в зависимости от n (символы) для различных T , образец SiUW2. На вставке: те же данные, в зависимости от обезразмеренной концентрации (E_F/T), сплошная кривая - предсказание для невзаимодействующего Ферми-газа с зонными параметрами Si, пунктирная линия - ожидаемое поведение для Ферми-жидкости(см. текст); (б) Эффективная масса m^* в зависимости от концентрации. Чёрная кривая соответствует зависимости $m^*(n)$ определённой из измерений амплитуды осцилляций Шубникова-де Гааза. Символы - масса $m^*(n, T)$, определённая из $\partial S/\partial n$ по формуле. (3.21). Масштабирование эффективной массы эмпирическим параметром взаимодействия \tilde{r}_s показано на вставке (см. текст). (с) Влияние параллельного поля. Сигнал $\partial S/\partial n(n)$ (левая ось) при $T = 3.2\text{K}$: \blacksquare - нулевое поле, \blacktriangledown - $B_{||} = 5.5\text{ T}$, \blacksquare - $B_{||} = 9\text{ T}$. Пустые значки (правая ось) - значения эффективной массы при $B = 0$ (\square) и $B_{||} = 9\text{ T}$ (\square). Также на панели нарисована зонная диаграмма с двумя спиновыми подзонами в областях **A**, **B** и **C**. (d) Проинтегрированная энтропия (символы). Вставка: зависимость $S(T)$ для $n = 10.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ($E_F = 75\text{K}$) и $3.9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ($E_F = 30\text{K}$). Пунктир показывает оценку сверху.

записан аналитически:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_T = \frac{E_F/T}{e^{E_F/T} - 1} - \ln(1 - e^{-E_F/T}). \quad (3.21)$$

Как уже отмечалось в главе 1 при измерении намагниченности, для Si-МОП структур с высокой подвижностью носителей, в отличие от зарядового транспорта, термодинамическая методика позволяет зондировать систему глубоко в режиме изолятора $n \sim (3 \times 10^{10} - 10^{11}) \text{ см}^{-2}$. Для столь малых концентраций, особенно если подставить перенормированную взаимодействием массу квазичастиц $m^* \sim (0.4 - 0.6)m_e$ при температуре 2–3 К система оказывается в невырожденном режиме $T > E_F$. Более того, в этом режиме энергия межэлектронных взаимодействий $U = e^2\sqrt{n}/\kappa$ порядка нескольких мэВ, то есть на порядок больше чем температура и энергия Ферми ($\kappa \approx 7.7$ - эффективная диэлектрическая постоянная для интерфейса Si/SiO₂ [Андо1982]). Такие сильные взаимодействия модифицируют спектр и приводят систему в состояние коррелированной заряженной двумерной плазмы [Новиков2009]. Логично в качестве нулевого предположения считать, что энтропийные свойства коррелированной плазмы могут быть отмасштабированы на обычный невырожденный Ферми-газ, но с увеличенными взаимодействиями и зависящей от температуры эффективной массой.

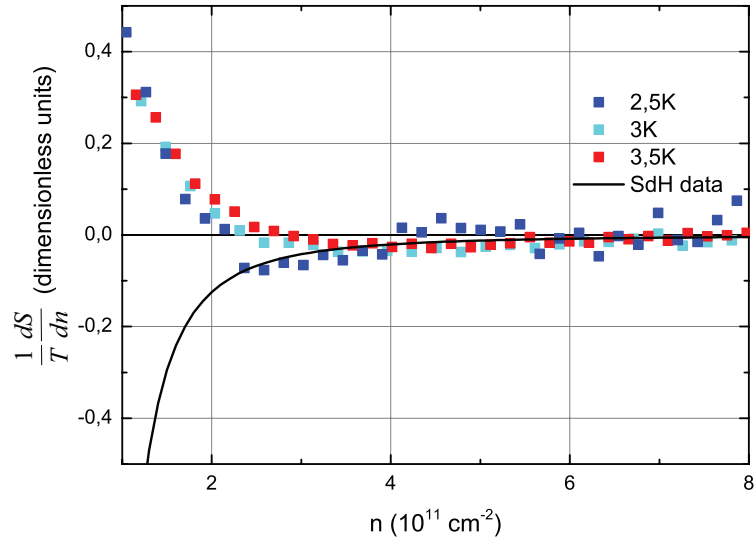


Рис. 3.12: Величина $\partial S/\partial n$ в области самых низких температур, нормированная на температуру.

В противоположном пределе низких температур взаимодействующая система представ-

ляет собой Ферми-жидкость. Её энтропия в нулевом поле даётся уравнением (3.3), где D надо заменить на плотность состояний квазичастиц на уровне Ферми, $D^* = g_{v,s}m^*/(2\pi\hbar^2)$ [Питаевский9]. В отличие от невзаимодействующего случая, D^* зависит от электронной концентрации n через зависимость эффективной массы $m^*(n)$, то есть перенормировки массы электрон-электронным взаимодействием. Как следует из уравнения (3.3), $\partial S/\partial n = [\pi T g_{s,v}/(6\hbar^2)]\partial m^*/\partial n$; что позволяет связать наблюдаемый сигнал и $\partial m^*/\partial n$. В режиме Ферми-жидкости, соответственно, ожидается отрицательная энтропия на электрон (см. вставку к Рис. 3.11), ведь электрон-электронное взаимодействие, увеличивающее массу, усиливается с понижением концентрации ($\partial m^*/\partial n < 0$) [Пудалов2002]. Экспериментально, действительно, масса m^* , пересчитанная из данных, разумно согласуется с массой, найденной из температурной зависимости осцилляций Шубникова-де Гааза[Пудалов2002]. Такое сравнение на приведено на Рис.3.12.

По мере роста концентрации система неизбежно переходит в режим коррелированной плазмы $E_F \lesssim T < U$, который уже нельзя рассматривать в рамках теории Ферми-жидкости. Ранее были экспериментальные указания (см. работы [Шашкин2003,Пудалов2014] и Рис. 3а,б в работе [Пудалов2002]) на то, что электрон-электронные взаимодействия, хотя и увеличивают массу, сохраняют параболический закон дисперсии $\varepsilon = p^2/2m^*$ в широком интервале энергий, а не только вблизи уровня Ферми. Поэтому можно ожидать, что даже в режиме плазмы энтропия будет нести информацию об увеличенной взаимодействием эффективной массе.

Примеры зависимостей $\partial S/\partial n$ от концентрации при разных температурах показаны на Рис. 3.11а. Данные качественно совпадают с вышеперечисленными ожиданиями: (i) чем больше температура, тем больше энтропия, то есть площадь под кривой $\partial S/\partial n(n)$; (ii) при увеличении энергии Ферми (то есть электронной концентрации) $\partial S/\partial n$ падает до 0, и (iii) для самых низких температур и больших электронных концентраций $\partial S/\partial n$ становится отрицательной, как и ожидается в Ферми-жидкости. На вставке к Рис. 3.11 видно, что экспериментально наблюдаемая величина $\partial S/\partial n$ систематически превышает теоретически ожидаемую

для идеального Ферми-газа, см. уравнение (3.21) (с зонным значением массы $0.19m_e$). Поскольку энтропия пропорциональна плотности состояний, усреднённой по интервалу энергий T , то избыточную энтропию надо приписывать перенормированной массе электронов. Поскольку теория для невырожденной, но сильно-взаимодействующей Ферми-системы отсутствует, представляется разумным феноменологический подход подгонки экспериментальных результатов формулой (3.21) с зависящей от концентрации эффективной массой $m^*(n)$.

Найденная таким образом эффективная масса для разных температур построена на Рис. 3.11b. При высоких температурах $T \gtrsim U \gg E_F$ кинетическая энергия электронов задаётся температурой, соответственно 2D система является слабо-взаимодействующей, и $\partial S/\partial n$ должно описываться уравнением (3.21) с независящей от концентрации массой, близкой к зонному значению m_b .

В общем случае получается, что при фиксированной температуре масса должна вести себя немонотонным образом: по мере того, как концентрация растёт от 0, m^* сначала увеличивается, потом достигает максимума, а потом падает, приближаясь к зонной m_b . Чем ниже температура, тем большего значения в максимуме можно достичь. Увеличенная масса качественно согласуется с увеличенной Ферми-жидкостной массой, измеренной из осцилляций Шубникова-де Гааза [Пудалов2002] (показано жирной кривой на Рис. 3.11b).

В области низких концентраций, где эффективная масса спадает от максимального значения при уменьшении концентрации, наблюдается режим сильно-коррелированной электронной плазмы ($E_F \lesssim T < U$). Для трактовки данных в этом режиме предлагается следующая феноменологическая аналогия: для Ферми-жидкости все свойства зависят от параметра взаимодействия пропорционального отношению средней потенциальной энергии U к перенормированной энергии Ферми $r_s = 1/(\bar{a}_B^* \sqrt{\pi n}) \propto U/E_F$ [Андо1982] (Здесь $\bar{a}_B^* = \bar{\kappa} \hbar^2 / (m_b e^2)$ означает боровский радиус с усреднённой диэлектрической константой).

При очень высоких температурах, сопоставимых с энергией Ферми, взаимодействия больше не могут определяться $r_s \propto U/E_F$ и должны включить температуру. Соответственно, для описания набора данных $m^*(n, T)$ в широком диапазоне температур и концентраций, пред-

лагается эффективный параметр взаимодействия $\tilde{r}_s = (\pi a_B^2 n + \alpha T^{\gamma+\beta}/E_F^\gamma U^\beta)^{-1/2}$ который интерполирует предельные случаи, Ферми-жидкость и невырожденную систему. Оказывается, что если выбрать $\alpha = 0.4$, $\beta = 1$, и $\gamma = 1$ (см вставку к Рис. 3.11b), то немонотонные зависимости $m^*(n)$, полученные при разных температурах, попадают на одну кривую. Для такого выбора параметров есть и физические соображения (см. раздел 3.5.1 в приложении к данной главе), хотя точность измерений не столь высока, чтобы можно было полностью исключить другие функциональные зависимости $\tilde{r}_s(n, T)$.

3.4.2 Энтропия двумерной системы в присутствии зеемановского поля

Возможность провести данного рода измерения, заставила нас приложить поле в плоскости системы. Эта геометрия много исследовалась в Si-МОП структурах ранее (см. введение к гл. 1). Соответственно, прикладывалось поле $B_{\parallel} = 5.5$, и 9 Т, вызывающее зеемановское расщепление $E_Z \sim 0.5$ и 1 мэВ, соответственно (см. Рис. 3.11с). В области малых концентраций ($E_F \lesssim T$, обозначенной **A** на Рис. 3.11с) плазма, в целом, спин-поляризована в поле $B_{\parallel} = 9$ Т. Поэтому как S , так и $\partial S/\partial n$ в этом поле меньше, чем при $B_{\parallel} = 0$.

Область **A** расположена вблизи критической концентрации для образца Si-UW2 ($n_c \approx 8 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$) и ниже. Если бы в системе существовали свободные спины, как предсказывает, например, модель перехода Вигнера-Мотта [Камжаи2008], они бы полностью поляризовались уже в поле $g\mu_B B > T$ (то есть как при $B_{\parallel} = 9$ Т так и при $B_{\parallel} = 5.5$ Т), а энтропия бы упала очень сильно, на величину $n_s \ln 2$ (где n_s - концентрация свободных спинов). Однако, в поле 5.5 Т ($g\mu_B B = 8\text{К} > T = 3.2\text{К}$), наблюдается лишь незначительное падение энтропии на электрон ($\sim 10\%$), которое хорошо соответствует частичной поляризации свободных электронов, как видно из Рис.3.11с.

Для того чтобы показать, что падение энтропии в параллельном поле происходит из-за спиновой поляризации плазмы, вызванной эффектом Зеемана, можно определить эффективную массу при помощи уравнения (3.21) для $B = 0$ (как описано выше) и уравнения (3.29)

в спин-поляризующем поле (см. Рис. 3.11с). Найденная масса показана полыми символами на Рис. 3.11с. В области **A** (режим плазмы), эффективные массы для $B = 0$ и $B = 9\text{ Т}$ согласуются друг с другом с точностью 10%, что указывает на справедливость плазменного подхода.

В области **C**, как для $B = 0$ так и для $B = 9\text{ Т}$ -система практически представляет собой Ферми-жидкость, где, как объясняется выше, величина $\partial S/\partial n$ мала и отрицательна. В переходной области (от плазмы к жидкости) **B** величина $\partial S/\partial n$ меняет знак (см. Рис. 3.11с). Для поля 9 Т эта смена знака происходит при больших электронных концентрациях чем для $B = 0$; соответственно, если извлекать эффективную массу в поле 9 Т по описанной выше процедуре для нулевого поля, то она окажется завышенной. Действительно, для пересчёта энтропии на электрон в массу мы считали полное вырождение при $B = 0$ равным 4, а при $B = 9\text{ Т}$ - равным двум. На качественном уровне это объяснимо: в спин-поляризующем поле есть большая подзона, спины в которой выстроены по полю и маленькая подзона, со спинами против поля. Эта маленькая подзона может являться невырожденной при вырожденной большой, то есть в системе будут сосуществовать плазма и Ферми-жидкость, которые будут обеспечивать изменение химпотенциала, с весами пропорциональными плотностям состояний. Таким образом, переходный режим еще требует новых исследований.

В области **C**, плотность состояний, а следовательно и энтропия должны быть одинаковы при 9 Т и в нулевом поле. Геометрически это значит, что и полные площади под графиком $\partial S/\partial n(n)$ на Рис. 3.11с должны быть одинаковыми. И на самом деле, заштрихованные области на Рис. 3.11с заштрихованные области компенсируют друг друга.

3.4.3 Проверка третьего начала термодинамики

Интегрирование сигнала $\partial S/\partial n$ по концентрации от нулевой концентрации даёт энтропию системы, показанную на Рис. 3.11d. Центральным вопросом здесь является нижний предел интегрирования. Самые низкие концентрации недоступны для измерений, поскольку образец не перезаряжается, но интеграл от $\partial S/\partial n$ (формула (3.21)) в области малых концентраций

сходится и довольно мал по величине. Соответственно, можно просто игнорировать данные в той области концентраций, где образец не перезаряжается, а можно применить экстраполяцию свободным электронным газом. Соответствующие результаты показаны на Рис. 3.11d сплошной и пунктирной линиями.

Если построить определённую таким образом энтропию как функцию температуры, то видно, что при высокой концентрации электронов ($n = 1.03 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$) она растёт линейно по температуре T (см вставку к Рис. 3.11d) и экстраполируется в 0 при приближении к $T = 0$, как и должно быть в Ферми-жидкости согласно третьему началу термодинамики. Таким образом, наши измерения проверяют третье начало термодинамики исходя только из того, что энтропия нуля электронов равна нулю.

Необходимо дать комментарий данному результату. Третье начало термодинамики следует из квантовой статистики, так как основное состояние одно, а значит при $T = 0 \ln(\Gamma) = 0$. В любом учебнике в разделе **термодинамика** (например [Сивухин2019]) написано, что энтропия определена с точностью до константы, так как все производные от константы равны нулю, в физически измеряемые величины они вклада не дадут. Возникло утверждение, что с точки зрения термодинамики проверить, что энтропия равна нулю при $T = 0$ невозможно. Действительно, если не знать про квантовую статистику, то вполне можно было бы допустить, что при нулевой температуре остались степени свободы. Данное утверждение просто не учитывало возможность дифференцирования энтропии по числу частиц, которое позволяет избавиться от константы.

Для меньшей концентрации ($n = 3.9 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$) зависимость $S(T)$ уже не экстраполируется в 0 при $T = 0$. Это связано с тем, что для данной малой концентрации низкотемпературный Ферми-жидкостной предел еще не был в полной мере достигнут, и энтропия линейно пойдет в 0 при более низких температурах, а значит коэффициент при температуре будет больше, что как раз соответствует увеличенной взаимодействиями Ферми-жидкостной массе.

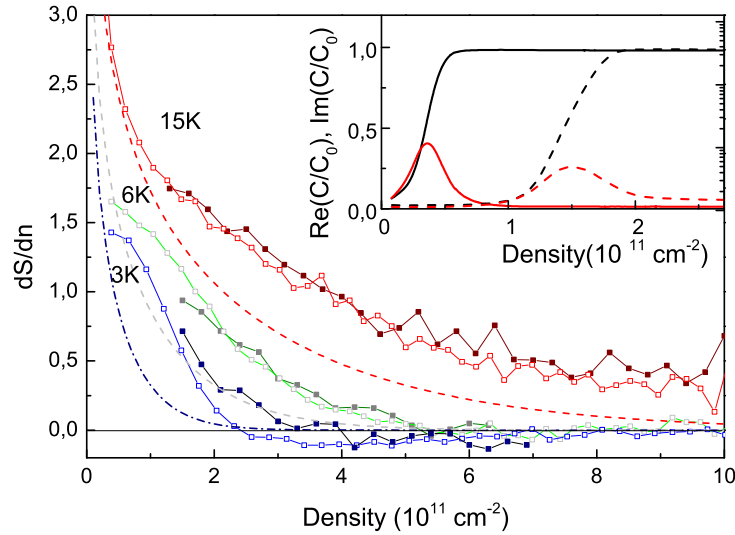


Рис. 3.13: Сравнение зависимостей энтропии на электрон от концентрации для чистого и разупорядоченного Si-MOП образцов: Si8-9 (разупорядоченный, закрашенные символы), SiUW2 (чистый, полые символы) для 3 различных температур (15 К - красный, 6 К - серый, 3 К - синий). Предсказание теории для идеального Ферми газа показано пунктирными кривыми цветов соответствующих температур. На вставке: действительная (чёрным) и мнимая (красным) компоненты ёмкости, измеренные на частоте модуляции температуры при измерении $\partial S/\partial n$ для Si-UW2 (сплошные линии) и Si8-9 (пунктир) при температуре 3К.

3.4.4 Роль беспорядка

Чтобы понять, имеет ли какое-нибудь отношение к наблюдаемой перенормировке массы степень разупорядоченности 2D системы, дополнительно были выполнены измерения на образце с большей степенью беспорядка Si8-9. Этот образец не демонстрирует перехода металл-изолятор, и обладает пиковой подвижностью примерно в 6 раз меньше, чем два исследованных высокоподвижных образца (см. Рис. 3.13). Пороговое напряжение на затворе в образце Si8-9 значительно больше чем в Si-UW2 (см. вставку на Рис. 3.13), поэтому для данного образца доступны только данные при концентрациях больше $n = 1.5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Стоит отметить, что во-первых также как и для чистого образца SiUW-2, данные $\partial S/\partial n$ для образца Si8-9 существенно превышает сигнал, ожидающийся для Ферми газа (пунктирная линия на Рис. 3.13). Во-вторых, в том диапазоне концентраций, где данные доступны для обоих образцов,

они при всех температурах близки друг к другу (за исключением, может, быть, наинизшей температуры, где в образце Si8-9 не наблюдался отрицательный сигнал). Эти наблюдения указывают, что по крайней мере в области температур и концентраций, доступных в наших экспериментах, возрастание массы не зависит от беспорядка в образце. Также в разупорядоченном образце не наблюдается перехода металл-изолятор. Эти наблюдения указывают на то, что возрастание энтропийной эффективной массы не зависит от степени разупорядоченности системы, по крайней мере в исследованном диапазоне температур (можно посмотреть раздел 3.5.4).

Измерения $\partial S/\partial n$ на развороте напряжения на затворе для образцов гетеропереходов GaAs с затвором Шоттки не выполнялись из-за того, что при изменении напряжения на затворе в системе наблюдались очень долгие времена установления, а сигнал $\partial S/\partial n$ получал гистерезисную по V_g добавку. Вероятнее всего, эта добавка связана с неравновесной перезарядкой состояний, находящихся в слое доноров. Действительно, проводимость этих состояний крайне мала, меньше 1 ГОм^{-1} , поэтому они не влияют на транспорт, но могут влиять на термодинамический сигнал, измеряемый за время порядка 1 с.

3.4.5 Обсуждение

Высокотемпературные энтропийные измерения не отрицают возможность существования физики квантового фазового перехода или в низкотемпературном пределе, что в частности следует из главы 1. Довольно интересным представляется то обстоятельство, что исследуемая область малых концентраций ($n < 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$) и температур $2.5 \text{ К} < T < 5 \text{ К}$, в которой наблюдается режим коррелированной плазмы является одновременно и областью, где наиболее сильным образом проявляются “металлические” свойства, а также изоляторный ход при концентрациях ниже точки перехода металл-изолятор. При таких высоких температурах окрестность этой точки принадлежит режиму сильно-коррелированной плазмы, что означает необходимость пересмотра взглядов на переход металл-изолятор и является одним из главных наблюдений данной работы. Другими словами - “металлическая” проводимость -

это явление из физики сравнительно высоких температур, а не малых возбуждений вблизи основного состояния. Это указывает на то, что существенная часть теорий [Альтшулер1999, Спивак2001, Панноуз2005, Камжаи2008, ДасСарма2013, Меир2000] данного явления, предполагающих, что система вырожденная, видимо не относится к экспериментальным данным.

Здесь также следует отметить, что подспудно предполагалось, что система является однородной. Это предположение мотивировано прежде всего тем, что в термодинамическом методе система исследуется на временах (0.3-1)с, а не на пикосекундном масштабе, как в транспортных измерениях. Поэтому, даже если некоторая область плохо проводит ток, в энтропийных измерениях она успевает перезарядиться, даже если речь идет о состоянии изолятора. В случае Si-МОП структур с высокой подвижностью носителей при температурах выше 3 К, не наблюдается падения ёмкости на измерительной частоте вплоть до концентраций в два раза ниже критической (см. вставку к Рис. 3.13), что аналогично наблюдениям на двумерном газе в n -GaAs из работы [Алиссон2006]. Поэтому систему можно на макроуровне считать однородной (см. обсуждение в разделе 3.5.2).

3.5 Приложения

3.5.1 Масштабирование массы эффективным параметром взаимодействия \tilde{r}_s

В низкотемпературном режиме Ферми-жидкости параметр межэлектронного взаимодействия пропорционален отношению кинетической и потенциальной энергий, $r_s = 1/\sqrt{\pi n a_B^2} \sim U/E_F$. Здесь $U = e^2\sqrt{n}/\bar{\kappa}$, средняя диэлектрическая постоянная на интерфейсе $\bar{\kappa} = 7.7$ [Андо1982], и Ферми-энергия $E_F = \hbar^2 k_F^2/2m_b$. При высоких температурах, $T \gg E_F$, кинетическая энергия уже начинает определяться температурой. Таким образом, можно ожидать, что эффективный параметр взаимодействия \tilde{r}_s будет также зависеть от температуры. В случае очень высоких температур $T \gg U \gg E_F$, было бы естественно выбрать \tilde{r}_s пропорциональным отношению U/T . При промежуточных температурах $U \gg T \gg E_F$ могут быть и

другие масштабы энергии, связанные с взаимодействиями: i) частота плазмона с волновым вектором k_F , $\omega_p(k_F) \sim \sqrt{E_F U}$; ii) частота электрон-электронных взаимодействий, которая порядка $\omega_p(k_D) \sim U \sqrt{E_F/T}$ где $k_D \sim k_F \sqrt{U/T}$ означает Дебаевский волновой вектор [Голден1985, Голден1990]. Поэтому, мы феноменологически ввели параметр $\tilde{r}_s(n, T)$ который интерполирует два предела: $\tilde{r}_s = [\pi a_B^2 n + \alpha T^{\gamma+\beta} / E_F^\gamma U^\beta]^{-1/2}$. Теоретически, можно ожидать три возможности для параметра \tilde{r}_s при $T \gg E_F$: i) \tilde{r}_s определяется отношением U/T , т.е., $\gamma = 0$ и $\beta = 2$; ii) \tilde{r}_s определяется отношением $\omega_p(k_F)/T$, т.е., $\gamma = 1$ and $\beta = 1$; iii) \tilde{r}_s определяется отношением $\omega_p(k_D)/T$, т.е., $\gamma = 1$ и $\beta = 2$. Хотя все три комбинации формально возможны, последняя явно не удовлетворяет пределу $T \gg U > E_F$.

Конечно, экспериментальные данные $\partial S/\partial n$ имеют разброс и собираются в достаточно узком диапазоне температур и концентраций, что ограничивает точность. Также определение эффективной массы опирается на концентрацию, которую можно по разному измерять, и в зависимости от этого получать разные результаты. Поэтому подгонка тремя параметрами α , β и γ представляется процедурой плохо определённой, да и не нужной. Если верить в концентрацию, измеренную по эффекту Холла, то наилучшая подгонка получается при $\alpha = 0.4$, $\beta = 0$ and $\gamma = 1$, см. Рис. 3.14а. Для данной подгонки не понятна физическая интерпретация. Среди вышеописанных возможностей лучше всего данные описываются случаем (ii) с $\alpha = 0.4$ (см. Рис. 3.14b). Изменение определения концентрации (с холловской на квантовохолловскую) лишь слегка модифицирует оптимальное значение α (см. Рис.3.14с).

3.5.2 Обсуждение возможной неоднородности в образце.

В равновесии уровень электрохимического потенциала одинаков по всей площади 2D газа в образце. Неизбежные (в высокоподвижных образцах) длиннопериодные флуктуации потенциала приводят к тому, что энергия Ферми и локальная концентрация флуктуируют, что может привести к разделению фаз в сильно-коррелированной 2D системе. Фактически измеряется величина $\partial\langle\mu\rangle/\partial T$, усреднённую по площади образца. В этой связи возникает вопрос: насколько важны локальные флуктуации потенциала?

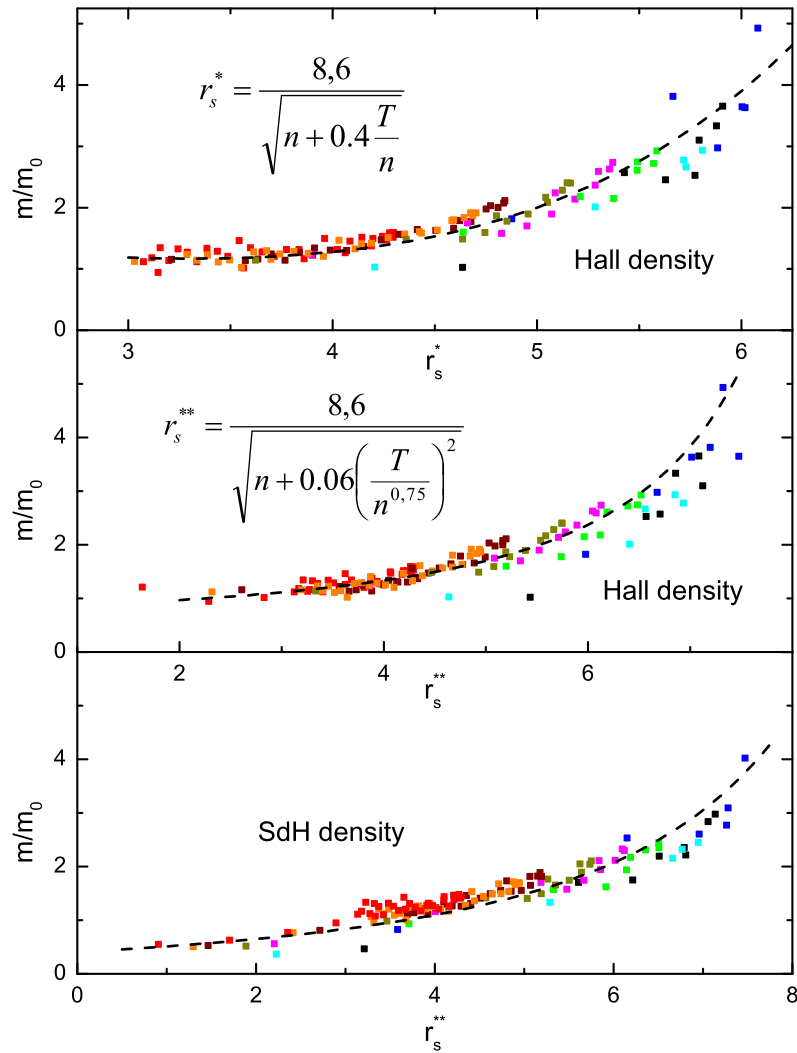


Рис. 3.14: Зависимость эффективной массы от эффективного параметра взаимодействия \tilde{r}_s определённая различными способами (a,b) и для разных определений концентрации: через эффект Холла - панель (b), и из провалов в ёмкости в режиме квантового эффекта Холла - панель (c).

На самом деле, резкое возрастание обратной сжимаемости [Аллисон2006, Дультс2000] часто наблюдаемое при низких концентрациях (вблизи перехода металл-изолятор) общепризнанно [Фоглер2004, Ши2002, Госал2006] считается доказательством формирования неоднородного состояния. Измерения локальной сжимаемости [Илани2000, Илани2001] напрямую демонстрируют существенные неоднородности в системе.

Для проведённых измерений $\partial S/\partial n$ есть несколько аргументов в пользу того, что неоднородности не влияют существенно на энтропийные свойства:

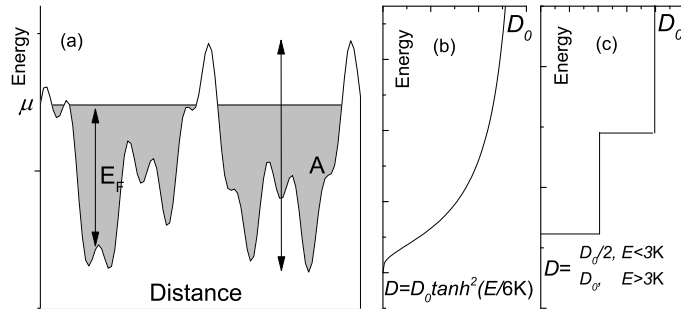


Рис. 3.15: (а) Схематический вид профиля потенциала беспорядка (б) Плотность состояний с плавным хвостом (формула дана на рисунке). (с) Плотность состояний со ступенчатым хвостом.

- Возрастание обратной сжимаемости соответствует падению ёмкости образца. В вышеупомянутых работах наступление неоднородной фазы происходит ровно при концентрации n_c или чуть ниже. Все измерения сжимаемости в работах [Аллисон2006, Дульцс2000] были выполнены в системах на основе GaAs. Для исследуемой системы в Si не наблюдается уменьшения ёмкости вплоть до концентраций $n_0 \approx 0.4 \times 10^{11} \text{ см}^{-2} < n_c/2$ (образец Si-UW2), аналогично работе [Аллисон2006] в n-GaAs. При меньших концентрациях образец закрывается, и его ёмкость резко падает, что делает дальней. Образец с низкой подвижностью носителей Si8-9 закрывается при больших концентрациях $n \approx 1.5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$, однако не демонстрирует перехода металл-изолятор, что показывает отсутствие связи между n_0 и n_c .
- Как сказано выше, неоднородное состояние может установиться при $n < n_0$, где ёмкость падает резко и измерения становятся невозможными. Соответственно, для $\partial S/\partial n$ (см. например Рис. 3.11а), данные в этом диапазоне отсутствуют. Чтобы оценить масштаб этого провала, $\partial S/\partial n = \text{const}$ для $n < n_0$ была экстраполирована (приравнена максимальному значению). Теряем ли мы энтропию в диапазоне концентраций $0 - n_0$ при интегрировании $\partial S/\partial n$ от 0 до n ? То обстоятельство, (см вставку к Рис. 3.11d) что при высокой концентрации $n = 10.3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$, когда перенормировки малы и энергия Ферми велика, энтропия экстраполируется в 0 при нулевой температуре согласно третьему началу термодинамики, прямо указывает, что энтропия не теряется. То есть

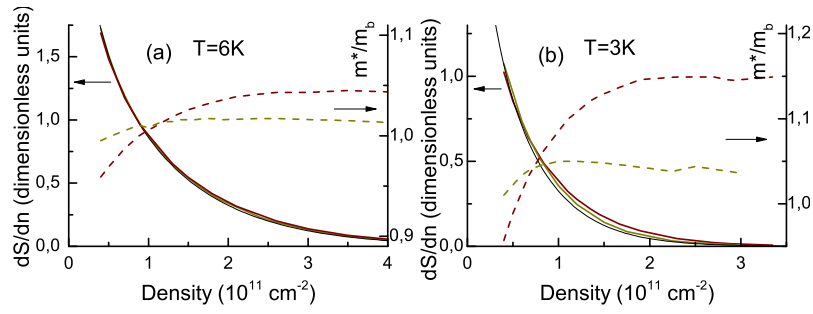


Рис. 3.16: Зависимости $\partial S/\partial n(n)$ при различных температурах (а - 6 К, б-3 К) вычисленные для 2D газа в Si с учётом хвостов в плотности состояний: $D(E) = D_0$ - сплошная чёрная линия, $D(E) = D_0 \tanh^2(E/5K)$ - сплошная бордовая линия, $D(E)$, описываемая двухступенчатой функцией (см. Рис. 3.15) - сплошная жёлтая линия. Пунктирные линии соответствуют правой оси и показывают эффективные массы, определённые из соответствующих данных $\partial S/\partial n(n)$.

экспериментально недоступный интервал концентраций $0 - n_0$ не содержит избытка или недостатка энтропии.

- Значение величины n_0 , при концентрациях ниже которой образец не проводит ток, также позволяет сделать оценку сверху на амплитуду потенциала флуктуаций: $E_{fluct} < E_F(n_0) \approx 3K$. В противном случае амплитуда потенциала флуктуаций будет ниже чем уровень Ферми и возникнет хорошая проводимость, см Рис. 3.15а. В простейшей картине без взаимодействий провалы в профиле потенциала ответственны за хвост плотности состояний (см. Рис. 3.15б). Можно промоделировать этот хвост плотности состояний и посмотреть, как это будет влиять на сигнал. На Рис. 3.15 показаны результаты моделирования для плавного хвоста и ступеньки.

Чтобы найти $\partial S/\partial n \equiv -\partial\mu/\partial T$ при данной концентрации и температуре для данной зависимости $D(E)$ необходимо решить интегральное уравнение на μ :

$$n = \int_0^\infty D(E)/(1 + e^{(E-\mu)/T})dE. \quad (3.22)$$

А потом взять производную от таким образом посчитанного химпотенциала по температуре, $\partial\mu/\partial T$. При $T = 6$ К (Рис. 3.16а), dS/dn для системы с хвостом плотности

состояний и без него практически неразличимы. Эффективная масса была определена из экспериментальных данных при помощи уравнения (3.21), как и в остальных случаях в данном исследовании. В результате, при температуре $T = 6\text{ К}$ наблюдается лишь небольшая разница несколько процентов между массой определённой с учётом хвоста плотности состояний и без него. При $T = 3\text{ К}$ (практически наименьшей доступной в эксперименте температуре) эффективная масса на $\sim 10\%$ превышает зонное значение при больших концентрациях и слегка спадает - при низких.

Таким образом, было показано, что в исследуемой системе, по крайней мере в рамках невзаимодействующей модели, флуктуации потенциала существенно не влияют на термодинамику Ферми газа.

- По данным спиновой намагниченности, полученным на примерно таких же образцах и обсуждавшихся в главе 1, было детектировано образование капель с большим спином [Тенех2012]. Про эти капли можно думать как про мезоскопические разреженные области (т.е., холмы в флуктуациях потенциала), где локально реализуется ферромагнитная неустойчивость. Это серьёзный аргумент в пользу локальной неоднородности образца. Однако, существенный сигнал, приписываемый спин-капельному состоянию наблюдался при намагниченности при гораздо более низких температурах, чем использовались в измерениях $\partial S/\partial n$. При 3 К спиновые капли уже практически не проявляются (глава 1), а значит и их роль в термодинамике мала.

3.5.3 Термодинамика двумерной системы при $B_{\perp} = 0$

Для невзаимодействующего Ферми-газа термодинамический потенциал (на единицу площади) даётся выражением (см. [Ландау5])

$$\Omega = -T \int d\varepsilon D(\varepsilon) \ln [1 + e^{(\mu-\varepsilon)/T}]. \quad (3.23)$$

Где $D(\varepsilon)$ - одночастичная плотность состояний. Считая плотность состояний постоянной $D(\varepsilon) = g_{v,s}m/(2\pi)\theta(\varepsilon)$, где $g_{v,s}$ учитывает возможное спиновое и долинное вырождение, $\theta(x)$

обозначает ступенчатую функцию Хевисайда, и принимается $\hbar = 1$ для простоты записи, можно получить следующую температурную зависимость химического потенциала для постоянной концентрации электронов:

$$\mu = T \ln [e^{E_F/T} - 1]. \quad (3.24)$$

Здесь $E_F = 2\pi n/(g_{v,s}m)$ обозначает энергию Ферми. Таким образом, производная от энтропии по концентрации электронов становится равна:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_T \equiv -\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_n = \frac{E_F/T}{e^{E_F/T} - 1} - \ln [1 - e^{-E_F/T}]. \quad (3.25)$$

В присутствии параллельного плоскости 2D газа магнитного поля B , термодинамический потенциал записывается как

$$\Omega(T, \mu, B) = \frac{1}{2}\Omega(T, \mu + Z) + \frac{1}{2}\Omega(T, \mu - Z), \quad (3.26)$$

где $\Omega(T, \mu)$ даётся формулой (3.23). Здесь $Z = g_L\omega_c/4$ обозначает Зеемановское расщепление ($\omega_c = eB/(mc)$). Соответственно, для химического потенциала при фиксированной полной концентрации электронов имеем:

$$\mu = T \ln \left[(\sinh^2(Z/T) + e^{2E_F/T})^{1/2} - \cosh(Z/T) \right]. \quad (3.27)$$

$$\mu = T \ln \left[\sqrt{\sinh^2 \frac{Z}{T} + e^{2E_F/T}} - \cosh \frac{Z}{T} \right]. \quad (3.28)$$

Таким образом, производная от энтропии по концентрации электронов становится равна

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_T \equiv -\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_n &= \frac{E_F/T}{1 - e^{-2E_F/T}} \left[1 + \frac{\cosh(Z/T)}{\sqrt{\sinh^2(Z/T) + e^{2E_F/T}}} \right] - \frac{(Z/T) \sinh(Z/T)}{\sqrt{\sinh^2(Z/T) + e^{2E_F/T}}} \\ &\quad - \ln \left[\sqrt{\sinh^2(Z/T) + e^{2E_F/T}} - \cosh(Z/T) \right]. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Двумерная Ферми-жидкость

Понятие Ферми-жидкости применимо только в режиме низких температур $T \ll E_F$. Для теплоёмкости в этом пределе известно (см [Питаевский9])

$$C(T) = \frac{\pi^2 D(E_F) T}{3}, \quad T \ll E_F. \quad (3.30)$$

что означает для энтропии

$$S = \frac{\pi^2 D(E_F) T}{3}, \quad T \ll E_F. \quad (3.31)$$

Здесь $D(E_F) = g_{v,s} m^* / (2\pi)$ - плотность состояний на уровне Ферми, эффективная масса $m^* = m(1 + F_1^\rho)$ зависит от концентрации электронов n через Ферми-жидкостную постоянную F_1^ρ . Соответственно, для производной энтропии по концентрации имеем

$$\left(\frac{\partial S}{\partial n} \right)_T = \frac{\pi g_{v,s} T}{6} \frac{dm^*}{dn}, \quad T \ll E_F. \quad (3.32)$$

На самом деле к этому Ферми-жидкостному результату существуют неаналитические поправки, в самом низком порядке пропорциональные T^2 (см. 3.30)[Кофи2003, Чубуков2005, Меир2011]. Это значит, что

$$\left(\frac{\partial S}{\partial n} \right)_T = \frac{\pi g_{v,s} T}{6} \frac{dm^*}{dn} + \beta(n) T^2, \quad T \ll E_F. \quad (3.33)$$

В пределе большой концентрации электронов $r_s \ll 1$ из работы [Кофи2003] известно, что $\beta(n) = 3\zeta(3)g_{v,s}m^2/(16\pi^2n^2)$. Здесь $\zeta(x)$ обозначает дзета-функцию Римана. В пределе сильного взаимодействия, $r_s \gtrsim 1$, функция $\beta(n)$ определяется амплитудой рассеяния квазичастиц назад на Ферми-поверхности в зарядовом и спиновом каналах [Чубуков2005, Меир2011]. Эти формулы даны здесь только для целей обзора теоретической картины. Экспериментально неаналитических поправок в энтропийных экспериментах не наблюдалось.

Если беспорядок слабый и короткодействующий, $E_F \tau \gg 1$, где τ - транспортное время свободного пробега, функция $\beta(n)$ может быть выражена через параметры взаимодействия Ландау в зарядовом (F_0^ρ) и спиновом-изоспиновом (F_0^σ) каналах [Кателани2005]. В случае слабого и короткопериодного беспорядка, надо принимать во внимание уравнение (3.33), описывающее перенормировку эффективной массы [Финкельштейн1990, Финкельштейн2010, Кателани1986, Кателани2005], то есть комбинированный эффект беспорядка и взаимодействия.

Двумерные системы с взаимодействием

Для 3D систем формула Лифшица-Косевича для магнитоосцилляций термодинамического потенциала, полученная без учёта взаимодействий, может быть обобщена на взаимодействующий случай при учёте стандартных Ферми-жидкостных перенормировок спектра квазичастиц [Латтинджер1961, Березин1985]. Для 2D систем в общем случае это уже не так [Курное1998]. Для классически слабого магнитного поля модификация формулы Лифшица-Косевича взаимодействиями исследовалась в работах [Мартин2003, Адамов2006].

Как следует из результатов работы [Адамов2006], при $\Gamma \gg \omega_c$, (в этом случае соседние уровни Ландау практически полностью перекрываются из-за уширения и $\Gamma = 1/(2\tau)$), производная $\partial S/\partial n$ будет испытывать слабые осцилляции по обратному полю:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_T = \frac{4\pi^3 T}{\omega_c^*} e^{-2\pi^2 T/\omega_c^*} e^{-\pi/(\omega_c^* \tau_*)} e^{\mathcal{B}(T)} \sin \frac{2\pi n}{n_L}. \quad (3.34)$$

где $n_L = g_{v,s} eB/c$ - вырождение уровня Ландау, и $\omega_c^* = eB/(m^*c)$. Помимо стандартной Ферми-жидкостной перенормировки эффективной массы $m \rightarrow m^*$ и температуры Дингла $1/\tau \rightarrow 1/\tau_*$, появится дополнительная температурная зависимость амплитуды осцилляций из-за комбинированного эффекта беспорядка и межэлектронных взаимодействий $\mathcal{B}(T)$. В баллистическом режиме $4\pi T\tau \gg 1$, и для кулоновского взаимодействия между электронами, функция $\mathcal{B}(T)$ даётся выражением [Адамов2006]:

$$\mathcal{B}(T) = \frac{\pi T}{\omega_c \sigma} \left(1 + (g_{v,s}^2 - 1) \frac{F_0^\sigma}{1 + F_0^\sigma} \right) \ln \frac{2g_{v,s} m e^2 v_F}{\kappa T}. \quad (3.35)$$

В противоположном, диффузионном, пределе, $4\pi T\tau \ll 1$, выражение для $\mathcal{B}(T)$ также может быть найдено в работе [Адамов2006].

3.5.4 Сопоставление транспортных и термодинамических данных

В нулевом магнитном поле Si-МОП структуры демонстрируют переход металл-изолятор. Есть несколько теоретических работ, объясняющих, что данный переход является квантовым фазовым переходом (то есть происходящим при $T = 0$) и несколько экспериментов, посвященных исследованию различных физических свойств (проводимости, намагниченности,

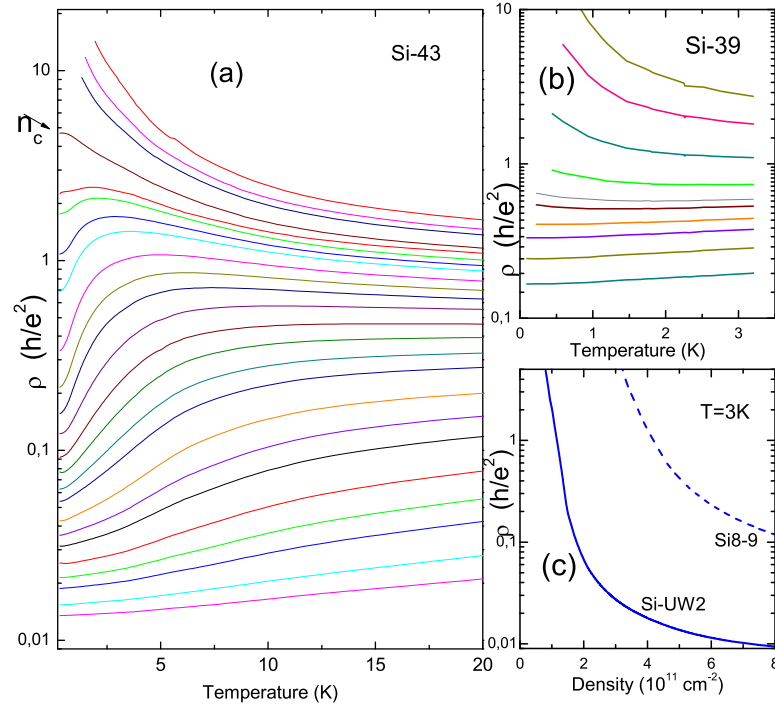


Рис. 3.17: (а) Температурная зависимость сопротивления образца Si-43 (аналогичного Si-UW2) из работы [Альтшулер2001]. Концентрации электронов снизу вверх в единицах 10^{11} см^{-2} : 9.9, 8.12, 6.33, 5.43, 4.54, 3.19, 2.75, 2.30, 2.07, 1.85, 1.67, 1.49, 1.34, 1.25, 1.16, 1.075, 1.03, 0.985, 0.954, 0.895, 0.806, 0.770, 0.716. (б) Температурная зависимость сопротивления для разупорядоченного образца Si-39 (с той же пластины, что и Si8-9) из работы [Альтшулер2001] для различных n (снизу вверх в единицах 10^{11} см^{-2}): 5.5, 4.8, 4.4, 4.2, 4.0, 3.9, 4.0, 3.9, 3.7, 3.4, 3.1, 2.9. (в) Зависимости сопротивления от концентрации для образцов Si-UW2 (сплошная линия) и Si8-9 (пунктирная линия) для $T = 3 \text{ K}$.

термо-ЭДС), поддерживающих эту точку зрения. Со стороны более высоких концентраций от точки перехода наблюдается область сильного "металлического" ($d\rho/dT > 0$) поведения проводимости. В связи с полученными данными возникает вопрос о соотношении энтропийных особенностей, металлической проводимости и перехода металл-изолятор. Конечно, измерения $\partial S/\partial n$ пока реализованы при достаточно высоких температурах, что не позволяет исследовать вопрос о квантовости фазового перехода.

На рисунках 3.17а и 3.17б сравниваются температурные зависимости сопротивления для высокоподвижного и низкоподвижного образцов. В низкоподвижных образцах нет перехода металл-изолятор, хотя и в определённой области температур имеется слабая зависимость

сопротивления от температуры (см. обзоры [Альтшулер2001, Пудалов1998], где это сравнение сделано более детально). Сравнение сопротивлений двух образцов при одной температуре 3 К (Рис. 3.17с) показывает, что сильно различающиеся транспортные характеристики, по-видимому, не имеют прямой связи с практически одинаковыми термодинамическими.

3.6 Выводы по данной главе

Разработана методика емкостного типа для измерения энтропии 2D систем. Эта методика на три с лишним порядка более чувствительна чем калориметрия, что открывает возможности исследования тонких эффектов. Методика в режиме квантующих магнитных полей позволяет оценивать циклотронные и спиновые расщепления, а также уширения уровней Ландау. С её помощью исследована эволюция энтропии по мере преобразования 2D системы из Ферми-жидкости в плазму.

В частности, было продемонстрировано выполнение третьего начала термодинамики (того, что при в пределе нулевой температуры в Ферми-газе будет нулевая энтропия). При этом исходным было только предположение, что энтропия системы без электронов равна нулю.

Показано, что режим сильно-коррелированной плазмы может быть феноменологически описан как Ферми-газ с увеличенной массой, а для того чтобы отмасштабировать данные при разных концентрациях и температурах, необходимо ввести параметр взаимодействия \tilde{r}_s , который зависит не только от концентрации, но и от температуры. Эти экспериментальные результаты должны форсировать развитие теории сильно-коррелированной плазмы.

Глава 4

Измерение плотности состояний в тяжёлой подзоне дырок в квантовых ямах теллурида ртути

4.1 Введение и образцы

Для двумерных систем, чем легче носители, тем легче измерить плотность состояний. Плотность состояний D пропорциональна эффективной массе m , в то время как и подвижность и циклотронное расщепление в перпендикулярном магнитном поле обратно пропорциональны эффективной массе. В результате, например, графен может демонстрировать квантовый эффект Холла вплоть до комнатной температуры [Новосёлов2007], в полупроводниковых системах на основе GaAs/AlGaAs (с $m \sim 0.1m_0$, где m_0 - масса свободного электрона) квантовый эффект Холла наблюдается до температур несколько К [Андо1982], а, например, тяжёло-фермионные системы могут демонстрировать квантовые осцилляции только ниже 1 К [Талифер1987]. Как правило, эффективная масса носителей измеряется либо из температурной зависимости амплитуды квантовых осцилляций, либо из циклотронного резонанса. Сжимаемость электронной системы, измеряемая емкостной методикой [Айзенштайн1994] в рамках невзаимодействующей модели также пропорциональна обратной плотности состоя-

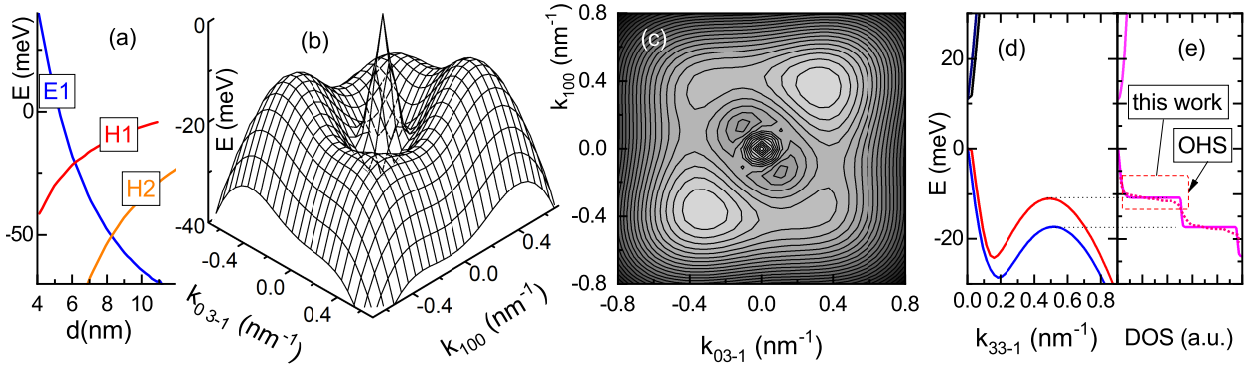


Рис. 4.1: (a) Зависимость различных термов от ширины квантовой ямы для яам типа $\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}/\text{HgTe}/\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}$; 3D вид (b) и изоэнергетические поверхности (c) закона дисперсии в валентной зоне для 6 нм (013) КЯ $\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}/\text{HgTe}/\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}$ (асимметрия инверсии на интерфейсе учтена). (c) Зависимости $E(k_{33-1})$ - показывающие две спин-орбитально расщепленные ветви закона дисперсии; (d) Соответствующая плотность состояний (сплошная линия) и влияние беспорядка на OHS (пунктир).

ний. Если носители тяжёлые, то измерение их массы становится также тяжёлой задачей, поскольку и подвижность и циклотронное расщепление малы, а следовательно все эффекты связанные с квантованием Ландау подавлены. С другой стороны, энтропия и теплоёмкость (пропорциональные термодинамической плотности состояний) для тяжёлых носителей как раз велики. Поскольку абсолютное значение энтропии и теплоёмкости для двумерной системы при любых разумных температурах существенно меньше, чем для подложки, возникает экспериментальная задача измерения больших для двумерных систем, но малых в абсолютном значении плотностей состояний.

Напряженные квантовые ямы (КЯ) теллурида ртути являются системой, в которой спектр двумерных носителей может перестраиваться в широчайших пределах при изменении толщины ямы d . При малых толщинах ($d < 6.3$ нм) спектр обычный - полупроводниковый [Ортнер2002, Миньков2015], при критической толщине ($d \sim 6.3$ нм) - линейный, графеноподобный [Бюттнер2010], при толщинах ($6.3 \text{ нм} < d \lesssim 12$ нм) - инвертированный спектр двумерного топологического изолятора [Кёниг2007], при ($12 < d \lesssim 30$ нм) - двумерного полуметалла

[Квон2008,Квон2011,Миньков2013] , и, наконец, при ($d \sim 50 \div 60$ нм) - трёхмерного топологического изолятора[Козлов2014].

Отличительной особенностью валентной зоны достаточно тонких квантовых ям является то, что помимо носителей со спектром, близким к дираковскому в центре зоны Бриллюэна, образованному подзонами E1 и H1, у них имеются также долины с большой плотностью состояний, образованные подзоной H2 (см. Рис.4.1a). С увеличением толщины КЯ d , термы H1 и H2 движутся по энергии вверх, в то время как терм E1 - вниз. Соответственно, дираковская особенность в Γ -точке окончательно исчезает уже при толщинах ямы, соответствующих полуметаллическому состоянию. В области инвертированного спектра $d > 8$ нм, масса дважды вырожденных по долине дырок измерима и разумно мала ($\sim 0.2 \div 0.3m_0$, по данным осцилляций Шубникова-де Гааза) [Миньков2017], в то время как для меньших значений толщин квантовых ям ни в инвертированном, ни в нормальном спектре, квантовых осцилляций от локальных долин до сих пор не наблюдалось. Соответственно, не было информации о плотности состояний в локальных долинах.

Целью работы, изложенной в настоящей главе, являлось восполнение этого пробела. Плотность тяжёлых состояний в узких КЯ HgTe (< 6.3 нм) была измерена двумя способами: (i)термодинамически, по величине энтропии на электрон и (ii)транспортным образом, через двумерную концентрацию легкой подзоны дырок, измеренную по осцилляциям Шубникова-де Гааза. Первой методике посвящена глава 3 настоящей диссертации и работы [Тупиков2015,Кунцевич2015]. Эта методика чувствительна к изменению плотности состояний (усреднённой в полосе $k_B T$ вблизи энергии Ферми) с двумерной концентрацией носителей (задаваемой напряжением на затворе). Как только начинает заполняться новая подзона, энтропия на электрон испытывает скачок [Варламов2016], амплитуда которого пропорциональна плотности состояний. Второй метод использует тот факт, что полная плотность состояний складывается из плотностей состояний дырок тяжёлой и легкой подзон. Для лёгких дырок плотность состояний легко измерима по данным Шубниковских осцилляций (несущих информацию об эффективной массе). Результаты, полученные обоими методами согласуются

друг с другом. Оба метода могут быть в дальнейшем распространены на различные двумерные системы, состоящие из тяжёлых и лёгких носителей.

Здесь следует заметить, что развитие физики данной материальной системы в России, и данная работа в частности, были бы абсолютно невозможны если бы не развитие технологии CdHgTe в Институте физики полупроводников Сибирского отделения РАН группой Николая Николаевича Михайлова и Сергея Алексеевича Дворецкого. В данной работе исследовалось несколько образцов изготовленных из КЯ, выращенных ими на (013) GaAs подложке (пластины 110622 с номинальным значением $d = 5.6$ нм, и 110623 с $d = 6$ нм, что соответствует нормальному неинвертированному спектру). Эти КЯ обладали p -типом проводимости при нулевом напряжении на затворе. Технологически, сначала были вытравлены меза-структуры (при помощи оптической литографии). Потом образцы были покрыты слоем парилена толщиной 300–400 нм, выступающим в роли подзатворного диэлектрика. Наконец, был напылен 100 нм алюминиевый верхний затвор (схематически структура показана на Рис 4.2а). Для термодинамических измерений изготавливались большие мезы (4×5 мм²), а для транспортных - стандартные мостики Холла с расстояниями между потенциальными контактами 0.5 мм.

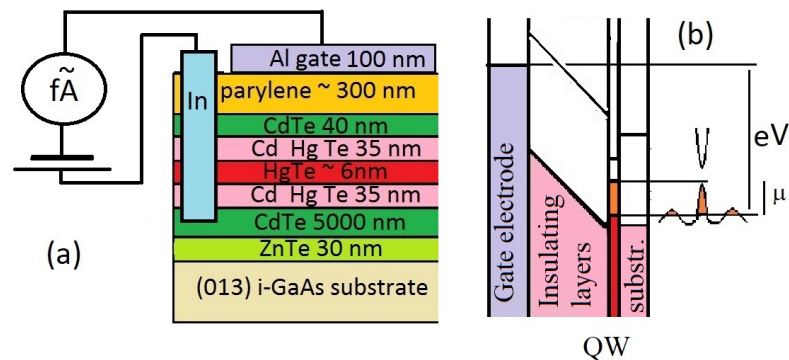


Рис. 4.2: (а)Схематическое изображение сечения структуры; (b) зонная диаграмма

4.2 Спектр носителей в КЯ HgTe: текущее понимание

В данном разделе обзревается текущее теоретическое и экспериментальное понимание спектра носителей валентной зоны узких HgTe КЯ (общепринято яму заключать в барьеры примерного состава $\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}$). Для $4 < d < 7$ нм потолок валентной зоны находится в Γ -точке (центральный экстремум). Его дисперсия практически изотропна даже для такой низкосимметричной ориентации плоскости роста как (013). Тем не менее, центральный экстремум сильно расщеплен спин-орбитальным взаимодействием (две ветки закона дисперсии на Рис.4.1c). Это расщепление связано с асимметрией инверсии интерфейсов КЯ (ИА - interface inversion asymmetry)[Тарасенко2015]. В работе [Миньков2014] это расщепление было определено экспериментально и разумно описывалось введением параметра ИА $g_4 = (0.6 - 0.8)$ эВÅ в $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})$ -теорию (модель Кейна).

Для $d > 8$ нм, долины поднимаются по энергии и находятся уже выше локального экстремума в Γ -точке. Экспериментально, для достаточно малой концентрации дырок $p < (3-6)10^{11} \text{ см}^{-2}$, было показано, что долинное вырождение равно двум. Эффективная масса слабо зависит от d и растёт с концентрацией дырок p (от $\sim 0.2m_0$ до $0.3m_0$)[Миньков2017].

Теоретически, в рамках четырёхзонной модели Кейна, дырочные состояния в локальных долинах должны иметь 8-кратное вырождение (4 долиное x 2 спиновое). Однако, учёт ИА уменьшает вырождение с 8 до 4. Любое дальнейшее снижение симметрии интерфейсов, например разные значения параметра g_4 на верхней и нижней границах HgTe/CdHgTe, или разные ширины этих границ, приводит к дальнейшему снятию долинного вырождения, в результате остаётся только две долины [Миньков2014]. На Рис. 4.1a,b показаны результаты вычисления спектра в рамках четырёхзонной модели Кейна с ИА для 6 нм (013) $\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}/\text{HgTe}/\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}$ КЯ. При этом использовались параметры гамильтониана из работы[Новик2005], и параметры ИА $g_{4left} = 0.8$ эВÅ, и $g_{4right} = 1$ эВÅ.

Таким образом, для этих КЯ плотность состояний будет иметь скачок в точке начала заполнения тяжёлой подзоны (OHS onset of heavy subband), слегка размытый беспорядком, как показано на Рис. 4.1d. Амплитуда скачка пропорциональна эффективной массе и полному

вырождению наиболее высоких по энергии долин. Несмотря на эти, в целом соответствующие действительности представления, точный спектр локальных долин для HgTe КЯ с $4 < d < 7$ нм остаётся неизвестным. Отсутствует какая-либо информация (эффективная масса, степень вырождения, а значит и плотность состояний) об этих долинах. Это связано с тем, что носители в них не демонстрируют осцилляций Шубникова-де Гааза вплоть до такой высокой концентрации как $p = 6 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ в магнитных полях до 7 Т.

4.3 Энтропийное детектирование тяжёлой подзоны дырок

Рассмотрим сначала качественно энтропию в пределе $T \rightarrow 0$ и пренебрежём всеми эффектами межэлектронного взаимодействия. Энтропия вырожденной Ферми-системы, вне зависимости от размерности, как обсуждалось в предыдущей главе, пропорциональна количеству возбуждений, то есть плотности состояний на уровне Ферми D и температуре.

В идеальном образце без беспорядка в точке OHS, энтропия должна меняться скачком, соответственно, надо ожидать $\partial S/\partial p \propto \delta(\epsilon - \epsilon_{\text{OHS}})$. Беспорядок и неоднородности в образце уширяют эту сингулярность в зависимости $\partial S/\partial p(\epsilon)$.

Температурная зависимость $\partial S/\partial p$ более сложная и определяется тремя факторами: (i) числом элементарных возбуждений, в результате чего полная энтропия растёт с температурой, (ii) при высоких температурах система становится невырожденной, то есть плотность состояний D усреднённая по интервалу $k_B T$ становится более плавной функцией энергии Ферми, а значит и плотности, что в свою очередь уменьшает производную, и наконец (iii), весь спектр, на самом деле, зависит от температуры [Криштопенко2016, Кадыков2018]. Этот эффект возникает из-за теплового расширения кристаллической решётки и должен исчезать в низкотемпературном пределе.

Для структур типа полевого транзистора был предложен и развит метод измерения энтропии (глава 3 данной диссертации и работы [Кунцевич2015, Тупиков2015]). В исследованных

КЯ структурах (зонная диаграмма показана на Рис.4.2b), имелась возможность перехода уровнем Ферми через точку OHS при изменении напряжения на затворе. При этом измерялась производная энтропии по концентрации $\partial S/\partial p$ и использовалось соотношение Максвелла

$$\partial S/\partial p = -\partial\mu/\partial T. \quad (4.1)$$

Поскольку в данной главе речь идёт о дырках, удобнее направить ось энергии вниз. В отличие от описанной в главе 3 2D системы в Si, для КЯ HgTe эффекты межэлектронного взаимодействия не так существенны, и причиной наблюдаемого сигнала является заполнение тяжёлой подзоны.

Также надо отметить, что для систем, в которых уровень Ферми перестраивается из дырочной части спектра в электронную, существует точка зарядовой нейтральности, в которой плотность состояний минимальна, а следовательно, $\partial S/\partial p = 0$ и меняет знак.

Схема эксперимента показана на Рис.4.2а и соответствует описанию из главы 3. Для модуляции температуры ячейка с образцом и термометром нагревается резистивным образом с частотой порядка 1 Гц. Ячейка через теплообменный газ соединена с криостатом, из-за чего она успевает термализоваться внутри себя, а во вне происходит постоянный отвод тепла. Нагревательная мощность, а следовательно и температура, модулируется на второй гармонике, что позволяет отстроиться от паразитных наводок на первой при помощи синхронного детектирования. Как описано в предыдущей главе, в результате модуляции температуры по закону $T(t) = T_0 + \Delta T \cos(\omega t)$, через образец начинает течь ток перезарядки j фемтоамперного диапазона:

$$j(t) = \omega C e \frac{\partial\mu}{\partial T} \Delta T \sin(\omega t) \quad (4.2)$$

Ток измеряется самодельным преобразователем ток-напряжение подключенными к синхронному детектору. Та же измерительная схема позволяет проводить *in-situ* измерения ёмкости. Ёмкость C КЯ структуры с затвором состоит из двух частей, включенных последовательно:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{geom}} + \frac{1}{C_q}, \quad (4.3)$$

где выделяется геометрическая ёмкость $C_{geom} = A\epsilon_0\epsilon_{eff}/d_{eff}$ и квантовая ёмкость $C_q = Ae^2\partial p/\partial\mu$. Здесь A - площадь образца (так как буква S занята под энтропию), d_{eff} - эффективное расстояние от затвора до двумерного газа, ϵ_{eff} -эффективная диэлектрическая константа изолирующего слоя. Если пренебречь малыми корреляционными эффектами [Керрайтер2016] и конечностью температуры, то $C_q = Ae^2D$. Качественная разница между ёмкостью и $\partial S/\partial n$ состоит в том, что энтропия чувствительна к плотности состояний, а ёмкость - к обратной плотности состояний. Поэтому энтропийная методика хороша для тяжёлых носителей, а емкостная - для детектирования щелей в спектре [Храпай2007] и массы лёгких носителей [Козлов2016]. Как правило, квантовая ёмкость значительно больше геометрической, а значит при последовательном соединении вносит слабый вклад в полную ёмкость. Квантовая ёмкость становится различимой лишь вблизи точки зарядовой нейтральности, где $D \rightarrow 0$. Для наших образцов ОНС-особенность в ёмкости сильно размыта и не может быть выделена на фоне геометрической ёмкости. Ситуация осложняется ещё и тем, что геометрическая ёмкость имеет зависимость от концентрации носителей за счёт прижимания волновой функции к интерфейсу электрическим полем. Возможным решением для отстройки от этого эффекта было бы использование двухъямной структуры с независимыми контактами к каждому из слоёв, аналогично работе [Айзенштайн1994], где для измерялась сжимаемость. Этот метод естественным образом компенсирует геометрический вклад, однако сильно усложняет изготовление образца, особенно из-за того, что HgTe нельзя греть выше 100°C. Таким образом, $\partial S/\partial p$, по сравнению со всеми другими методами, даёт возможность получить информацию о плотности состояний в HgTe КЯ.

В проведённых экспериментах была возможность изменять температуру от 3 до 20 К. По причинам, описанным в Приложении I к настоящей главе, надёжность результатов резко падает с понижением температуры, поэтому ниже рассматриваются данные только при 3 К. Примеры экспериментальных данных $\partial S/\partial p(p)$ для образцов 110623 and 110622 показаны на Рис. 4.3(панели с и d). Ёмкостные измерения для тех же образцов ясно показывают минимум в точке зарядовой нейтральности, см. Рис. 4.3b. Видно, что сигнал $\partial S/\partial p$ возрастает к $p \sim$

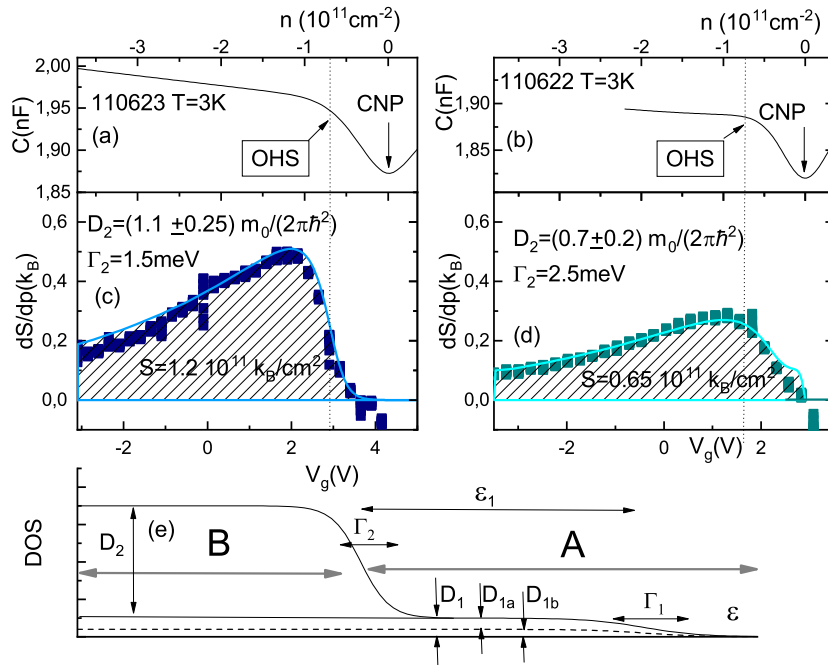


Рис. 4.3: (a,b) Ёмкость образцов 110623 и 110622 в зависимости от концентрации носителей, измеренная на той же частоте, что и $\partial S/\partial p$; (c,d) $\partial S/\partial p$ для тех же образцов как функция двумерной концентрации носителей при 3 К. Линии - подгонка моделью плотности состояний с размытой ступенькой. Заштрихованные площади дают оценку полной энтропии при $p = 3.7 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ (e) Модель плотности состояний и параметры, используемые для подгонки данных на панелях b и d. Серые стрелки показывают две области (А, где есть только лёгкие носители, и В, где также заполняется тяжёлая подзона).

10^{11} см^{-2} , что согласуется с насыщением эффекта Холла вблизи точки ОНС (см. раздел 4.4). В точке зарядовой нейтральности, как и ожидалось, $\partial S/\partial p$ меняет знак, что показывает надежность данных $\partial S/\partial p$ при 3 К.

Конечно, точный вид спектра в HgTe КЯ остаётся неизвестным как экспериментально [Миньков2014, Миньков2017], так и теоретически [Тарасенко2015]. Более того, спектр зависит от температуры [Криштопенко2016], и роль эффектов межэлектронного взаимодействия до сих пор не ясна [Кернрайтер2016]. Поэтому плотность состояний аппроксимировалась гладкой ступенчатой функцией. На Рис. 4.3с показана модельная плотность состояний, зависящая от 5 параметров: плотностей состояний ниже (D_1) и выше ($D_1 + D_2$) ОНС, ширин хвостов

плотностей состояний(Γ_1, Γ_2) и положением точки ОНС по энергии ϵ_1 . Математически, вблизи ОНС плотность состояний была аппроксимирована зависимостью

$$D(\epsilon) = D_1 + 0.5 \cdot D_2 \cdot [1 + \tanh(\Gamma_2^{-1} \cdot (\epsilon - \epsilon_1))]$$

Не все пять параметров являются существенными и независимыми. В частности, произведение $D_1 \cdot \epsilon_1$ соответствует концентрации дырок в точке ОНС, которая оценивается из независимых измерений эффекта Холла или Шубникова-де Гааза (см. раздел 4.4). Понятно из физических соображений, а также было смоделировано численно, что при условии, что плотность состояний лёгких дырок много меньше D_2 и является достаточно плавной функцией, конкретное значение D_1 и его зависимость от энергии роли не играют.

Зная концентрацию носителей в точке ОНС, мы получаем всего два подгоночных параметра в модели: плотность состояний тяжёлых дырок D_2 , и ширину хвоста плотности состояний Γ_2 . Подбирая оба этих параметра, можно добиться наилучшего согласия с экспериментальными данными $\partial S/\partial p(V_g)$. Чтобы пересчитать плотность состояний в $\partial S/\partial p$ мы используем определение концентрации носителей:

$$p(\mu) = \int_0^\infty \frac{D(\epsilon)}{1 + \exp[(\epsilon - \mu)/T]} d\epsilon \quad (4.4)$$

Это интегральное уравнение решается относительно μ . Беря производную от $\mu(T)$ по температуре, мы находим $\partial S/\partial p = -\partial\mu/\partial T$ (сплошные линии на Рис. 4.3b). Используя D_2 , можно получить эффективную массу при условии, что известно вырождение долин по энергии. На Рис. 4.3c,d приводятся эффективные массы, как если бы тяжёлая подзона была не вырождена. Считая вырождение двукратным, эффективная масса для образца 110623 оценивается как $(0.55 \pm 0.12)m_0$, а для 110622 - $(0.35 \pm 0.1)m_0$. Ошибку в определении $\partial\mu/\partial T$, а следовательно и пропорциональной ей эффективной плотности состояний можно оценочно принять равной $\sim 25\%$. Эта величина соответствует неопределённости в глубине модуляции температуры по ячейке (разбросу температуры между термометром и образцом даже при постоянной мощности нагревателя).

Величины Γ_2 (1.5 мэВ для 110623 и 2.5 мэВ для 110622), довольно велики: типичное количество носителей в хвосте $\Gamma_2 D_2/2$ порядка концентрации дырок в точке ОНС. Кстати, аналогичные ширины хвостов плотности состояний зон обнаружены и в более толстых HgTe КЯ в работе [Козлов2016] из емкостных измерений. В наших образцах, измеренное значение Γ_2 может частично отражать неоднородность толщины затвора по структуре.

4.4 Детектирование тяжёлых дырок по магнитоосцилляциям лёгких

Естественным было начать с измерения холловской концентрации ($p_{Hall} = e^{-1} R_H^{-1}$) в зависимости от напряжения на затворе. Тяжёлая подзона дырок в эффекте Холла проявляется в значительном изменении наклона dp/dV_g при $V_g \sim 2$ В (чёрные квадратики на Рис. 4.4а). Из рисунка видно, что в области А при $3 \text{ В} < V_g < 6 \text{ В}$, холловская концентрация растёт линейно с V_g , $dp/dV_g = -0.6 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}\text{В}^{-1}$. В точке зарядовой нейтральности знак носителей меняется.

Для $V_g \lesssim 2 \text{ В}$ (область В), холловская концентрация становится гораздо менее чувствительной к затворному напряжению ($dp/dV_g = -1.5 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}\text{В}^{-1}$). Такое поведение, как было понято ещё в работе [Миньков2016], вызвано заполнением локальных долин. Действительно, эффект Холла определяется, в основном, высокоподвижными лёгкими дырками, в то время как тяжёлые дырки обладают низкой подвижностью и почти не вносят вклад. Поскольку их плотность состояний значительно больше, то именно они в основном и заполняются с уменьшением напряжения на затворе, пиннигуя уровень Ферми.

В работе [Миньков2016] было показано, что именно эти зонные состояния пиннигуют уровень Ферми, а не какие-либо другие состояния на интерфейсах или в барьерах: при высоких температурах 10–20 К, когда были подавлены квантовые осцилляции, наблюдались обычные для многожидкостной модели нелинейные зависимости $\rho_{xx}(B)$ и $\rho_{xy}(B)$.

Было показано что: (i) полная концентрация электронов является линейной функцией

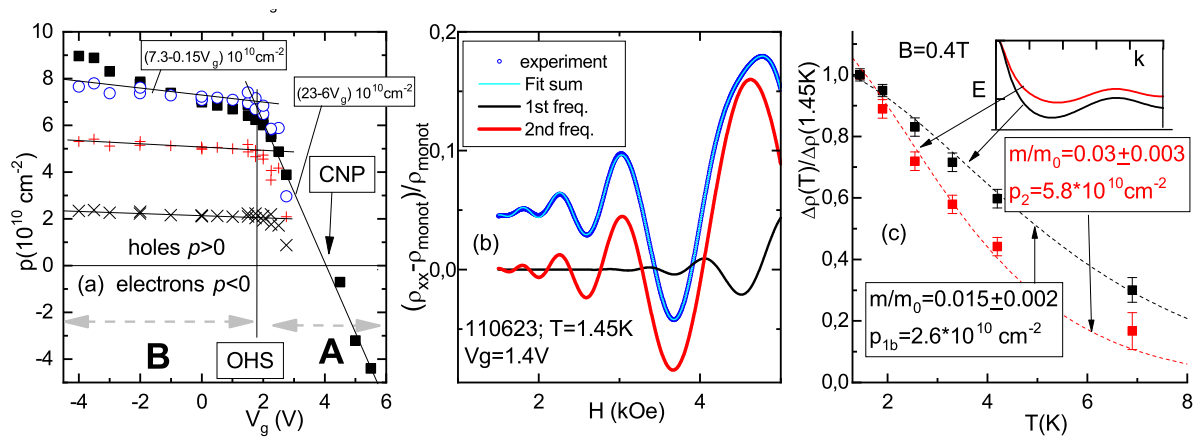


Рис. 4.4: (а) Двумерная концентрация в лёгких подзонах (\times и $+$), определённая из частот осцилляций Шубникова-де Гааза и их сумма (\circ) в зависимости от напряжения на затворе. \blacksquare - концентрация носителей, определённая из константы Холла в поле 0.2 Т. линиями показаны подгонки соответствующих зависимостей $p(V_g)$. (b) Пример осцилляций Шубникова-де Гааза для образца 110623 и их разложение на две частоты, соответствующие двум ветвям закона дисперсии. (с) Графики Дингла для обеих ветвей и найденная по ним эффективная масса.

V_g во всём интервале напряжений на затворе; (ii) подвижность в подзоне тяжёлых дырок составляет 0.2-0.3 m^2/Vs , то есть носители делокализованы [Миньков2016]. Именно их вклад и приводит к загибу холловской концентрации вверх при $V_g < -1 \text{ В}$ при низких температурах (Рис. 4.4а).

Отметим, что подвижности тяжёлых дырок из локальных долин в КЯ с $d < 7 \text{ нм}$ значительно ниже, чем для $d > 8 \text{ нм}$ (где для $p > 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ холловская подвижность тяжёлых дырок была порядка 1 m^2/Vs [Миньков2017]). Отсутствие Шубниковских осцилляций и малая подвижность могут быть следствием (i) слишком большой эффективной массы или (ii) слишком сильного рассеяния. На основании только холловских данных нельзя понять, какой именно механизм преобладает.

Шагом вперёд является прецизионное измерение концентрации лёгких дырок по осцилляциям Шубникова-де Гааза. Хотя тяжёлая подзона осцилляций не демонстрирует, о её заполнении можно судить по концентрации в легкой подзоне p_l вблизи точки ОНС.

Действительно, отношение наклонов $k = dp_l/dV_g$ в областях В и А (Рис.4.4а) даётя

отношением плотностей состояний (показанных на Рис.4.3e):

$$D_2 = D_1 \cdot (k_A/k_B - 1) \quad (4.5)$$

Вывод этой формулы приведен в Приложении II. Интуитивно он понятен: из-за общего уровня Ферми, когда в системе есть оба типа дырок, добавление новых дырок в систему при помощи затворного напряжения, приводит к тому, что они распределяются между легкой и тяжелой подзонами в отношении D_2/D_1 .

Теперь, чтобы определить плотность состояний в локальных долинах D_2 , согласно уравнению (4.5), надо знать не только отношение наклонов k_A/k_B , но и плотность состояний D_1 вблизи точки OHS. D_1 определяется эффективной массой в легкой подзоне, которая, в свою очередь может быть найдена из температурной зависимости амплитуды осцилляций Шубникова-де Гааза.

Определение этой эффективной массы усложняется тем, что центральный экстремум расщеплён спин-орбитальным взаимодействием на две ветки, в каждой из которых своя эффективная масса [Миньков2014]. Чтобы эти массы измерить порознь, мы подгоняли магнитоосцилляции $\rho_{xx}(B)$ суммой двух формул Лифшица-Косевича. Результат подгонки для образца 110623 при $V_g = 1$ В, и $T = 1.4$ К показан на Рис. 4.4b. Несмотря на большое количество подгоночных параметров (p_1, p_2 , параметры затухания δ_1 , and δ_2 , префакторы и фазы осцилляций), эта процедура превосходит по чувствительности широко распространённый Фурье-анализ: она даёт гораздо более воспроизводимые при изменении диапазона полей значения частоты и амплитуды для обеих ветвей [Миньков2014].

Аналогичное разложение делалось при различных значениях температуры и напряжения на затворе. В области А на Рис.4.4а, холловская концентрация ожидаемо совпадает с суммой невырожденных ШдГ концентраций лёгких дырок обеих веток, поскольку тяжелая подзона не заполняется. В области В, холловская концентрация систематически превышает сумму шубниковских концентраций. Это связано с тем, что в тяжелой подзоне всё-таки ненулевая подвижность и какой-то вклад в холловскую плотность она даёт.

На Рис. 4.4с показаны температурные зависимости амплитуд осцилляций для обеих

ветвей, построенные в магнитном поле 0.4 Т. Обычная подгонка по формуле Лифшица-Косевича $A(B, T) \propto Y(B, T)/\sinh(Y(B, T))$, где $Y = 2\pi^2 k_B T m / (e\hbar B)$, хорошо описывает экспериментальные данные значениями $m_1 = (0,015 \pm 0.002)m_0$ и $m_2 = (0,03 \pm 0.003)m_0$ для двух ветвей, соответственно. Это даёт плотность состояний в центральном экстремуме $D_1 = D_{1a} + D_{1b} = (0.045 \pm 0.005)m_0/(2\pi\hbar^2)$.

При помощи уравнения (4.5), можно оценить плотность состояний в боковых экстремумах: $D_2 = k_a/k_b \cdot D_1 = (40 \pm 10) \times (0.045 \pm 0.005) \times m_0/(2\pi\hbar^2) = (1.85 \pm 0.6)m_0/(2\pi\hbar^2)$. Эта величина находится в разумном согласии с энтропийными данными $(1.1 \pm 0.25)m_0/(2\pi\hbar^2)$.

Аналогичный анализ ШдГ данных для образца 110622 даёт $m_1 = 0.022 \pm 0.003, m_2 = 0.034 \pm 0.005, k_a/k_b = 25 \pm 5$, и, соответственно $D_2 = (1.4 \pm 0.5) \cdot m_0/(2\pi\hbar^2)$. Аналогично энтропийным измерениям, D_2 для образца 110622 также получилась меньше, чем для образца 110623. Численное согласие с энтропийными данными $(0.7 \pm 0.2)m_0/(2\pi\hbar^2)$ не великолепное, но приемлемое. Согласие результатов для плотности состояний, полученной двумя методами, является аргументом в пользу правильности методов.

Величина D_2 позволяет определить эффективную массу в локальных долинах, при условии, что известна степень вырождения спектра. Если считать что она равна 2, по аналогии с КЯ с $d > 8$ нм [Миньков2014], то полученная плотность состояний (средняя по двум методам) даст $m_2 = 0.75 \cdot m_0$ для образца 110623. Эта величина в 2.5-3 раза больше чем в КЯ толщиной 8 нм $< d < 20$ нм [Миньков2014] ($m_2 = 0.23 \div 0.3m_0$). Таким образом, вопрос “почему носители в локальных долинах такие тяжёлые ?” остаётся не ответенным.

Возможным объяснением могло бы послужить большая степень долинного вырождения (4 вместо 2). Однако, физический механизм дополнительного вырождения остаётся не ясен, поскольку ранее довольно высокие значения параметров ПА для HgTe КЯ были определены экспериментально [Миньков2017].

4.5 Обсуждение результатов

Таким образом, плотность состояний тяжёлой подзоны дырок в КЯ HgTe была оценена из измерений двумя способами (i) из измерений энтропии на электрон (ii) из магнитоосцилляций легкой подзоны дырок. Первый метод даёт абсолютное значение плотности состояний, согласно уравнениям. (4.1),(4.2) and (4.4), поскольку геометрия образца, частота и амплитуда модуляции температуры - известные параметры эксперимента. Второй же метод - относительный, плотность состояний тяжёлых дырок измеряется в плотностях состояний лёгких. Чтобы найти последнюю, приходится использовать осцилляции Шубникова-де Гааза и формулу Лифшица-Косевича, а также тот факт, что закон дисперсии лёгких дырок расщеплён спин-орбитальным взаимодействием на две ветки. Согласие двух методик показывает, что все приближения, по видимому адекватны, и плотность состояний измеряется правильно.

Также следует заметить, что спектр в HgTe КЯ, в общем, зависит от температуры, поскольку постоянные решётки HgTe и HgCdTe имеют разные коэффициенты теплового расширения [Криштопенко2016]. Поскольку в затворной структуре постоянна полная концентрация носителей изменение спектра в общем случае должно приводить к сдвигу химического потенциала. Этот эффект не связан с энтропией и поэтому, очевидно, нарушает соотношение Максвелла (4.1).

Как такое может быть, что термодинамическое соотношение не верно? Ответ на этот вопрос связан с тепловым расширением. На самом деле, производные в соотношении Максвелла $\partial\mu/\partial T$ берутся при условии постоянного объёма системы. Если есть тепловое расширение, объём двумерного газа меняется при изменении температуры. В пределе низких температур (достигаемому в работе) тепловое расширение должно стремиться к нулю, в то время как при высоких температурах оно может изменять результат. В узких КЯ HgTe, характерная величина дрейфа терма H1 (потолок валентной зоны) с температурой составляет небольшую величину $< 5\mu\text{В}/\text{К}$ [Криштопенко2016]. Теоретически не анализировалось, может ли данный эффект сильно исказить сигнал $\partial\mu/\partial T$.

Точка OHS, где наблюдается энтропийная сингулярность, может быть также интересна

с точки зрения других эффектов. Например, ожидается, что фаза осцилляций ШдГ должна измениться при переходе через эту точку. Механизм этого изменения чисто термодинамический, как показано в главе 7 (работа [Кунцевич2018]). На самом деле, для маленьких концентраций дырок сохраняется их полная концентрация $p = const$, и положения щелей Ландау (минимумы сопротивления) определяются фактором заполнения ($p = NeB/h$). Когда же начинает заполняться тяжёлая подзона, проводимость всё так же реализуется в легкой, но тяжёлая пиннирует химпотенциал $\mu = const$ для лёгких дырок, а это уже другое термодинамическое условие, не $p = const$. В таком режиме фаза осцилляций становится чувствительна к фазе Берри, закону дисперсии и т.д. Стоит однако заметить, что наблюдение этого эффекта не так просто из-за существования двух спин-орбитально расщеплённых ветвей в законе дисперсии.

Другие свойства, такие как релаксация энергии и спина, потеря фазовой когерентности при низкой температуре, электрон-электронные взаимодействия, магнитная восприимчивость (позже измеренная нами, см. гл. 5), плазмонные эффекты также должны проявлять особенности в точке ОНС. Это многообразие явлений на сегодняшний день не изучено ни теоретически (из-за сложного Гамильтониана задачи), ни экспериментально. Таким образом, КЯ HgTe еще содержат большой потенциал для исследования новой физики.

Также отметим, что возникновение тяжёлой подзоны (с большой плотностью состояний) в спектре двумерных систем не ограничивается КЯ HgTe. Недавно система с похожей плотностью состояний исследовалась в Ван-дер Ваальсовых гетероструктурах InSe/графен [Кудринский2017], где уровень Ферми перестраивался от лёгких носителей в графене к тяжёлым носителям зоны проводимости в двумерном InSe. Похожие результаты наблюдались также в эпитаксиальном графене на графите [Александр-Веббер2016], где лёгкие носители из графена сосуществовали с низкоподвижными и обладающими большой плотностью состояний носителями из графита. Заметим также, что у всех трёхмерных (объёмных) топологических изоляторов имеется очень большая плотность состояний объёмных трёхмерных состояний (если её сравнивать с двумерными поверхностными). Если уровень Ферми трёхмерного

топологического изолятора задевает, например, дно зоны проводимости, то это полностью эквивалентно явлению OHS.

В серии недавно вышедших теоретических работ [Варламов2016, Грассано2018, Царан2017], было показано, что новая подзона не обязательно должна быть тяжёлой для наблюдения сингулярного поведения энтропии на электрон. Это ещё больше расширяет возможности использования метода.

4.6 Приложения

4.6.1 Приложение I

К сожалению, существует несколько механизмов, из-за которых снижается надёжность энтропийных данных с ростом температуры. В этом Приложении обсуждается их влияние на сигнал $\partial S/\partial p$ и показывается на примере высокотемпературных данных, как возникают нефизичные результаты. Поэтому, для количественного определения плотности состояний использовалась только самая низкая температура (3К).

С ростом температуры растёт теплоёмкость контейнера с образцом, а температуропроводность - падает, что в свою очередь приводит к уменьшению глубины модуляции температуры, а значит - и чувствительности метода. Паразитный ток утечки в коаксиальном кабеле и париленовом диэлектрике также растёт с температурой что ограничивает возможность наблюдения какого-либо сигнала диапазоном $T < 20$ К. Измеряемый полезный сигнал тока пропорционален $\partial\mu/\partial T$, площади образца и частоте модуляции температуры. Эта частота не превышала ~ 1 Гц из-за большого времени термализации контейнера (см детали в предыдущей главе). Соответственно, существует дилемма, поскольку ток пропорционален площади образца, которую хочется увеличить (обычно она несколько мм^2); если же образец станет большим, то из-за разброса параметров по площади термодинамическая особенность в OHS точке размоется и станет менее сингулярной.

Далее обсудим ограничения термодинамического метода из-за неизбежной неидеальности

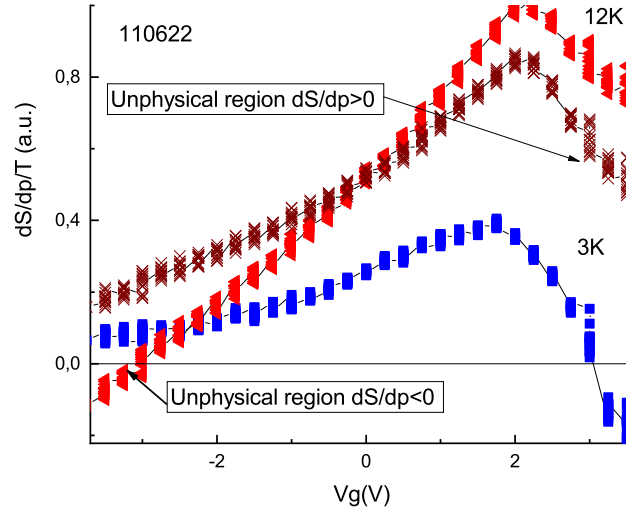


Рис. 4.5: Зависимость величины $\partial S/\partial p$ для образца 110622 от напряжения на затворе при 3 К (■) и 12 К, с вычитанием (×) и без вычитания (◄) линейной по V_g поправки (см. текст).

образца. Во-первых, любая емкостная структура имеет ток утечки, который является сильно нелинейной функцией напряжения на затворе (часто пороговой). Теоретически, фаза этого паразитного тока, в отличие от фазы сигнала, должна совпадать с фазой температурной модуляции. Это обстоятельство позволяет отстроиться от данного эффекта. На практике однако ток утечки оказывается зашумлён, и как только он достигает пА значения, измерения $\partial\mu/\partial T$ становятся невозможными. В то же самое время пА ток утечки не мешает измерениям ёмкости, проводимым на нА-токах в том же образце в более широком диапазоне напряжений на затворе.

Второй тип неидеальности образца - это зависимость геометрической ёмкости от температуры. Такая зависимость возникает либо за счёт теплового расширения диэлектрического слоя, либо за счёт зависимости $\epsilon(T)$. Ток перезарядки, связанный с этим паразитным эффектом i_{par} , к сожалению, находится в фазе с полезным сигналом:

$$i_{par} = \omega \Delta T V_g C d \ln C / dT \sin(\omega T) \quad (4.6)$$

Математически, данный эффект полностью эквивалентен диамагнитному сдвигу при из-

мерениях $\partial\mu/\partial B$ [Резников2010,Тенех2012]. Если подставить числа, то это значит, что если ёмкость меняется всего на несколько миллионов частей при изменении температуры на 1 К, то для V_g порядка нескольких Вольт, паразитный сигнал будет соответствовать $\partial\mu/\partial T \sim 0.1k_B$, т.е. будет сопоставим с полезным сигналом (максимальное возможное значение $\partial S/\partial n$ порядка $\sim k_B$ [Варламов2016]). При самых низких температурах (~ 3 К) не наблюдается зависимости ёмкости от температуры, в то время как с ростом температуры $d \ln C/dT$ также растёт, что делает измерения ненадежными уже при $T \sim 10$ К.

На рисунке 4.5 сравниваются зависимости $\partial S/\partial p(V_g)$ при температуре 3 К (квадратики), которые, как мы предполагаем, свободны от паразитных эффектов с данными при 12 К (треугольники). Последние демонстрируют явно нефизичный диапазон с $\partial S/\partial p < 0$ при $V_g < -3$ В. Если предполагать, что это происходит из-за температурной зависимости ёмкости (уравнение (4.6)), то можно вычесть линейную по напряжению на затворе функцию и получить данные, показанные крестиками. Полученная зависимость $\partial S/\partial p(V_g)$ не может быть подогнана нашей моделью, поскольку вместо нулевого наблюдается большой положительный сигнал в точке зарядовой нейтральности.

Предположительно, это кажущееся нефизичным значение связано с температурной зависимостью спектра[Кадыков2018]. На самом деле, в точке зарядовой нейтральности начинает заполняться электронноподобная подзона E1. Энергия дна этой подзоны чувствительна к температуре ($100 \mu\text{V}/\text{K}$)[Криштопенко2016]. В результате химпотенциал дырок начинает убывать $\partial\mu/\partial T < 0$, что, в свою очередь, объясняет положительный сигнал $\partial S/\partial p$, наблюдаемый в точке зарядовой нейтральности при повышенной температуре.

По этим причинам измерения были ограничены самыми низкими температурами.

4.6.2 Приложение II

Поскольку ёмкость полевой структуры практически не меняется при прохождении точки OHS, то можно считать, что dp_{Total}/dV_g в областях А (где есть только лёгкие носители) и В (где есть носители обоих типов) на Рис.4.4а совпадает. Это условие можно записать

следующим образом:

$$\frac{dp_1^A}{dV_g} = \frac{dp_1^B}{dV_g} + \frac{dp_2^B}{dV_g} \quad (4.7)$$

Поскольку химпотенциал для подзоны лёгких(1) и тяжёлых(2) дырок общий, изменения их концентраций с затворным напряжением пропорциональны плотностям состояний $dp_i = D_i dE$. Деля вышенаписанное уравнение на dp_1^B и приводя получаем:

$$D_2/D_1^B = dp_1^A/dp_1^B - 1 \quad (4.8)$$

Здесь было сделано предположение, что D_1 меняется слабо при переходе через OHS.

4.6.3 Приложение III

Осцилляции Шубникова-де-Гааза обычно используются для определения параметров подзон в двумерных системах [Пудалов2002, Флетчер2005, Чуи2001, Миньков2014, Каралис2019, Жанг2001]. В настоящем приложении объясняется, почему не использовался популярный метод Фурье-анализа, как например в работах [Чуи2011, Каралик2019, Жанг2001]. Напомним, этот метод состоит в разложении осциллирующей по $(1/B)$ части магнитосопротивления в интеграл Фурье и последующий анализ положения пиков и амплитуд гармоник. Во-первых в нашем случае концентрации дырок достаточно маленькие и общее количество осцилляций невелико (~ 10). Действительно в больших магнитных полях наступает квантовый эффект Холла. Малое число осцилляций, по соотношению неопределённостей, увеличивает ошибку в Фурье преобразовании. Во-вторых, результат преобразования Фурье сильно зависит от соотношения между значениями функции на концах интервала. Поэтому, в данной работе использовалась напрямую подгонка суммой двух формул Лифшица-Косевича, аналогично работам [Миньков2014, Пудалов2002, Флетчер2005].

Картина осцилляций Шубникова-де Гааза (Рис. 4.6а) значительно отличается от того, что можно подогнать однокомпонентной формулой. Двухкомпонентная подгонка прекрасно согласуется с данными. Двухкомпонентная подгонка прекрасно согласуется с данными (линии

на Рис. 4.6а). Амплитуды каждой из компонент по отдельности демонстрируют систематические зависимости от температуры (амплитуда показана вертикальной стрелкой на Рис.4.6б,с). Более того, эффективные массы, извлеченные из этих зависимостей практически не зависят от того, в каком поле их измерять (Рис.4.6д). Это подтверждает правомерность процедуры подгонки. Ошибку в определении эффективных масс мы оцениваем как среднеквадратичное отклонение (для набора масс, измеренных в разных полях).

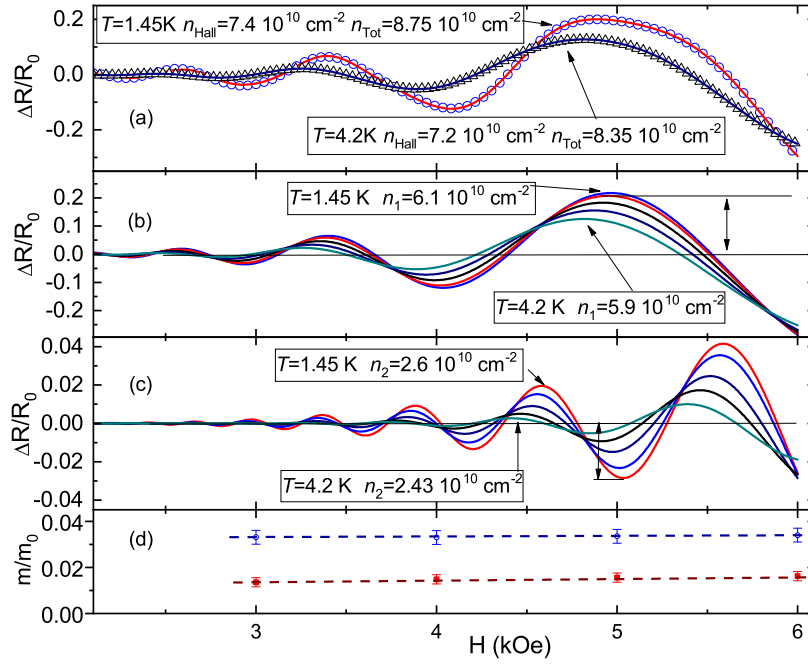


Рис. 4.6: (а) Пример магнитоосцилляций для образца 110623 вблизи точки ОНС при двух температурах. Символы- экспериментальные данные, линии - результат подгонки. (б) и (с) - две гармоники осцилляций при разных температурах от 1.4 К до 4.2 К. (д) Эффективная масса, определённая в разных магнитных полях.

Другим важным наблюдением из Рис. 4.6а-с является то, что шубниковская концентрация для обеих веток (p_1 , p_2 , и, соответственно, полная концентрация $p_{\text{Tot}} \equiv p_1 + p_2$) слабо, хотя и систематически падает с температурой. Это можно объяснить. На самом деле, вблизи точки ОНС наблюдается большое значение $\partial S/\partial p = -\partial\mu/\partial T$. Уменьшение химпотенциала для дырок с температурой уменьшает концентрацию лёгких дырок при сохранении полной $\sim \partial\mu/\partial T \times \Delta T \times D_1 \approx 0.5k_B \times 3\text{K} \times 0.05m_0/(2\pi\hbar^2) \sim 10^9 \text{ cm}^{-2}$. Эта величина разум-

но соотносится с вариацией Шубниковской концентрации, наблюдаемой экспериментально. Физически, уменьшение концентрации лёгких дырок связано с тем, что уширяется Ферми-ступенька. Таким образом, высокоэнергетичный хвост распределения начинает зацеплять больше тяжёлых дырок с ростом температуры. Чтобы сохранить полную концентрацию, задаваемую напряжением на затворе химпотенциал вынужден съехать вниз по энергии и лёгкие дырки уменьшают свою концентрацию. Это наблюдение, в свою очередь, также подтверждает согласованную картину явления.

4.7 Выводы по данной главе

В работе была измерена ранее не измерявшаяся плотность состояний в тяжёлой подзоне дырок (в локальных долинах) в узких КЯ HgTe с неинвертированным спектром при помощи двух совершенно различных методов: из абсолютных измерений энтропии на электрон и относительным методом анализа Шубниковских осцилляций легкой подзоны. Результаты обоих методов согласуются между собой и дают плотность состояний, соответствующую увеличенному значению массы $m \approx 0.5 \div 0.9m_0$ в предположении, что долины двукратно вырождены. Такое наблюдение довольно необычно, так как это значение в 2÷3 раза больше, чем в квантовых ямах с $d > 8$ нм, в то время как зонные расчёты предсказывают 10-20% рост эффективной массы с уменьшением толщины ямы от 8 до 6 нм.

Глава 5

Наблюдение электронного магнетизма в малых магнитных полях в квантовых ямах теллурида ртути

5.1 Введение

Магнетизм двумерного газа в пределе малых перпендикулярных полей, в отличие от квантовых полей, см обзор [Ушер2009], с экспериментальной точки зрения является неисследованным явлением. Для вырожденного Ферми-газа магнитная восприимчивость включает в себя диамагнетизм Ландау и парамагнетизм Паули [Ландау5]. Для диамагнетизма восприимчивость обратно пропорциональна эффективной массе:

$$\chi^{dia} = -\frac{e^2}{12\pi m_e} = -\frac{\mu_B^2 D m_0^2}{12 m_e^2}. \quad (5.1)$$

где e -заряд электрона и m_e - его эффективная масса. Отметим, что данный результат получен для квадратичного закона дисперсии. Для систем с дираковским спектром (типа графена) диамагнетизм ожидается только в небольшой окрестности точки зарядовой нейтральности [КастроНето2009].

Парамагнетизм Паули, связанный с ориентацией магнитным полем спинов (для простоты

речь идет о спинах $1/2$) Ферми-систем прямо пропорционален плотности состояний D на уровне Ферми (то есть эффективной массе) и g -фактору:

$$\chi_{Pauli} = \left(\frac{g}{2}\right)^2 \frac{e^2 m_e}{4\pi m_0^2} = \left(\frac{g\mu_B}{2}\right)^2 D. \quad (5.2)$$

g -фактор, в свою очередь, в случае сильной перенормировки, пропорционален m_0/m_e , так что можно ожидать диамагнитный и парамагнитный вклады одного и того же порядка. Для системы с параболическим законом дисперсии ожидается, что

$$\frac{\chi_{dia}}{\chi_{Pauli}} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{4m_0^2}{g^2 m_e^2} = -\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\hbar\omega_c}{g\mu_B B}\right)^2. \quad (5.3)$$

Для двумерных систем χ_{dia} и χ_{Pauli} слишком малы, и в магнитометрических измерениях не могут быть выделены на фоне подложки-носителя.

Модуляционная методика, развитая для затворных структур в работах [Прус2003, Тенех2012, Резников2010], описанная в главе 1 данной диссертации, позволяет измерять производную намагниченности по концентрации носителей $\partial M/\partial n$, полностью отстраиваясь от вклада подложки. Для одной двумерной зоны в вырожденном случае, слабом магнитном поле и в предположении независимой от концентрации носителей массы и g -фактора, согласно уравнениям (5.1) и (5.2) магнитный момент не зависит от концентрации. Это значит, что ожидается нулевой сигнал $\partial M/\partial n$. Сама величина M при этом конечна. Ненулевой сигнал возникает либо когда m_e или g -фактор зависят от концентрации, либо когда при изменении 2D концентрации начинают заполняться новые подзоны.

В данной работе исследуется квантовая яма HgTe. Система CdHgTe/HgTe замечательна тем, что закон дисперсии в ней сильно зависит от толщин ям d и их количества. Например, узкие квантовые ямы ($d < 6.7$ нм) имеют полупроводниковый спектр [Ортнер2002, Миньков2014], ямы критической ширины ($d \approx 6.7$ нм)- линейный дираковский спектр [Бюттнер2010, Козлов2016], ямы с $6.7 < d < 9$ нм - инвертированный спектр, соответствующий состоянию двумерного топологического изолятора [Кёниг2007], а $9 < d < 30$ нм - полуметалла [Квон2008, Миньков2013, Гусев2018-2]. В широких квантовых ямах $40 < d < 80$ нм можно получить трёхмерный топологический изолятор [Козлов2014]. В двойных

квантовых ямах реализуется ещё большее многообразие фаз (см, напр. [Якунин2016]).

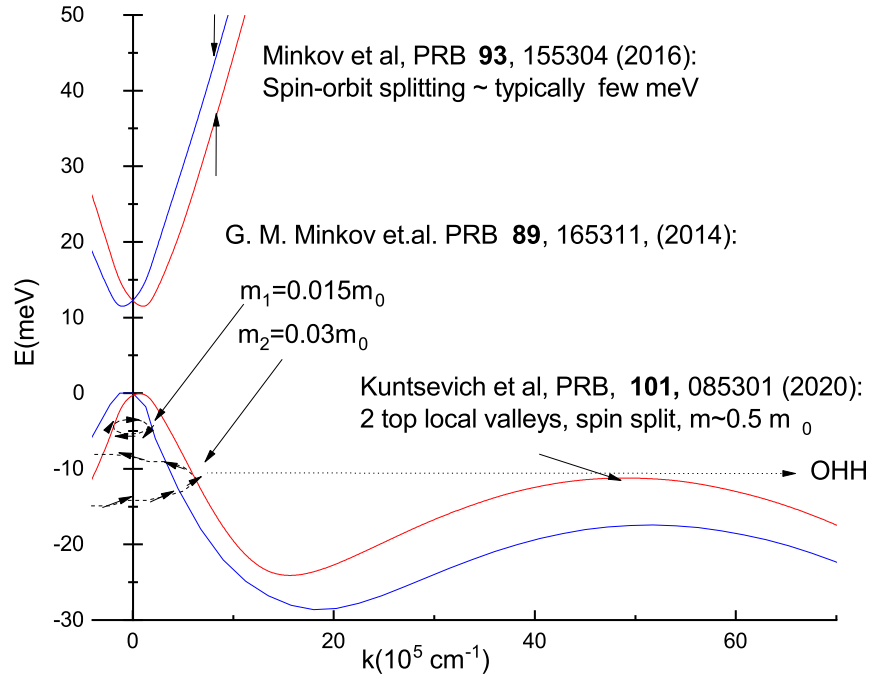


Рис. 5.1: Спектр носителей в зоне проводимости и валентной зоне вблизи Γ -точки, рассчитанный в рамках 4-зонной модели Кейна (аналогично [Кунцевич2020]) для квантовой ямы толщиной 6 нм с параметрами близкими к исследуемым в работе (ориентация поверхности (013), состав $\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}/\text{HgTe}/\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}$). Ось k в направлении $[3\bar{3}1]$, в котором лежат максимумы тяжелых долин; ОНН (Onset of Heavy Holes)- показывает край тяжелых долин, где ожидаются особенности в термодинамических свойствах системы. Также на панели показаны основные работы, в которых получена информация о спектре данной системы.

Данная работа посвящена узким квантовым ямам ($d \approx 6$ нм). Помимо дираковских щелевых носителей в Γ -точке в них реализуются более тяжёлые состояния дырок в локальных долинах в направлении $[3\bar{3}1]$ при $k_H \approx 5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$ (см. Рис. 5.1). Подробно спектр таких систем исследовался в главе 4 данной диссертации (работа [Кунцевич2020]), так же см. работы [Миньков2014, Миньков2016]. В частности, было показано, что спектр дырок легкой подзоны спин-орбитально расщеплён на две ветви [Миньков2016], а тяжёлые, двукратно долинно вырожденные состояния, также расщеплены спин-орбитальным взаимодействием [Миньков2017]. Итого, вырождение долин в максимумах k_H равно 2, а эффективная масса

носителей в них порядка $0.5m_0$ [Кунцевич2020].

Тяжёлые носители должны обладать малой диамагнитной восприимчивостью, согласно формуле (5.1). Про спиновый парамагнетизм сказать трудно так как g -фактор в локальных долинах не известен. Его подсчёт затруднён тем, что не до конца известны параметры в гамильтониане [Тарасенко2015, Криштопенко2019, Кернрайтер2016]. С экспериментальной точки зрения, для нахождения g -фактора необходимо анализировать магнитоосцилляции в квантующих наклонных магнитных полях. К сожалению, подвижность носителей в локальных долинах узких ям HgTe столь мала, что наблюдать квантовые осцилляции в них не удавалось (в отличие, например, от зоны проводимости, где g -фактор был таким образом измерен [Миньков2016-2]).

В данной работе мы проводим измерения производной намагниченности по концентрации для узких квантовых ям HgTe при температурах 4.2–60 К и показываем, что в области, где тяжёлая подзона дырок из локальных долин опустошается, резко падает восприимчивость. Этот эффект можно связать либо с усилением диамагнетизма, либо с ослаблением парамагнетизма. Приведенные соображения показывают, что в данном случае наблюдается парамагнетизм.

5.2 Экспериментальная часть и обсуждение

Образцы представляют собой меза-структуры примерно квадратной формы площадью 20-25 мм², вытравленные из эпитаксиально выращенных на подложке (013) GaAs квантовых ям HgTe, аналогично использованным в [Кунцевич2020]. Образцы были покрыты слоем парилена толщиной ~ 300 нм, а сверху на них был термически напылен затворный электрод из Al толщиной примерно 100 нм. Всего исследовалось две ямы (110622 и 110623) с близкими номинальными толщинами, на которых были получены аналогичные результаты. Методика измерения описывается детально в главе 1, она была разработана и описана ранее в работах группы Михаила Резникова с моим участием [Прус2003, Резников2010, Тенех2012] для ориентации магнитного поля параллельно плоскости двумерного газа. Для ориентации

перпендикулярно плоскости двумерного газа подобные измерения также ранее проводились другими группами, правда в режиме квантующих магнитных полей [Анисимова2006, Нижанковский2011]. Напомним в данной главе, что методика состоит в том, что образец двумерного газа с затвором помещается в магнитное поле (в нашем случае до 5 Т), создаваемое постоянным сверхпроводящим магнитом, а соосная модуляционная катушка задаёт на образце переменное поле частотой модуляции типично от 1 до 15 Гц и характерной амплитудой порядка 0.04 Т. В результате модуляции поля меняется химический потенциал двумерного газа, а поскольку полное напряжение между затвором и двумерным газом V_g поддерживается постоянным, то в цепи течёт ток перезарядки:

$$j(t) = \omega C e \frac{\partial \mu}{\partial B_n} \Delta B \sin(\omega t) \quad (5.4)$$

Измеряя ток перезарядки при помощи усилителя с синхронным детектором, мы определяем производную $\partial \mu / \partial B$, которая согласно соотношению Максвелла равна

$$\partial \mu / \partial B = -\partial M / \partial n \quad (5.5)$$

Линейный по магнитному полю в слабых полях сигнал $\partial M / \partial n$, даёт производную восприимчивости по полю $\partial \chi / \partial n \equiv \partial^2 M / \partial n \partial B$ ($B = 0$).

Поскольку в спектре сосуществуют разные подзоны при одной энергии, необходимо рассмотреть величину $\partial \mu / \partial B$ в т.н. “многожидкостной модели”. Рассмотрим простейший случай, когда две группы носителей обладают различной величиной $\partial \mu / \partial B$. Из-за того, что химпотенциал в системе общий, эти группы представляют собой как бы сообщающиеся сосуды. Изменения химпотенциала с магнитным полем, которые могли бы произойти в первой группе носителей приводят к тому, что концентрация носителей в ней должна измениться так, чтобы во второй группе изменение химпотенциала было таким же:

$$\delta \mu = \frac{\partial \mu_1}{\partial B} \delta B + \frac{\partial \mu_1}{\partial n_1} \delta n_1 = \frac{\partial \mu_2}{\partial B} \delta B + \frac{\partial \mu_2}{\partial n_2} \delta n_2 \quad (5.6)$$

В то же время, частная производная берется при сохранении полного заряда, то есть:

$$\delta n_1 + \delta n_2 = 0 \quad (5.7)$$

Поскольку $\partial n_i / \partial \mu_i$ - это термодинамическая плотность состояний D_i в каждой из подзон на уровне Ферми, то, преобразуя, получаем:

$$\delta \mu = \left(\frac{\partial \mu_1}{\partial B} \cdot \frac{D_1}{D_2 + D_1} + \frac{\partial \mu_2}{\partial B} \cdot \frac{D_2}{D_2 + D_1} \right) \delta B \quad (5.8)$$

Соответственно, если заполняется тяжёлая подзона, то вклад в $\partial \mu / \partial B$ от лёгкой подзоны подавлен. И наоборот, заполнение лёгкой подзоны почти никак не влияет на $\partial \mu / \partial B$ от тяжёлой подзоны. Это значит, что в нашем случае можно ожидать сильный сигнал, связанный либо с парамагнетизмом тяжёлой подзоны при выходе уровня Ферми из нее, либо с диамагнетизмом легкой подзоны, когда уровень Ферми окажется в ней.

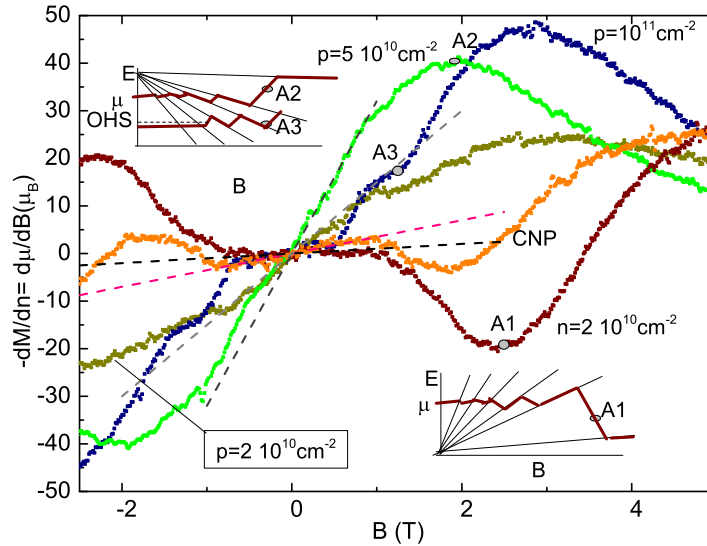


Рис. 5.2: (а) Измеренная $\partial M / \partial n$ как функция магнитного поля для образца 110623-2 при температуре 11 К для разных концентраций носителей заряда. На вставке показана схематически лестница уровней Ландау и ожидаемое поведение химпотенциала с полем. Серые кружки показывают соответствие с экспериментальными данными. (б) Увеличенное изображение низкополевой части с панели (а). Показанный пунктиром наклон равен $\partial \chi / \partial n$.

На Рис. 5.2 показаны зависимости $\partial M / \partial n(B)$ для образца 110623-2, измеренные при различных концентрациях носителей. Кривые антисимметричны по магнитному полю. В силь-

ных магнитных полях на них видно квантование Ландау, а наклон линейной зависимости в малых полях позволяет определить $\partial\chi/\partial B$.

Поведение $-\partial M/\partial n(B) = \partial\mu/\partial B(B)$ в больших полях, в целом, понятно: с магнитным полем растёт ёмкость уровней Ландау, и химпотенциал в конце концов перескакивает на нижний уровень (уширенный в меру беспорядка), как показано на вставках к Рис. 5.2 для электронов и дырок. При этом химпотенциал подскакивает вверх для дырок и падает вниз для электронов, см. точки A1 и A2 на Рис. 5.2.

Энергия нижнего уровня Ландау медленно растёт с магнитным полем для электронов и спадает для дырок. Поэтому в области больших магнитных полей наклон кривых $\partial M/\partial n$ для них имеет противоположный знак.

Концентрация носителей определялась из положения провала в ёмкости структуры, соответствующего заполнению нижнего уровня Ландау ($\nu = 1$, что соответствует концентрации $eB/h = 2.42 \cdot 10^{10} \times B[\text{T}] \text{ см}^{-2}$). Примеры зависимостей ёмкости от затворного напряжения при низкой температуре для разных магнитных полей показаны на Рис. 5.3 а.

Теперь обсудим производную от χ по концентрации электронов, $\partial\chi/\partial n(B = 0)$, равную наклону пунктирных линий на Рис. 5.2), и показанную как функция концентрации на Рис. 5.3 б. Наиболее заметной чертой $\partial\chi/\partial n$ является глубокий минимум, наблюдающийся в дырочной области вблизи точки ОНН, с хвостом и продолжающимся до точки зарядовой нейтральности CNP. Для того чтобы понять природу этого минимума, заметим, что спектры электронов и легких дырок в центре зоны должны быть примерно симметричны относительно середины энергетической щели [Берневиг2006], так что вблизи CNP следовало бы ожидать антисимметричную $\partial\chi/\partial n$; признаки такого поведения наблюдаются при повышенных температурах. Знак минимума соответствует сильному парамагнетизму, что наглядно видно на Рис. 5.3с, полученному интегрированием $\partial\chi/\partial n$. При интегрировании мы приняли за ноль восприимчивость в CNP, так как там, из-за малого количества свободных носителей ожидается близкую к нулю восприимчивость.

Из рис. 5.3 с следует изменение χ порядка $1.5 \cdot 10^{12} \mu_B \text{T}^{-1} \text{см}^{-2}$ при увеличении концен-

трации дырок от CNP в глубь валентной зоны. Это позволяет оценить g -фактор тяжёлых дырок: формула (5.2) даёт $g \sim 5.1$, если принять $D \sim 2 \times (0.5m_0)/(2\pi\hbar^2)$ [Кунцевич2020]. Данное значение разумно, так как наивная оценка из $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})$ теории даёт $g/2 \sim m_0/m_e \sim 2$. Мы полагаем, что перенормировка электрон-электронным взаимодействием может также играть роль в увеличении g -фактора. Следует заметить, что наряду с парамагнетизмом, на величину g -фактора должен влиять орбитальный диамагнетизм Ландау. Для параболической зоны с перенормированным g -фактором он составляет $1/3$ от парамагнетизма. Из наших измерений следует, что в зоне тяжёлых дырок парамагнетизм также доминирует. Это, ввиду сложности валентной зоны, обусловленной сильным спин-орбитальным взаимодействием, априори не очевидно. С повышением температуры минимум уширяется и немного сдвигается в область большей концентрации дырок. Мы связываем это с температурным размытием, и с температурной зависимостью спектра [Криштопенко2016, Кадыков2018]: как наблюдалось в работе [Кадыков2018], с повышением температуры энергетическая щель увеличивается.

Рассмотрим поведение χ вблизи CNP. Начнем с относительно высоких температур, при которых, как и ожидается, наблюдается антисимметричный по концентрации носителей $\partial\chi/\partial n$. Знак χ положителен, как и для тяжёлых дырок. Воспользуемся формулами (5.1) и (5.3) для оценок. В работе [Миньков2017-2] для состояний зоны проводимости в подобных структурах было определено $g\mu_B B/\hbar\omega_c \approx 0.45 - 0.6$. Это означает, согласно формуле (5.3), что диа- и парамагнетизм легких носителей практически компенсируют друг друга. Как видно из экспериментальных данных, при относительно высоких температурах парамагнетизм побеждает. При понижении температуры антисимметричная компонента $\partial\chi/\partial n$ постепенно исчезает. Это может быть объяснено температурной зависимостью спектра: с понижением температуры щель уменьшается, и влияние тяжёлых дырок на χ усиливается: хвост от минимума в ОНН тянет $\partial\chi/\partial n$ в CNP вниз.

В структуре с однородной концентрацией носителей можно было бы ожидать конкурирующий с увеличением ширины запрещенной зоны эффект: с понижением температуры уменьшается количество термоактивированных тяжёлых дырок. Однако, наши образцы нельзя

считать совершенно однородными. Мы полагаем, что наибольший вклад в неоднородность вносит неоднородная толщина диэлектрика. Она приводит к разбросу по концентрации на величину порядка $V_g C / S \Delta d / d$. При $V_g \sim 7$ В и разумном для наших больших структур $\Delta d / d \sim 0.05$ имеем $\Delta n \sim 2 \cdot 10^{10}$ см⁻². Эта величина сравнима с расстоянием по концентрации дырок между CNP и ОНН, $\sim 5 \cdot 10^{10}$ см⁻², что делает влияние тяжёлых дырок на восприимчивость вблизи CNP вполне вероятным. Эти флуктуации также размывают особенности вблизи точки зарядовой нейтральности, где плотность состояний минимальная, приводя к тому, что электронные и дырочные области могут сосуществовать в образце, подобно тому как описывается в работе [Махмудян2020]. Отметим также существование неоднородностей, связанных с дефектами в структуре. Их величина оценивалась из емкостных [Козлов2016] и энтропийных измерений [Кунцевич2020] как ~ 2 мэВ. Они наиболее существенны вблизи точки ОНН.

Обнаруженный парамагнетизм означает необходимость рассмотреть спиновое состояние тяжёлых дырок. Насколько нам известно, расчётов g -фактора в этих долинах не существует, однако ряд общих соображений всё же можно высказать. Во-первых, эти две долины однократно вырождены по спину. Во-вторых, из-за симметрии по обращению времени в нулевом магнитном поле две долины в сумме обладают нулевым спином, значит спины в них направлены в противоположные стороны. В-третьих, направления спинов в нулевом поле в общем случае из-за низкой симметрии ямы и асимметрии инверсии на интерфейсах имеет компоненту как в плоскости 2D газа, так и перпендикулярную ей (аналогично посчитанным компонентам спина в [Дурнев2016] для краевых каналов в HgTe квантовых ямах с инвертированным спектром). А это означает, в свою очередь, что g -фактор состояний в этих долинах представляет собой тензор. Анизотропия этого тензора изучалась в работах [Дурнев2016, Миньков2017-2, Миньков2020]; для наших измерений важна перпендикулярная компонента g_{zz} . Таким образом, представляется, что наши измерения должны стимулировать расчёт g -фактора в тяжёлых долинах.

Преимуществом перпендикулярной геометрии, существенным в интерпретации данных,

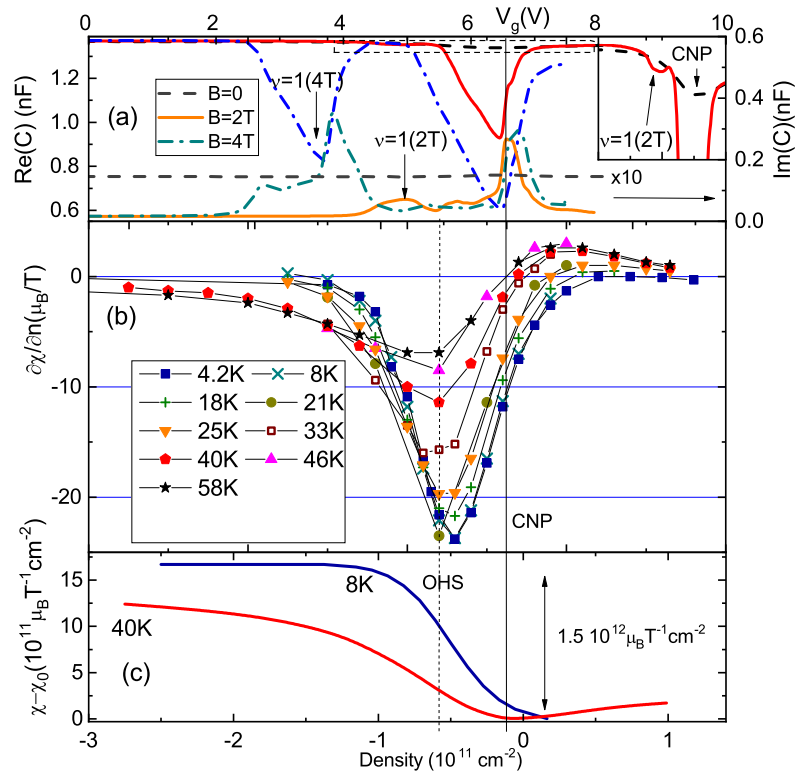


Рис. 5.3: (а) Зависимость действительной(левая ось) и мнимой(правая ось) компонент ёмкости исследуемого образца 110623-2 при 4.2 К от напряжения на затворе для трёх значений магнитного поля. На вставке - область вблизи точки зарядовой нейтральности, выделенная на основной панели пунктирным прямоугольником. (б)Зависимость $\partial\chi/\partial n$ от концентрации для образца 110623-2 для различных температур (обозначения даны в легенде). (с)Проинтегрированная восприимчивость при температурах 8 К и 40 К.

является то, что такое поле не деформирует волновую функцию носителей в квантовой яме в z -направлении, что в свою очередь не приводит к диамагнитному сдвигу, зависящему от напряжения на затворе [Резников2010, Тенех2012]. Однако, недостатком перпендикулярной геометрии является то, что модуляция магнитного поля вызывает токи Фуко в двумерной системе, которые, в свою очередь, приводят к перераспределению заряда в образце из-за конечной холловской проводимости. Действительно, исследуемые образцы представляют собой квадратные мезы, размером $5 \text{ мкм} \times 5 \text{ мкм}$. В присутствии магнитного поля $\Delta B \cos(\omega t)$ происходит: (i)перезарядка системы в целом из-за модуляции химпотенциала, то есть именно тот эффект, которому посвящена данная работа. Можно считать, что этот процесс, по

крайней мере в малых полях происходит полностью, так ёмкость близка к геометрической (пунктирные кривые на Рис. 5.3а). (ii) в двумерной системе и затворе возбуждаются токи Фуко, порядка $\sigma_{xx}\omega Br$. Если аппроксимировать геометрию образца кругом радиуса r , то из-за наличия холловской компоненты в тензоре проводимости, возникает дополнительное перераспределение заряда между центром и краями, приводящее к разности потенциалов порядка $\rho_{xy}jr \sim \rho_{xy}\sigma_{xx}\omega Br^2$ между ними. Поскольку постоянное напряжение V_g поддерживается между краями затвора и двумерного газа, то возникает эффективная добавка в измеряемую величину $\partial\mu/\partial B$ порядка $\rho_{xy}\sigma_{xx}\omega S/e$. Наблюдаемая в эксперименте независимость сигнала в малых полях от частоты показывает, что для $\partial\chi/\partial n$ данный эффект несущественен. В квантовых магнитных полях такая зависимость возникает, видимо, по двум причинам: из-за вышеуказанного эффекта и малой проводимости системы, из-за чего степень её перезарядки зависит от частоты. В частности, из Рис. 5.3а видно, что провал в ёмкости в поле 4 Т становится существенным. Поэтому в данной работе лишь качественно обсуждается область квантовых полей.

5.3 Выводы по данной главе

В данной работе была измерена магнитная восприимчивость свободных носителей для двумерной системы в узких HgTe квантовых ямах в малых перпендикулярных полях. Обнаружен парамагнетизм, связанный с тяжёлыми дырками; по мере увеличения концентрации электронов парамагнитная восприимчивость резко падает. При повышении температуры проявляется парамагнетизм дираковских носителей вблизи точки зарядовой нейтральности. Эти наблюдения должны стимулировать новые измерения и развитие теории магнетизма электронного газа с сильным спин-орбитальным взаимодействием.

Глава 6

Квантовые поправки к проводимости в двумерных системах и тонких плёнках

Как уже отмечалось ранее в разделе 1.3.3, проводящие свойства 2D системы в Si-MOП структурах, в которой наблюдается металлическая температурная зависимость проводимости и переход металл-изолятор, не описываются теорией квантовых поправок и ренорм-группы, построенной на их основе. В частности, наблюдается прямо противоположное предсказанному теорией поведение: магнитопроводимость в малых параллельных плоскости системы полях при низких температурах пропорциональна $1/T$, а при высоких $1/T^2$. В то же время для разупорядоченных, низкоподвижных образцов наблюдалась ожидаемая “диффузионная” зависимость магнитопроводимости $\propto 1/T^2$. Такое частичное согласие порождает желание найти ту область параметров, в которой теория квантовых поправок в Si-MOП структурах работает. Изучение литературы показало, что ранее систематически этим вопросом не занимались.

Все системы, о которых пойдет речь в настоящей главе имеют большую проводимость ($k_F l \gg 1$). В то же время, подвижность носителей в этих системах не велика, так что приложение перпендикулярного поля не переводит их в квантовый режим ($\omega_c \tau \gg 1$). Это значит, что все особенности температурных и магнитополевых зависимостей должны быть в области применимости квантовых поправок. Исследования квантовых поправок, вскоре вывело

данную деятельность за рамки двумерной системы в Si-МОП структурах. Сначала, был обнаружен универсальный, хотя и небольшой эффект в магнитосопротивлении в области высоких температур (раздел 6.1), где его, как казалось, быть не должно. Потом была детально проанализирована поправка к проводимости от электрон-электронного взаимодействия в Si-МОП структуре с небольшой подвижностью носителей, где не просто прикладывалось перпендикулярное магнитное поле к системе, но образец ещё дополнительно наклонялся в поле. Это позволило пронаблюдать давно предсказанный эффект подавления поправки магнитным полем, но также добавило загадок (раздел 6.2). Наконец, в разделе 6.3 методология исследования квантовых поправок была применена к новому, выращиваемому в ФИАН объекту - тонким плёнкам топологических изоляторов.

6.1 Магнитосопротивление различных двумерных систем в режиме $k_B T \tau / \hbar > 1$

Когда температура много меньше температур Ферми и Дебая, но одновременно достаточно велика, чтобы подавить слабую локализацию, двумерная система имеет простой спектр и одну изотропную подзону размерного квантования, то можно ожидать, что в перпендикулярном поле будет нулевое магнитосопротивление.

Представлялось, что отсутствие магнитосопротивления в "классическом" режиме с точки зрения теории Друде уже само по себе является достаточной причиной, чтобы искать его.

6.1.1 Детали и результаты эксперимента

Исследовались две Si-МОП структуры (Si4, Si13 с $\mu = 1-2$ м²/Вс), два GaAs/AlGaAs гетероперехода (28, 24 с $\mu = 21-24$ м²/Вс) [Мокеров1988], структуры квантовых ям AlGaAs/GaAs/AlGaAs (1520, $\mu = 0.8-1.6$ м²/Вс) и GaAs/InGaAs/GaAs (3513, $\mu = 2.2$ м²/Вс) [Миньков2006] с затвором. Все образцы имели форму холловских мостиков. В таблице 6.1 приведены их транспортные параметры.

Таблица 6.1: Параметры исследованных образцов. Концентрации носителей в 10^{12} см^{-2} , подвижности μ в $\text{м}^2/\text{Вс}$ при $T = 4.2 \text{ К}$, и обратное время свободного пробега $k_B\tau/\hbar$ ($1/\text{К}$).

Si- образцы	n	μ	$\frac{k_B\tau}{\hbar}$	GaAs- образцы	n	μ	$\frac{k_B\tau}{\hbar}$
Si4	1.3	1.02	0.12	3513	1	2.2	0.11
Si4	1.7	1	0.13	28	0.35	24	1
Si4	2.35	0.96	0.12	24	0.4	21	0.8
Si4	3.4	0.93	0.12	1520	1.6	1.6	0.08
Si13	0.6	2.4	0.29	1520	1.4	1.5	0.07
Si13	0.7	2.3	0.29	1520	1	0.95	0.05
Si13	1	2.1	0.27	1520	0.8	0.8	0.04

Измерения проводились в перпендикулярных магнитных полях на установке PPMS, а также в двух самодельных системах. Измерялись диагональная и холловская компоненты тензора сопротивления. Измерительный ток был выбран порядка 1 мкА, чтобы не перегреть электронную систему. Магнитное поле разворачивалось от отрицательных до положительных значений с последующей симметризацией данных, что было необходимо для выделения чётных по полю эффектов в магнитосопротивлении амплитудой меньше или порядка 1%.

Примеры магнитосопротивления, полученные при различных T для образцов Si-13, Si-4, 1520 и 28 при фиксированной электронной концентрации показаны на Рис. 6.1, 6.2, 6.3 и 6.4. По мере увеличения магнитного поля, сопротивление может при низких температурах сначала падать, так как подавляется слабая локализация (см. Рис. 6.1 f,g, а также 6.3). Далее, с ростом магнитного поля ρ_{xx} растёт и достигает максимума в поле B^{\max} (показано стрелками). При дальнейшем увеличении поля ρ_{xx} убывает. В полях, существенно больших максимума ρ_{xx} , не наблюдается универсального поведения: сопротивление может падать или расти, в зависимости от образца, температуры и концентрации носителей. При низких температурах,

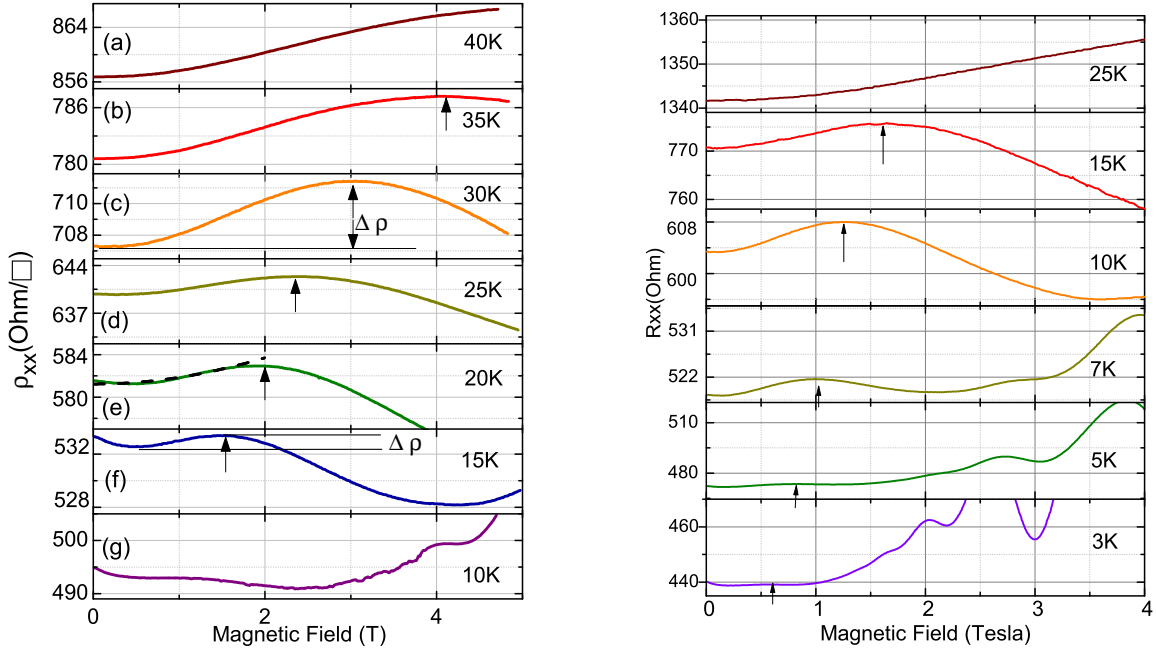


Рис. 6.1: (слева) Магнитосопротивление образца Si4 при различных T . Электронная концентрация $n = 1.7 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$. Стрелки показывают положение максимума в сопротивлении по магнитному полю. $\Delta\rho$ обозначает амплитуду эффекта.

Рис. 6.2: (справа) Магнитосопротивление Si13 при различных T . Электронная концентрация $n = 0.83 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$. Стрелки показывают положение максимума в сопротивлении. $\hbar/k_B T \approx 3 \text{ К}$.

на фоне плавного магнитосопротивления видно осцилляции Шубникова-де Гааза.

При различных температурах в разных образцах данное немонотонное МС имеет одни и те же особенности: (i) эффект мал (типично $\sim 1\%$ от всего сопротивления), (ii) немонотонное магнитосопротивление наблюдается только при $T \geq 1.3\hbar/k_B T$, (iii) максимум магнитосопротивления растёт по амплитуде и смещается в большие магнитные поля по мере увеличения температуры. Тут надо заметить, что положение максимума по полю соответствует $\omega_c \tau > 1$ и примерно пропорционально T .

Сравнивая более детально зависимости $\rho_{xx}(B)$, приведённые на рисунках 6.1 и 6.3 для Si-МОП структур и квантовых ям в GaAs с близкими значениями подвижностей и концентраций носителей, видно, что максимум в магнитосопротивлении возникает при сопоставимых

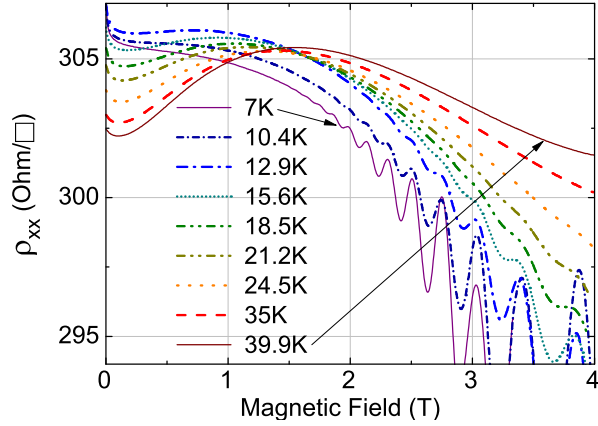


Рис. 6.3: (слева) Магнитосопротивление образца 1520 при различных температурах. Концентрация электронов $n = 1.4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$. $\hbar/k_B T = 13.5 \text{ K}$.

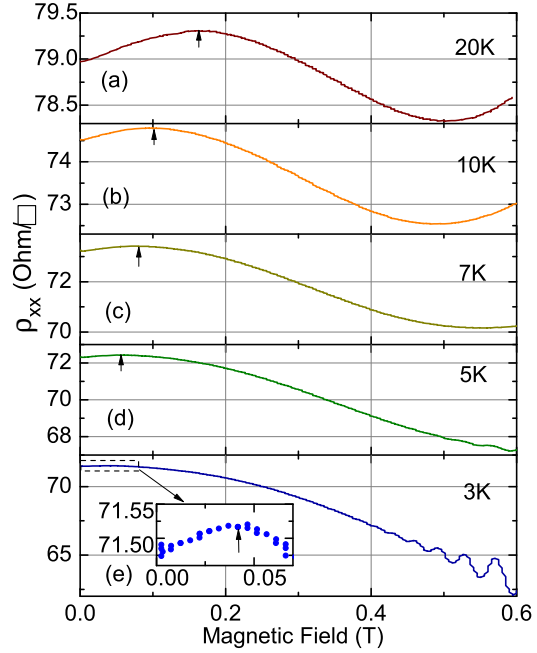


Рис. 6.4: (справа) Магнитосопротивление образца GaAs 28 при различных температурах. Электронная концентрация $n = 0.35 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$. Значения температуры показаны на рисунке. $\hbar/k_B T = 1 \text{ K}$.

температурах и значениях $\omega_c \tau$. Это значит, что данное немонотонное магнитосопротивление является орбитальным, а не спиновым эффектом, потому что характерные значения расщепления Зеемана $g^* \mu_B$ в этих двух системах отличаются в 5 раз. Эффект также не связан с слабой локализацией и диффузионной поправкой Альтшулера-Аронова [Альтшулер1985], изучаемой в следующем разделе настоящей главы (6.2), поскольку немонотонное магнитосопротивление наблюдается даже при $k_B T \tau / \hbar \approx 20$ для образцов 28 и 24.

6.1.2 О природе наблюдаемого магнитосопротивления

Существуют простые квазиклассические механизмы механизмы, предсказывающие зависящее от температуры эффекты магнитосопротивление для экзотических моделей потенциала

рассеяния, но они, по всей видимости, не имеют отношения к наблюдаемому эффекту. В первом порядке теории квантовых поправок от электрон-электронного взаимодействия [Горный2003] также не предсказывается немонотонного магнитосопротивления.

Незадолго до нашей работы появилась теория, предсказывающая немонотонное магнитосопротивление с максимумом [Седрахьян2008], который не должен исчезать с повышением температуры, подобно нашим наблюдениям. Приближениями этой теории являются $T\tau > 1$, короткодействующие рассеиватели, $T/E_F \ll 1$, $E_F\tau \gg 1$, что соответствует исследуемым образцам. На этом сходства заканчиваются. Предсказываемого в теории скейлинга $\rho_{xx}(B)$ в экспериментальных данных не наблюдается. Положение максимума в эксперименте, в отличие от теории, зависит от температуры, и находится при $\omega_c\tau > 1$, а не при $\omega_c\tau \approx 0.7$. Амплитуда эффекта растёт с ростом температуры, а не падает, как предсказывает теория.

Такое рассогласование не представляется удивительным, ведь теория Седрахьяна и Райха рассматривает просто один из процессов, не учтенный ранее в квантовых поправках. Этот процесс даёт поправку в $\Delta\sigma$, линейную по магнитному полю, и обладающую тем же свойством не входить в σ_{xy} , что и поправки Альтшулера-Аронова (см. следующий раздел 6.2 данной главы). В результате, данный эффект всегда приводит к магнитосопротивлению вида $\Delta\rho(B) = A(\mu B - \mu^3 B^3)$, где A спадает с ростом температуры. Максимум в этой теории всегда будет наблюдаться при $\mu B = 1/\sqrt{3}$. Очевидно, что в эксперименте наблюдается другое явление.

Поскольку явление, видимо, не описывается ныне существующими теориями, то представляется логичным искать параметры, в которых экспериментальные данные будут масштабироваться для различных образцов.

Сначала была проанализирована амплитуда эффекта $\Delta\rho$, которую можно определить как разность между $\rho_{xx}(B^{max})$ и минимальным ρ_{xx} при $B < B^{max}$ (см. Рис. 6.1). Такое определение исключает влияние слабой локализации. Зависимости $\Delta\rho(T)$ показаны на рисунке 6.5. Величина $\Delta\rho$ не демонстрирует универсального скейлинга с какой-либо безразмерной комбинацией параметров размерности энергии: $k_B T$, \hbar/τ , $\hbar\omega_c^{max}$ и E_F .

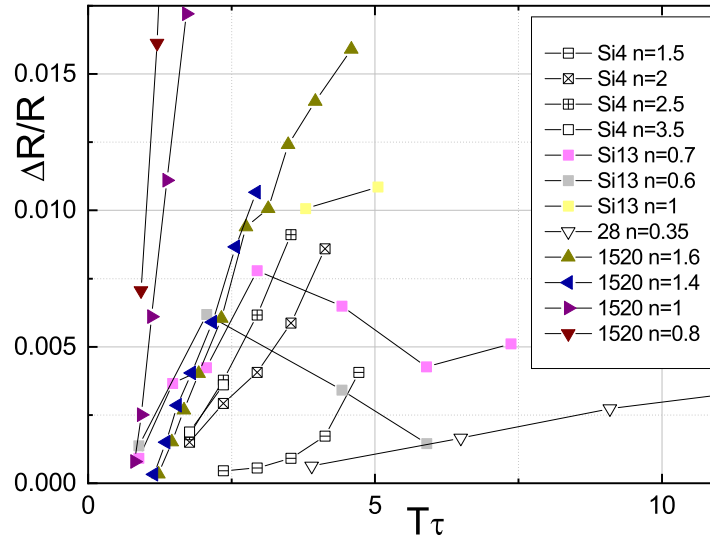


Рис. 6.5: Зависимости амплитуды эффекта $\Delta\rho$ от температуры (см. определение в тексте) для разных образцов и концентраций электронов. Номера структур подписаны на вставке, концентрация дана в единицах 10^{12} см^{-2} .

Зависимость поля максимума ω_c^{\max} от $T\tau$ показана на Рис.6.6а. Величина $\omega_c^{\max}\tau$ для большинства данных соответствует $0.7k_B T\tau/\hbar$ (пунктиром). Для наиболее высокоподвижных образцов наклон $\omega_c^{\max}\tau/(k_B T\tau/\hbar)$ примерно равен 0.2, а для GaAs образцов с низкой подвижностью он превышает 0.7. Возможно, такая зависимость связана с масштабом рассеивателей, ведь в высокоподвижных образцах рассеяние осуществляется на плавном потенциале удаленных доноров, а образцах квантовых ям примесь внедрена непосредственно в яму.

Также мы перестроили данные для GaAs образцов в координатах ($\omega_c^{\max}\tau$ в зависимости от $k_B T/E_F$), см. Рис. 6.6б. Удивительно, что для GaAs 2D систем, проводимости и подвижности в которых отличаются более чем на порядок величины, $\omega_c^{\max}\tau$ хорошо масштабируется с T/E_F . Этот результат также может дать ключ к объяснению эффекта.

Для кремниевых образцов не наблюдается скейлинг по T/E_F . Для объяснения отличия Si от GaAs можно отметить две особенности Si: (i) Сильная температурная зависимость сопротивления в кремнии (ρ меняется в два раза и более в изучаемом диапазоне температур [Климов2008]), что вне области применимости поправок. (ii) Для всех GaAs образцов

при $B > B^{\max}$, магнитосопротивление отрицательно, в то время как для Si-МОП структур отрицательный ход может смениться положительным. Это значит, что существуют дополнительные механизмы магнитосопротивления в Si в классически сильных магнитных полях.

Исследуемый эффект является, по всей видимости, универсальным, поскольку был обнаружен в различных материальных системах с простым законом дисперсии и высокой проводимостью при $T \geq 1.3\hbar/k_B\tau$. В качестве примеров того, где эффект не наблюдается при $k_B T \tau / \hbar > 1.3$ и $k_F l \gg 1$ можно отметить следующие случаи: (i) Si-МОП структуры в области сильных электрон-электронных взаимодействий ($n < 6 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$), где гигантское отрицательное МС преобладает над слабыми эффектами [Войсковский1995], (ii) Si-МОП структуры при $T/E_F \geq 0.5$, то есть в области невырожденной плазмы (которой посвящена глава 3), (iii) образцы на основе GaAs при таких высоких температурах, что концентрация носителей, видимо из-за проводимости по подложке, становится зависящей от B и T .

6.1.3 Промежуточный вывод

Таким образом, магнитосопротивление в перпендикулярном поле для различных 2D систем с простым спектром ранее детально не исследованной области $T\tau > 1$, вопреки ожиданиям, оказалось не нулевое, а немонотонное с максимумом при $\omega_c \tau > 1$. Эффект наблюдался в различных материальных системах (Si-МОП, GaAs и InGaAs квантовых ямах, GaAs/AlGaAs-гетеропереходе). Положение максимума по магнитному полю оказалось пропорционально T .

Наблюдаемое магнитосопротивление по величине соответствует примерно добавке в квант проводимости, что указывает на принципиальную возможность описать его на языке квантовых поправок.

Наблюдаемая немонотонность обладает следующими феноменологическими признаками: (i) максимум находится в полях $\omega_c^{\max} \tau > 1$, (ii) его положение по магнитному полю B^{\max} зависит от T примерно линейно, (iii) амплитуда с растёт с повышением температуры. Наблюдаемый эффект указывает, что теория магнитосопротивления в режиме $T\tau > 1$ на сегодняшний день нуждается в доработке.

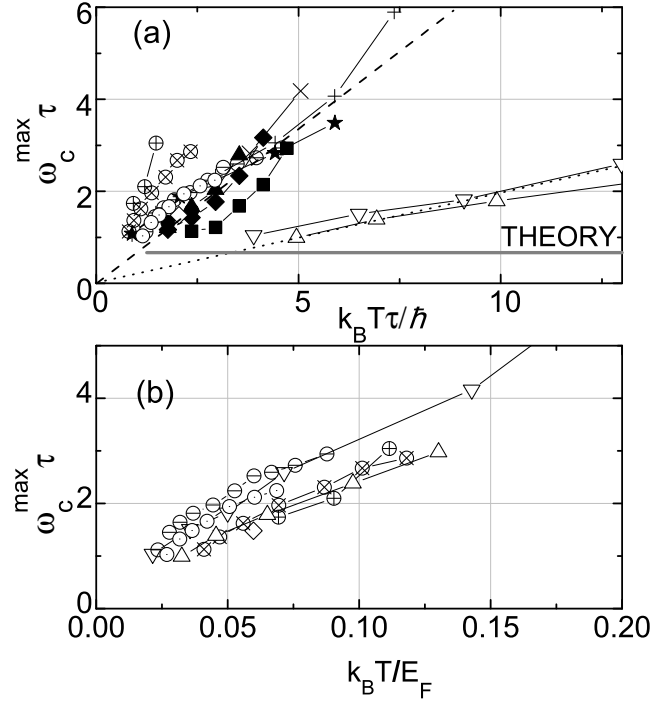


Рис. 6.6: (а) Значение $\omega_c^{\max} \tau$ как функция обезразмеренной температуры $k_B T \tau / \hbar$ для всех образцов. Номера образцов и концентрации носителей (в единицах 10^{12} см^{-2}): \star - $n = 0.6$ (Si13); $+$ - $n = 0.7$ (Si13); \times - $n = 1$ (Si13); \blacksquare - $n = 1.3$ (Si4); \blacklozenge - $n = 1.7$ (Si4); \blacktriangle - $n = 2.35$ (Si4); \bullet - $n = 3.4$ (Si4); \odot - $n = 1.4$ (1520); \otimes - $n = 1$ (1520); \ominus - $n = 1.6$ (1520); \oplus - $n = 0.8$ (1520); \diamond - $n = 1$ (1520); ∇ - $n = 0.35$ (28); \triangle - $n = 0.4$ (24). Пунктир- $\hbar \omega_c^{\max} = 0.7 k_B T$. Точки $\hbar \omega_c^{\max} = 0.2 k_B T$. (б) Тот же самый набор данных для двумерных систем на основе GaAs. Температура отложена в единицах $k_B T / E_F$.

Результаты данного исследования были впервые опубликованы в работе [Кунцевич2009]. В работе [Беркутов2012] для системы дырок в германии также наблюдалось немонотонное магнитосопротивление, однако авторы не исследовали режим высоких температур $T \tau > 1$ из-за проводимости подложки, поэтому температурная зависимость положения максимума не была детально исследована. Магнитосопротивление с точно такой же феноменологией было также обнаружено в работах корейской группы [Ванг2014-1, Ванг2014-2] в двумерных системах на основе GaAs и GaN. Наконец, немонотонное магнитосопротивление наблюдалось в графене [Ябаханджи2014]. Таким образом, в данной работе был впервые обнаружен универсальный эффект немонотонного магнитосопротивления в 2D системах.

6.2 Двумерная система в кремнии в наклонном поле

6.2.1 Введение

Хотя обычное столкновение электронов между собой сохраняет полный импульс системы, а следовательно, никак не влияет на сопротивление, примерно 40 лет назад в работе [Альтшулер1980] был предсказан эффект, под названием диффузионная поправка к проводимости от электрон-электронного взаимодействия (далее ЭЭП, сокращенно от электрон-электронная поправка). Для двумерных систем она пропорциональна $\ln(\hbar/k_B T \tau)$ (где τ - время релаксации импульса) и растёт по амплитуде с уменьшением температуры. Уникальным свойством, позволяющим выделить ЭЭП на фоне остальных эффектов является то, что она не влияет на холловскую компоненту тензора магнитопроводимости в перпендикулярном поле σ_{xy} [Альтшулер1980-2]. Как становится понятно при обращении тензора проводимости в тензор сопротивления, ЭЭП приводит к магнитосопротивлению, параболическому по полю и зависящему от температуры $\rho_{xx}(B)$, а также к поправке к холловскому коэффициенту ρ_{xy}/B , при этом оба эффекта пропорциональны $\ln(\hbar/k_B T \tau)$. Отдельные особенности этого эффекта были продемонстрированы в многочисленных экспериментах, в частности для двумерных систем в GaAs с n -типом проводимости [Пааланен1983, Табориски1990, Чои1986, Порье1998]. Однако, до количественного согласия с теорией эти работы не дошли, оно было выявлено в начале 2000-х группой Г.М. Минькова из Екатеринбурга [Миньков2001]. В этой работе из одновременно измерялись и анализировались диагональная и холловская компоненты тензора магнитосопротивления при разных температурах. Подобный же метод был позже апробирован другими группами [Ли2003, Ренар2005, Гох2008]. Стоит заметить, что все эти работы были выполнены на n -GaAs, где зеемановские эффекты в магнитном поле пренебрежимо малы.

С теоретической точки зрения, зеемановское расщепление должно уменьшать величину ЭЭП [Ли1982]. Ясная физическая интерпретация такому уменьшению была дана позднее в теоретической работе [Зала2001]: зеемановское поле уменьшает эффективное число каналов

электрон-электронного взаимодействия. В диффузионном режиме $k_B T \tau / \hbar \ll 1$, величина ЭЭП из-за эффекта Зеемана в пределе малых полей меняется квадратично по полю, а в пределе больших полей - логарифмически.

С экспериментальной точки зрения, влияние зеемановского расщепления на ЭЭП не исследовалось детально, а только вкратце упоминалось в работах [Миньков2005, Колеридж2002, Миньков2012]. Для наиболее исследовавшейся в 60х-80х годах прошлого века двумерной системы в Si-MOП структурах, по разным причинам не было проведено детальных исследований ЭЭП до нашей работы [Кунцевич2013], которой посвящена данная глава. С одной стороны, эта система, конечно демонстрирует положительное магнитосопротивление в параллельном поле, как ожидается для диффузионной ЭЭП из за эффекта Зеемана. С другой стороны, это не единственный эффект, определяющий магнитосопротивление. В 1980х годах было предпринято несколько попыток выявить ЭЭП в Si из температурных и магнитолевых зависимостей сопротивления [Бишоп1982, Дэвис1983, Бурдис1988], но поскольку теория ещё не была разработана на тот момент, эти попытки не дали сколько-нибудь согласованной картины магнитотранспорта.

Интерес к эффекту Зеемана в кремниевых МОП-структурах возродился в 1997 году, когда был наблюден сильный рост сопротивления с параллельным полем в таких системах [Симонян1997, Пудалов1997, Абрахамс2001], правда высокоподвижных и вблизи перехода металл-изолятор. Ещё больше интерес был подстегнут интерпретациями (позже правда признанными несостоятельными) магнитосопротивления, как признакаа квантового фазового перехода металл-изолятор [Виткалов2001, Шашкин2001]. В 2000х годах предпринимались попытки трактовать магнитосопротивление в параллельном поле в терминах ренорм-группового подхода [Бурмистров2008, Князев2006, Анисимова2007]. Этот подход является самосогласованным обобщением ЭЭП для произвольной силы межэлектронного взаимодействия и не пертурбативно малого беспорядка. Независимо развивался другой подход [Долгополов2000, ДасСарма2005, ДасСарма2005-2], который также относительно успешно применялся [Брото2003]. Этот подход учитывает изменение плотности состояний с полем и пе-

ренормировку времени рассеяния на одиночной примеси, связанную с её экранированием. Данный подход существенно отличается от многопримесной логарифмической ЭЭП.

Дальнейшие исследования показали, что экспериментально ситуация с магнитосопротивлением в Si-МОП структурах ещё более сложная: в работах [Пудалов2001, Пудалов2002-2] было показано, что беспорядок влияет на магнитосопротивление в параллельном поле самым существенным образом, а роль хвостов плотности состояний дополнительно обсуждалась в работах [Виткалов2002, Голд2002-2]. Также, по мере того как на различных материальных системах стали проводиться детальные исследования магнитосопротивления [Бурдис1988, Колеридж2002, Виткалов2003, Пудалов2003, Климов2008], были выявлены многочисленные рассогласования между полевой и температурной зависимостями сопротивления, предсказываемыми одной и той же теорией.

Таким образом, общепризнанным является только факт Зеемановской природы магнитосопротивления в параллельном поле. В теории есть два основных концептуально разных механизма: (i) ЭЭП (эффект множественного рассеяния) (ii) изменение экранирования в магнитном поле (эффект одиночного рассеяния).

Какой из них отвечает за наблюдаемое сильное магнитосопротивление? Наверное, есть оба эффекта, а может и не только они, но ответ на этот вопрос становится критически важным вблизи перехода металл-изолятор, где магнитосопротивление сильное, а разные теории отличаются концептуально. Как раз вблизи перехода металл-изолятор теории, рассматривающие оба эффекта становятся неприменимы из-за малых проводимостей системы $\sigma \sim e^2/2\pi\hbar$. Соответственно, для проверки теории в более подходящей для нее области параметров, было решено провести измерения в диффузионном режиме взаимодействия ($T\tau \gg 1$). Этот режим реализуется в разупорядоченных образцах при больших концентрациях.

В данной главе рассматривается магнитосопротивление слабо взаимодействующего двумерного газа в Si. Чтобы исследовать поправку от электрон-электронного взаимодействия, мы детально исследуем тензор магнитосопротивления в наклонных полях и анализируем наши данные подобно тому как делалось в работах [Миньков2001, Миньков2005]. Данный

подход хорош тем, что он не опирается в интерпретации данных на какую-либо микроскопическую теорию, являясь чисто феноменологическим. Единственное, что используется - свойство диффузионной ЭЭП влиять только на σ_{xx} .

Двумерная система низкой подвижности, но большой концентрации электронов в кремнии является модельной: в ней реализуется диффузионный режим $k_B T \tau / \hbar \ll 1$, $\sigma \gg e^2 / 2\pi \hbar$, и в то же время эффект Зеемана достаточно силен. Поскольку g -фактор в Si изотропен и равен двум [Андо1982], угол наклона системы к магнитному полю позволяет менять относительную силу эффекта Зеемана, а через неё - ЭЭП. Несмотря на то, что подобные структуры были доступны несколько десятилетий назад, систематически извлечь ЭЭП на фоне остальных эффектов в магнитосопротивлении удалось только в нашей работе [Кунцевич2013]. В данной главе сообщается об обнаружении двух принципиально различных областей по магнитному полю: (i) высокополевой области, в которой наблюдается логарифмическая по полю асимптотика ЭЭП в соответствии с теоретическими предсказаниями, и (ii) низкополевой области в которой феноменологически извлекаемая ЭЭП зависит от перпендикулярного поля и не согласуется с существующими теориями.

Наши результаты позволяют сформулировать два свойства магнитосопротивления в параллельном поле: (i) при больших магнитных полях и достаточно низких температурах часть магнитосопротивления, которая должна приходиться от ЭЭП $\Delta\sigma(B) \propto \ln(B)$, не зависит от температуры и слабо зависит от поля, а значит не может быть основной компонентой огромного магнитосопротивления, к тому же сильно зависящего от температуры. (ii) Приложение даже маленького поля $g\mu_B B \sim k_B T$ перпендикулярного плоскости системы, сильно подавляет магнитосопротивление. Этот факт указывает на не чисто спиновую природу магнитосопротивления и неполноту существующих теорий.

6.2.2 Детали эксперимента

Измерения компонент тензора сопротивления проводились при помощи синхронного детектирования на переменном токе (частотой от 13 до 73 Гц) при температурах 0.3-25 К и в

магнитных полях до 15 Т. Использовались две Si-МОП структуры ориентации (001) с 200 нм слоем оксида кремния: Si-40, (пиковая подвижность $\mu_{\text{peak}} = 0.2 \text{ м}^2/\text{Вс}$ при $T = 0.4 \text{ К}$) и Si-24 ($0.22 \text{ м}^2/\text{Вс}$). Образцы были изготовлены литографически в виде мостиков Холла размерами $0.8 \times 5 \text{ мм}^2$. Для получения различных углов наклона между образцом и полем, образцы размещались либо на наклонную либо на *in situ* вращающуюся платформу, находящуюся при низкой температуре в теплообменном газе. Вращение передавалось от шагового двигателя. Из-за малости наблюдаемых эффектов и неизбежной разориентации контактов (не точной постановке их друг относительно друга), данные в положительных и отрицательных полях были не эквивалентны (с точностью несколько процентов). Поэтому V_x и V_y измерялись на развороте поле при $j_x \sim 50 \text{ нА}$ (столь малый ток нужен для того, чтобы избежать перегрева двумерной системы). Данные в обязательном порядке симметризовались по полю. Выставление образца строго параллельно полю осуществлялось по пику сопротивления, вызванному слабой локализацией. Концентрация носителей заряда n управлялась при помощи напряжения на затворе в диапазоне $(8 - 35) \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Поле всегда отклонялось в плоскости zy -перпендикулярно направлению транспортного тока, что, однако, не столь существенно для Si, как было установлено ранее [Пудалов2002-2]. Следует отметить, что измерения на вращающейся платформе потребовали методической работы, в частности калибровки угла и стабилизации температуры. Данные измерения осуществлялись на установке Леонида Александровича Моргуна, работа которого по совершенствованию техники измерений оказалась принципиальной для получения физических результатов.

Для данных исследований были специально отобраны образцы с небольшими подвижностями носителей, чтобы можно было гарантировать диффузионный режим $0.005 < k_B T \tau / \hbar < 0.2$ по взаимодействию, где применима теория ЭЭП. В то же время подвижность не должна быть очень низкой, чтобы можно было достичь $\mu B \sim 1$ в доступных магнитных полях (несколько Т). Перечислим еще особенности наших Si-МОП структур, существенные для данного экспериментального исследования: (i) короткодействующие и нескоррелированные рассеиватели, приводящие к диффузионному движению, (ii) большие значения проводимо-

сти в исследуемом интервале концентраций $k_F l \sim 20 - 50$, что обеспечивает применимость теории квантовых поправок первого порядка, (iii) очень тонкая самосогласованная потенциальная яма < 4 нм, благодаря чему параллельная компонента магнитного поля меньше 20 Т не приводит к орбитальным эффектам, и, наконец (iv) заполнение самой нижней подзоны размерного квантования для $n < 3.5 \times 10^{12}$ см $^{-2}$ с параболическим законом дисперсии и изотропной эффективной массой $m^* \approx 0.2m_e$ [Андо1982].

6.2.3 Теоретическая справка

Идея данного исследования основана на свойстве поправки к проводимости входить только в диагональную компоненту тензора проводимости и не входить в холловскую [Альтшулер1980-2, Хагхтон1982]:

$$\sigma = \frac{ne\mu}{1 + \mu^2 B_{\perp}^2} \begin{pmatrix} 1 & \mu B_{\perp} \\ -\mu B_{\perp} & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta\sigma & 0 \\ 0 & \Delta\sigma \end{pmatrix}. \quad (6.1)$$

Соответственно, процедура извлечения ЭЭП была предложена группой Минькова [Миньков2001] для произвольного соотношения $\Delta\sigma/ne\mu$. Эта процедура включает следующие шаги: (i) Обращением тензора сопротивления получается тензор проводимости. (ii) Из величины σ_{xy} , в которую поправка никак не входит, и значение которой должно остаться друдевским, находится подвижность μ с использованием ранее оцененной величины концентрации n . Тут надо заметить, что есть конечная точность определения концентрации, например из частоты осцилляций Шубникова-де Гааза (порядка $\sim 5\%$), поэтому концентрация подстраивалась таким образом, чтобы поправка в высокотемпературном пределе становилась $\Delta\sigma \approx 0$, как обосновано в работе [Миньков2006]. (iii) Из величины σ_{xx} вычитается Друддевская часть $ne\mu/(1 + \mu^2 B_{\perp}^2)$, в результате чего остаётся поправка $\Delta\sigma(B, T)$. Значение подвижности $\mu(B, T, n)$ является побочным продуктом этого алгоритма.

В пределе высоких значений проводимости, $ne\mu \gg \Delta\sigma \sim e^2/2\pi^2\hbar$, вышеуказанный алгоритм приводит к следующим значениям компонент тензора сопротивления:

$$\rho_{xx} = 1/ne\mu \times [1 - (1 - \mu^2 B^2)\Delta\sigma/ne\mu] \quad (6.2)$$

$$\rho_{xy} = B_{\perp}/ne \times (1 - 2\Delta\sigma/ne\mu) \quad (6.3)$$

Было проверено численно, что формулы справедливы с хорошей точностью для значений сопротивления $\rho_{xx} < 4$ кОм.

В пределе очень малых полей $\mu B \ll 1$ если забыть про все остальные эффекты, то должно выполняться знаменитое соотношение [Альтшулер1985]:

$$\frac{\Delta\rho_{xy}}{\rho_{xy}} = 2\frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_{xx}} = -2\frac{\Delta\sigma_{ee}}{\sigma_D} \quad (6.4)$$

На практике, и величина $\Delta\sigma$ и подвижность μ в уравнениях (6.1,6.2,6.3) зависят от магнитного поля B и температуры T , и таким образом включают в себя различные эффекты магнитосопротивления. Тем не менее, как следует из уравнения (6.3), вне зависимости от того, как подвижность зависит от поля, коэффициент Холла меняется только из-за ЭЭП.

Возможно несколько геометрий эксперимента: (i) Магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости 2D системы $B = B_{\perp}$ (именно такая геометрия использовалась в большинстве предыдущих исследований). (ii) Поле отклонено на угол θ от нормали к 2D системе. Из-за изотропии g -фактора в Si, зеемановские эффекты будут определяться полным полем, равным $B = B_{\perp}/\cos(\theta)$. (iii) Величина поля остаётся постоянной, а образец вращается относительно поля. В этом случае величина эффекта Зеемана должна оставаться неизменной, а следовательно и величина $\Delta\sigma$ должна не зависеть от θ .

Стоит отметить, что в геометрии (ii) обработка данных требует знания величины B_{\perp}/ne , а не угла наклона образца. Эта величина калибруется из условия обращения в нуль поправки при высоких температурах; при этом концентрация носителей везде предполагается независимой от температуры.

Ключевой особенностью нашего исследования является использование геометрий (ii) и (iii). В других системах, с анизотропным g -фактором, как, например, дырки в GaAs [Миньков2005] необходимо учитывать его тензорную природу, что сильно усложняет задачу.

Согласно теории поправок к проводимости от электроно-электронного взаимодействия [Альтшулер1980, Финкельштейн1983] в её современной форме [Зала2001-2, Панно-

уз2010, Бурмистров2008], ЭЭП в диффузионном режиме задаётся формулой:

$$\Delta\sigma = \frac{e^2 \ln(k_B T \tau / \hbar)}{\pi^2 \hbar} \left(1 + n_T \left\{ 1 - \frac{\ln(F_0^\sigma + 1)}{F_0^\sigma} \right\} \right), \quad (6.5)$$

где F_0^σ -Ферми-жидкостная константа, а $n_T = 4n_v^2 - 1$ количество триплетных каналов взаимодействия, n_v - долинное вырождение (в оригинальной формуле [Альтшулер1980,Финкельштейн1983] $n_T = 3$). В Si-МОП структурах ориентации (001) электроны обладают двукратным долинным вырождением, и если бы долинный индекс был идеальным квантовым числом, то n_T должно было быть равно 15 [Панноуз2001]. По-видимому такое идеальное значение не реализуется из-за конечного долинного расщепления Δ_v [Андо1982], и времени междолинного рассеяния $\tau_v \sim 10\tau \approx 1/4 \text{ K}^{-1}$ для образца Si-40 [Кунцевич2007]. Оба эффекта уменьшают количество триплетных членов и делают его эффективно зависящим от температуры, как было показано теоретически [Бурмистров2008] и исследовано экспериментально [Климов2008, Панноуз2010-2].

Следует заметить, что в оригинальной формуле для величины поправки из работы [Зала2001-2] содержится $\ln(k_B T / E_F)$ вместо $\ln(k_B T \tau / \hbar) = \ln(k_B T / E_F) + \ln(E_F \tau / \hbar)$. Не вдаваясь в подробности какая из этих интерпретаций правильна, мы просто опускаем член $\ln(E_F \tau / \hbar) \approx 2 - 3$ потому что он приводит к постоянному сдвигу, и можно сказать что просто меняет подвижность(для аргументации см. работу [Миньков2006]).

Как правило в Si-МОП структурах Δ_v меньше чем $1/\tau$, что делает его неизмеримым в нулевом и малом магнитном поле, поскольку это расщепление меньше уширения уровней Ландау [Пудалов2001-2]. Можно, конечно, трактовать Δ_v как свободный параметр, принимающий значения от 0 до $1/\tau$, и сильно влияющий на предсказания теории ЭЭП [Панноуз2010, Бурмистров2008]. В настоящей работе обсуждается феноменология, для которой абсолютное согласование с теорией не столь важно. Поэтому можно для простоты считать, какое-то эффективное число долин от $n_v = 1$ до $n_v = 2$.

В 2001 ЭЭП была пересчитана Залой и коллегами[Зала2001-2] и в ней появился новый “баллистический” вклад, который объяснял $\rho(T) \propto \alpha T + \beta$ зависимость, наблюдаемую в разных 2D системах в режиме $k_B T \tau / \hbar > 1$ [Проскураков2002, Пудалов2003]. Далее было

показано экспериментально [Ли2003, Ренар2005, Миньков2006], что баллистическая и диффузионная поправки фундаментально различны: диффузионная ЭЭП не влияет на холловскую компоненту тензора проводимости (см. уравнение (6.1)), в то время как баллистическая компонента просто перенормирует рассеяние на одиночной примеси, то есть подвижность. В данном исследовании анализируется только диффузионная ЭЭП.

Теоретическое предсказание для зависимости диффузионной части ЭЭП от Зеемановского поля было впервые дано в работе [Ли1982]:

$$\Delta\sigma = -\frac{e^2}{2\pi^2\hbar}\lambda_D g_2(h), \quad (6.6)$$

где $h = g\mu_B B/k_B T$, и две асимптотики функции $g_2(h)$ соответственно are:

$$g_2(h) = 0.084h^2, h \ll 1 \quad (6.7)$$

$$g_2(h) = \ln(h/1.3), h \gg 1 \quad (6.8)$$

В рамках того же самого теоретического формализма, влияние зеемановского расщепления на баллистическую и диффузионную поправки от электрон-электронного взаимодействия было посчитано в работе [Зала2001]. Хотя эта теория и была использована для подгонки некоторого набора данных по магнитосопротивлению [Виткалов2003], сама процедура сравнения теории и эксперимента была плохо определена, в частности отсутствовало понимание того, насколько это магнитосопротивление определяется баллистической или диффузионной частью. На самом деле, с теоретической точки зрения ЭЭП представляет собой сумму двух вкладов абсолютно разной структуры: (i) баллистический вклад, представляющий собой перенормировку рассеяния на одной примеси и (ii) диффузионный вклад, для которого $\Delta\sigma_{xy} = 0$. Поскольку наш метод выделяет только диффузионную часть, то вначале кратко обсудим принятые на сегодняшний день теоретические результаты (работа [Зала2001]) только в пределе $k_B T\tau/\hbar \ll 1$:

$$\Delta\sigma(h) = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} n_v^2 \frac{0.091 F_0^\sigma}{(1 + F_0^\sigma)^2} h^2, h \ll 1 \quad (6.9)$$

Этот ответ близок к первым результатам [Ли1982] для малых $|F_0^\sigma| \ll 1$. В пределе больших полей, диффузионная поправка к проводимости, согласно работе [Зала2001] даётся формулой:

$$\Delta\sigma = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} 2n_v^2 \left(1 - \frac{\ln(F_0^\sigma + 1)}{F_0^\sigma} \right) \ln \frac{h}{F_0^\sigma + 1}, h \gg 1 \quad (6.10)$$

Стоит отметить, что функциональная зависимость от F_0^σ одинаковая в формулах (6.5) и (6.10). Это имеет простое объяснение: приложение большого поля $h \gg 1$ подавляет температурную зависимость только у $2n_v^2$ триплетных членов с $s_z = 0$. Это подавление происходит из разложения $\ln(h) = \ln(g\mu_B B) - \ln(k_B T)$. Соответственно, если определить

$$\lambda = (1 - \ln(F_0^\sigma + 1)/F_0^\sigma), \quad (6.11)$$

то можно переписать теоретическое предсказание в пределе низких температур ($T \ll 1/\tau \ll E_F$) и сильных полей ($k_B T \ll g\mu_B B \ll E_F$):

$$\Delta\sigma(T, B) = C + \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} [(1 + 2n_v^2\lambda - \lambda) \ln(T) + 2n_v^2\lambda \ln(B)] \quad (6.12)$$

Здесь C - это не зависящий от температуры и магнитного поля член. Это выражение позволяет сравнивать экспериментальные данные по высокополевой асимптотике ЭЭП с предсказаниями микроскопической теории. Физический смысл ответа в том, что в пределе сильных магнитных полей $h \gg 1$, температура перестает влиять на магнитополевую зависимость. Фактически этот предел достигается уже при $h > 2$.

Подводя итог данной обзорно-теоретической секции можно сказать, что магнитосопротивление в чисто параллельном поле недостаточно, чтобы разделить баллистический и диффузионный вклады, имеющие разную природу. Наклон поля позволяет это сделать.

6.2.4 Полученные результаты

Этот раздел организован следующим образом: в первом подразделе обсуждается феноменология, режим слабого поля и экспериментальное доказательство зависимости ЭЭП от модуля магнитного поля, а не от его направления. Во втором подразделе рассматривается асимпто-

тика ЭЭП в сильных полях и проводится сравнение с теорией ферми-жидкости. В третьем подразделе обсуждается магнитосопротивление в параллельных и наклонных полях.

Зависимость ЭЭП от угла наклона поля

Детально измерялось магнитосопротивление в диапазоне полей $B_{\text{tr}} < B_{\perp} < 1/\mu$, то есть в области между слабой локализацией, $B_{\text{tr}} = (hc/e)(1/4\pi l^2)$, и осцилляциями Шубникова-де Гааза (здесь l - длина свободного пробега). На рисунке 6.7а показаны магнитосопротивление ρ_{xx} и холловское сопротивление ρ_{xy} как функции перпендикулярной компоненты поля B_{\perp} в полях до $1/\mu \approx 6$ Т. Данные измерялись при разных температурах (0.6–4.2 К) в стандартной геометрии (магнитное поле перпендикулярно плоскости образца) для образца Si-40 при $n = 1.25 \times 10^{12}$ см⁻². Это семейство кривых для кремния [Fig. 6.7(a)] совсем не похоже на то, что наблюдалось для двумерных систем на основе n -GaAs систем [Пааланен1983, Табориски1990, Чои1986, Порье1998, Миньков2001, Ли2003, Ренар2005]. Конкретно, есть два существенных отличия: (i) в отличие от GaAs, в Si в больших магнитных полях (> 1 Т на Рис. 6.7(a)) магнитосопротивление слабеет и даже меняет знак на положительное, по мере того как температура уменьшается; (ii) из-за существенно короткодействующей природы беспорядка, осцилляции Шубникова-де Гааза начинают проявляться начиная с полей $B_{\perp} < \mu^{-1} \approx 6$ Т.

Из-за вышеупомянутых особенностей ЭЭП не видна прямо из данных. Поэтому для её извлечения мы используем процедуру, описанную в предыдущем разделе. На первом этапе мы инвертируем тензор удельного сопротивления и получаем тензор проводимости (сплошные линии на рис. 6.7с, 6.7е). Холловская компонента тензора проводимости позволяет рассчитать подвижность μ , используя уравнение (6.1) (показано на Рис. 6.7d). Удивительно, но подвижность оказывается зависящей от поля (в отличие от экспериментов с GaAs [Миньков2001]). Этот эффект выходит за рамки настоящего исследования, отметим только, что знак зависимости $\mu(B)$ соответствует ожиданиям для эффектов памяти [Дмитриев2002], хотя такие эффекты не дают температурной зависимости. Предполагалось, что подвижность, завися-

щая от поля, возникает также в результате баллистической поправки $\delta\sigma_{xy}(B, T) \propto \sqrt{T}/B$ [Горный2004]. Несмотря на то, что такая поправка выглядит качественно аналогично нашим данным, она вряд ли уместна, поскольку она исходит из нескольких циклотронных возвратов и должна быть действительной для $k_B T \tau / \hbar \gg 1$, $\hbar \omega_c \gg k_B T$, что не соответствует условиям эксперимента.

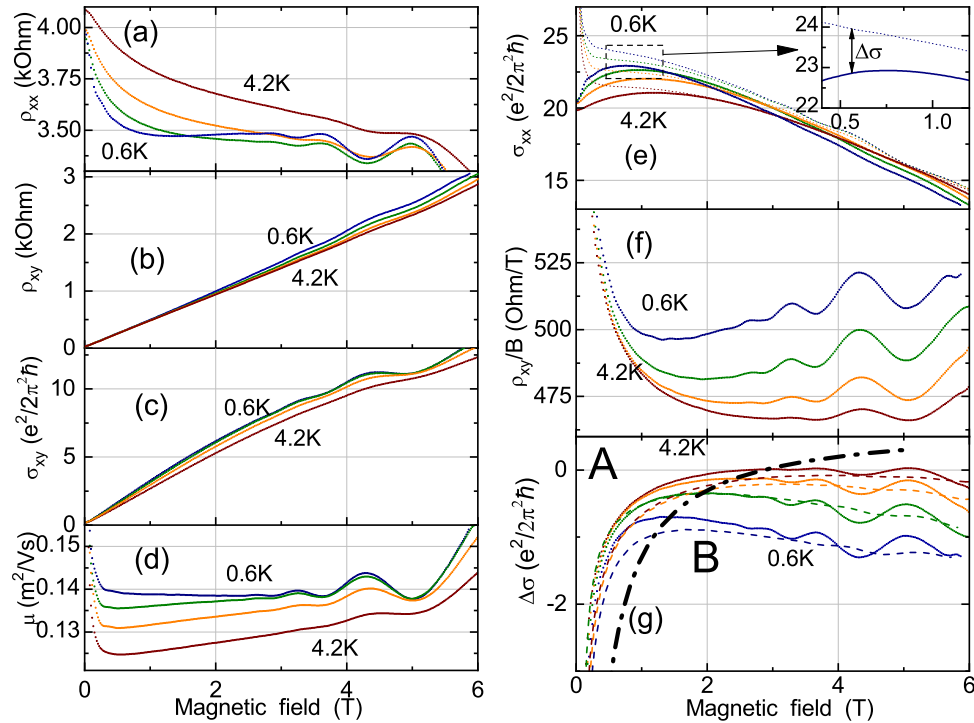


Рис. 6.7: Тензор сопротивления для $T = 0.6\text{K}$, 1.3K , 2.5K , и 4.2K : (a) ρ_{xx} , и (b) ρ_{xy} в зависимости от магнитного поля, перпендикулярного 2D газу. (c) Холловская проводимость σ_{xy} полученная из обращения тензора ρ . (d) Подвижность μ , вычисленная из σ_{xy} через уравнение (6.1). (e) Сплошные кривые: σ_{xx} вычисленное из инверсии тензора ρ (данные панелей (a) и (b)). Точечные кривые: друдевские значения σ_{xx} , вычисленные из μ (пан. d). Вставка - увеличенный участок данных при низкой T и определение $\Delta\sigma$. (f) ρ_{xy}/B для того же самого набора данных. (g) Сплошные кривые: ЭЭП $\Delta\sigma$ вычисленная из данных. Пунктир- ЭЭП для того же самого образца, наклоненного на 45° , той же n и набора температур, в зависимости от полного магнитного поля. Жирная линия разделяет области больших и малых полей, названные В и А. Образец Si-40, $n = 1.25 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$.

В малых магнитных полях холловская подвижность возрастает по мере уменьшения B

из-за возрастания холловского коэффициента. Зная эту подвижность можно вычислить друдевскую часть σ_{xx} , то есть $ne\mu/(1 + \mu^2 B^2)$ (показана точечной линией на Рис.6.7(e)). Поправка к проводимости $\Delta\sigma$ вычисляется как разность между σ_{xx} и этим Друдевским значением (см вставку в Рис. 6.7e). Результирующая ЭЭП, $\Delta\sigma(B)$ показана сплошными линиями на Рис. 6.7g. Как следует из уравнения (6.3), эта поправка в целом воспроизводит поведение холловского коэффициента, ρ_{xy}/B (показанного на Рис.6.7f): чем больше холловский коэффициент, тем меньше поправка.

Все зависимости $\Delta\sigma(B_{\perp})$, измеренные для разных температур, концентраций, углов наклона и образцов, обладают схожим поведением: в малых полях (область А на Рис. 6.7g) величина $\Delta\sigma$ возрастает с полем, потом достигает максимума и убывает в области больших полей В. В низкополевой области А, особенность в $\Delta\sigma$ возникает из-за нелинейности холловского сопротивления с полем (как видно из Рис. 6.7f). Похожая низкополевая особенность наблюдалась ранее в различных 2D системах [Жанг1992,Ньюсон1987,Гох2008,Миньков2010] и до сих пор является мало понятой. В приложении В даётся подборка всех феноменологических свойств данной особенности и показывается, что она не описывается существующими теориями. Эмпирически граница между областями А и В (точка максимума $\Delta\sigma$) примерно следует уравнению $B_{\text{crossover}} \approx \sqrt{B_{tr}^2 + (k_B T / g\mu_B)^2}$.

Поправка к проводимости, уменьшающаяся с ростом поля в области В на Рис. 6.7g качественно согласуется с эффектами Зеемановского расщепления [Ли1982,Зала2001,Миньков2005]. Эти эффекты в кремнии не должны зависеть от направления. Для проверки данного свойства поле было отклонено на 45° от плоскости системы, а потом также были измерены ρ_{xx} и ρ_{xy} для того же набора температур, из которых, в свою очередь, была посчитана ЭЭП. Данная ЭЭП, как функция *полного* магнитного поля показана на Рис. 6.7g пунктиром. в высокополевой области В, монотонная часть ЭЭП (то есть если пренебречь эффектами Шубниковских осцилляций) в перпендикулярном и наклонном поле количественно совпадают, даже несмотря на то, что перпендикулярные компоненты поля отличаются в $\sqrt{2}$ раз. Это наблюдение демонстрирует Зеемановскую

природу полевой зависимости ЭЭП в области больших магнитных полей.

Другим красивым способом демонстрации зависимости $\Delta\sigma$ зависит от *полного* поля является вращение образца в постоянном поле, реализованное в работе [Кунцевич2013] Леонидом Александровичем Моргуном и входящее в качестве результата в его диссертацию.

Асимптотика ЭЭП в больших полях

Данные в области больших магнитных полей ($\mu_B B > k_B T$) должны асимптотически описываться формулой (6.12). Диапазон полей для наблюдения этого эффекта ограничен снизу низкополевой особенностью в эффекте Холла (при $B_\perp \sim 1$ Т), а сверху осцилляциями Шубникова-де Гааза (при $B_\perp \sim 1/\mu \sim 6$ Т). Поэтому диапазон наблюдения $\ln(B)$ зависимости ЭЭП меньше чем одна декада по магнитному полю.

Были выполнены детальные измерения тензора магнитосопротивления в полях до 15 Т при различных углах наклона поля. Высокополевая зависимость извлекаемой поправки от электрон-электронного взаимодействия подгонялась функцией

$$\Delta\sigma(B) = e^2/(2\pi^2\hbar) \times (-D \ln(B) + A \ln(T) + C), \quad (6.13)$$

где A и D - два положительных подгоночных параметра, единые для всех кривых. Согласно уравнению.(6.12): $A = (1 + 2n_v^2\lambda - \lambda)$ и $D = -2n_v^2\lambda$.

Пример данных магнитосопротивления и пересчитанной из них ЭЭП показан на Рис. 6.8. Видно, что зависимости $\Delta\sigma(B)$ для разных температур идут практически параллельно друг другу и лишь сдвигаются по вертикали; именно так и должна вести себя ЭЭП, согласно уравнению (6.13). Множитель A перед логарифмом в температурной зависимости может быть легко найден (см вставку к Рис. 6.8b); Для этого набора данных он составляет $A = 0.6 \pm 0.04$. Если рассматривать большие поля, то A не зависит от поля, как и должно быть. Поскольку для префактора D в полевой зависимости доступный диапазон полей меньше декады и нельзя сказать точно, в каких полях низкополевая особенность в эффекте Холла перестает влиять, можно только грубо оценить $-0.3 < D < -0.15$. Здесь нижняя граница оценки определяется малыми полями, $B < 6$ Т, а верхняя - большими ($B > 10$ Т).

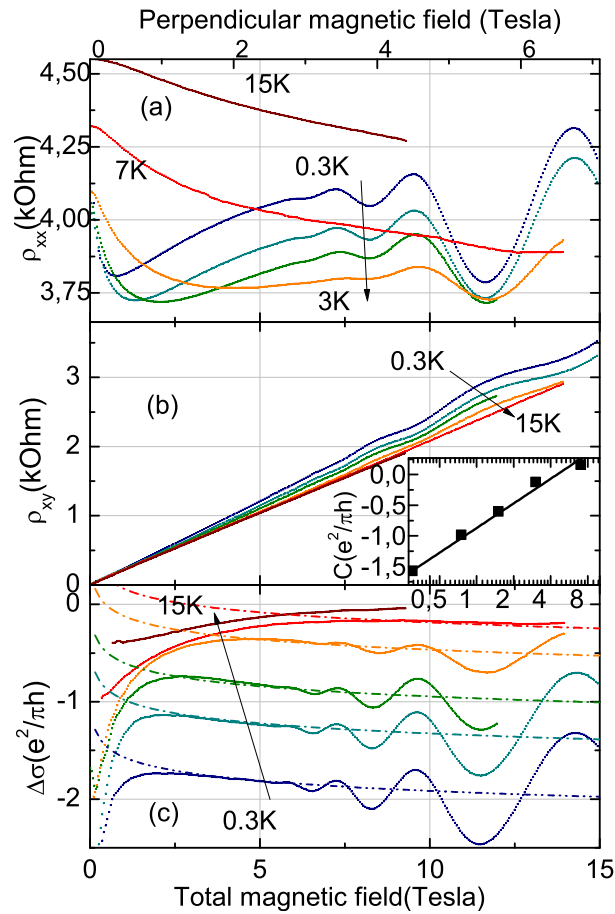


Рис. 6.8: (a),(b) Компоненты тензора сопротивления для образца Si-40 при разных температурах (0.3, 0.7, 1.6, 3, 7 и 15 K) в зависимости от полного магнитного поля (нижняя ось) и перпендикулярной его компоненты (верхняя ось). $n = 1.25 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$; $\theta = 62^\circ$. На панели (c) показана ЭЭП, вычисленная из данных с панелей (a) и (b) (сплошные кривые). Штрих-пунктирные линии – набор функций вида $\Delta\sigma = -0.15 \ln(B) + C$; Зависимость значения C от температуры показана на вставке к панели. Прямая линия линейная по $\ln(T)$ подгонка зависимости $C(T) \sim 0.65 \ln(T/7.5 \text{ K})$,

Следующим логическим шагом является анализ зависимостей двух префакторов, A и D , от концентрации носителей для проверки согласованности полученных данных между собой и с микроскопической теорией. На Рис. 6.9 показан тензор магнитосопротивления и соответствующая ЭЭП для достаточно большой концентрации $n = 2 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ и того же самого угла наклона. Поскольку проводимость возросла в 2.5 раза, влияние ЭЭП стало менее выдающимся на фоне проводимости Друде, тем не менее температурная и полевая зависимости ЭЭП остались примерно такими же: $A = 0.65$; $D = 0.2 - 0.4$.

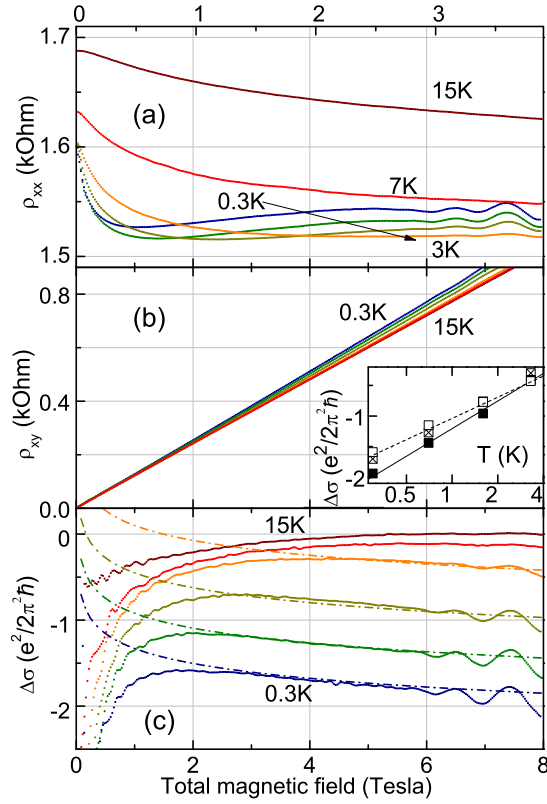


Рис. 6.9: (а),(b) Компоненты тензора сопротивления образца Si-40 при температурах 0.3, 0.7, 1.6, 3, 7 и 15 К в зависимости от полного магнитного поля (нижняя ось) и перпендикулярной компоненты (верхняя ось). $n = 2 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$; $\theta = 62^\circ$. (с)- ЭЭП, вычисленная из данных с панелей (а) и (b) (сплошные кривые). Штрих-пунктирные линии – набор функций вида $\Delta\sigma = -0.22 \ln(B) + C$; с различными C , которые дают удовлетворительную подгонку высокополевой асимптотики ЭЭП (см. текст). Вставка к панели (b): величины $\Delta\sigma(T)$, измеренные при 2 Т (□), 4 Т (⊗) и 8 Т (■). Сплошная линия - подгонка данных при 8 Т функцией $\Delta\sigma = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \times 0.65 \ln(T/6.4 \text{ К})$; пунктир - подгонка данных при 2 Т функцией $\Delta\sigma = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \times 0.5 \ln(T/8 \text{ К})$

Все значения параметров A и D собраны в таблице 6.2. Как объяснено выше, выраженной зависимости параметров от концентрации не наблюдается. Это не удивительно, потому что в данной области концентраций (i) параметр взаимодействия $r_s = (\pi n)^{-1/2}/a_B^*$ [Андо1982] мал $\sim 1.5 - 2.8$, и (ii) проводимость достаточно велика, так что параметры не испытывают сильных перенормировок [Панноуз2001, Миньков2003]. В Таблице 6.2 представлены значения F_0^σ пересчитанные из A и D при помощи уравнений (6.11), (6.12) для эффективного числа

долин $n_v = 1$ и 2. Для сравнения также приводятся значения F_0^σ , посчитанные из данных Шубниковских осцилляций [Пудалов2002] и высокотемпературных зависимостей $R(T)$ [Климов2008]. Стоит во-первых отметить, что величина F_0^σ , пересчитанная из A , растёт с концентрацией, что качественно согласуется с предыдущими работами. Во вторых, F_0^σ , измеренная из A для $n_v = 2$ количественно близка к ранее полученным данным. Сравниваясь с данными работы [Климов2008] надо иметь ввиду, что они получены в одновременной подгонкой температурной зависимости и в низкотемпературной диффузионной и в высокотемпературной баллистической области, где эффективно работают обе долины. Значения F_0^σ в диффузионном (данная работа) и баллистическом режимах и не обязаны совпадать по причинам, теоретически рассмотренным в работе [Зала2001-2]. Таким образом, можно считать согласие температурной зависимости ЭЭП с теорией разумным.

Теперь перейдем к полевой зависимости ЭЭП, то есть к параметру D . Возможными причинами для больших неопределённостей в значениях параметра D , а также их плохого согласия с параметром A могут быть: (i) слишком узкий диапазон полей для идентификации $\propto \ln(B)$ асимптотики, (ii) эффективное число долин ($1 < n_v < 2$) в полевой и температурной зависимостях в принципе разное. Для самой меньшей из исследованных концентраций, $n = 0.9 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$, низкополевая особенность в эффекте Холла также расширяется по полю, что мешает точному выделению логарифмической высокополевой $\Delta\sigma(B)$ зависимости; поэтому мы не измеряли для данной плотности значение D .

В данном разделе было описано три надежных эмпирических результата исследования ЭЭП, применимые к двумерному электронному газу в кремнии в области сильных магнитных полей и низких температур: (i) величина $\Delta\sigma(B, T)$ не имеет анизотропии с полем, (ii) $\Delta\sigma$ линейна по $\ln(B)$ и $\ln(T)$ в соответствии с ожидаемой асимптотикой, уравнение (6.12), и (iii) количественно величина поправки совпадает с ожидаемой. В целом, эти три обстоятельства однозначно указывают, что мы имеем экспериментально дело именно с диффузионной ЭЭП. Величина префактора в температурной зависимости $\Delta\sigma$ позволяет найти Фермижидкостную константу $|F_0^\sigma|$, которая падает с концентрацией электронов, как и ожидалось

Таблица 6.2: Сводная таблица параметров взаимодействия, посчитанная из экспериментальных данных по ЭЭП. Значения F_0^σ exp. посчитаны из значений электронной концентрации и экстраполяционных формул из работ [Пудалов2002,Климов2008].

$n, 10^{12} \text{ см}^{-2}$	0.9	1.25	2	3
$\rho_D, \text{ kOhm}$	8	4	2	0.9
r_s	2.77	2.35	1.86	1.52
F_0^σ exp.	-0.25	-0.2	-0.13	-0.076
A	0.25	0.6 ± 0.04	0.65 ± 0.05	0.65 ± 0.06
$F_0^\sigma(A) n_v = 1$	-0.72	-0.52 ± 0.04	-0.47 ± 0.05	-0.47 ± 0.06
$F_0^\sigma(A) n_v = 2$	-0.2	-0.12 ± 0.01	-0.1 ± 0.02	-0.1 ± 0.02
D	-	0.15 – 0.3	0.2–0.4	0.2–0.4
$F_0^\sigma(D) n_v = 1$	-	-0.20 ± 0.07	-0.17– -0.32	-0.17– -0.32
$F_0^\sigma(D) n_v = 2$	-	-0.06 ± 0.02	-0.05– -0.09	-0.05– -0.09

и разумно согласуется с предыдущими данными. Префактор при $\ln(B)$ у ЭЭП не противоречит микроскопической теории, но точность его определения слишком мала, чтобы делать физические выводы.

Магнитосопротивление.

Немонотонное магнитосопротивление в перпендикулярном поле при низких температурах наблюдалось в двумерных системах в n-Si и p-SiGe неоднократно с 1982 года [Прус2001,Бишоп1982,Колеридж2002]: с ростом поля, после некоторого падения сопротивления из-за подавления слабой локализации, в ρ_{xx} наблюдается рост (см, например. Рис. 6.7а). Этот эффект, однако, до сих пор не был понят и даже не обсуждался в литературе. Как видно из наших данных (Рис. 6.8а), отклонение поля от перпендикулярного положения делает этот эффект только больше, таким образом указывая на его зеемановскую природу. На качественном уровне это понятно, чем больше Зеемановская компонента поля, тем сильнее положительная компонента магнитосопротивления. В чисто параллельном поле магнитосо-

противление исчезает из-за подавления слабой локализации, и полное магнитосопротивление остаётся положительным. Вслед за Раймонди с коллегами [Раймонди1990], это магнитосопротивление в диффузионном режиме в двумерных системах приписывается ЭЭП [Князев2006] и используется для оценки параметров межэлектронного взаимодействия [Анисимова2007, Проскуряков2002]. Однако, сказать в какой степени ЭЭП отвечает за магнитосопротивление трудно, и ещё большие сомнения в этот вопрос вносят транспортные измерения из работ [Моргун2016, Пудалов2020].

Поскольку мы научились выделять диффузионную ЭЭП, то мы получаем возможность ответить на вопрос: в какой степени она вносит вклад в полное магнитосопротивление. Примечательно, что мы можем сделать это без подгоночных параметров. На рисунке 6.10а показан набор зависимостей сопротивления от магнитного поля, снятый при разных температурах для концентрации носителей $n = 1.25 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ в параллельном магнитном поле. Высокополевая асимптотика ЭЭП для того же образца и той же концентрации $\Delta\sigma = C + 0.15 \ln(B)$ также показана на Рис. 6.10а пунктирной кривой (префактор 0.15 для данной конкретной концентрации был найден ранее). Наблюдаемое магнитосопротивление (i) оказывается на порядок величины больше, чем ожидалось от ЭЭП, (ii) имеет гораздо более сильную температурную зависимость; таким образом, его природа другая. Это один из основных результатов данного исследования, потому что он ставит под вопрос справедливость использования магнитосопротивления для определения констант взаимодействия.

Таким образом диффузионная ЭЭП (множественные рассеиватели) даёт гораздо меньшее магнитосопротивление, чем наблюдается в эксперименте. Казалось бы, это означает, что эффекты перенормировки полем рассеяния на одиночной примеси должно быть определяющими. Чтобы это проверить, на Рис. 6.10а показана (точками) магнитопроводимость, вычисленная по формуле (4) из работы [Виткалов2003] (двухдолинная версия теории [Зала2001]) для системы с $\Delta_v = 0$, $\tau_v^{-1} = 0$, и $F_0^\sigma = -0.2$. Теоретические кривые, казалось бы, находятся в разумном согласии с экспериментальными данными. Это согласие (на фоне резкого рассогласования - пунктирной кривой на Рис. 6.10а) имеет простое физическое объяснение:

вычисленное магнитосопротивление для данных параметров примерно на 65% определяется баллистическим вкладом (перенормировкой рассеяния на одиночных примесях) и только на 35% - диффузионной ЭЭП.

Можно предположить, что если в баллистической и диффузионной областях использовать две разных F_0^σ [Зала2001-2], а также добавить ещё подгоночных параметров введением конечного долинного расщепления и времени междолинных переходов [Панноуз2010] (это ещё около 4 параметров), то можно добиться и идеального согласия с экспериментом. Примерно такая стратегия привела к согласию экспериментов по магнитосопротивлению в Si-МОП структурах с теорией [Зала2001] в работах [Климов2008, Виткалов2003].

Можно ли теперь утверждать, что открылся путь к полному пониманию магнитосопротивления в параллельном поле для 2D систем (хотя бы в Si-МОП) структурах? Ответ - однозначно нет! И это становится понятным именно при приложении даже небольшого перпендикулярного поля. Теоретически [Горный2004] вызванное эффектом Зеемана магнитосопротивление в наклонном поле должно оставаться неизменным. На рисунке 6.10b показано магнитосопротивление как функция полного поля при фиксированной температуре $T = 0.6$ К и $n = 1.25 \times 10^{12}$ см⁻² для различных углов наклона. В перпендикулярном поле (кривая 0°), по мере роста поля сначала подавляется слабая локализация (отрицательное магнитосопротивление); потом, до области осцилляций Шубникова- де Гааза магнитосопротивление практически отсутствует. Такое классически плоское магнитосопротивление означает, что подвижность не зависит от магнитного поля. В противоположном пределе параллельного поля (кривая 90°) наблюдается большое, 25% положительное магнитосопротивление в поле 6 Т. Уже этот факт сам по себе удивителен, поскольку разницы между параллельным и перпендикулярным полем в некантованных полях не ожидается.

В качестве мысленного эксперимента мы можем предположить что только параллельная компонента поля влияет на подвижность. Тогда, отклонение поле от параллельного (90°) всего на 15°), уменьшает параллельную компоненту только на 4%, а значит, мы бы ожидали примерно такого же роста магнитосопротивления как в чисто параллельном поле. Тем не

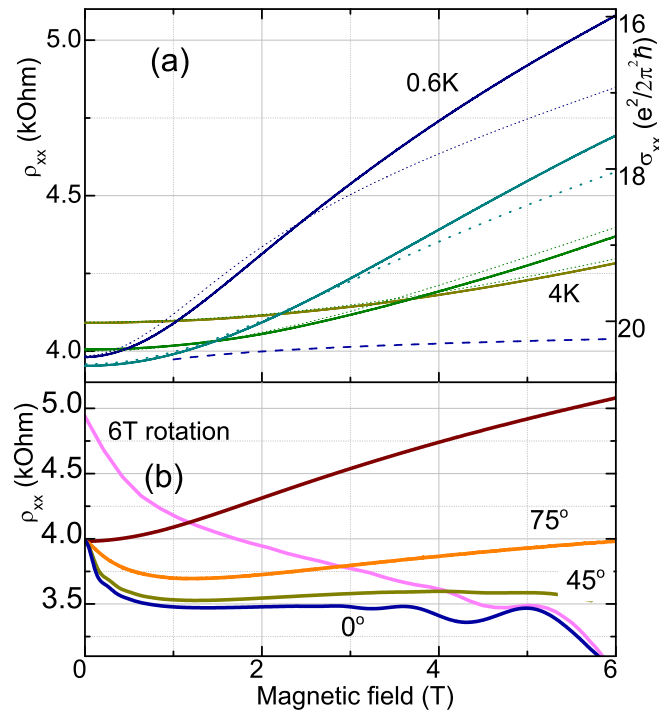


Рис. 6.10: (а) Магнитосопротивление в параллельном поле для образца Si-40, $n = 1.25 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ (сплошные линии). Температуры 0.6, 1.3, 2.2, 4 К. Правая ось ординат - пересчёт на проводимость. Точечные кривые - теория [Зала2001, Виткалов2003] для двухдолинной системы, с параметрами $F_0^\sigma = -0.2$, $\Delta_v = 0$. Пунктир - экспериментальное значение ЭЭП в пределе высоких магнитных полей ($C + 0.15 \ln(B)$). (б) Зависимость сопротивления от магнитного поля для показанных на панели углов наклона. $T = 0.6 \text{ К}$. Нижняя кривая соответствует ориентации поля перпендикулярно плоскости образца, а верхняя - параллельно. Кривая "6 T rotation" показывает магнитосопротивление в зависимости от перпендикулярной компоненты при вращении образца в поле 6 Т.

менее, как видно из рисунка для кривой 75° , после подавления слабой локализации положительный ход магнитосопротивления достаточно пологий (оранжевая кривая), сопротивление в поле 6 Т подросло всего на $\sim 6\%$ относительно минимального значения! Для промежуточного угла наклона (45°), магнетосопротивление (Рис. 6.10 б) лишь слегка отличается от такового в перпендикулярном поле, что явно подтверждает подавление магнитосопротивления в параллельном поле перпендикулярной компонентой.

Суммируя данные наблюдения, заключаем, что положительное магнитосопротивление,

которое мало в перпендикулярном поле и наклонном поле, резко возрастает, когда поле становится параллельно плоскости двумерной системы. Такое поведение контринтуитивно и качественно отличается от того, что наблюдается в системах на основе GaAs.

6.2.5 Обсуждение результатов

В данном исследовании при помощи измерения компонент тензора магнитосопротивления в наклонных магнитных полях, была извлечена поправка к проводимости от электрон-электронного взаимодействия и исследовано влияние эффектов Зеемановского расщепления на проводимость. Была продемонстрирована продуктивность данного подхода и выявлена предсказанная в работе [Ли1982] высокополевая асимптотика ЭЭП.

Также наши измерения выявили несколько загадочных особенностей магнитотранспорта в Si-MOП структурах. Прежде всего, это явление проявляющееся как падение ЭЭП в малых полях, или другими словами, рост холловского сопротивления в малых полях. Для выяснения природы этого эффекта ещё требуются как дополнительные измерения на образцах с различными параметрами, так и создание теоретической модели.

Другим важным наблюдением является то, то магнитосопротивление в параллельном поле не определяется только ЭЭП. Это наблюдение ставит вопрос о применимости данного типа теории к определению параметров взаимодействия из магнитосопротивления (данные работ [Бурдис1988, Анисимова2007, Виткалов2003]). На самом деле, из наших данных следует, что существует какой-то, пока не выясненный механизм, который также приводит к магнитосопротивлению в параллельном поле. А для обоснованного выделения поправок от взаимодействия, механизмы необходимо разделять.

Ключевым результатом данной работы является обнаружение того факта, что магнитосопротивление в параллельном поле подавляется крайне небольшой, даже не квантующей перпендикулярной компонентой. Этот результат прямо противоречит теории поправок от электрон-электронного взаимодействия [Горный2004]. Если бы магнитосопротивление в параллельном поле вызывалось ЭЭП, то отрицательное магнетосопротивление согласно урав-

нению (6.2) как раз бы объясняло подавление магнитосопротивления при $\mu B_{\perp} = 1$. Однако, как показано выше, ЭЭП слишком мала, чтобы вызвать столь сильное магнитосопротивление. То есть, согласно уравнению (6.2), магнитосопротивление в параллельном поле связано с изменением подвижности с полем.

В литературе обсуждается несколько возможных потенциальных причин для зависимости подвижности от поля. (i) подвижность может падать с параллельным полем из-за эффектов конечной толщины квантовой ямы [ДасСарма2005-2]. Наши данные, однако, не поддерживают данный механизм (сравнение кривых 90° и 75° на рис. 6.10 показывает магнитосопротивление в 3 раза меньше при практически такой же параллельной компоненте. Этот сценарий также мало вероятен из-за очень узкой ямы в Si-МОП структурах (~ 3 нм) по сравнению с магнитной длиной $l_B[\text{нм}] = 25.7(B_{\parallel}[\text{T}])^{-0.5}$; (ii) подвижность может зависеть от расщепления Зеемана согласно теории рассеяния на экранированных примесях [Долгополов2000, ДасСарма2005, ДасСарма2005-2]. Этот механизм должен приводить к магнитосопротивлению, не зависящему от направления поля, что наблюдалось, например, в сильно легированных кремниевых квантовых ямах, с заполнением многих подзон размерного квантования [Трауп2007]. Опять же в наших данных такого поведения нет. (iii) Шероховатость поверхности также приводит к подавлению слабой локализации параллельным полем [Менс1987]. Этот механизм даёт отрицательное, а не положительное магнитосопротивление, поэтому не относится к обсуждаемым результатам.

С экспериментальной точки зрения, мы имеем феноменологию, противоречащую общепринятым аргументам: магнитосопротивление в параллельном поле сильно подавляется при добавлении небольшой перпендикулярной компоненты. Отметим, что помимо наших образцов, по-видимому и другие двумерные системы обладают сходной феноменологией. Так сильное положительное магнитосопротивление в параллельном поле сосуществует с практически нулевым в перпендикулярном в таких 2D системах как p-GaAs [Кумар2005], напряженный Si [Лаи2005], Si/SiGe квантовые ямы [Окамото2004]. Эффект делокализации перпендикулярным полем был также сообщен для Si-МОП структур высокой подвижности, демон-

стрирующих переход металл-изолятор в области малой концентрации электронов и относительно высокого сопротивления ($\rho \gtrsim 2\pi\hbar/e^2$) [Кравченко1998]. Это явление абсолютно не объяснено, вопрос о причинах остаётся открытым.

На основании наших данных нам представляется, что низкополевая особенность в эффекте Холла и это подавление магнитосопротивления как-то взаимосвязаны (и то и другое происходят в области А на Рис. 6.7g). Эмпирический масштаб поля кроссовера между режимами А и В $B_{\text{crossover}} \approx \sqrt{B_{\text{tr}}^2 + (k_B T / g\mu_B)^2}$ указывает на связь низкополевой особенности в эффекте Холла с локализацией.

Предполагаем, что в основе понимания явления должна оказаться следующая модель (совместимая со сценарием спиновых капель): некоторая малая часть электронов локализована в состояниях с низкой энергией связи и сосуществует с электронами проводимости. Подчеркнём, что это не локализованные состояния из хвоста зоны ниже края подвижности [Голд2002-2, Виткалов2002]. По каким-то причинам, эти локализованные состояния не вносят вклад в эффект Холла в пределе $B_{\perp} = 0$, видимо просто надо рассматривать их как группу носителей нулевой подвижности. Также предположим, что именно эти локализованные состояния и являются причиной магнитосопротивления в параллельном поле. Это точно не противоречит наблюдениям влияния беспорядка на магнитосопротивление [Пудалов2001]. Приложение перпендикулярного поля меняет класс симметрии системы, вызывая делокализацию этих носителей, в то время как параллельное - наоборот, способствует локализации. Это объяснение ставит вопрос о том, что это за 10-30% от общего числа электронов, которые не участвуют в проводимости при $B_{\perp} = 0$ и как они влияют на магнитосопротивление в параллельном поле.

Подход с наклоном магнитного поля, проработанный здесь, может, и в принципе, должен быть применён для исследований ЭЭП в кремниевых структурах с высокой подвижностью носителей, демонстрирующих металлический знак температурной зависимости сопротивления ($\partial\sigma/\partial T < 0$) и переход металл-изолятор, который как предложено в некоторых работах [Панноуз2005], вызван ЭЭП. Эта задача, однако, с экспериментальной точки зрения до-

вольно трудна, поскольку высокие подвижности требуют милikelьвиновых температур (для достижения диффузионного предела $k_B T \tau / \hbar \ll 1$), которые также должны быть совмещены с изменением магнитного поля и возможностью *in-situ* вращать образец.

6.2.6 Приложение А: Тест на применимость асимптотики в сильных полях

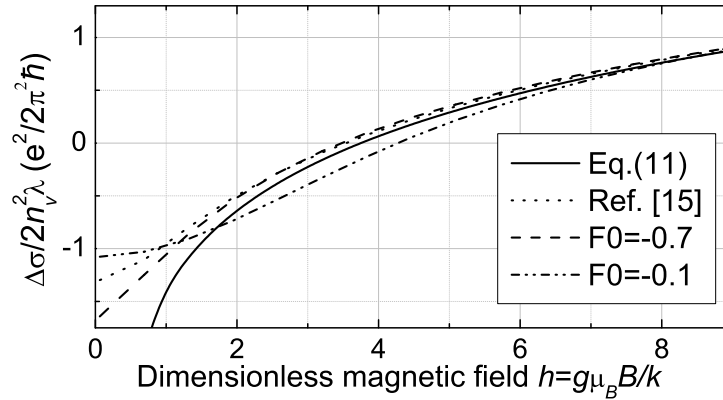


Рис. 6.11: Теоретические зависимости ЭЭП от магнитного поля, нормированные на множитель, связанный с силой межэлектронного взаимодействия. Сплошная линия - высокополевая асимптотик, уравнение. (6.12), точечная кривая - приближение из работы [Миньков2012] (см. текст), пунктирная и штрих-пунктирная линии - точные результаты для $F_0^\sigma = -0.1$ и $F_0^\sigma = -0.7$, соответственно. Кривые сдвинуты по вертикали для совпадения в пределе больших полей.

В оригинальных теоретических работах [Ли1982,Зала2001], зависимость ЭЭП от поля $\Delta\sigma(h)$ выражается через интеграл, у которого известны асимптотические значения при больших и малых h . Работать с интегралом неудобно, поэтому использовалась аналитическая асимптотика, уравнение (6.12). На Рис. 6.11 сравнивается точный результат $\Delta\sigma(h)$ для нескольких значений F_0^σ [Уравнение (15) из работы [Зала2001], в котором, заметим определение безразмерного параметра h отличается от принято здесь в 2π раз] и высокополевая асимптотика, линейная по $\ln(B)$, Уравнение (6.12). Из этого рисунка хорошо видно, что для различных F_0^σ , результаты неразличимы уже при $h > 2$. В то же самое время в режиме малых магнитных полей кривые сильно различаются: чем ближе величина F_0^σ к -1, тем сильнее

магнитопроводимость. Это легко объяснить физически: в больших магнитных полях остаётся $2n_v^2$ триплетных членов (из общего количества $4n_v^2 - 1$), а вместе с ними подавляется зависимость от F_0^σ . В режиме малых полей, чем ближе величина $F_0^\sigma \equiv (2/g^* - 1)$ к -1 (то есть к стонеровской неустойчивости), тем больше эффективный g -фактор, и соответственно сильнее отклик на магнитное поле.

Альтернативный подход использован в работе [Миньков2012] (уравнение 4), он связан с аппроксимацией кроссовер-функции. Соответствующая кривая также показана на Рис. 6.11.

С практической точки зрения условие $h > 2$ означает, что полное магнитное поле B [в Т] должно превышать $2.69 \times T$ [где температура измерена в К]. Это условие справедливо для приведённых низкотемпературных высокополевых данных на Рис. 6.8 и Рис.6.9.

6.2.7 Приложение В: нелинейность сопротивления Холла в малых полях

Нелинейность холловского сопротивления как функции поля в области малых магнитных полей при использовании описанной в данной работе процедуры выделения ЭЭП влияет и на зависимость $\mu(B)$ и на зависимость $\Delta\sigma(B)$ (уравнение (6.1)). Большинство механизмов рассеяния и квантовых поправок, включая поправку от слабой локализации и поправку Маки-Томпсона, перенормируют подвижность, а на эффект Холла не влияют [Альтшулер1985]. ЭЭП влияет на эффект Холла, но не имеет особенностей в малых полях. Таким образом, по сегодняшнему состоянию низкополевая особенность в эффекте Холла теоретически не объяснена, хотя экспериментально наблюдается не только нами. Отсутствие согласия низкополевого эффекта Холла с теорией впервые было отмечено Тоуссоном и Овадьяху [Тоуссон1988], а также неоднократно наблюдалась [Жанг1992, Ньюсон1987, Гох2008, Миньков2010], часто без каких-либо комментариев. Теоретически, конечно, тоже был предложен ряд механизмов [Миньков2010, Дмитриев2008, Микаэли2012], но в целом явление не понято.

Нелинейный эффект Холла в малых полях в Si-МОП структурах эмпирически обладает следующими свойствами: (i) Эффект слабеет с повышением температуры (см. напр. Рис. 6.8);

(ii) Амплитуда эффекта может достигать $10e^2/2\pi^2\hbar$ при самых низких температурах, то есть 30% от полной величины проводимости, что уже не позволяет считать его поправкой; (iii) Зависимость $\Delta\sigma(B)$ в целом определяется перпендикулярной компонентой поля. Чтобы показать это, на Рис. 6.12 сравнивается зависимость $\Delta\sigma(B)$ для перпендикулярной к плоскости образца ориентации поля $\Delta\sigma(B_\perp)$ и $\Delta\sigma(B)$ для ориентации $\theta = 45^\circ$; (iv) Диапазон полей, в котором наблюдается нелинейность, расширяется по мере того как концентрация, а, следовательно, и проводимость уменьшаются. (v) В Si-МОП структурах с низкой подвижностью носителей ($\mu \sim 0.2 \text{ m}^2/\text{Vs}$) эффект наблюдается при температурах $< 15 \text{ K}$ ($k_B T \tau / \hbar < 0.5$). Для образцов с высокой подвижностью носителей ($\mu > 2 \text{ m}^2/\text{Vs}$) мы не наблюдали признаков данной нелинейности вплоть до $T = 0.05 \text{ K}$ ($k_B T \tau / \hbar \approx 0.1$).

Возможно, что низкополевая нелинейность эффекта Холла связана со слабой локализацией, хотя последняя, как известно [Альтшулер1985] и не влияет на эффект Холла. Перпендикулярное поле, в котором существенно подавляется слабая локализация, можно оценить как $B_{\text{tr}} = \Phi_0/4\pi l^2 = \hbar c/(2el^2)$. Подставим длину свободного пробега из формулы Друде $l^{-1} = \rho_D \times (e^2/\pi\hbar) \times \sqrt{\pi n}$. Тогда для двухдолинной системы имеем: $B_{\text{tr}} = n\rho_q^2 \times (2\pi\hbar c/e)$, где $\rho_q \equiv \rho_D \times (e^2/2\pi\hbar)$ безразмеренное сопротивление Друде, и ρ_D для простоты взято равным $\rho(B=0)$; это упрощение оправдано при $\rho \ll 2\pi\hbar/e^2 \approx 26 \text{ кОм}$. Для практического использования этой формулы можно выразить $B_{\text{tr}}[\text{T}] = 0.062 \times n[10^{12} \text{ см}^{-2}] \times (\rho_D[\text{кОм}])^2$. Как нетрудно видеть, для наиболее исследованной концентрации $n = 1.25 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ оценка $B_{\text{tr}} \approx 1.25 \text{ Т}$ совпадает с полем, в котором наблюдается аномалия в эффекте Холла при самой низкой температуре (см. Рис.6.7,6.9,6.8). Это указывает на взаимосвязь между слабой локализацией и аномалией в эффекте Холла.

Наблюдение (iv) согласуется с данным сценарием, поскольку рост сопротивления системы действительно сдвигает B_{tr} в более высокие поля. Механизм нелинейности в эффекте Холла, связанный со слабой локализацией, был предложен в работе [Миньков2010], где наблюдаемая нелинейность интерпретировалась как поправка второго порядка, то есть перекрестный член ЭЭП (которая управляла величиной эффекта) и слабой локализации (которая опреде-

ляла полевую зависимость). В нашем случае знак эффекта противоположен наблюдаемому в работе [Миньков2010], и сам эффект значительно сильнее.

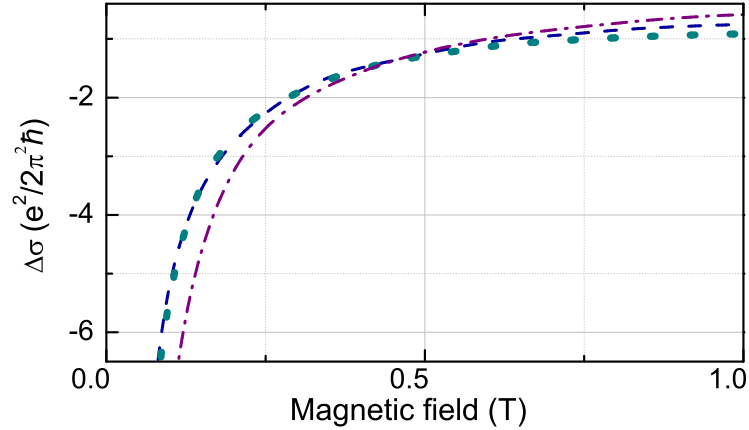


Рис. 6.12: Зависимости $\Delta\sigma(B)$ для образца Si-40 при $n = 1.25 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ и $T = 0.6 \text{ К}$ в трёх случаях: магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости системы (точечная кривая), магнитное поле направлено под 45° градусов к плоскости, а по оси абсцисс отложена его перпендикулярная компонента (пунктирная кривая, на глаз практически не отличимая от точечной), и те же самые данные, но по оси абсцисс - полное поле (штрих-пунктирная кривая).

Аналогичный знак эффекта, то есть уменьшение коэффициента Холла с полем до номинального значения $1/ne$ также следует из теории эффектов памяти [Дмитриев2008]. Однако, от этих эффектов трудно ожидать температурной зависимости, которая экспериментально наблюдается. Взаимодействие в куперовском (частица-частица) канале [Альтшулер1981] приводит к т.н. поправке в плотности состояний, подавляемой перпендикулярным полем $B \propto T/\mu$, аналогично тому, что наблюдается в эксперименте. Однако, наблюдаемый эффект слишком велик, чтобы претендовать на объяснение теорией квантовых поправок. На самом деле, если бы поправка к плотности состояний действительно определяла нелинейность эффекта Холла, то наблюдалась бы сильная температурная зависимость сопротивления диэлектрического знака в нулевом поле $\partial\sigma/\partial T \sim 10e^2/2\pi^2\hbar \times \ln(T) > 0$, которая бы значительно превосходила и слабую локализацию и ЭЭП. Отсутствие такой зависимости, а также соответствующего магнитосопротивления в перпендикулярном поле означает, что данная поправка не объясняет нелинейность эффекта Холла.

Другой моделью, часто используемой для объяснения нелинейностей в полевой зависимости эффекта Холла является многожидкостная модель. Однако, в данном случае применимость этой модели сомнительна, потому что в таком случае нелинейность эффекта Холла должна была сопровождаться большим положительным магнитосопротивлением в полях порядка $\sim 1/\mu$, то есть гораздо больших, чем наблюдается в эксперименте.

Подводя итог данному обсуждению можно сказать, что причина аномалии в эффекте Холла остаётся не выявленной и требует дальнейших исследований.

6.3 Квантовые поправки в эффекте Холла в плёнках халькогенидов висмута

Поправка от электрон-электронного взаимодействия, приводящая к добавке в эффект Холла, представляет собой, безусловно, универсальное явление. Тем не менее, все её наблюдения до нашей работы [Кунцевич2013] были произведены, в основном, либо в тонких плёнках металла, либо в двумерных системах на основе GaAs. Параллельно с нашей работой, где эффект удалось явно продемонстрировать в Si-MOП структурах, поправку начали находить и в других системах, например моно-[Жоаулт2011, Лара-Авила2011, Джобст2012] и много-[Ло2014] слоях графена, а в последствии в тонких оксидных плёнках [Юе2019], InSe толщиной несколько атомных слоёв [Кумар2020]. Ещё одной системой для наблюдения этой поправки могли послужить трёхмерные топологические изоляторы, то есть вещества, обладающие спектром с щелью в объёме и бесщелевыми киральными невырожденными по спину поверхностными состояниями. Эти материалы, интересны для физики и приложений, в основном, в виде тонких плёнок.

Среди многочисленных трёхмерных топологических изоляторов, Bi_2Se_3 и Bi_2Te_3 являются наиболее исследуемыми. У этих материалов большие значения объёмной запрещенной зоны, ~ 300 мэВ и ~ 150 мэВ, соответственно, носители расположены в центре зоны Бриллюэна, а получение данных материалов достаточно простое.

Демонстрация спиновых и топологических свойств в системах на основе этих материалов, как правило, требует низких температур. Понижение температуры не только уменьшает число степеней свободы, тем самым упрощая систему, но приводит к новым загадкам, одна из которых - это т.н. низкотемпературный транспортный парадокс [Лу2014]: плёнки этих материалов, как правило, демонстрируют положительное магнитосопротивление из-за подавления слабой антилокализации (САЛ), но в то же время при понижении температуры их сопротивление не падает, как должно из-за САЛ, а растёт. Такой закономерности подчиняются плёнки разного качества, выращенные различными методами, [Лиу2015-2, Жанг2014-2, Ванг2016], а также чешуйки, отщеплённые от объёмных кристаллов [Чуи2013], см. подробно обзор [Шен2012]. Таким образом, существует какой-то механизм, который перекрывает САЛ и делает температурную зависимость хорошо проводящих плёнок изоляторной.

В работах [Ванг2016, Чуи2013, Лиу2011, Ванг2011, Такагаки2012, Дей2014, Лу2014, Лиу2014-2] было предположено, что поправка к проводимости от электрон-электронного взаимодействия $\Delta\sigma_{ee}$ может стать причиной такого типа температурной зависимости проводимости. Авторы этих работ просто ссылались на теорию [Альтшулер1980, Ли1982]. Некоторые из групп пытались обработать температурную зависимость теорией поправок от электрон-электронного взаимодействия с использованием постоянной $K_{ee} \equiv 2\pi^2\hbar/e^2 \times d(\Delta\sigma_{ee})/d\ln(T)$ в качестве подгоночного параметра; однако, значения последнего, полученные при подгонке, имели большой разброс даже для образцов с примерно одинаковой концентрацией носителей.

Таким образом, до настоящей работы утверждение о том, что в тонких плёнках халькогенидов висмута проявляется поправка от электрон-электронного взаимодействия, не были достаточно обоснованы. Исследователям приходилось предполагать, что все низкотемпературные транспортные и магнитотранспортные свойства определяются суперпозицией только двух эффектов, то есть слабой антилокализации и поправки от электрон-электронного взаимодействия. То есть они вычитали из температурной зависимости проводимости поправку от слабой антилокализации, и всю оставшуюся температурную приписывали поправке от

электрон-электронного взаимодействия. Это неявное предположение никак не проверялось. В то же время, все тонкие плёнки топологических изоляторов являются многокомпонентными системами, а как было показано в теоретических работах [Лу2014,Кёниг2013], обобщение поправки от электроно-электронного взаимодействия на случай многокомпонентных систем не тривиально и не сводится к результатам [Альтшулер1980]. Если же принимать во внимание рассеяние между подсистемами, то проблема ещё больше усложняется [Панноуз2010, Кунцевич2007]. Таким образом, подгонять единственную температурную зависимость проводимости суперпозицией двух эффектов по меньшей мере некорректно, так как и сами эффекты сложные, и дополнительные поправки тоже могут иметь место (такие как поправка в плотность состояний [Ларкин1980], поправка Маки-Томпсона [Маки1968, Томпсон1970], и т.п.). Чтобы обойти эти проблемы, мы обратились к тому же чисто феноменологическому и надёжному подходу, что и в главе 6.2 - анализу одновременно с сопротивлением ещё и холловского сопротивления. Мы без микроскопических предположений показываем, что подрастание сопротивления при низкой температуре сопровождается подрастанием коэффициента Холла в неплохом согласии с теорией поправок от электрон-электронного взаимодействия.

Для тонких плёнок топологических изоляторов можно считать, что верхний и нижний "топологические" каналы, а также объём плёнки соединены параллельно, поэтому надо складывать их Друдевские тензоры проводимости; это однако не влияет на предел малых полей(см Appendix I в работе [Кунцевич2016-2]). Поскольку в эпитаксиальных плёнках этих материалов подвижности носителей больше $0.5 \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$ трудно достижимы [Коирала2015], то в отличие от Si структур, обсуждавшихся в разделе 6.2, низкополевой режим ($B < 1/\mu$) для большинства плёнок простирается до магнитных полей несколько Т. Другим важным обстоятельством, является то, что слабая антилокализация не должна влиять на эффект Холла [Альтшулер1985,Фукуяма1980], то есть можно прямо измерять поправку от электрон-электронного взаимодействия при помощи формулы (6.4), предполагая при этом, что кроме данной поправки, других эффектов, влияющих на температурную зависимость эффекта Холла нет.

Соответственно, можно использовать два способа экспериментального определения величины K_{ee} : (i) из магнитосопротивления в малых полях определяется и вычитается из низкотемпературной зависимости $\sigma(T)$ в нулевом магнитном поле поправка от слабой локализации. За вычетом поправки считается, что температурная зависимость проводимости будет $\Delta\sigma_{ee} = K_{ee}^{xx} e^2 / (2\pi^2 \hbar) \ln(T)$. (ii) Анализируется температурная зависимость коэффициента Холла при помощи Уравнения (6.4). Если считать, что поправка много меньше, чем друдевская величина проводимости, то мы получаем $\Delta\sigma_{ee}(T) = \sigma_D \times [\rho_{xy}(B, T) - \rho_{xy}^D(B)] / \rho_{xy}^D(B)$. Друдевским можно считать значение холловского сопротивления $\rho_{xy}^D(B)$ взятое при высоких температурах, $T\tau > 1$ вне диффузионного режима по электрон-электронному взаимодействию. Поскольку изменение холловского сопротивления с температурой мало, выбор величины ρ_{xy}^D оказывается не столь важным. Более того, как видно из полевых разверток, таким образом определённая величина $\Delta\sigma_{ee}(T)$ не зависит от магнитного поля B .

6.3.1 Образцы

Одним из следствий исследований, изложенных в данной главе, стала поддержка и развитие в ФИАНе эпитаксиальной технологии халькогенидов висмута. Здесь уместно вкратце упомянуть об получении и свойствах исследуемых образцов. Халькогениды висмута-сурьмы $(\text{Bi}, \text{Sb})_2(\text{Se}, \text{Te})_3$ имеют слоистую структуру (между слоями - Ван-дер-Ваальсова связь, внутри слоёв - ковалентная), пространственную группу $R\bar{3}m$. Слои представляют собой пятислойки халькоген-металл-халькоген-металл-халькоген, каждый следующий элемент в которых расположен в узлах треугольной решётки, сдвинутой и повернутой относительно предыдущего. Данные материалы обладают большим количеством и разнообразием собственных точечных дефектов [Дай2016]. Если, например, вырастить Bi_2Se_3 с избытком Bi, то образуется большое количество Se вакансий, а если с избытком Se - антиструктурных дефектов. И те и те дефекты являются донорами [Сканлон2012], поэтому Bi_2Se_3 почти всегда получается n -типа, как в кристаллах, так и в плёнках. В теллуридах избыток металла позволяет получить p -тип проводимости, но при существенном избытке в структуре образуются вставки

бислоёв висмута, и структуры типа Bi_3Te_4 , Bi_5Te_7 , BiTe . Поскольку эти материалы традиционно исследовались и использовались как термоэлектрики, то интерес представлял рост аморфных плёнок, а технология кристаллических эпитаксиальных плёнок начала интенсивно развиваться только с открытием их топологических свойств, то есть примерно с 2010 года. Лидирующими командами в росте эпитаксиальных плёнок халькогенидов висмута являются богатые зарубежные лаборатории: Университет Токио (группа Токуры), Стэнфорд (группа К. Ванга), Ратгерс (группа С. Оха), Вюрцбург (группа Лоренса Моленкампа), университет Синьхуа (Пекин), группа Ёичи Андо (Осака-Кёльн). Все эти группы имеют по несколько машин молекулярно-лучевой эпитаксии, большие команды и много мощных методик, что позволяет им идти широким фронтом и помимо получения самих эпитаксиальных плёнок пробовать разные варианты процессинга и многочисленные варианты исследований.

Работы по росту эпитаксиальных плёнок данных материалов в ФИАН начались в 2012 под руководством трагически ушедшего из жизни академика Юрия Васильевича Копаева. Они ведутся в основном силами Юрия Григорьевича Селиванова с помощью одного инженера (Евгения Григорьевича Чижевского). Плёнки выращиваются на установке ЭП-1201 (1989 года выпуска). Пока (на 2020 год) выращено чуть меньше 200 плёнок с различными параметрами и составами, что совсем не много. Транспортные исследования плёнок дают обратную связь для технологии. При таких исследованиях и была обнаружена температурная зависимость холловского сопротивления, о чём рассказывается в данной главе, работа [Кунцевич2016-2]. Также проводились измерения магнитосопротивления и эффекта Холла до больших полей [Овешников2016] и предпринимались, правда безуспешные, попытки получить допированные стронцием сверхпроводящие плёнки [Волошенюк2019]. Характеризацию плёнок при помощи рентгеновской дифракции выполнял В.П. Мартовицкий. Параллельно для группы Б.А. Аронсона, на той же установке выращивались допированные европием плёнки Bi_2Se_3 [Овешников2018], а также проведены дорогостоящие исследования на просвечивающем электронном микроскопе. Исследование магнитоосцилляций в данных плёнках способствовало появлению теоретического анализа, изложенного в гл. 7.

К сожалению, при измерении электрических величин, успех в данной области, помимо самих плёнок зависит ещё и от постобработки. Ключевым является создание плёнок с затвором, в которых можно помещать уровень Ферми в запрещенную зону. Чтобы сделать этот технологический шаг, нужно большое напряжение ресурсов. Данная задача пока остаётся на будущее. В случае HgTe (главы 4,5) подобная же задача решалась гораздо легче из-за более высокого качества материала, потому что необходимо было при помощи затворного напряжения изменять двумерную концентрацию на величины порядка $\sim 10^{11} \text{ см}^{-2}$ (на полтора-два порядка меньше, чем нужно для управления халькогенидами висмута), для чего хорошо подходил париленовый диэлектрик.

Для работы по исследованию эффекта Холла было отобрано несколько пленочных образцов с различными подвижностями и концентрациями носителей. В настоящей главе подробно разбирается образец Bi_2Se_3 -685, измерявшийся в установке PPMS. Измерения на остальных образцах, параметры которых собраны в Таблице 1 в работе [Кунцевич2016-2], показали, в целом, аналогичные результаты. Данные измерения были проведены при большом непосредственном участии В.А. Прудкогляда на установке Cryogenics 21T-0.3K, соответственно, их специфические особенности, не относящиеся к результатам данной главы, не входят данную диссертацию.

Здесь следует описать порядок роста и характеристики плёнок. Плёнки Bi_2Se_3 и Bi_2Te_3 выращивались на подложках BaF_2 ориентации (111), аналогично работам [Каха2013,Хофер2014] (исключение образец - Bi_2Se_3 -707 был выращен на подложке Al_2O_3). Образцы выращивались не из атомарных висмута и халькогена, а из молекулярных Bi_2Te_3 и Bi_2Se_3 , загруженных в отдельные кнудсеновские ячейки, а также дополнительных источников халькогена для компенсации его реиспарения. Калибровка потоков осуществлялась до и после роста при помощи ионного датчика потока. отношение эквивалентных потоков в пучках $\text{Se}:\text{Bi}_2\text{Se}_3$ ($\text{Te}:\text{Bi}_2\text{Te}_3$) поддерживалось на уровне 2:1 для достижения наилучшей стехиометрии в плёнке. Рост осуществлялся при температуре подложки около 320 С при скорости роста порядка 0.3 нм/мин. Монокристалличность и структура растущей плёнки *in-situ*

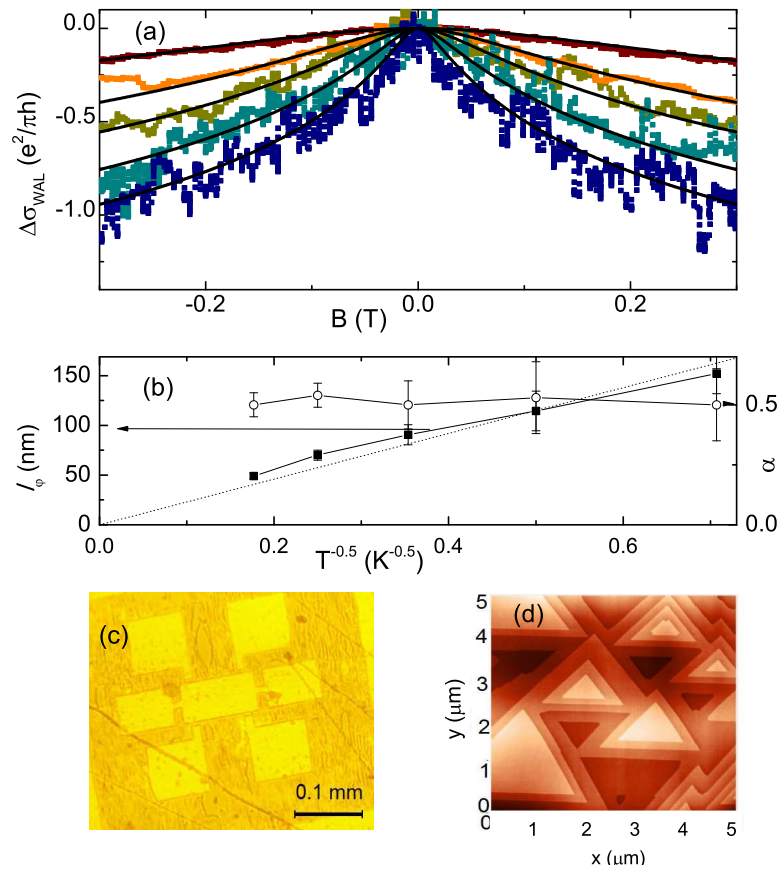


Рис. 6.13: (а) Магнитопроводимость, обусловленная слабой локализацией в поле B_\perp для образца Bi_2Se_3 -685 (точки). Температуры сверху вниз 32, 16, 8, 4 и 2 К, соответственно. Чёрными линиями показана подгонка по формуле (6.14). (б) Соответствующие температурные зависимости параметров l_ϕ (левая ось, ■) и α (правая ось, ○) из этой подгонки (6.14). (в) Оптическое изображение меза-структуры образца Bi_2Se_3 -685. (г) Типичная морфология плёнки, исследованная при помощи атомно-силового микроскопа. Ступеньки по высоте соответствуют пятислойкам ~ 1 нм.

контролировались по дифракции быстрых электронов: все плёнки росли с гладкой поверхностью. После роста плёнки на подложке охлаждались до комнатной температуры. Далее плёнки либо не закрывались, либо закрывались 30 нм аморфным слоем Se, либо 100 нм BaF_2 . Рентгеновская дифракция (2θ - сканирование) показывала наличие только пиков $3l$, при этом ось c была ориентирована перпендикулярно подложке во всех плёнках. Для плёнок различной толщины, от 9 до 50 нм, полуширина на полувысоте кривой качания рефлекса (0006) в гексагональных обозначениях не превышала 0.1° , что подтверждает высокую кристаллич-

ность плёнок. Толщина плёнок определялась по рентген-рефлектометрическим кривым, либо по вторичным пикам вблизи интенсивных рефлексов (0006) и (00015) (пример кривых $2\theta - \omega$ сканирования для серии плёнок из работы [Волошенюк2019] приведён на Рис. 6.14), также для пары плёнок был проведен контроль при помощи атомно-силового микроскопа (см. пример на Рис.6.13d).

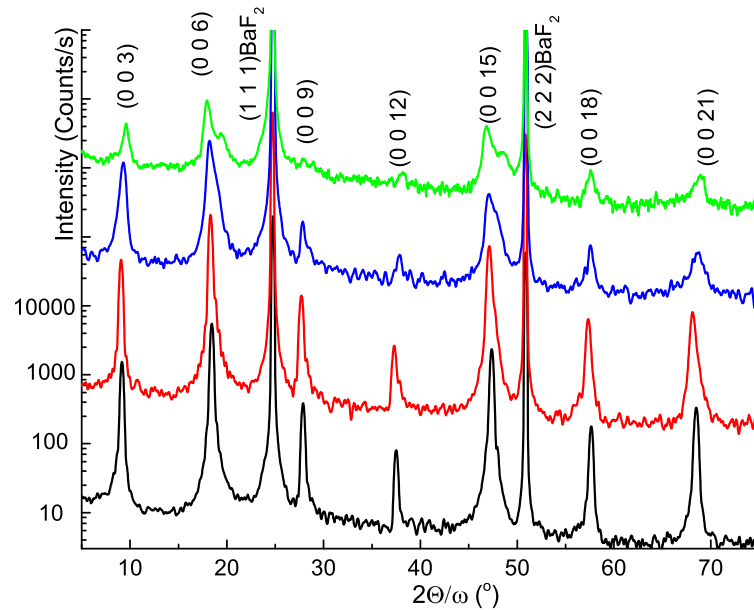


Рис. 6.14: Пример семейства кривых $2\theta - \omega$ сканирования для плёнок номинального состава $Sx_x:Bi_2Se_3$ из работы [Волошенюк2019]. Данное изображение приводится для иллюстрации качества выращиваемых плёнок и возможности определения их толщины по периоду вторичных экстремумов $L(\sin \omega_1 - \sin \omega_2) = \lambda/2$.

Мега-структуры холловских мостиков исследуемых образцов либо паттернировались при помощи лучевой литографии (на установке Heidelberg $\mu Pg101$) с последующим вытравливанием в кислородной плазме (см. оптическое изображение на Рис.6.13с) или просто выцарапывались бритвой вручную. Последний способ, конечно, порождает неопределённости в геометрии образца, однако помогает сохранить поверхность. Провода к контактным площадкам были присоединены с помощью графитовой или серебряной пасты. Результаты, полученные на вытравленных и выцарапанных образцах аналогичны. Сопротивление всех исследуемых образцов не превышало 1.5 кОм на квадрат, поэтому их правомочно рассматривать как хо-

рошие металлы, где квантовые поправки дают небольшой вклад в сопротивление.

С электронной точки зрения исследованные тонкие плёнки являются, конечно, квазидвумерными системами, то есть они содержат по меньшей мере три взаимодействующих подсистемы (электронный газ на двух поверхностях и в объёме), соединённых параллельно. Тем не менее, представляется правильным считать такую систему двумерной, и её сопротивление R измерять в Омах, пересчитывая в величину удельного сопротивления $\rho = R(w/l)$ [измеряемую в Омах на квадрат]. Обратную к данной величину можно называть двумерной проводимостью. Так можно делать, потому что (i) в пределе низких температур движение носителей в перпендикулярном плоскости квант-слоёв направлении когерентно (длина сбой фазы значительно превосходит толщину плёнки), (ii) сопротивление плёнок практически нечувствительно к параллельному полю [Овешников2016], (iii) сам факт наблюдения логарифмических по температуре поправок, как нами, так и другими исследователями [Ванг2016, Такагаки2012, Ванг2011, Лиу2011] уже указывает на двумерность.

Как и для Si-МОП структур, для плёнок топологических изоляторов проводились измерения магнитосопротивления и эффекта Холла в установках PPMS и CFMS по четырёхточечной схеме при помощи синхронного детектора на частотах ($f = 13 - 33$ Гц) и при токах не более 0.1 мкА. Диапазон температур составлял 0.3-300 К а магнитных полей до 7 Т. Измерительный ток не влиял на сопротивление образца. Магнитное поле разворачивалось в обе стороны, а сигнал магнитосопротивления (эффекта Холла) симметризовался (антисимметризовался). Для исследования слабой антилокализации делались развертки поля с меньшей скоростью.

6.3.2 Результаты

Магнитосопротивление в слабых полях, обусловленное слабой антилокализацией обычно описывается упрощенной формулой Хиками-Ларкина-Нагаоки (ХЛН):

$$\frac{\Delta\rho_{\text{WAL}}(B)}{\rho_D^2} = \alpha \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \left[\Psi \left(\frac{\hbar}{4el_\phi^2 B} + \frac{1}{2} \right) - \ln \left(\frac{\hbar}{4el_\phi^2 B} \right) \right] \quad (6.14)$$

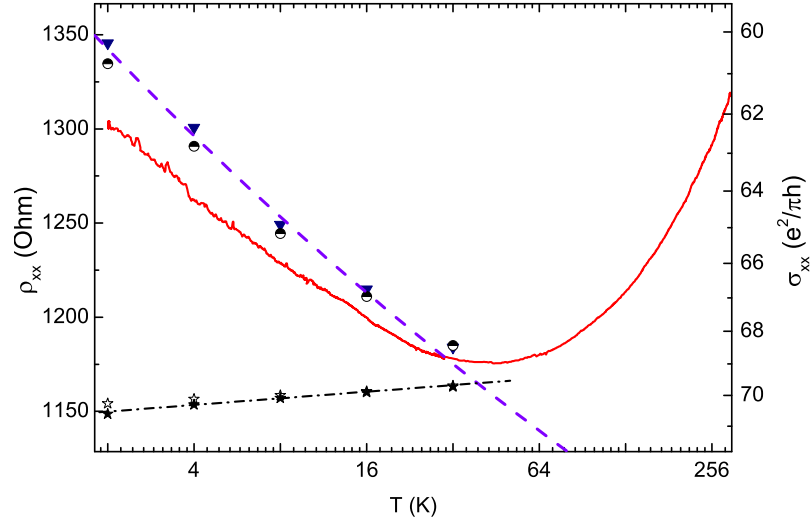


Рис. 6.15: Температурная зависимость сопротивления/проводимости (левая/правая оси) для образца Bi_2Se_3 -685 – красная кривая. Символы – квантовые поправки: ▼ – поправка от электрон-электронного взаимодействия, определённая по эффекту Холла из формулы (6.4), ● – температурная зависимость сопротивления за вычетом поправки от САЛ; ★ – поправка от САЛ, определённая из магнитосопротивления по формулам (6.14) и (6.15), ★ – температурная зависимость САЛ, определённая как $\Delta\sigma_{WAL} = \rho(B = 0)^{-1} - \rho(B = 1\text{T})^{-1}$. Пунктир показывает подгонку логарифмической зависимостью для определения K_{ee} .

Здесь l_ϕ – длина сбоя фазы и α префактор, то есть подгоночный параметр, имеющий смысл количества каналов слабой антилокализации. Эта формула применима в так называемом диффузионном режиме, когда и длина сбоя фазы l_ϕ и магнитная длина $l_B \equiv \sqrt{\hbar/eB}$ много меньше длины свободного пробега l . На Рис. 6.13 показаны примеры магнитопроводимости, обусловленной слабой антилокализацией для образца Bi_2Se_3 -685 и подгонка формулой ХЛН. Аналогично множеству других работ на плёнках халькогенидов висмута [Ванг2016 Дей2014, Чен2011, Таскин2012], мы находим, что префактор α близок к 0.5 и не зависит от температуры. Данное наблюдение, как считается, является индикатором сильного спин-орбитального взаимодействия в системе. Длина сбоя фазы обратно пропорциональна $T^{-0.5}$, как это должно быть, если дефазировка вызвана электрон-электронным взаимодействием [Альтшулер1985], что тоже находится в согласии с наблюдениями других групп [Ванг2016,

Чен2011, Таскин2012, Чуи2013]. Температурная зависимость поправки к проводимости из-за слабой антилокализации в нулевом поле выражается как:

$$\frac{\Delta\rho_{\text{WAL}}(T)}{\rho_D^2} = -\alpha \frac{e^2}{\pi^2\hbar} \ln(l_\phi/l) \quad (6.15)$$

Эта зависимость была построена звёздами на Рис. 6.15. Можно определять эту зависимость из данных и другим способом(аналогично работам [Лиу2014-2,Такагаки2012]): как разность проводимостей при $B = 0$ и некотором конечном поле B_0 , в котором температурная зависимость поправки практически подавлена: $\Delta\sigma_{\text{WAL}} \approx \sigma(B = 0) - \sigma(B_0)$. Результаты полученные этим методом (полые звёзды на Рис.6.16) с разумной точностью совпадают с тем, что было получено подгонкой магнитосопротивления по формуле (6.14) и последующей подстановкой в уравнение (6.15).

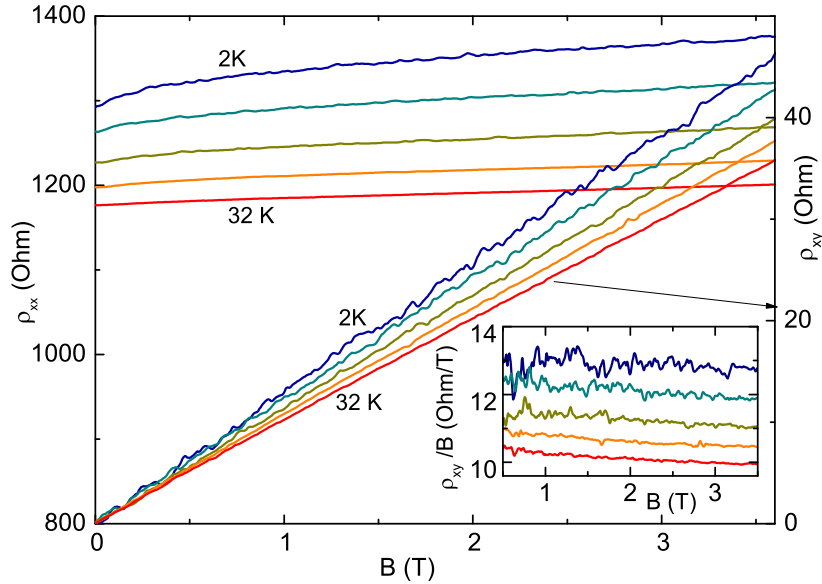


Рис. 6.16: Зависимость сопротивления(левая ось) и холловского сопротивления (правая ось) от перпендикулярного магнитного поля для образца $\text{Bi}_2\text{Se}_3\text{-685}$ при температурах 2, 4, 8, 16, и 32 K (указаны на рисунке). На вставке - холловский коэффициент ρ_{xy}/B как функция магнитного поля для того же набора данных.

Влияние поправки от электрон-электронного взаимодействия для образца с вытравленной мезой $\text{Bi}_2\text{Se}_3\text{-685}$ проявляется наиболее сильно: на рис. 6.16 показан эффект Холла и магни-

тосопротивление, как функции магнитного поля, измеренные при различных температурах. С ростом магнитного поля проявляется положительное и не зависящее от температуры магниттосопротивление на фоне слабой антилокализации. Это магнитосопротивление является следствием наличия нескольких параллельных каналов проводимости (объёмных и поверхностных). Сопротивление Холла линейно по магнитному полю, но имеет примечательную особенность: холловский наклон растёт с понижением температуры. Столь существенное его изменение ($\sim 20\%$ см вставку к Рис. 6.16) было бы невозможно из-за полной электронейтральности системы, если бы оно было связано с изменением концентрации; это указывает на то, что существенна поправка от электрон-электронного взаимодействия, как следует из уравнения (6.3).

Если интерпретировать температурно-зависящую часть холловского наклона уравнением (6.4), то напрямую получается температурная зависимость поправки от электрон-электронного взаимодействия, которую можно сравнить с изменением удельного сопротивления с температурой (треугольники на Рис. 6.15). Когда из зависимости $\rho_{xx}(T)$ вычитается поправка от слабой антилокализации (звёзды на Рис. 6.16), получается практически идеальное согласие с холловскими данными (кружки на Рис. 6.16). Наблюдение такого согласия является основным результатом, полученным в данной работе на плёнках халькогенидов висмута. Более того, сама температурная зависимость очевидно является логарифмической, $\Delta\sigma_{ee} = K_{ee} \times e^2 / (2\pi^2\hbar) \ln(T)$, а это значит, что $K_{ee}^{xx} = K_{ee}^{xy}$.

Существенно, что совпадение K_{ee}^{xx} и K_{ee}^{xy} не единично, а наблюдается в различных образцах (Таблицу 1 в работе [Куннцевич2016-2]).

6.3.3 Обсуждение результатов

Важно, что при выцарапывании образца существует неопределённость в геометрии, которая, хоть и влияет на абсолютные значения α и K_{ee} , не меняет соотношений между ними и проводимостью образца, а значит, не влияет на феноменологический результат. Важным свойством обеих поправок к проводимости является их логарифмическая температурная за-

висимость. Этот логарифм обрезается при высоких температурах, когда соответствующая длина (взаимодействия или сбоя фазы) сравнивается с длиной свободного пробега (что в наших образцах соответствует 10-300 К, то есть выше температуры минимума в сопротивлении). В низкотемпературном пределе можно пренебречь температурной зависимостью времени свободного пробега.

На самом деле, отсутствие точного количественного согласия с теорией квантовых поправок не столь удивительно, поскольку в плёнках заполнено несколько объёмных зон и поверхностные. Даже в более простых системах отсутствие согласия наблюдалось ранее [Миньков2001, Кунцевич2013]. Есть много неисследованных факторов, которые могут повлиять на транспорт в плёнках халькогенидов висмута, например образование бислоёв висмута [Коэльо2013], пространственная неоднородность, окисление поверхности и невоспроизводимый изгиб зон [Скинер2012], межподзонное рассеяние и т.д. Поэтому границы применимости формулы (6.4) еще следует проанализировать теоретически.

Значения K_{ee}^{xx} сравнимы с полученными другими группами [Ванг2016, Чуи2013, Дей2014, Ванг2011, Такагаки2012], тогда как температурная зависимость эффекта Холла в приведённых работах не анализировалась. Тем не менее, такая зависимость в плёнках других групп очевидно тоже была, например она видна в данных из работы [Хе2011] [плёнка толщиной 7 нм, показанная на Рис. 4(a) и 4(d)], и в работе [Барзола2015] (Рис. 8), где видна корреляция между ростом сопротивления и коэффициента Холла с понижением температуры. Стоит отметить, что для плёнок из упомянутых работ сопротивление на квадрат и величина эффекта Холла сопоставимы со значениями из нашей работы [Кунцевич2016-2].

6.4 Выводы по данной главе

В данной главе был применён феноменологический подход с анализом магнитосопротивления и эффекта Холла к различным двумерным системам для выявления малых поправок к тензору проводимости.

В области сравнительно высоких температур $k_B T \tau / \hbar > 1$, где ожидалось исчезающе ма-

лое магнитосопротивление, был обнаружен универсальный для различных систем эффект - немонотонное магнитосопротивление с максимумом, амплитуда которого росла с температурой, а положение смещалось в большие магнитные поля.

В системах на основе Si анализ тензора магнитосопротивления был совмещен с наклоном поля. Данные измерения выявляют два режима: малые и большие магнитные поля.

В области малых перпендикулярных полей двумерная система демонстрирует сильное и зависящее от температуры магнитосопротивление в параллельном поле, а холловский коэффициент может превышать друддевское значение на 30%, сильно зависит от поля и растёт с понижением температуры. Эта аномалия в эффекте Холла феноменологически связана со слабой локализацией.

В области больших магнитных полей особенность в холловском сопротивлении не проявляется, что позволяет извлечь из тензора магнитосопротивления поправку к проводимости от электрон-электронного взаимодействия. Как и ожидалось, эта поправка не зависит от направления поля и является линейной по $\ln(T)$ и $\ln(B)$, что проверяет теоретическое предсказание Ли и Рамакришнана [Ли1982].

Стоит отметить, что величина экспериментально определённой ЭЭП, пересчитанная в сопротивление, оказывается примерно в 10 раз меньше, чем магнитосопротивление в параллельном поле. Таким образом, данное магнитосопротивление происходит в основном не из-за ЭЭП. Ещё более удивительным является то, что магнитосопротивление падает при добавлении перпендикулярной компоненты поля. Это напрямую доказывает не чисто зеемановскую природу данного магнитосопротивления.

Таким образом, наши измерения показывают неполноту существующей теории магнитотранспорта в разупорядоченных и взаимодействующих системах: слишком сильное магнитосопротивление в параллельном поле, его подавление перпендикулярной составляющей поля, низкополевая аномалия в эффекте Холла. Все эти явления ещё нуждаются в объяснении. В целом, представляется, что все эти явления взаимосвязаны и происходят от того, что перпендикулярная компонента поля подавляет тенденцию к локализации в системе.

Аналогичный подход использовался и в тонких плёнках топологических изоляторов семейства халькогенидов висмута, где поправка к проводимости от электрон-электронного взаимодействия в диффузионном режиме, тоже, как выяснялось, влияет на коэффициент Холла, вызывая логарифмическую по температуре добавку. Низкотемпературная зависимость сопротивления и холловского коэффициента от температуры согласованно описывается феноменологической моделью, предполагающей только два механизма: слабую антилокализацию и поправку от электрон-электронного взаимодействия. Таким образом, эффект Холла для данных плёнок впервые использован как альтернативный метод определения постоянной взаимодействия K_{ee} .

Глава 7

Влияние термодинамических условий на фазу квантовых осцилляций

7.1 Введение

Квантовые осцилляции являются мощным инструментом исследования проводящих систем. В частности, их частота несет информацию об экстремальных сечениях Ферми-поверхностей, а амплитуда - о массе носителей вблизи поверхности Ферми и квантовом времени (времени жизни электрона на циклотронной орбите). Недавно, в связи с большим интересом к системам с нетривиальной топологией электронного спектра большое внимание стала привлекать фаза осцилляций. Эта фаза часто ассоциируется с фазой Берри, топологической характеристикой, равной интегралу от кривизны Берри по зоне Бриллюэна. Для справки сообщим, что впервые роль фазы Берри в квантовых магнитоосцилляциях была отмечена в теоретической работе Микитика и Шарлая [Микитик1999]. Для детального изучения понятия фазы Берри и различных её проявлений можно порекомендовать обзор [Ксиао2010]. В исследованиях углеродных материалов, начиная с работы Йоичи Андо [Андо1998], и, особенно с открытием графена [Новосёлов2005, Жанг2005-2], стала обсуждаться принадлежность систем либо к топологически тривиальным (фаза $2\pi n$), либо к топологически нетривиальным (фаза $2\pi n + \pi$). Если не вдаваться в теоретические подробности, то разница между этими двумя классами

веществ в наличии (отсутствии) носителей с дираковским (коническим) спектром вблизи уровня Ферми.

Математическое утверждение о том, что фаза Берри сдвигает фазу осцилляций, следует из квазиклассических условий квантования, позволяющих определить энергию уровней Ландау [Микитик1999]:

$$S(\varepsilon_N, k) = \left(\frac{2\pi|e|B}{\hbar}\right)\left(N + \frac{1}{2} - \beta\right) \quad (7.1)$$

, где $S(\varepsilon_N, k)$ - площадь сечения N -й орбиты уровня Ландау в k -пространстве, а фазовый сдвиг β равен фазе Берри, деленной на 2π . Экспериментально строятся т.н. графики Берри (Berry plots), или по-другому веерные диаграммы (fan diagrams), представляющие собой зависимости $1/B_N$ (обратного поля, в котором наблюдается минимум проводимости), от соответствующего номера N . Как правило, точки ложатся на прямые линии, пересекающие ось абсцисс в определённой точке. В случае двумерных систем (например, электронного газа в квантовой яме или поверхности топологического изолятора), если эта точка целочисленная (N может быть известна с точностью до целого слагаемого), то система считается топологически-тривиальной, а если возникает полуцелое смещение, - топологически нетривиальной.

После того, как эксперименты на графене [Новосёлов2005, Жанг2005-2] блестяще продемонстрировали полуцелые положения минимумов проводимости, использование данного критерия приобрело массовый характер, в частности много анализировались топологические изоляторы [Таскин2011, Аналитис2010, Таскин2011-2, Ксионг2012, Пэн2016, Рен2012, Лэнг2012, Ксионг2013], полупроводники с гигантским расщеплением Рашбы [Муракава2013], купратные высокотемпературные сверхпроводники [Дюарон2015], пниктиды [Терашима2018], вейлевские [Хуанг2017-2, Луо2015] и дираковские [Као2015] полуметаллы, чёрный фосфор [Ксионг2015], серый мышьяк [Жао2017], дихалькогениды переходных металлов [Луо2016] и многие другие.

Тем не менее, иногда даже в системах с довольно простым спектром, как, например, трёхмерные топологические изоляторы семейства халькогенидов висмута, экспериментально на-

блюдаемая величина смещения на графике Берри отличалась от ожидаемого значения 0.5 довольно сильно [Аналитис2010, Таскин2011, Таскин2011-2, Ксионг2012, Пэн2016]. Для объяснения таких различий более детальные теории [Микитик2012, Таскин2011-2, Райт2013, Озерин2012] рассмотрели ряд механизмов: зеемановское расщепление, отсутствие электронно-дырочной симметрии, тригональные искажения поверхности Ферми. Оказалось, что Зеемановское расщепление (эффективно большое значение g -фактора) является наиболее реалистичным сценарием для объяснения расхождений в объёмных кристаллах халькогенидов висмута. Тем не менее, оставалось непонятным, почему от образца к образцу g -фактор испытывал такой большой разброс (от 2 до 70), что и послужило мотивацией рассмотреть термодинамику данной системы внимательнее.

В данной работе не предпринималось попыток ещё каким-нибудь образом исказить исходный гамильтониан системы, а вместо этого были детально проанализированы простые макроскопические механизмы. В частности, мы пересмотрели роль химического потенциала в трёхмерных топологических изоляторах (является ли он постоянным или меняется с полем). Показано, что для фазы осцилляций это существенно. Также продемонстрировано, что обычно молчаливо подразумеваемая однородность образца тоже важна для наблюдения правильного значения фазы. Хотя данная глава диссертации носит теоретический характер, существенность предложенных аргументов показывается на реальных примерах экспериментов с халькогенидами висмута. Также следует отметить, что рассмотренные механизмы не ограничиваются халькогенидами висмута и могут быть перенесены на другие системы (например полуметаллы).

7.2 Качественное рассмотрение двумерных систем

В 3D топологических изоляторах считается, что магнитоосцилляции сопротивления порождаются топологическими поверхностными состояниями, которые сами двумерные. Поэтому, вначале рассмотрим фазу магнитоосцилляций одиночной двумерной системы, такой как двумерный газ в квантовой яме или лист графена.

Спектр двумерной системы в магнитном поле B , перпендикулярном её плоскости состоит из уровней Ландау (УЛ), каждый из которых обладает фиксированной ёмкостью Be/h на единицу площади ($2.41 \cdot 10^{10} \cdot B[\text{T}] \text{ см}^{-2}$). Условие полной электронейтральности системы сводится к постоянству полной 2D концентрации носителей $n(T, B) = \text{const}$. Соответственно, если заполнено целое число N УЛ, получаем:

$$1/B_N = Ne/(hn) \quad (7.2)$$

Это уравнение отражает кратность вырождения УЛ и не зависит от спектра носителей в нулевом поле. Химический потенциал движется по пилообразной траектории вдоль лестницы УЛ и перепрыгивает через щели в точках B_N , где выполнено условие (7.2), см. Рис. 7.1a. В этих точках наблюдаются минимумы проводимости (и, в чисто двумерном случае, одновременно, сопротивления), а целое число N может быть прямо найдено из значения холловского сопротивления на в центре плато квантового эффекта Хола $R_{xy} = h/(e^2N)$. Если находить фазу Берри из веерной диаграммы 2D системы, то согласно условию (7.2), должен всё время получаться 0!!! В случае осцилляций Шубникова-де Гааза, т.е. если магнитное поле не достаточно сильно, чтобы открыть полную щель в спектре между УЛ, все эти соображения, тем не менее, всё равно остаются справедливы и значения B_N находятся из минимумов проводимости. Возникает естественный вопрос: почему же в графене, начиная с работ [Новосёлов2005, Жанг2005-2] “наблюдается нетривиальная фаза Берри”?

Для ответа на этот вопрос посмотрим, чем графен отличается от обычных двумерных систем. Дираковский спектр приводит к корневой зависимости энергии УЛ от номера N и магнитного поля B :

$$E_N = \pm\sqrt{2N\hbar eBv^2} \quad (7.3)$$

В этой формуле v отвечает скорости бездисперсионных электронов. Данная зависимость схематически показана на Рис. 7.1b. Каждый УЛ, включая нулевой, вырожден четырёхкратно (2 спина \times 2 изоспина). Нулевой уровень Ландау состоит наполовину из электронов (2-кратно вырожденных), и наполовину из дырок (также 2-кратно вырожденных), как

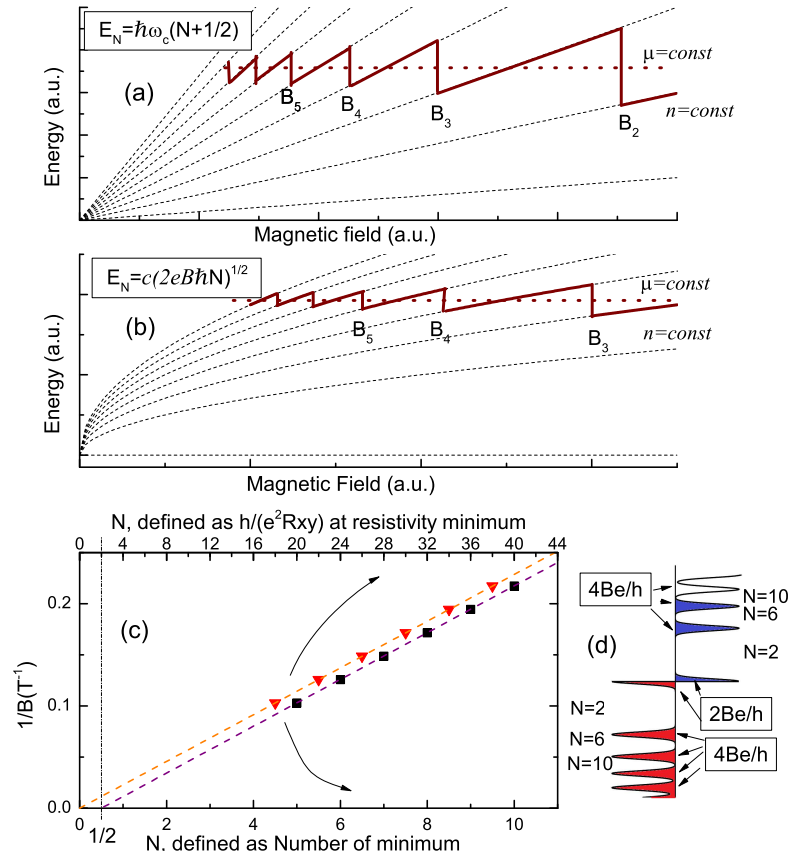


Рис. 7.1: (a) Лестница уровней Ландау в зависимости от магнитного поля для бесспиновых массивных частиц, сплошная бордовая кривая - зависимость химического потенциала от магнитного поля при условии постоянства полной концентрации, согласно уравнению (7.2), точечная - постоянных химический потенциал, значения B_N обозначены на рисунке; (b) то же что и (a), но для двумерных дираковских частиц с линейной дисперсией; (c) диаграмма $1/B_N(N)$, адаптированная из работы [Новосёлов2005]. Верхняя и нижняя оси показывают два способа определить N (см. текст); (d) Лестница УЛ для объяснения аномальной фазы магнитоосцилляций.

проиллюстрировано на Рис. 7.1d). Чтобы экспериментатору из верной диаграммы получить нетривиальную фазу магнитоосцилляций, необходимо забыть про вырождение уровней и просто считать минимумы сопротивления. Например, на Рис. 7.1c чёрными квадратами показана верная диаграмма из работы [Новосёлов2005], именно так полученная и демонстрирующая смещение 0.5 (нижняя ось). Если же по тем же данным определить фактор заполнения из эффекта Холла, как $h/(e^2 R_{xy})$ (верхняя ось, красные треугольники на Рис. 7.1c), то пересечение с осью абсцисс получится в 0, в полном согласии с формулой (7.2).

Подводя итог по графену, из веерной диаграммы, как её обычно получают, следует, что нулевой уровень УЛ имеет в два раза меньшее вырождение, чем остальные. Это, конечно, является указанием на конус Дирака в спектре, то есть и на нетривиальную фазу Берри. Вообще для двумерных систем возможны только 2 значения величины смещения в случае $n = const$: целое (если нет нулевого УЛ с меньшим вырождением) и полуцелое (если таковой есть). На самом деле последний случай относится только к графену, в котором N определяется подсчётом уровней, и то лишь потому, что зеемановское расщепление верхних уровней пренебрежимо мало.

7.3 Рассмотрение трёхмерных топологических изоляторов

7.3.1 Различия между топологическими изоляторами и двумерными системами

Трёхмерные (3D) топологические изоляторы являются материалами, в которых фаза магнитоосцилляций наблюдается и обсуждается наиболее часто. Нулевой УЛ дираковских поверхностных состояний 3D топологического изолятора имеет вырождение $eV/2h$ на единицу площади, и вклад этого уровня должен соответствовать полуцелому квантовому эффекту Холла в пересчёте на одну поверхность. Само по себе это явление было бы удивительно, но образец всегда представляет собой плёнку с двумя поверхностями (верхней и нижней), край у которых общий, поэтому до сих пор полуцелых значений плато не наблюдалось. Главными же отличиями 3D топологических изоляторов от графена являются (i) гораздо более существенные отклонения спектра от дираковского и (ii) большое число объёмных состояний, помимо поверхностных.

В мире было предпринято много усилий для того, чтобы поместить уровень Ферми 3D топологических изоляторов, тем самым уменьшив вклад объёмных носителей в про-

водимость [Кушваха2016]. Тем не менее, по крайней мере в халькогенидах висмута (наиболее исследуемых 3D топологических изоляторах), всё равно существует большое количество объёмных состояний с низкой подвижностью ($\sim 10^{17}$ см $^{-3}$, см. работы [Ксионг2012, Кушваха2016, Рен2010]) которые, в отличие от поверхностных состояний, не дают осцилляций проводимости в магнитном поле. Тем не менее, эти носители имеют большую плотность состояний на уровне Ферми, что приводит к пиннингу химического потенциала. Таким образом, в 3D топологических изоляторах, в противоположность двумерным системам, должно реализовываться условие $\mu = const$ вместо $n = const$.

Рассмотрим, что можно ожидать в случае $\mu = const$. Для нахождения положений *максимумов* проводимости B_N^{max} (когда уровень Ферми пересекает не щель, а уровень Ландау) необходимо решить уравнение (7.1) с $\varepsilon_N = \mu$. Для дираковских электронов эта процедура даёт то же, что и точное решение (7.3):

$$2N\hbar e B_N^{max} v^2 = \mu^2 = const \quad (7.4)$$

Таким образом, $1/B_N^{max} \propto N$. *Минимумы* проводимости в точках B_N расположены примерно посредине между соответствующими максимумами, B_N^{max} и B_{N+1}^{max} . Таким образом, для дираковского спектра смещение равно 0.5. Для параболического спектра $\epsilon = p^2/2m$ та же самая процедура даёт эквидистантные УЛ $E_N = \hbar e B/m(N + 1/2)$ и, соответственно, нулевое смещение на веерной диаграмме, поскольку минимумы проводимости соответствуют химическому потенциалу между УЛ:

$$\hbar \frac{eB}{m} N = \mu = const \quad (7.5)$$

Подводя итог данного качественного рассмотрения, условие $n = const$ делает величину смещения чувствительной только к вырождению УЛ и нечувствительной к спектру носителей. Условие $\mu = const$, согласно уравнению (7.1), делает смещение чувствительным к фазе Берри и деталям спектра. В двух же предельных случаях: безмассовой дираковской системы и бесспиновой системы с параболической дисперсией, достигаются классические

значения 0.5 и 0, соответственно. Также любопытно, что эти значения в точности совпадают с теми, что получаются при счёте осцилляций в случае $n = const$ (на Рис. 7.1a,b точечные линии $\mu = const$ пересекают жирные пилообразные $n = const$ примерно на серединах щелей). В общем случае, конечно, такого совпадения нет, и для $\mu = const$ отклонения спектра от идеального дираковского приводят к отклонению смещения графика Берри от 0.5 (для 3D топологических изоляторов см. теоретические работы [Таскин2011-2, Райт2013, Озерин2012, Микитик2012]).

7.3.2 Фактор химического потенциала в тонкой плёнке

Тонкая плёнка топологического изолятора является переходным случаем между двумерной системой ($n = const$) и случаем $\mu = const$. Действительно, плотность состояний в примесной зоне на единицу площади мала из-за пренебрежимо малой толщины плёнки. Соответственно, когда полная электронная концентрация в плёнке изменяется затворным напряжением, уровень Ферми перемещается из щели (где есть только поверхностные состояния и справедливо условие $n = const$) в зону проводимости или валентную зону (где объёмные состояния обеспечивают пиннинг уровня Ферми и выполнение условия $\mu = const$). Соответственно, если гамильтониан отличается от идеального дираковского, можно ожидать различий между этими случаями. В наиболее популярном семействе 3D топологических изоляторов $\text{Bi}_{2-x}\text{Sb}_x\text{Se}_{3-y}\text{Te}_y$ наиболее сильно на смещение фазы осцилляций влияет Зеемановский член [Таскин2011-2]:

$$\hat{H} = v(k_y\hat{\sigma}_x - k_x\hat{\sigma}_y) + 0.5g\mu_B B_z\hat{\sigma}_z \quad (7.6)$$

Здесь $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ вектор квазиимпульса, который в магнитном поле заменяется на $\mathbf{k} - e\mathbf{A}/c$, g эффективное значение фактора Ландэ, μ_B - магнетон Бора, σ вектор матриц Паули. В этом случае спектр уровней Ландау становится следующим:

$$E_N = \pm \sqrt{2N\hbar e B v^2 + \left(\frac{g\mu_B B}{2}\right)^2} \quad (7.7)$$

Зеемановский член становится существенным в больших магнитных полях и искажает

зависимость $1/B_N(N)$. В этом выражении $v \sim 3 \times 10^5$ м/с (для Bi_2Se_3) может быть найдено из измерений спектров фотоэмиссии [Ксиа2009], и g -фактор обычно является подгоночным параметром при обработке данных магнитоосцилляций. Практически произвольное значение смещения, наблюдаемое в разных работах, таким образом списывалось на g -фактор [Аналитис2010, Таскин2011-2, Пэн2016]. Представляется, что такой большой и случайный разброс значений смещения вызван нарушением условия $\mu = \text{const}$. Конечно, в тонкой плёнке различий в фазе магнитоосцилляций для предельных случаев $n = \text{const}$ и $\mu = \text{const}$ можно ожидать только для искажённого дираковского спектра.

Рассмотрим следующую реалистичную модель тонкой плёнки топологического изолятора Bi_2Se_3 (именно этот материал даёт наилучшее качество плёнок и, как результат, наилучшую подвижность): система состоит из двух одинаковых поверхностей с дираковскими бесщелевыми носителями, имеющие спектр УЛ, задаваемый уравнением (7.7) и 3D массивных носителей с плотностью состояний:

$$D_{3D}(E) = \frac{2dm_{\parallel}\sqrt{2m_{\perp}(E - E_0)}}{2\pi^2\hbar^3} \quad (7.8)$$

где d -толщина плёнки, взятая равной 10 нм, m_{\parallel} и m_{\perp} эффективные массы в плоскости и перпендикулярно ей, E_0 дно зоны проводимости, вычисленное относительно точки Дирака и принятое равным 150 мэВ (половина запрещенной зоны Bi_2Se_3). Эффективные массы взяты из транспортных и фотоэмиссионных измерений [Лахуд2017] ($m_{\perp} \sim 0.25m_e$, $m_{\parallel} \sim 0.5m_e$).

Химический потенциал и концентрации электронов должны удовлетворять следующим условиям:

$$n_{3D}(B) + n_{2D}(B) = n = \text{const} \quad (7.9)$$

$$\mu_{3D}(B) = \mu_{2D}(B) \quad (7.10)$$

Первое уравнение соответствует общей электронейтральности, то есть сохранению полного заряда электронов (n_{3D} и n_{2D} - полные концентрации 3D и 2D носителей на единицу площади плёнки), а второе отражает условие термодинамического равновесия. В пределе низких температур соответствующие концентрации вычисляются как $n = \int_0^{\mu} D(\epsilon, B)d\epsilon$, где $D(\epsilon, B)$

- плотности состояний на единицу площади.

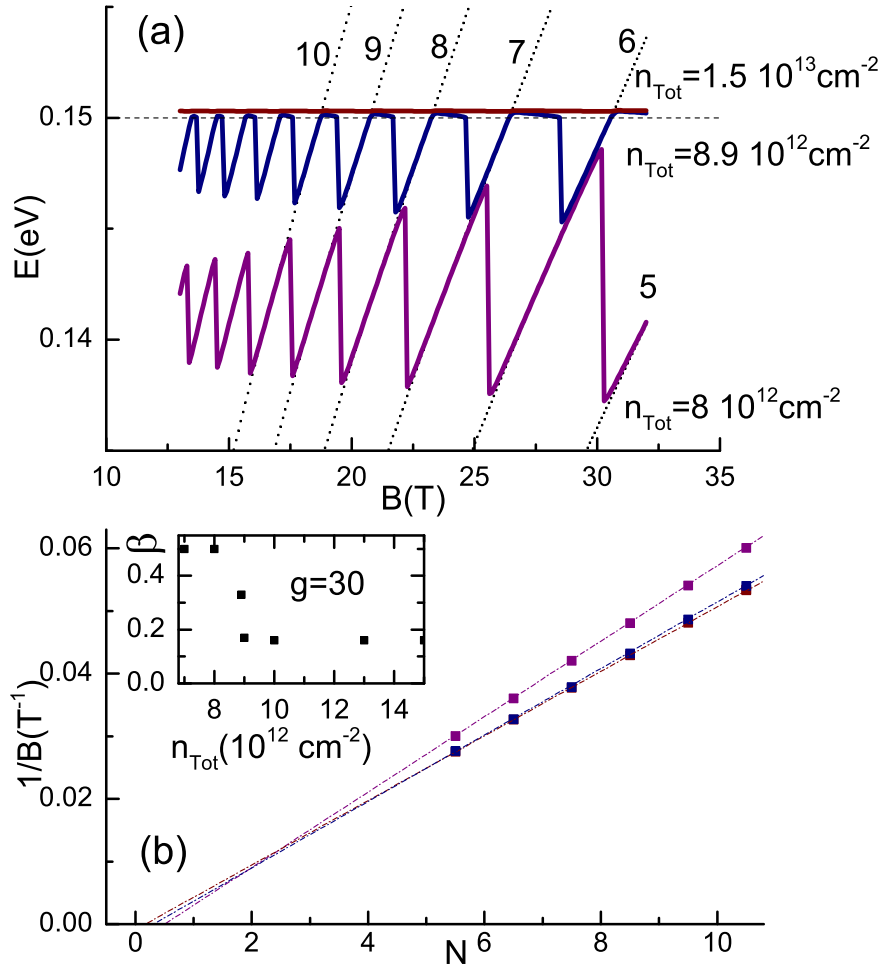


Рис. 7.2: ((a) Зависимость энергий уровней Ландау (с 5го по 10й) для поверхностных топологических состояний в модели тонкой плёнки 3D топологического изолятора Bi_2Se_3 с эффективным g -фактором 30(точечные линии). Зависимость химического потенциала от магнитного поля для трёх значений полной концентрации носителей в плёнке (указана на панели); (b) соответствующие веерные диаграммы $1/B_N(N)$. На вставке показана зависимость смещения от полной концентрации.

Решая эти уравнения, находим зависимость уровня Ферми от магнитного поля (показана на Рис. 7.2a). Зависимость магнитного поля B_N , в котором наблюдается щель Ландау с порядковым номером N от этого номера показана на Рис. 7.2b. Для того, чтобы не привязываться к размерным величинам (как магнитное поле в Т или концентрация на единицу площади в единицах 10^{12} см^{-2}) везде используются номера осцилляций с 5 по 10.

При малых плотностях носителей, когда уровень Ферми лежит в щели, величина смеще-

ния будет, 0.5 как и должно быть, в связи с тем, что нулевой уровень Ландау имеет меньшее вырождение. При повышении концентрации будет дрейф смещения до предела $\mu = const$, составляющего 0.19 через все промежуточные значения (см. вставку к Рис. 7.2b). Конечно, в зависимости от величины эффекта Зеемана, может наблюдаться произвольное значение смещения (даже много больше 1).

Экспериментальной реализацией предложенного механизма было бы зависящее от полной концентрации (то есть от напряжения на управляющем затворе) значение смещения. Следует, однако, отметить, что таких плёнок халькогенидов висмута-сурьмы, в которых одновременно достаточно высокая подвижность (чтобы наблюдались квантовые осцилляции), есть затвор и возможность перемещать уровень Ферми из щели в зону проводимости практически нет. Тем не менее, в работе [Лэнг2012] реализуется именно то, что предсказывает данная модель: величина смещения меняется с 0.5 до 0.2 по мере того как уровень химпотенциала смещается из запрещенной зоны в зону проводимости (см Рис. 4b в работе [Лэнг2012]).

7.3.3 Фактор химпотенциала в объёмном топологическом изоляторе

Другой механизм сдвига смещения может быть реализован в 3D топологическом изоляторе (см например эксперименты [Ксионг2012, Рен2010, Аналитис2010]), где уровень Ферми пиннингуется дном зоны проводимости, потолком валентной зоны или примесными состояниями в щели (см. Рис.7.3а). Объёмные состояния имеют значительно большую плотность состояний, чем топологические поверхностные состояния и значительно меньшую подвижность. Предположим, что химпотенциал дрейфует с магнитным полем $\mu(B) = E_0 + \alpha B$ вместо того, чтобы быть постоянным $\mu(B) = const$, как показано на Рис.7.3b. В этом случае, позиции щелей Ландау (кружки на Рис.7.3b) сдвигаются по отношению к случаю $\mu(B) = const$ (квадраты на Рис.7.3b). Соответствующая точка отсечки, интерпретируемая как фаза Берри, при этом также сдвинется, как показано на Рис.7.3с.

Эффект дрейфа химического потенциала относительно точки Дирака (нулевого УЛ) был продемонстрирован экспериментально (Рис. 2с в работе [Йошими2014]) по туннельной спек-

троскопии (сдвиг нулевого уровня Ландау по отношению к уровню Ферми возрастает с полем). Эта скорость дрейфа в допированном p -типом топологическом изоляторе Sb_2Te_3 составляла примерно 1 мЭВ/Т. Можно пересчитать её в сдвиг фазы осцилляций, положив $\mu(B) = E_0 + d\mu/dB \cdot B_N$ в уравнении (7.1) вместо ε_N , и пренебречь членами второго порядка по $d\mu/dB$. Для параметров Sb_2Te_3 ($E_0 = 100$ мЭВ - половина запрещенной зоны, и фермиевская скорость Дираковских поверхностных состояний составляет $v = 4 \times 10^5$ м/с [Жанг2011]), тогда соответствующее смещение верной диаграммы равно $\hbar^{-1}e^{-1}v^{-2}E_0d\mu/dB \approx 0.37$. Такая оценка естественным образом объясняет практически произвольное значение смещения на графика Берри в экспериментах по магнитоосцилляциям в 3D топологических изоляторах.

Откуда берется зависимость химического потенциала от магнитного поля? Можно предложить несколько механизмов. Например, если беспорядок достаточно мал, то уровень Ферми пиннингван вблизи дна зоны проводимости (см. Рис.7.3а) или потолка валентной зоны. В каждой точке объёма кристалла спектр объёмных состояний в хвосте плотности состояний в присутствии магнитного поля квантуется. Если плотность состояний в этих хвостах мала, то начиная с определённого поля, носители в них оказываются на нулевом уровне Ландау, и вместо энергии Ферми будут иметь энергию $\hbar\omega_c/2$. Для реалистичной массы объёмных носителей ($m_{\perp} \sim 0.2m_e$ для дырок в Sb_2Te_3), получается разумное значение $d\mu/dB \sim 0.3$ мЭВ/Т. Ещё больший сдвиг химического потенциала с магнитным полем можно получить при учёте эффекта Зеемана. Действительно, если g -фактор, перенормированный спин-орбитальным взаимодействием, велик, то энергии невырожденных по спину состояний в щели будут меняться линейно с полем. Есть ещё один сценарий, также допустимый для узкозонных полупроводников, таких как халькогениды висмута и сурьмы. Он состоит в том, что ширина запрещенной зоны, равно как и весь спектр модифицируется с полем из-за влияния магнитного поля на атомные уровни, блоховские функции и пр. Хочется надеяться, что в конце концов вычисления прояснят вопрос о зависимости зонной структуры от магнитного поля и природа ненулевой производной $d\mu/dB$ будет выяснена.

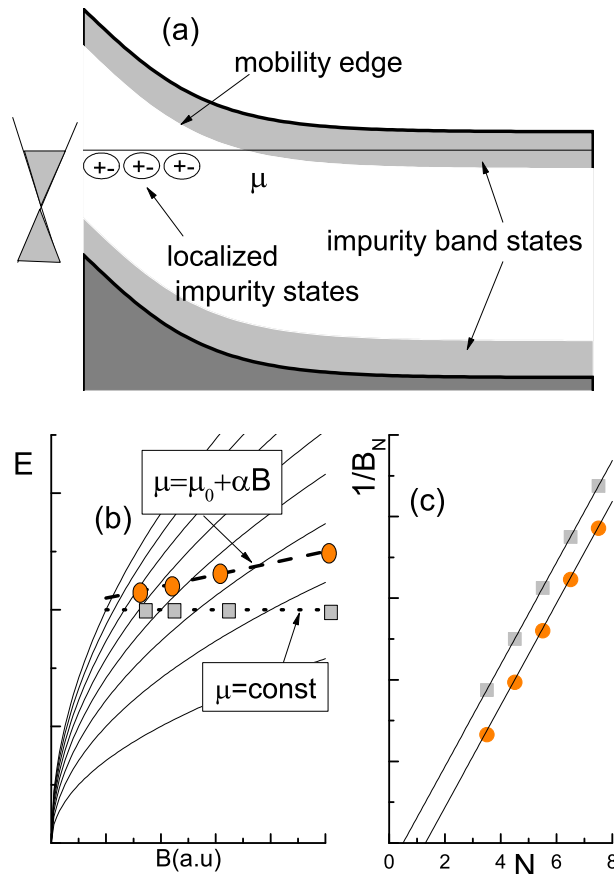


Рис. 7.3: (а) Схематическая зонная структура 3D топологического изолятора из работы [Ксионг2013]. (b) Зависимость энергии УЛ $E_n(B)$ от магнитного поля (сплошные линии). Точечная и пунктирная линии - зависимости химпотенциала от магнитного поля. Серые прямоугольники и оранжевые кружки соответствуют уровню Ферми в середине щели. (c) Верные диаграммы, соответствующие $\mu = \text{const}$ (серые квадратики) и $\mu = E_0 + \alpha B$ (оранжевые кружки).

7.4 Влияние возможной неоднородности образца на фазу магнитоосцилляций

Решающую роль при определении фазы квантовых осцилляций играет то, какую точку приняли за целое число уровней Ландау: максимум или минимум сопротивления, или что-то ещё. Ошибка в выборе критерия автоматически приводит к ошибке в определении фазы. Общепринятым на сегодняшний день является подход, предложенный Ксионгом с соавторами [Ксионг2012], что такими точками являются минимумы кондактанса, поскольку поверхности

и объём включены параллельно и их кондактансы должны складываться. Здесь следует отметить, что кондактанс является глобальной характеристикой макроскопического образца, а проводимость - локальная характеристика, которая может различаться от точки к точке. Поэтому, неявным предположением является однородность исследуемой системы. Если система имеет неоднородности, то фаза магнитоосцилляций кондактанса может искусственно сместиться.

Рассмотрим простейший случай образца-длинного мостика Холла, состоящего из однородных однокомпонентных высокоподвижных областей, разделенных областью повышенного сопротивления (трещина или граница зёрен, см. Рис. 7.4а). Для однородных областей минимумы проводимости соответствуют минимумам локального сопротивления, поскольку квантовые магнитоосцилляции всегда наблюдаются в области классически сильных магнитных полей $\mu B > 1$:

$$\sigma_{xx} = \frac{ne\mu}{1 + \mu^2 B^2} \propto \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xy}^2} \quad (7.11)$$

Полное сопротивление, измеряемое по четырёхточечной схеме (обратный тензор кондактанса) равно сумме $\rho_{xx}l/w + R_C$, где R_C сопротивление трещины. На эффект Холла трещина не влияет. Если величина R_C так велика, что превосходит значение холловского сопротивления в той области, в которой наблюдаются осцилляции, тогда эффективный кондактанс G_{xx} может быть записан как:

$$G_{xx} \approx \frac{1}{\rho_{xx} + R_C w/l} \quad (7.12)$$

Таким образом, минимумы кондактанса соответствуют уже *максимумам* удельного сопротивления (и таким образом максимумам проводимости из осциллирующих областей), и фаза магнитоосцилляций приобретает искусственный сдвиг $\sim \pi$. Конечно же, в общем случае задача о растекании тока по неоднородной системе очень сложна и результат, безусловно, зависит от конфигурации низкопроводящих областей (см. например Рис. 7.4b,c), и можно получить произвольный сдвиг фазы. Возникает вопрос, как узнать о наличии таких низкопро-

водящих областей в образце? Наиболее надежным и дорогим методом был бы структурный микроанализ. Существует, однако, и не прямое указание.

Хорошо известно [Дассарма1985], что подвижность, определяемая из осцилляций Шубникова-де-Гааза ($\mu_{SDH} \equiv e\tau_D/m \approx 1/B_{ons}$, где τ_D и m^* - квантовое время и эффективная масса, соответственно, а B_{ons} - минимальное магнитное поле, в котором осцилляции наблюдаются) не может превышать холловскую подвижность ($\mu_{Hall} \equiv \rho_{xx}^{-1}d\rho_{xy}/dB$), особенно в дираковских системах, где запрещено рассеяние назад. Тем не менее, в экспериментах с 3D топологическими изоляторами, зачастую наблюдается противоположное соотношение $\mu_{SDH} > \mu_{Hall}$ [Рен2010,Ксионг2012 Таскин2011,Ксионг2013]. Такое аномальное соотношение было приписано тому, что система не однокомпонентная и существует большой резервуар низкоподвижных носителей. Интересно, что даже в первой работе, где была предложена двухжидкостная модель для кондактанса [Ксионг2012], величины смещений, определённые из G_{xx} и G_{xy} не совпали друг с другом. Вполне вероятно, это связано с тем, что система дополнительно имела неоднородности. В тонких плёнках ($\sim 10 - 40$ нм) халькогенидных 3D топологических изоляторов сложно вообразить такой большой резервуар низкоподвижных носителей, в то время как величина μ_{SDH}/μ_{Hall} может легко превышать единицу [Джауреги2014, Ту2017].

В то же время, неоднородности описанного типа прямо объясняют аномальное отношение подвижностей. На самом деле, если за высокое значение сопротивления отвечают переходные области, а чистые участки образца показывают осцилляции начиная со сравнительно малых полей, тогда сколь угодно высокое значение μ_{SDH}/μ_{Hall} объясняется. Если же образец неоднороден, совершенно непонятно, каким критерием для уровней Ландау надо пользоваться.

Например, в работе [Ту2017] сообщается о плёнках $\text{Bi}_{2-x}\text{Sb}_x\text{Te}_{3-y}\text{Se}_y$ толщиной 18 нм, выращенных методом транспорта из газовой фазы. Их холловская подвижность меньше чем $30 \text{ см}^2/\text{Вс}$, а Шубниковская подвижность находится в интервале от 2500 до $5000 \text{ см}^2/\text{Вс}$. С учётом того, что амплитуда квантовых осцилляций составляет меньше 0.01% от полного значения сопротивления (0.2 Ом на фоне 2.4 кОм), становится понятно что образец соответ-

ствует случаю, показанному на Рис. 7.4с.

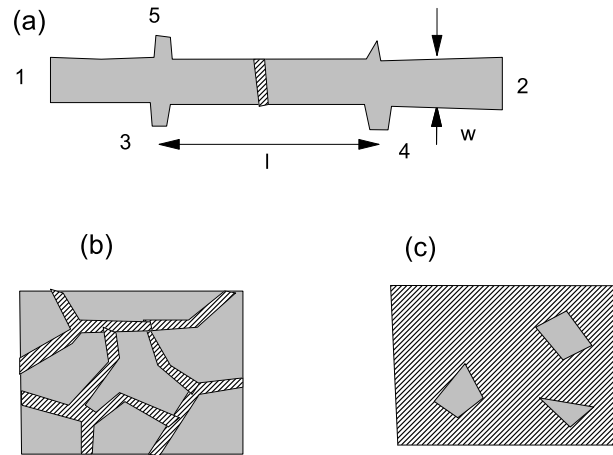


Рис. 7.4: (а) Простейший случай неоднородного образца (длинный мостик Холла с трещиной, показанной штриховкой). Ток течёт между контактами 1 и 2. Продольное сопротивление измеряется между контактами 3 и 4 и содержит вклад трещины. холловское напряжение измеряется между контактами 3 и 5 и соответствует материалу; (b),(c) Другие реализации неоднородностей.

7.5 Обсуждение результатов.

На основе обсуждавшихся трёх механизмов, согласно которым измеренное значение фазы будет отличаться от того, что можно ожидать из формулы (7.1). Мы считаем, что наилучшими объектами для исследования фазы квантовых осцилляций в 3D топологических изоляторах являются не объёмные кристаллы, а тонкие плёнки или чешуйки. Это связано с тем, что в тонких образцах вклад состояний из щели в уровень химического потенциала будет существенно меньше. Если исследуемый тонкий образец не обладает аномальным значением отношения подвижностей $\mu_{SDH}/\mu_{Hall} > 1$, то тогда скорее всего система однородна и можно доверять критерию минимума кондактанса. На самом деле, в большинстве работ по плёнкам и чешуйкам халькогенидов висмута-сурьмы, где этот признак однородности выполнен, наблюдаемое смещение близко к 0.5.

Другим возможным источником ошибки при определении смещения, безусловно, явля-

ется процедура проведения прямой линии по данным $1/B_N(N)$. Если типичные значения N , используемые для подгонки, велики (порядка 10-25), а количество точек мало (5-7), то ошибка экстраполяции может быть велика. Таким образом, для надежных заключений о величине смещения, результаты никогда не должны демонстрироваться на одном образце. Систематические суждения можно предпринимать только по серии образцов или затворных напряжений на одном образце.

Механизм дрейфа химического потенциала, предложенный нами, ставит вопрос, действительно ли существует зеемановский член в гамильтониане ТИ (см. уравнение (7.6)), использованный в многочисленных работах [Аналитис2010, Таскин2011-2, Рен2010, Ксионг2012] для объяснения аномального смещения. На самом деле, эта добавка в гамильтониан проявляется только в конечном поле, а значит она не видна методами фотоэмиссии. Точность $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})$ -теории при предсказании величины g -фактора не велика. Сдвиг же химического потенциала с полем объясняет данное смещение гораздо проще.

Должно быть сделано ещё одно замечание о халькогенидах висмута. В допированных кристаллах (с концентрациями носителей порядка $\sim 10^{20} \text{ см}^{-3}$) и пренебрежимо малым вкладом поверхностных носителей в проводимость, осцилляции Шубникова-де Гааза исследуются гораздо чаще. Эти осцилляции часто оказываются квазидвумерными, поскольку они образуются электронами с почти цилиндрических поверхностей Ферми [Лахуд2013]. Однако, по ошибке эти осцилляции часто считают поверхностными [Голубков2013, Шреста2014, Лиу2015]. Более того, смещение графика Берри на 0.5 в этих образцах подаётся как признак “дираковости”. В этой связи необходимо отметить две вещи: во всех этих кристаллах отношение μ_{SDH}/μ_{Hall} имеет аномальное значение, большее 1, (ii) и как объяснено в следующем абзаце, для расшифровки фазы требуется знать хоть какую-то информацию о спектре.

Безусловно, наивное применение графика Берри к многозонным материалам (то есть к материалам с несколькими Ферми-поверхностями или группами носителей), такими как купратные сверхпроводники, пниктиды, полуметаллы (чёрный фосфор, серый мышьяк, нодалльные, дираковские и Вейлевские полуметаллы и т.д.) совершенно не оправдано. Рисо-

ванию такого графика должен присутствовать теоретический анализ: (i) спектр УЛ должен быть найден для каждой группы носителей, отдельно должно быть учтено, что могут быть группы, не испытывающие квантование Ландау; (ii) для каждого значения магнитного поля должен быть найден химический потенциал из решения уравнений равновесия и электронейтральности, аналогичных уравнениям (7.9), и (7.10)); (iii) должны быть найдены положения щелей B_N и (iv) осознано, какой экспериментальный критерий (минимум кондактанса или теплопроводности или чего-нибудь ещё) должен быть использован.

7.6 Выводы по данной главе

В данной главе рассматривались аспекты неоднородности и равновесной термодинамики применительно к 3D топологическим изоляторам и обсуждалась фаза магнитоосцилляций в таких системах. Были предложены аргументы против основанного на формуле (7.1) утверждения, что фаза магнитоосцилляций отражает топологию системы. Данная формула, конечно, верна в области своей применимости, но положения щелей Ландау по магнитному полю определяются прежде всего термодинамикой системы, а измеряются по сопротивлению. В частности, если химпотенциал в 3D топологических изоляторах запинингован примесным уровнем в объёме, и имеется большая производная $\partial\mu/\partial B$ (измерению которой, посвящена первая глава диссертации), то возникает сдвиг фазы осцилляций. Как следует из туннельных измерений, данная производная в халькогенидах висмута может быть велика. Также важен выбор критерия минимума плотности состояний в проводящих свойствах. В связи с тензорной природой проводимости, для неоднородных или многокомпонентных систем становится затруднительно однозначно определить фазу осцилляций. Таким образом, фаза магнитоосцилляций не должна использоваться как доказательство “дираковости” в халькогенидах висмута-сурьмы, хотя и может выступать комплиментарным аргументом к другим методам исследования. Обобщение данных идей на другие системы, например дираковские и вейлевские полуметаллы- может стать следующим шагом в развитии теории.

Благодарности

Данная работа была бы абсолютно невозможна без поддержки моей супруги Ольги.

Я глубоко признателен Владимиру Моисеевичу Пудалову за участие и возможность сформироваться в качестве учёного, которую я получил, работая в его отделе.

Я очень рад, что мне предоставилась возможность поработать с такими высококлассными физиками как М. Резников, Г.М. Миньков, А.Л. Рахманов, И.С. Бурмистров, Я.А. Герасименко. Ещё необходимо отметить всех, кто внёс свой вклад в полученные результаты, и без обсуждения с кем многих работ бы не состоялось: Р.Ш. Акзянов, Б.А. Аронзон, М. Гершензон, М. Дешмух, С.А. Дворецкий, С.С. Криштопенко, Х.Ж. Лу, В.П. Мартовицкий, Н.Н. Михайлов, М.С. Нунупаров, О.Е. Омеляновский, К.Е. Приходько, В.А. Прудкогляд, Ю.Г. Селиванов, Н. Тенех, Г.Е. Федоров, Л. Фу, А.А. Шерстобитов.

Я также благодарен многочисленным студентам, которые прошли через работу со мной за прошедшие 10 лет, и общение с которыми дало много результатов, энергии и идей: Л.А. Моргуну, С. Иванову, Г. Деревянко, Ф. Бантышу, Е.В. Тупикову, А.А. Габдуллину, А.В. Шуплецову, С.А. Волошенюку, Н.И. Рагинову, М.А. Брызгалову, Н.К. Журбиной, С.Г. Мартанову, М.И. Банникову, Ф. Зуй, А.А. Галиуллину, А.И. Дулебо, М.В. Пугачеву.

Наконец, я бы хотел поблагодарить коллектив, в котором была сделана работа: Ю.А. Алещенко, В.В. Белых, П.И. Безотосный, В.А. Власенко, С.Ю. Гаврилкин, К.А. Дмитриева, Ю.Ф. Ельцев, С.В. Емельянов, О.И. Иваненко, В.А. Мальгинов, К. Меркутов, Л.И. Минкина, К.В. Мицен, А.В. Муратов, Г.Ю. Муратова, Н.А. Ковалева, К.В. Крайская, Т.А. Кузьмичева, С. Оськина, К.С. Перваков, Г.К. Расулова, Т.А. Романова, Г.В. Рыбальченко, А.В. Садаков, О.А. Соболевский, В.С. Тур, А.С. Усольцев, А.В. Филатов, А.Ю. Цветков, Е.Г. Чижевский за помощь и поддержку по всем вопросам.

Заключение

Настоящая диссертация охватывает собой цикл взаимосвязанных работ, в целом экспериментальных, посвященных исследованию низкоэнергетических эффектов (термодинамика и транспорт в линейном отклике) в двумерных системах. Эти эффекты обусловлены либо особенностями спектра системы, либо межэлектронными взаимодействиями. В ходе выполнения данной работы получены следующие основные **результаты**:

1. В двумерной системе электронов в кремнии, демонстрирующей переход металл-изолятор из термодинамических измерений производной восприимчивости по концентрации на фоне Ферми-жидкости были обнаружены признаки т.н. спин-капельного состояния:
 - в намагниченности существует особенность в малых магнитных полях, напоминающая поведение свободных спинов, но соответствующая примерно в 4 большему спину перемагничиваемого образования (то есть около 2);
 - температурная зависимость магнитной восприимчивости в малых полях близка к $\propto 1/T^2$, что указывает на уменьшение количества т.н. спиновых капель с температурой;
 - в области изолятора добавление электронов в систему вызывает рост намагниченности (то есть рост количества капель), а при концентрациях, соответствующих области металлической проводимости системы, - уменьшение намагниченности. Концентрация носителей, при которой магнитная восприимчивость максимальна, линейно растёт с температурой и экстраполируется в концентрацию перехода металл-изолятор при нулевой температуре;

- в области изолятора обнаружен сигнал $\partial M/\partial n$ с амплитудой, превышающей μ_B , то есть добавление электрона в систему увеличивает её магнитный момент больше чем на один магнетон Бора, что указывает на ферромагнитный характер взаимодействий в системе.
2. Обнаружен новый эффект в магнитотранспорте макроскопического, изготовленного по МОП (металл-окисел- полупроводник) технологии массива антиоточек: положительная и зависящая от температуры добавка к холловскому сопротивлению, пропорциональная B^3 . Предложено качественное объяснение явления, связанное с перераспределением транспортного тока между основным двумерным газом и оболочками антиоточек в магнитном поле.
 3. Разработана методика емкостного типа для измерения производной энтропии двумерных систем по концентрации носителей. Показано, что данная методика на три с лишним порядка превосходит по чувствительности калориметрию на переменном токе. В режиме магнитоосцилляций методика позволяет определить циклотронные и спиновые расщепления, а также уширения уровней Ландау в двумерных системах на основе Si и GaAs в согласии с предыдущими измерениями.
 4. Экспериментально продемонстрировано выполнение третьего начала термодинамики (то есть того факта, что при нулевой температуре в Ферми-газе будет нулевая энтропия) в двумерной системе в Si, при этом исходным являлось только предположение, что энтропия системы без электронов равна нулю.
 5. Экспериментально обнаружен режим сильно-коррелированной плазмы, то есть невырожденной, но сильно взаимодействующей двумерной системы электронов в Si, и установлено, что его можно феноменологически описать как Ферми-газ с увеличенной массой путём введения температуры в параметр взаимодействия.
 6. Измерена плотность состояний в тяжёлых долинах дырок в узких квантовых ямах HgTe с неинвертированным спектром при помощи двух разных методов: из абсолют-

ных измерений энтропии на электрон и относительным методом анализа Шубниковских осцилляций легкой подзоны. Результаты измерений обоими методами согласуются между собой и дают плотность состояний, которая соответствует значению массы $m \approx 0.5 \div 0.9m_0$ в предположении, что локальные долины двукратно вырождены.

7. Впервые измерена магнитная восприимчивость свободных носителей для двумерной системы в квантовой яме в пределе малых полей, перпендикулярных плоскости ямы. Для узких HgTe квантовых ям обнаружен парамагнетизм, связанный с дырками из долин в тяжёлой подзоне. Установлено, что по мере увеличения электронной концентрации и выхода уровня Ферми из долин, парамагнитная восприимчивость резко падает. При повышении температуры до 40–60 К обнаружены проявления парамагнетизма дираковских носителей вблизи точки зарядовой нейтральности.
8. В области температур $k_B T \tau / \hbar > 1$, где для двумерных систем с изотропным однозонным спектром магнитосопротивление должно быть равно нулю, был обнаружен универсальный для различных систем эффект - немонотонное магнитосопротивление с максимумом. С повышением температуры амплитуда эффекта растёт, а положение смещается в большие магнитные поля.
9. В двумерных электронных системах на основе Si с невысокой (примерно $0.2 \text{ м}^2/\text{Вс}$) подвижностью носителей проведены измерения тензора магнитосопротивления в перпендикулярном и наклонном магнитных полях в широком диапазоне температур (0.3–10 К) и концентраций. Выявлено два качественно различных режима по величине перпендикулярной компоненты магнитного поля: малые и большие поля.

В области малых перпендикулярных полей двумерная система демонстрирует сильное и зависящее от температуры магнитосопротивление в параллельном поле, а холловский коэффициент может превышать друдевское значение на 30%, сильно зависит от поля и растёт с понижением температуры. Эта аномалия, судя по её феноменологии, связана с слабой локализацией и затрудняет определение поправки от электрон-электронного

взаимодействия в малых магнитных полях.

В области больших магнитных полей особенность в холловском сопротивлении не проявляется, что позволяет извлечь из тензора магнитосопротивления поправку к проводимости от электрон-электронного взаимодействия. Эта поправка не зависит от направления поля и является линейной по $\ln(T)$ и $\ln(B)$, в соответствии с теоретическим предсказанием Ли и Рамакришнана.

10. Показано, что даже в разупорядоченных двумерных системах на основе Si наблюдаемое в параллельном поле при низких температурах магнитосопротивление подавляется перпендикулярным полем, что противоречит имеющимся на сегодняшний день теориям.
11. Экспериментально показано, что для плёнок топологических изоляторов Bi_2Te_3 и Bi_2Se_3 коэффициент Холла возрастает с понижением температуры. Это позволило, в предположении, что причиной данного эффекта является поправка к проводимости от электрон-электронного взаимодействия в диффузионном режиме, согласованно описать проводимость в данных плёнках комбинацией проводимости Друде, поправок от слабой антилокализации и электрон-электронного взаимодействия.
12. Проанализировано влияние термодинамических факторов на фазу квантовых осцилляций применительно к двумерным системам и трёхмерным топологическим изоляторам. Показано, что аномалии в фазе магнитоосцилляций могут быть вызваны не только фазой Берри, но и простыми термодинамическими причинами, связанными с пиннингом химпотенциала, а также неоднородностью системы.

Список сокращений

В настоящей диссертации используются следующие сокращения, большинство из которых для удобства чтения расшифровано в тексте:

МОП - металл-окисел-полупроводник

КЯ - квантовая яма

ЭЭП - поправка от электрон-электронного взаимодействия

САЛ - слабая антилокализация

АСМ - атомно-силовой микроскоп

СВКИД - сверхпроводящий квантовый интерферометрический детектор

УЛ - уровень Ландау

ТИ - топологический изолятор

ОДГ - оставшийся двумерный газ (применительно к массиву с антиточками)

PVD - physical vapour deposition (транспорт из газовой фазы) - метод синтеза

2D - двумерный

3D - трёхмерный

ARPES - спектроскопия фотоэмиссии с угловым разрешением

STEM - просвечивающий электронный микроскоп со сканированием пучком

АС-калориметрия - калориметрия путем модуляции температуры

OHS, OHN - положение границы зоны долин тяжёлых дырок

CNP - точка зарядовой нейтральности

ФИАН - Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук

РАН - Российская академия наук

Список литературы

[Абрахамс1979] E. Abrahams, P. Anderson, D. Licciardello, T. Ramakrishnan, Scaling theory of localization: Absence of quantum diffusion in two dimensions, *Phys.Rev. Lett.* **42**, 673 (1979).

[Абрахамс2001] E. Abrahams, S.V. Kravchenko, M.P. Sarachik, Metallic behavior and related phenomena in two dimensions, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 251 (2001).

[Адамов2006] Y. Adamov, I.V. Gornyi, A.D. Mirlin, Interaction effects on magneto-oscillations in a two-dimensional electron gas, *Phys. Rev. B* **73**, 045426 (2006).

[Айзенштайн1993] J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Negative compressibility of interacting two-dimensional electron and quasiparticle gases, *Phys.Rev. Lett.* **68**, 674 (1993).

[Айзенштайн1994] J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Compressibility of the two-dimensional electron gas: Measurements of the zero-field exchange energy and fractional quantum Hall gap, *Phys. Rev. B* **50**, 1760 (1994).

[Айзенштайн2004] J.P. Eisenstein, A.H. MacDonald, Bose–Einstein condensation of excitons in bilayer electron systems, *Nature* **432**, 691–694 (2004).

[Александр-Веббер2016] J. Alexander-Webber, J. Huang, D. Maude, B.Janssen, A. Tzalenchuk, V. Antonov, T. Yager, S. Lara-Avila, S. Kubatkin, R. Yakimova, R. Nicholas, Giant quantum Hall plateaus generated by charge transfer in epitaxial graphene, *Sci.Rep.* **6**, 30296 (2016).

[Аллисон2006] G. Allison, E.A. Galaktionov, A.K. Savchenko, S.S. Safonov, M.M. Fogler, M.Y. Simmons, D.A. Ritchie, Thermodynamic density of states of two-dimensional GaAs systems near the apparent metal-insulator transition, *Phys.Rev. Lett.* **96**, 216407 (2006).

[Альтшулер1980] B.L. Altshuler, A.G. Aronov, P.A. Lee, Interaction effects in disordered Fermi systems in two dimensions, *Phys.Rev. Lett.* **44**, 1288 (1980).

[Альтшулер1980-2] B.L. Altshuler, D. Khmel'nitskii, A.I. Larkin, P. Lee, Magnetoresistance and Hall effect in a disordered two-dimensional electron gas, *Phys.Rev. B* **22**, 5142 (1980).

[Альтшулер1981] B.L. Al'tshuler, A.G. Aronov, A.I. Larkin, D.E. Khmel'nitskii, Anomalous magnetoresistance in semiconductors, *ЖЭТФ*, **54**, 411, (1981).

[Альтшулер1981-2] Б.Л. Альтшулер, А.Г. Аронов, Б.З. Спивак, Эффект Ааронова - Бома в неупорядоченных проводниках, *Письма в ЖЭТФ*. **33**, 101 (1981).

[Альтшулер1985] B.L. Altshuler and A. G. Aronov, in *Electron-Electron Interaction in Disordered Systems*, edited by A.L. Efros and M. Pollak North-Holland, Amsterdam, 1985.

[Альтшулер1999] B.L. Alsthuler, D.L.Maslov, Theory of Metal-Insulator Transitions in Gated Semiconductors, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 145-148 (1999).

[Альтшулер2001] B.L. Altshuler, D.L. Maslov, V.M.Pudalov, Metal-insulator transition in 2D: resistance in the critical region, *Physica E*, **9**, 209 (2001).

[Аналитис2010] J.G. Analytis, R.D. McDonald, S.C. Riggs, J.-H. Chu, G.S. Boebinger, I.R. Fisher, Two-dimensional surface state in the quantum limit of a topological insulator, *Nat. Phys.* **6**, 960 (2010).

[Андерсон1958] P.W. Anderson, Absence of diffusion in certain random lattices, *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958).

[Андо1982] T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern, Electronic properties of two-dimensional systems, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982). Так же см. в русском переводе Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн, *Электронные свойства двумерных систем*, М.: Мир, 1985.

[Андо1998] T. Ando, T. Nakanishi, R. Saito, Berry's Phase and Absence of Back Scattering in Carbon Nanotubes, *J. Phys. Soc. Jpn.* **67**, 2857-2862 (1998).

[Андреев1998] A.V. Andreev, A. Kamenev, Itinerant Ferromagnetism in Disordered Metals: A Mean-Field Theory, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3199 (1998).

[Анисимова2006] S. Anissimova, A. Venkatesan, A. A. Shashkin, M. R. Sakr, S. V. Kravchenko, and T. M. Klapwijk, Magnetization of a Strongly Interacting Two-Dimensional Electron System in Perpendicular Magnetic Fields, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 046409 (2006).

[Анисимова2007] S. Anissimova, S. Kravchenko, A. Punnoose, A. Finkel'stein, T. Klapwijk, Flow diagram of the metal-insulator transition in two dimensions, *Nat. Phys.* **3**, 707 (2007).

[Аттакалите2002] C. Attacalite, S. Moroni, P. Gori-Giorgi, and G. B. Bachelet, Correlation Energy and Spin Polarization in the 2D Electron Gas, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 256601 (2002).

[Ауфрай2010] B. Aufray, A. Kara, S. Vizzini, H. Oughaddou, C. Leandri, B. Ealet, G. Le Lay. Graphene-like silicon nanoribbons on Ag(110): A possible formation of silicene, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 183102 (2010).

[Аффлек1984] I. Affleck, Density of states in a uniform magnetic field and a white noise potential, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **17**, 2323 (1984).

[Бандурин2016] D. Bandurin, I. Torre, R. Kumar, M.B. Shalom, A. Tomadin, A. Principi, G. Auton, E. Khestanova, K. Novoselov, I. Grigorieva, L. Ponomarenko, A. Geim, M. Polini, Negative local resistance caused by viscous electron backflow in graphene, *Science* **351**, 1055 (2016).

[Бандурин2016-2] D. Bandurin, A. Tyurnina, G. Yu, A. Mishchenko, V. Zolyomi, S. Morozov, R. Kumar, R. Gorbachev, Z. Kudrynskyi, S. Pezzini, Z. Kovalyuk, U. Zeitler, K. Novoselov, A. Patanè, L. Eaves, I. Grigorieva, V. Fal'ko, A. Geim, Y. Cao, High electron mobility, quantum Hall effect and anomalous optical response in atomically thin InSe. *Nat. Nanot.* **50**, 1 (2016).

[Барзола2015] J. Barzola-Quiquia, T. Lehmann, M. Stiller, D. Spemann, P. Esquinazi, P. Hussler, Topological insulator thin films starting from the amorphous phase-Bi₂Se₃ as example, *Journal of Applied Physics*, **117**, 075301, (2015).

[Баррет1995] S.E. Barrett, G. Dabbagh, L.N. Pfeiffer, K.W. West, R. Tycko, Optically pumped NMR evidence for finite-size skyrmions in GaAs quantum wells near Landau level filling $\nu = 1$, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5112 (1995).

[Батт1986] R. Bhatt, Magnetic properties of doped semiconductors, *Phys. Scr.* **T14**, 7 (1986)

[Бененти2001] G. Benenti, G. Caldara, and D. L. Shepelyansky, Spin-Polarized Ground State for Interacting Electrons in Two Dimensions, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5333 (2001).

[Березин1984] E. Berezin, D. J. Gross, C. Itzykson, Density of states in the presence of a strong magnetic field and random impurities, *Nucl. Phys. B* **235**, 24 (1984).

[Березовец1984] В.А. Березовец, И.И. Фарбштейн, А.Л. Шеланков, Слабая локализация в условиях снятого спинового вырождения (двумерный слой на поверхности теллура), Письма в ЖЭТФ **39**, 64 (1984).

[Беркут1986] А.В. Беркут, Ю.В. Дубровский, М.С. Нунупаров, М.И. Резников, и В.И. Тальянский, О протекании тока между прилегающими инверсионными слоями в квантующем магнитном поле, Письма в ЖЭТФ **44**, 254 (1986) [JETP Lett. **44**, 324 (1986)].

[Беркутов2012] I.V. Berkutov, V.V. Andrievskii, Y.F. Komnik, T. Hackbarth, D.R. Leadley, O.A. Mironov, On the Magnetoresistance Maximum Observed in the Intermediate Magnetic Field Region for the Two-Dimensional Hole Gas in a Strained $\text{Si}_{0.05}\text{Ge}_{0.95}$ Quantum Well, Journal of Low Temperature Physics **168**, 285–296 (2012).

[Берневиг2006] B.A. Bernevig, T.L. Hughes, S.-C. Zhang, Quantum Spin Hall Effect and Topological Phase Transition in HgTe Quantum Wells, Science **314**, 1757 (2006).

[Бистрицер2011] R. Bistritzer, A.H. MacDonald, Moiré bands in twisted double-layer graphene, PNAS **108**, 12233-12237 (2011).

[Бишоп1982] D.J. Bishop, R.C. Dynes, D.C. Tsui, Magnetoresistance in Si metal-oxide-semiconductor field-effect transistors: Evidence of weak localization and correlation, Phys. Rev. B **26**, 773 (1982).

[Болотин2009] K.I. Bolotin, F. Ghahari, M.D. Shulman, H.L. Stormer, P. Kim, Observation of the fractional quantum Hall effect in graphene, Nature **462**, 196–199 (2009).

[Брото2003] J.M. Broto, M. Goiran, H. Rakoto, A. Gold, V.T. Dolgoplov, Magnetoresistance saturation in Si MOSFETs in a parallel pulsed magnetic field up to 40 T, Phys. Rev. B **67**, 161304 (2003).

[Бурдис1988] M.S. Burdis, C.C. Dean, Anomalous values of interaction constants in the two-dimensional electron gas of a silicon metal-oxide-semiconductor field-effect transistor measured by parallel- and perpendicular-field magnetoconductivity, Phys. Rev. B **38**, 3269 (1988).

[Бурмистров2003] I.S. Burmistrov, M.A. Skvortsov, On the effect of far impurities on the density of states of two-dimensional electron gas in a strong magnetic field, JETP Lett. **78**, 156

(2003) [Письма в ЖЭТФ **78**, 188 (2003)].

[Бурмистров2008] I.S. Burmistrov, N.M. Chtchelkatchev, Electronic properties in a two-dimensional disordered electron liquid: Spin-valley interplay, *Phys. Rev. B* **77**, 195319, (2008).

[Бутов2002] L. V. Butov, A. C. Gossard, D. S. Chemla, Macroscopically ordered state in an exciton system, *Nature* **418**, 751–754 (2002).

[Бюттнер2010] B. Büttner, C. X. Liu, G. Tkachov, E. G. Novik, C. Brüne, H. Buhmann, E. M. Hankiewicz, P. Recher, B. Trauzettel, S. C. Zhang, L. W. Molenkamp, Single valley Dirac fermions in zero-gap HgTe quantum wells, *Nature Physics* **7**, 418-422, (2010).

[Бычков1962] Yu.A. Bychkov, L.P. Gor'kov, Quantum oscillations of the thermodynamic quantities of a metal in a magnetic field according to Fermi-liquid model, *JETP* **14**, 1132 (1962).

[Ванг1988] J. Wang, J. Campbell, D. Tsui, A. Cho, Heat capacity of the two-dimensional electron gas in GaAs/AlGaAs multiple-quantum-well structures, *Phys.Rev. B* **38**, 6174 (1988).

[Ванг2011] J. Wang, A.M. DaSilva, C. Chang, K. He, J. K. Jain, N. Samarth, X.-C. Ma, Q.-K. Xue, M.H.W. Chan, Evidence for electron-electron interaction in topological insulator thin films, *Phys.Rev. B*, **83**, 245438, (2011).

[Ванг2012] Q. Wang, Z. Li, W. Zhang, Z. Zhang, J. Zhang, W. Li, H. Ding, Y. Ou, P. Deng, K. Chang, J. Wen, C. Song, K. He, J. Jia, S. Ji, Y. Wang, L. Wang, X. Chen, X. Ma, Q. Xue, Interface-induced high-temperature superconductivity in single unit-cell FeSe films on SrTiO₃, *Chin. Phys. Lett.* **29**, 37402 (2012).

[Ванг2014-1] Y.-T. Wang, T.-P. Woo, S.-T. Lo, G.-H. Kim, C.-T. Liang, Non-monotonic magnetoresistance in an AlGaN/GaN high-electron-mobility transistor structure in the ballistic region, *Jour. of Kor.Phys. Soc.*, **64**, 1572 (2014).

[Ванг2014-2] Y.-T. Wang, T.-P. Woo, S.-T. Lo, G.-H. Kim, C.-T. Liang, Non-monotonic magnetoresistivity in two-dimensional electron systems, *Jour. Kor. Phys. Soc.* **65**, 1503 (2014).

[Ванг2016] W.J. Wang, K.H. Gao, Z.Q. Li, Thickness-dependent transport channels in topological insulator Bi₂Se₃ thin films grown by magnetron sputtering, *Sci. Rep.* **6**, 25291 (2016).

[Ванг2016-2] X. Wang, K. Du, Y. Yang, F. Liu, P. Hu, J. Zhang, Q. Zhang, M. Hon, S. Owen,

X. Lu, C.K. Gan, P. Sengupta, C. Kloc, Q. Xiong, Raman spectroscopy of atomically thin two-dimensional magnetic iron phosphorus trisulfide (FePS_3) crystals, *2D Materials* **3**, 031009 (2016).

[Ванг2019] L. Wang, E.-M. Shih, A. Ghiotto, L. Xian, D.A. Rhodes, C. Tan, M. Claassen, D.M. Kennes, Y. Bai, B. Kim, K. Watanabe, T. Taniguchi, X. Zhu, J. Hone, A. Rubio, A. Pasupathy, C.R. Dean, Magic continuum in twisted bilayer WSe_2 , arXiv:1910.12147

[Варламов2016] A.A. Varlamov, A.V. Kavokin, Y.M. Galperin, Quantization of entropy in a quasi-two-dimensional electron gas, *Phys.Rev. B* **93**, 155404 (2016).

[Васюков2013] D. Vasyukov, Y. Anahory, L. Embon, D. Halbertal, J. Cuppens, L. Neeman, A. Finkler, Y. Segev, Y. Myasoedov, M. Rappaport, M. Huber, E. Zeldov, A scanning superconducting quantum interference device with single electron spin sensitivity, *Nat.Nan.* **8**, 639 (2013)

[Вегнер1983] F. Wegner, Exact density of states for lowest Landau level in white noise potential superfield representation for interacting systems, *Z. Phys. B* **51**, 279 (1983).

[Вейс1991] D. Weiss, M.L. Roukes, A. Menschig, P. Grambow, K. von Klitzing, G. Weimann, Electron pinball and commensurate orbits in a periodic array of scatterers, *Phys.Rev. Lett.* **66**, 2790 (1991).

[Вентура2011] Г. Вентура, Л. Ризегари, Искусство криогеники. Низкотемпературная техника в физическом эксперименте, промышленных и аэрокосмических приложениях, Долгопрудный, Издательский дом "Интеллект 2011.

[Верников1982] М.А. Верников, Л.М. Пазинич, В.М. Пудалов, С.Г. Семенчинский, Кремниевые МОП-структуры с высокой подвижностью для прецизионных холловских измерений, *Электронная техника* **6**, 27 (1982).

[Верников1985] М.А. Верников, Л.М. Пазинич, В.М. Пудалов, С.Г. Семенчинский, Оценки возможности эталонирования Ома по эффекту Холла в кремниевых МОП-структурах при температурах 0.7-4.2 К, *Письма в ЖТФ* **8**, 820-823 (1985).

[Виткалов2001] S.A. Vitkalov, H. Zheng, K.M. Mertes, M.P. Sarachik, T.M. Klapwijk, Scaling of the magnetoconductivity of silicon MOSFETs: evidence for a quantum phase transition in two dimensions, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 086401 (2001).

[Виткалов2002] S.A. Vitkalov, M.P. Sarachik, T.M. Klapwijk, Spin polarization of strongly interacting two-dimensional electrons: The role of disorder, *Phys. Rev. B* **65**, 201106 (2002).

[Виткалов2003] S.A. Vitkalov, K. James, B.N. Narozhny, M.P. Sarachik, T.M. Klapwijk, In-plane magnetoconductivity of Si MOSFETs: A quantitative comparison of theory and experiment, *Phys. Rev. B* **67**, 113310 (2003).

[Войсковский1995] А.Е. Войсковский, В.М. Пудалов, Отрицательное магнитосопротивление в двумерной электронной системе в области прыжковой проводимости, *Письма в ЖЭТФ* **62**, 929 (1995).

[Гантмахер2013] В.Ф. Гантмахер, *Электроны в неупорядоченных средах*, М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013

[Гариглио2009] S. Gariglio, N. Reyren, A.D. Caviglia, J.-M. Triscone, Superconductivity at the LaAlO₃/SrTiO₃ interface, *Journ. of Phys.: Cond. Matter.* **21**, 164213 (2009).

[Гейм2013] A.K. Geim, I.V. Grigorieva, Van der Waals heterostructures, *Nature* **499**, 419 (2013).

[Гирвин1997] S.M. Girvin, A.H. MacDonald, in: *Perspectives on Quantum Hall Effects* (Wiley, New York, 1997).

[Голд1986] A. Gold, V. Dolgoplov, Temperature dependence of the conductivity for two-dimensional electron gas: analytical results for low temperatures, *Phys.Rev. B* **33**, 1076 (1986).

[Голд2002] A. Gold, V.T. Dolgoplov, On the role of disorder in transport and magnetic properties of the two-dimensional electron gas, *J. Phys.:Condens. Matter*, **14**, 7091 (2002).

[Голд2002-2] A. Gold, V.T. Dolgoplov, Subband mobilities and Dingle temperatures within a two-subband model in the presence of localized states, *Письма в ЖЭТФ* **86**, 286 (2002).

[Голден1985] K.I. Golden, D. Lu, Dynamical theory of classical surface plasmas; *Phys. Rev. A* **31**, 1763 (1985).

[Голден1990] K. Golden, G. Kalman, P. Wyns, Response function and plasmon dispersion for strongly coupled Coulomb liquids: two-dimensional electron liquid, *Phys.Rev. A* **41**, 6940 (1990).

[Голдман1990] V.J. Goldman, M. Santos, M. Shayegan, J.E. Cunningham, Evidence for two-

dimensional quantum Wigner crystal, *Phys.Rev. Lett.* **65**, 2189 (1990).

[Гонг2017] C. Gong, L. Li, Z. Li, H. Ji, A. Stern, Y. Xia, T. Cao, W. Bao, C. Wang, Y. Wang, Z.Q. Qiu, R.J. Cava, S.G. Louie, J. Xia, X. Zhang, Discovery of intrinsic ferromagnetism in two-dimensional van der Waals crystals, *Nature* **546**, 265 (2017).

[Горник1985] E. Gornik, R. Lassnig, G. Strasser, H.L. Störmer, A.C. Gossard, W. Wiegmann, Specific heat of two-dimensional electrons in GaAs-GaAlAs multilayers, *Phys.Rev. Lett.* **54**, 1820 (1985).

[Голубков2013] M.V. Golubkov, Yu.I. Gorina, G.A. Kalyuzhnaya, D.A. Knyazev, T.A. Romanova, V.V. Rodin, A.V. Sadakov, N.N. Sentyurina, V. Stepanov, S. Chernook, S.I. Vedeneev, Quantum oscillations in heavily doped bismuth chalcogenides, *JETP Letters*, **98**, 475 (2013).

[Горбацевич1993] А.А. Горбацевич, В.В. Капаев, Ю.В. Копаев, Асимметричные наноструктуры в магнитном поле, *Письма в ЖЭТФ* **57**, 565 (1993).

[Горный2003] I.V. Gornyi, A. D. Mirlin, Interaction-Induced Magnetoresistance: From the Diffusive to the Ballistic Regime, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 076801 (2003).

[Горный2004] I.V. Gornyi, A.D. Mirlin, Interaction-induced magnetoresistance in a two-dimensional electron gas, *Phys. Rev. B* **69**, 045313, (2004).

[Госал2006] A. Ghosal, A.D.Güclü, C.J.Umrigar, Harold U. Baranger, Correlation-induced inhomogeneity in circular quantum dots, *Nat. Phys.* **2**, 336, (2006).

[Гох2008] K.E.J. Goh, M.Y. Simmons, A.R. Hamilton, Electron-electron interactions in highly disordered two-dimensional systems, *Phys. Rev. B* **77**, 235410 (2008).

[Гош2004] A. Ghosh, C.J.B. Ford, M. Pepper, H.E. Beere, D.A. Ritchie, Possible evidence of a spontaneous spin polarization in mesoscopic two-dimensional electron systems, *Phys.Rev. Lett.* **92**, 116601 (2004).

[Грамила1991] T. Gramila, J.P. Eisenstein, A.H. MacDonald, L. Pfeiffer, K. West, Mutual friction between parallel two-dimensional electron systems, *Phys.Rev. Lett.* **66**, 1216 (1991).

[Грассано2018] D. Grassano, O. Pulci, V.O. Shubnyi, S.G. Sharapov, V.P. Gusynin, A.V. Kavokin, A.A. Varlamov, Detection of topological phase transitions through entropy

measurements: The case of germanene Phys.Rev. B **97**, 205442 (2018).

[Гусев2018] G.M. Gusev, A.D. Levin, E.V. Levinson, A.K. Bakarov, Viscous transport and Hall viscosity in a two-dimensional electron system, Phys.Rev. B **98**, 161303 (2018).

[Гусев2018-2] G.M. Gusev, E.B. Olshanetsky, Z.D. Kvon, L.I. Magarill, M.V. Entin, A. Levin, N.N. Mikhailov, Thermopower of a two-dimensional semimetal in a HgTe quantum well, JETP Letters **107**, 789 (2018) [Письма в ЖЭТФ **107**, 814 (2018)].

[Дай2016] J. Dai, D. West, X. Wang, Y. Wang, D. Kwok, S. Cheong, S. Zhang, W. Wu, Toward the intrinsic limit of the topological insulator Bi₂Se₃, Phys.Rev. Lett. **117**, 106401 (2016).

[ДасСарма1985] S. Das Sarma, F. Stern, Single-particle relaxation time versus scattering time in an impure electron gas, Phys. Rev. B **32**, 8442 (1985).

[ДасСарма2005] S. Das Sarma, E.H. Hwang, Low-density spin-polarized transport in two-dimensional semiconductor structures: temperature-dependent magnetoresistance of Si MOSFETs in an in-plane applied magnetic field, Phys. Rev. B **72**, 205303 (2005).

[ДасСарма2005-2] S. Das Sarma, E.H. Hwang, Similarities and differences in two-dimensional metallicity induced by temperature and a parallel magnetic field: Effect of screening, Phys. Rev. B **72**, 035311 (2005).

[ДасСарма2013] S. Das Sarma, E.H. Hwang, Q. Li, Two-dimensional metal-insulator transition as a potential fluctuation driven semiclassical transport phenomenon, Phys.Rev. B **88**, 155310 (2013).

[Денг2002] H. Deng, G. Weihs, C. Santori, J. Bloch, Y. Yamamoto, Condensation of Semiconductor Microcavity Exciton Polaritons, Science **298**, 199 (2002).

[Джианг2018] S. Jiang, J. Shan, K.F. Mak, Electric-field switching of two-dimensional van der Waals magnets, Nat. Mat. **17**, 406 (2018).

[Джобст2012] J. Jobst, D. Waldmann, I.V. Gornyi, A.D. Mirlin, H.B. Weber, Electron-electron interaction in the magnetoresistance of graphene, Phys.Rev. Lett. **108**, 106601 (2012).

[Дедьков2001] Yu.S. Dedkov, A.M. Shikin, V.K. Adamchuk, S.L. Molodtsov, C. Laubschat, A. Bauer, G. Kaindl, Intercalation of copper underneath a monolayer of graphite on Ni(111),

Phys.Rev. B **64**, 035405 (2001).

[Дей2014] R. Dey, T. Pramanik, A. Roy, A. Rai, S. Guchhait, S. Sonde, H.C.P. Movva, L. Colombo, L.F. Register, S.K. Banerjee, Strong spin-orbit coupling and Zeeman spin splitting in angle dependent magnetoresistance of Bi_2Te_3 , Appl. Phys. Lett. **104**, 223111 (2014).

[ДеПало2009] S.D. Palo, S. Moroni, G. Senatore, Disorder effect on the spin susceptibility of the two-dimensional one-valley electron gas, Journal of Physics A: Mathem. and Theor. **42**, 214013 (2009).

[Дмитриев2002] A. Dmitriev, M. Dyakonov, R. Jullien, Anomalous Low-Field Classical Magnetoresistance in Two Dimensions, Phys.Rev. Lett. **89**, 266804, (2002).

[Дмитриев2008] A. Dmitriev, V. Kachorovskii, Sharp magnetic field dependence of the two-dimensional Hall coefficient induced by classical memory effects, Phys.Rev. B **77**, 193308 (2008).

[Долгополов2000] V.T. Dolgoplov, A. Gold, Magnetoresistance of a two-dimensional electron gas in a parallel magnetic field, JETP Letters, **71**,27-30, (2000).

[Долгополов2002] V.T. Dolgoplov, A. Gold, Comment on “Weak anisotropy and disorder dependence of the in-plane magnetoresistance in high-mobility (100) Si-inversion layers”, Phys.Rev. Lett. **89**, 129701 (2002).

[Долгополов2017] V.T. Dolgoplov, A.A. Shashkin, S.V. Kravchenko, Spin polarization and exchange-correlation effects in transport properties of two-dimensional electron systems in silicon, Phys. Rev. B **96**, 075307 (2017).

[Долгополов2019] В.Т. Долгополов, Двумерная система сильно взаимодействующих электронов в кремниевых (100) структурах, УФН **189**, 673–690 (2019).

[Дорожкин1986] S.I. Dorozhkin, A.A. Shashkin, N.B. Zhitenev, V.T. Dolgoplov, “Skin effect” and observation of nonuniform states of a 2D electron gas in a metal-insulator-semiconductor structure, Письма в ЖЭТФ **4** p.189 (1986). [JETP Lett, **44** p.241 (1986)].

[Ду2017] L. Du, T. Li, W. Lou, X. Wu, X. Liu, Z. Han, C. Zhang, G. Sullivan, A. Ikhlassi, K. Chang, R.-R. Du, Tuning edge states in strained-layer InAs/GaInSb quantum spin Hall insulators, Phys.Rev. Lett. **119**, 056803 (2017).

[Дульц2000] S.C.Dultz, H.W.Jiang, Thermodynamic signature of a two-dimensional metal-insulator transition, *Phys.Rev. Lett.* **84**, 4689 (2000).

[Дурнев2016] M.V. Durnev, S.A. Tarasenko, Magnetic field effects on edge and bulk states in topological insulators based on HgTe/CdHgTe quantum wells with strong natural interface inversion asymmetry, *Phys. Rev. B* **93**, 075434 (2016).

[Дэвис1983] R.A. Davies, M. Pepper, Two-dimensional electron interaction effects in high magnetic fields, *Journal Physics C: solid state physics* **16**, L679, (1983).

[Дюарон2015] N. Doiron-Leyraud, T. Szkopek, T. Pereg-Barnea, C. Proust, G. Gervais, Berry phase in cuprate superconductors, *Phys. Rev. B* **91**, 245136 (2015).

[Дюгаев2003] А.М. Дюгаев, П.Д. Григорьев, Ю.Н. Овчинников, Снятие вырождения уровней Ландау двумерных электронов точечными примесями, *Письма в ЖЭТФ* **78**, 180 (2003).

[Ефетов1989] К.В. Efetov, V.G. Marikhin, Effect of impurities on electron motion in two dimensions in a strong magnetic field, *Phys. Rev. B* **40**, 12126 (1989).

[Жанг1992] Y. Zhang, P. Dai, M.P. Sarachik, Nonlinear Hall voltage in the hopping regime, *Phys. Rev. B* **45**, 6301 (1992).

[Жанг2002] X. Zhang, A. Pfeuffer-Jeschke, K. Ortner, C. Becker, G. Landwehr, Absence of magneto-intersubband scattering in *n*-type HgTe quantum wells, *Phys.Rev. B* **65**, 45324 (2002).

[Жанг2005] Y. Zhang, S. Das Sarma, Exchange instabilities in electron systems: Bloch versus Stoner ferromagnetism, *Phys. Rev. B* **72**, 115317 (2005).

[Жанг2005-2] Y. Zhang, Y.-W. Tan, H.L. Stormer, P. Kim, Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in graphene, *Nature* **438**, 201-204 (2005).

[Жанг2010] Y. Zhang, K. He, C. Chang, C. Song, L. Wang, X. Chen, J. Jia, Z. Fang, X. Dai, W. Shan, S. Shen, Q. Niu, X. Qi, S. Zhang, X. Ma, Q. Xue, Crossover of the three-dimensional topological insulator Bi₂Se₃ to the two-dimensional limit, *Nat. Phys.* **6**, 584 (2010).

[Жанг2010-2] Superconductivity in one-atomic-layer metal films grown on Si(111) T. Zhang, P. Cheng, W.-J. Li, Y.-J. Sun, G. Wang, X.-G. Zhu, K. He, L. Wang, X. Ma, X. Chen, Y. Wang, Y. Liu, H.-Q. Lin, J.-F. Jia, Q.-K. Xue, *Nat. Phys.* **6**, 104 (2010).

[Жанг2011] J. Zhang, C.-Z. Chang, Z. Zhang, J. Wen, X. Feng, K. Li, M. Liu, K. He, L. Wang, X. Chen, Q.-K. Xue, X. Ma, Y. Wang, Band structure engineering in $(\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x)_2\text{Te}_3$ ternary topological insulators, *Nature Communications* **2**, 574 (2011).

[Жанг2014] H. Zhang, J. Wang, G. Xu, Y. Xu, S.-C. Zhang, Topological states in ferromagnetic CdO/EuO Superlattices and quantum wells, *Phys.Rev. Lett.* **112**, 096804 (2014).

[Жанг2014-2] M. Zhang, Li Lv, Z. Wei, C. Guo, X. Yang, Y. Zhao, Thermal evaporation growth of topological insulator Bi_2Se_3 thin films, *Materials Letters* **123** 87, (2014).

[Жанг2017] J. Jang, H.M. Yoo, L.N. Pfeiffer, K.W. West, K.W. Baldwin, R.C. Ashoori, Full momentum- and energy-resolved spectral function of a 2D electronic system, *Science* **358**, 901-906 (2017).

[Жао2017] L. Zhao, Q. Xu, X. Wang, J. He, J. Li, H. Yang, Y. Long, D. Chen, H. Liang, C. Li, M. Xue, J. Li, Z. Ren, L. Lu, H. Weng, Z. Fang, X. Dai, G. Chen, Magnetotransport properties in a compensated semimetal gray arsenic, *Phys. Rev. B* **95**, 115119 (2017).

[Жаурегуй2014] L.A. Jauregui, M.T. Pettes, L.P. Rokhinson, L. Shi, Y.P. Chen, Gate Tunable Relativistic Mass and Berry's phase in Topological Insulator Nanoribbon Field Effect Devices, *Scientific Reports* **5**, 8452 (2014).

[Жоаулт2011] B. Jouault, B. Jabakhanji, N. Camara, W. Desrat, C. Consejo, J. Camassel, Interplay between interferences and electron-electron interactions in epitaxial graphene, *Phys.Rev. B* **83**, 195417 (2011).

[Жоу2010] X. Zhou, B.A. Piot, M. Bonin, L.W. Engel, S. Das Sarma, G. Gervais, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Colossal magnetoresistance in an ultraclean weakly interacting 2D Fermi liquid, *Phys.Rev. Lett.* **104**, 216801 (2010).

[Жоу2013] H. Zhou, W.J. Yu, L. Liu, R. Cheng, Y. Chen, X. Huang, Y. Liu, Y. Wang, Y. Huang, X. Duan, Chemical vapour deposition growth of large single crystals of monolayer and bilayer graphene, *Nat. Comm.* **4**, 2096 (2013).

[Жу2003] J. Zhu, H.L. Stormer, L.N. Pfeiffer, K.W. Baldwin, K.W. West, Spin Susceptibility of an Ultra-Low-Density Two-Dimensional Electron System, *Phys.Rev. Lett.* **90**, 056805 (2003).

[Заварицкая1987] Т.Н. Заварицкая, Э.И. Заварицкая, Переход металл - диэлектрик в инверсионных каналах кремниевых МДП структур, Письма в ЖЭТФ **45**, 476-480 (1987).

[Зала2001] G. Zala, B.N. Narozhny, I.L. Aleiner, Interaction corrections at intermediate temperatures: Magnetoresistance in a parallel field, Phys. Rev. B **65**, 020201(R) (2001).

[Зала2001-2] G. Zala, B.N. Narozhny, I.L. Aleiner, Interaction corrections at intermediate temperatures: Longitudinal conductivity and kinetic equation, Phys. Rev. B **64**, 214204 (2001).

[Зудов2001] М.А. Zudov, R.R. Du, J.A. Simmons, J.L. Reno, Shubnikov-de Haas-like oscillations in millimeterwave photoconductivity in a high-mobility two-dimensional electron gas, Phys. Rev. B **64**, 201311 (2001).

[Илани2000] S. Ilani, A. Yacoby, D. Mahalu, and H. Shtrikman, ected Behavior of the Local Compressibility near the $B = 0$ Metal-Insulator Transition, Phys. Rev. Lett. **84**, 3133 (2000).

[Илани2001] S. Ilani, A. Yacoby, D. Mahalu, and H. Shtrikman, Microscopic Structure of the Metal-Insulator Transition in Two Dimensions, Science **292**, 1354 (2001).

[Иоффе1981] L.B. Ioffe, A.I. Larkin, Fluctuation levels and cyclotron resonance in a random potential, [Sov. Phys. ZHETF **81**, 1048 (1981)].

[Йошими2014] R. Yoshimi, A. Tsukazaki, K. Kikutake, J. G. Checkelsky, K. S. Takahashi, M. Kawasaki, Y. Tokura, Dirac electron states formed at the heterointerface between a topological insulator and a conventional semiconductor, Nature Materials **13**, 253-257 (2014).

[Кадыков2018] A. Kadykov, S. Krishtopenko, B. Jouault, W. Desrat, W. Knap, S. Ruffenach, C. Consejo, J. Torres, S. Morozov, N. Mikhailov, S. Dvoretiskii, F. Teppe, Temperature-induced topological phase transition in HgTe quantum wells, Phys.Rev. Lett. **120**, 86401 (2018).

[Камжаи2008] A. Camjayi, K. Haule, V. Dobrosavljevic, G. Kotliar, Coulomb correlations and the Wigner-Mott transition, Nat. Phys. **4**, 932 - 935 (2008).

[Као2015] J. Cao, S. Liang, C. Zhang, Y. Liu, J. Huang, Z. Jin, Z.-G. Chen, Z. Wang, Q. Wang, J. Zhao, S. Li, X. Dai, J. Zou, Z. Xia, L. Li, F. Xiu, Landau level splitting in Cd₃As₂ under high magnetic fields, Nat. Comm **6**, 7779 (2015).

[Као2018] Y. Cao, V. Fatemi, S. Fang, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Kaxiras, P. Jarillo-

Herrero, Unconventional superconductivity in magic-angle graphene superlattices, *Nature* **556**, 43 (2018).

[Каралик2019] M. Karalic, C. Mittag, M. Hug, T. Tschirky, W. Wegscheider, K. Ensslin, T. Ihn, K. Shibata, R. Winkler, Gate-tunable electronic transport in p-type GaSb quantum wells, *Phys. Rev. B* **99**, 115435 (2019).

[Кастелани1986] C. Castellani, C. Di Castro, P.A. Lee, M. Ma, S. Sorella, E. Tabet, Enhancement of the spin susceptibility in disordered interacting electrons and the metal-insulator transition, *Phys. Rev. B* **33**, 6169 (1986).

[Кастеллани1998] C. Castellani, C. Di Castro, P.A. Lee, Metallic phase and metal-insulator transition in two-dimensional electronic systems, *Phys. Rev. B* **57**, 9381(R) (1998).

[КастроНето2009] A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M. R. Peres, K. S. Novoselov, A.K. Geim, The electronic properties of graphene, *Rev.Mod. Phys.* **81**, 109 (2009).

[Кателани2005] G. Catelani, I.L. Aleiner, Interaction corrections to thermal transport coefficients in disordered metals: the quantum kinetic equation approach, *JETP* **100**, 331 (2005).

[Каха2013] O. Caha, A. Dubroka, J. Humlicek, V. Holy, H. Steiner, M. Ul-Hassan, J. Sanchez-Barriga, O. Rader, T.N. Stanislavchuk, A.A. Sirenko, G. Bauer, G. Springholz, Growth, structure, and electronic properties of epitaxial bismuth telluride topological insulator films on BaF₂ (111) substrates, *Cryst. Growth Des.* **13**, 3365 (2013).

[Квон2008] З.Д. Квон, Е.Б. Ольшанецкий, Д.А. Козлов, Н.Н. Михайлов, С.А. Дворецкий, Двумерная электронно-дырочная система в квантовой яме на основе HgTe, *Письма в ЖЭТФ* **87**, 588 (2008).

[Квон2011] Z.D. Kvon, E.B. Olshanetsky, E.G. Novik, D.A. Kozlov, N.N. Mikhailov, I.O. Parm, S.A. Dvoretzky, Two-dimensional electron-hole system in HgTe-based quantum wells with surface orientation (112), *Phys. Rev. B* **83**, 193304 (2011).

[Кёниг2007] M. König, S. Wiedmann, C. Brüne1, A. Roth, H. Buhmann, L.W. Molenkamp, X.-L. Qi, S.-C. Zhang, Quantum Spin Hall Insulator State in HgTe Quantum Wells, *Science* **318**, 766-770 (2007).

[Кёниг2013] E.J. Konig, P.M. Ostrovsky, I.V. Protopopov, I.V. Gornyi, I.S. Burmistrov, A.D. Mirlin, Interaction and disorder effects in three-dimensional topological insulator thin films, *Phys. Rev. B* **88**, 035106 (2013).

[Кернрайтер2016] T. Kernreiter, M. Governale, U.Zülicke, Quantum capacitance of an HgTe quantum well as an indicator of the topological phase, *Phys. Rev. B* **93**, 241304(R) (2016).

[Кларк2008] W.R. Clarke, C.E. Yasin, A.R. Hamilton, A.P. Micolich, M.Y. Simmons, K. Muraki, Y. Hirayama, M. Pepper, D.A. Ritchie, Impact of long- and short-range disorder on the metallic behaviour of two-dimensional systems, *Nat. Phys.* **4**, 55-59 (2008).

[Кнез2011] I. Knez, R. Du, G. Sullivan, Evidence for helical edge modes in inverted InAs/GaSb quantum wells, *Phys.Rev. Lett.* **107**, 136603 (2011).

[Климов2008] N.N. Klimov, D. A. Knyazev, O. E. Omel'yanovskii, V. M. Pudalov, H. Kojima, and M. E. Gershenson, Interaction effects in conductivity of a two-valley electron system in high-mobility Si inversion layers, *Phys. Rev. B* **78**,195308 (2008).

[Князев2006] D.A. Knyazev, O.E. Omel'yanovskii, V.M. Pudalov, I.S. Burmistrov, Critical behavior of transport and magnetotransport in a 2D electron system in Si near the metal-insulator transition, *Pis'ma v ZhETF* **84**(12), 780-784 (2006). [*JETP Lett.* **84**(12), 662 (2006)].

[Князев2008] D. A. Knyazev, O. E. Omelyanovskii, V. M. Pudalov, and I. S. Burmistrov, Metal-Insulator Transition in Two Dimensions: Experimental Test of the Two-Parameter Scaling, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 046405 (2008).

[Козлов2009] Д. А. Козлов, З.Д. Квон, А.Е. Плотников, Квазиклассический и квантовый транспорты в двумерном электронном газе с решеткой антиточек, имеющих резкие границы, *Письма в ЖЭТФ* **89**, 89 (2009) [*JETP Lett.* 89, 80 (2008)].

[Козлов2014] D.A. Kozlov, Z.D. Kvon, E.B. Olshanetsky, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzky, D. Weiss, Transport Properties of a 3D Topological Insulator based on a Strained High-Mobility HgTe Film, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 196801 (2014).

[Козлов2016] D.A. Kozlov, M.L. Savchenko, J. Ziegler, Z.D. Kvon, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzskii, D. Weiss, Capacitance spectroscopy of a system of gapless Dirac fermions in a HgTe

quantum well JETP Letters **104**, 859-863 (2016).

[Козлов2019] D.A. Kozlov, J. Ziegler, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzskii, D. Weiss, Shubnikov-de Haas Oscillations in a Three-Dimensional Topological Insulator Based on a Strained HgTe Film in an Inclined Magnetic Field, JETP Letters **109**, 799-805 (2019).

[Коирала2015] N. Koirala, M. Brahlek, M. Salehi, L. Wu, J. Dai, J. Waugh, T. Nummy, M.-G. Han, J. Moon, Y. Zhu, D. Dessau, W. Wu, N.P. Armitage, S. Oh, Record Surface State Mobility and Quantum Hall Effect in Topological Insulator Thin Films via Interface Engineering, Nano Lett., **15(12)**, 8245-49, (2015).

[Колеридж1997] P.T. Coleridge, R.L. Williams, Y. Feng, P. Zawadzki, Metal-insulator transition at $B = 0$ in p -type SiGe, Phys. Rev. B **56**, R12764 (1997).

[Колеридж2002] P.T. Coleridge, A.S. Sachrajda, P. Zawadzki, Weak localization, interaction effects, and the metallic phase in p -SiGe, Phys. Rev. B, **65**, 125328 (2002).

[Кофи2003] D. Coffey and K. S. Bedell, Nonanalytic contributions to the self-energy and the thermodynamics of two-dimensional Fermi liquids, Phys. Rev. Lett. **71**, 1043 (1993).

[Коэльо2013] P. M. Coelho, G.A.S. Ribeiro, A. Malachias, V. L. Pimentel, W. S. Silva, D. D. Reis, M.S.C. Mazzoni, and R. Magalhaes-Paniago, Temperature-Induced Coexistence of a Conducting Bilayer and the Bulk-Terminated Surface of the Topological Insulator Bi_2Te_3 , Nano Lett., **13**, 4517, (2013).

[Кравченко1994] S.V. Kravchenko, G.V. Kravchenko, J.E. Furneaux, V.M. Pudalov, M. D'Iorio, Possible metal-insulator transition at $B = 0$ in two dimensions, Phys.Rev. B **50**, 803 (1994).

[Кравченко1994-2] S.V. Kravchenko, J.E. Furneaux, V.M. Pudalov, Hall insulator in two-dimensional electron system in Si in the extreme quantum limit, Phys.Rev. B **49**, 2250 (1994).

[Кравченко1995] S.V. Kravchenko, W.E. Mason, G.E. Bowker, J.E. Furneaux, V.M. Pudalov, M. D'Iorio, Scaling of an anomalous metal-insulator transition in a two-dimensional system in silicon at $B = 0$, Phys.Rev. B **51**, 7038 (1995).

[Кравченко1998] S.V. Kravchenko, D. Simonian, M. P. Sarachik, A. D. Kent, V. M. Pudalov,

Effect of a tilted magnetic field on the anomalous $H = 0$ conducting phase in high-mobility Si MOSFET's, *Phys. Rev. B* **58**, 3553 (1998).

[Краснополин1987] И.Я. Краснополин, В.М. Пудалов, С.Г. Семенчинский, Физический репер сопротивления на основе квантового эффекта Холла, *ПТЭ* **6**, 5-24 (1987).

[Крафтмахер2004] Y. Kraftmakher, *Modulation Calorimetry: Theory and applications*. Springer-Verlag Berlin Heidenberg, 2004.

[Криштопенко2016] S.S. Krishtopenko, I. Yahniuk, D.B. But, V.I. Gavrilenko, W. Knap, and F. Terpe, Pressure- and temperature-driven phase transitions in HgTe quantum wells, *Phys. Rev. B* **94**, 245402 (2016).

[Криштопенко2019] S.S. Krishtopenko, M. Antezza, F. Terpe, Disorder-induced phase transition in Dirac systems beyond the linear approximation, *Phys. Rev. B* **101**, 205424 (2020).

[Ксай2015] X. Xi, Z. Wang, W. Zhao, J.-H. Park, K.T. Law, H. Berger, L. Forró, J. Shan, K.F. Mak, Ising pairing in superconducting NbSe₂ atomic layers, *Nat. Phys.* **12**, 139–143 (2016).

[Ксиа2009] Y. Xia, D. Qian, D. Hsieh, L. Wray, A. Pal, H. Lin, A. Bansil, D. Grauer, Y. S. Hor, R. J. Cava, M. Z. Hasan, Observation of a large-gap topological-insulator class with a single Dirac cone on the surface, *Nat. Phys.* **5**, 398 (2009).

[Ксианг2015] Z.J. Xiang, G.J. Ye, C. Shang, B. Lei, N.Z. Wang, K.S. Yang, D.Y. Liu, F.B. Meng, X.G. Luo, L.J. Zou, Z. Sun, Y. Zhang, X.H. Chen, Pressure-induced electronic transition in black phosphorus, *Phys.Rev. Lett.* **115**, 186403 (2015).

[Ксиао2010] D. Xiao, M.-C. Chang, Q. Niu, Berry phase effects on electronic properties, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1959 (2010).

[Ксионг2012] J. Xiong, Y. Luo, Y. Khoo, S. Jia, R. Cava, N. Ong, High-field Shubnikov–de Haas oscillations in the topological insulator Bi₂Te₂Se, *Phys.Rev. B* **86**, 045314 (2012).

[Ксионг2013] J. Xiong, Y. Khoo, S. Jia, R.J. Cava, and N.P. Ong, Tuning the quantum oscillations of surface Dirac electrons in the topological insulator Bi₂Te₂Se by liquid gating, *Phys. Rev. B* **88**, 035128, (2013).

[Ксу2019] S.G. Xu, A.I. Berdyugin, P. Kumaravadivel, F. Guinea, R. Krishna Kumar, D.A.

Bandurin, S.V. Morozov, W. Kuang, B. Tsim, S. Liu, J.H. Edgar, I.V. Grigorieva, V.I. Fal'ko, M. Kim, A.K. Geim, Giant oscillations in a triangular network of one-dimensional states in marginally twisted graphene, *Nat. Comm.* **10**, 4008 (2019).

[Ку2018] D. Qu, N. Teslich, Z.Dai, G. Chapline, T. Schenkel, S.R. Durham, J. Dubois, Onset of a two-dimensional superconducting phase in a topological-insulator–normal-metal $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x/\text{Pt}$ junction fabricated by ion-beam techniques, *Phys.Rev. Lett.* **121**, 037001 (2018).

[Кудринский2017] Z.R. Kudrynskiy, M.A. Bhuiyan, O. Makarovskiy, J.D.G. Greener, E.E. Vdovin, Z.D. Kovalyuk, Y. Cao, A. Mishchenko, K.S. Novoselov, P.H. Beton, L. Eaves, A. Patané, Giant quantum Hall plateau in graphene coupled to an InSe van der Waals crystal, *Phys.Rev. Lett.* **119**, 157701 (2017).

[Куин2009] S. Qin, J. Kim, Q. Niu, C.-K. Shih, Superconductivity at the two-dimensional limit, *Science* **324**, 1314 (2009).

[Кукушкин2009] I.V. Kukushkin, J.H. Smet, V.W. Scarola, V. Umansky, K. von Klitzing, Dispersion of the excitations of fractional quantum Hall states, *Science* **324**, 1044 (2009).

[Кумар2005] M. Kumar, G. Moria, F. Capotondia, G. Biasiola, L. Sorba, Spin susceptibility of two-dimensional hole gases in GaAs/AlGaAs heterostructures, *Sol.St.Comm.*, **135**, 57 (2005).

[Кумар2020] A.S. Kumar, K. Premasiri, M. Gao, U.R. Kumar, R. Sankar, F.-C. Chou, X.P.A. Gao, Electron-electron interactions in 2D semiconductor InSe, arxiv:2004.10879

[Кунцевич2007] A.Y. Kuntsevich, N.N. Klimov, S.A. Tarasenko, N.S. Averkiev, V.M. Pudalov, H. Kojima, M.E. Gershenson, Intervalley scattering and weak localization in Si-based two-dimensional structures, *Phys.Rev. B* **75**, 195330 (2007).

[Кунцевич2009] A.Yu. Kuntsevich, G.M. Minkov, A.A. Sherstobitov, V.M. Pudalov, Nonmonotonic magnetoresistance of two-dimensional electron systems in the ballistic regime, *Physical Review B* **79**, 205319 (2009).

[Кунцевич2013] A.Yu. Kuntsevich, L.A. Morgun, V.M. Pudalov, Electron-electron interaction correction and magnetoresistance in tilted fields in Si-based two-dimensional systems, *Phys. Rev. B* **87**, 205406 (2013).

[Кунцевич2013-2] A.Yu. Kuntsevich, V.M. Pudalov, Comment on “Connecting the reentrant insulating phase and the zero-field metal-insulator transition in a 2D hole system”, *Phys.Rev. Lett.* **110**, 249701 (2013).

[Кунцевич2015] A. Kuntsevich, Y. Tupikov, V.M. Pudalov, I. Burmistrov, Strongly correlated two-dimensional plasma explored from entropy measurements, *Nat.Comm.***6**, 7298 (2015).

[Кунцевич2016] A.Yu. Kuntsevich, A.V. Shupletsov, M.S. Nunuparov, Temperature dependent nonlinear Hall effect in macroscopic Si-MOS antidot array, *Phys.Rev. B* **93**, 205407 (2016).

[Кунцевич2016-2] A.Yu. Kuntsevich, A.A. Gabdullin, V.A. Prudkoglyad, Yu.G. Selivanov, E.G. Chizhevskii, V.M. Pudalov, Low-temperature Hall effect in bismuth chalcogenides thin films, *Phys.Rev. B* **94**, 235401 (2016).

[Кунцевич2018] A.Yu. Kuntsevich, A. Shupletsov, G. Minkov, Simple mechanisms that impede the Berry phase identification from magnetooscillations, *Phys.Rev. B* **97**, 195431 (2018).

[Кунцевич2020] A.Yu. Kuntsevich, G.M. Minkov, A.A. Sherstobitov, Y.V. Tupikov, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzky, Density of states measurements for the heavy subband of holes in HgTe quantum wells, *Phys. Rev. B* **101**, 085301 (2020).

[Кушваха2016] S.K. Kushwaha, I. Pletikovic, T. Liang, A. Gyenis, S.H. Lapidus, Y. Tian, H. Zhao, K.S. Burch, J. Lin, W. Wang, H. Ji, A.V. Fedorov, A. Yazdani, N.P. Ong, T. Valla, R.J. Cava; Sn-doped $\text{Bi}_{1.1}\text{Sb}_{0.9}\text{Te}_2\text{S}$ bulk crystal topological insulator with excellent properties, *Nat. Commun.* **7**, 11456 (2016).

[Лай2005] K. Lai, W. Pan, D.C. Tsui, S.A. Lyon, M. Muhlberger, F. Schaffler, Two-dimensional metal-insulator transition and in-plane magnetoresistance in a high-mobility strained Si quantum well, *Phys. Rev. B* **72**, 081313(R), (2005).

[Кукушкин1988] И.В. Кукушкин, С.В. Мешков, В.Б. Тимофеев, Плотность состояний двумерных электронов в поперечном магнитном поле, *УФН* **155**, 219 (1988).

[Курное1998] S. Curnoe, P.C.E. Stamp, Quantum oscillations of electrons and of composite fermions in two dimensions: beyond the Luttinger expansion, *Phys.Rev. Lett.* **80**, 3312 (1998).

[Лай2005] K. Lai, W. Pan, D. C. Tsui, S. A. Lyon, M. Muhlberger, and F.Schaffler, Two-

dimensional metal-insulator transition and in-plane magnetoresistance in a high-mobility strained Si quantum well, *Phys. Rev. B* **72**, 081313(R) (2005).

[Ландау5] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика. Часть I*, Теоретическая физика в десяти томах, том V, Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2002.

[Лара-Авила2011] S. Lara-Avila, A. Tzalenchuk, S. Kubatkin, R. Yakimova, T.J.B.M. Janssen, K. Cedergren, T. Bergsten, V. Fal'ko, Disordered Fermi liquid in epitaxial graphene from quantum transport measurements, *Phys.Rev. Lett.* **107**, 166602 (2011).

[Ларионов2001] А.В. Ларионов, В.Б. Тимофеев, П.А. Ни, С.В. Дубонос, И. Хвам, К. Соеренсен, Бозе-конденсация межъямных экситонов в двойных квантовых ямах, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 689 (2001).

[Ларкин1980] А.И. Ларкин, Магнетосопротивление двумерных систем, *Письма в ЖЭТФ* **31**, 239 (1980).

[Латтинджер1961] J.M. Luttinger, Theory of the de Haas-van Alphen effect for a system of interacting fermions, *Phys. Rev.* **121**, 1251 (1961).

[Лахуд2013] E. Lahoud, E. Maniv, M.S. Petrushevsky, M. Naamneh, A. Ribak, S. Wiedmann, L. Petaccia, Z. Salman, K.B. Chashka, Y. Dagan, A. Kanigel, Evolution of the Fermi surface of a doped topological insulator with carrier concentration, *Phys. Rev. B* **88**, 195107 (2013).

[Ли1982] P.A. Lee, T.V. Ramakrishnan, Magnetoresistance of weakly disordered electrons, *Phys. Rev. B* **26**, 4009 (1982).

[Ли2003] L. Li, Y.Y. Proskuryakov, A.K. Savchenko, E.H. Linfield, D.A. Ritchie, Magnetoresistance of a 2D electron gas caused by electron interactions in the transition from the diffusive to the ballistic regime, *Phys.Rev. Lett.* **90**, 076802 (2003).

[Ли2015] M.-Y. Li, Y. Shi, C.-C. Cheng, L.-S. Lu, Y.-C. Lin, H.-L. Tang, M.-L. Tsai, C.-W. Chu, K.-H. Wei, J.-H. He, W.-H. Chang, K. Suenaga, L.-J. Li, Epitaxial growth of a monolayer WSe₂-MoS₂ lateral *p-n* junction with an atomically sharp interface, *Science* **349**, 524 (2015).

[Ли2017] G.-H. Lee, K.-F. Huang, D.K. Efetov, D.S. Wei, S. Hart, T. Taniguchi, K. Watanabe, A. Yacoby, P. Kim, Inducing superconducting correlation in quantum Hall edge states, *Nat. Phys.*

13, 693 (2017).

[Ли2017-2] J.I.A. Li, T. Taniguchi, K. Watanabe, J. Hone, C.R. Dean, Excitonic superfluid phase in double bilayer graphene, *Nat. Phys.* **13**, 751 (2017).

[Ли2019] P. Li, C. Wang, J. Zhang, S. Chen, D. Guo, W. Ji, D. Zhong, Single-Layer CrI₃ Grown by Molecular Beam Epitaxy, arXiv:1912.02559

[Ли2019-2] S. Li, Q. Zhang, P. Ghaemi, M.P. Sarachik, Evidence for mixed phases and percolation at the metal-insulator transition in two dimensions, *Phys. Rev. B* **99**, 155302 (2019).

[Лиу2011] M. Liu, C. Chang, Z. Zhang, Y. Zhang, W. Ruan, K. He, L. Wang, X. Chen, J.F. Jia, S.C. Zhang, Q. Xue, X. Ma, Y. Wang, Electron interaction-driven insulating ground state in Bi₂Se₃ topological insulators in the two-dimensional limit, *Phys.Rev. B* **83**, 165440 (2011).

[Лиу2014] H. Liu, A.T. Neal, Z. Zhu, Z. Luo, X. Xu, D. Tománek, P.D. Ye Phosphorene: an unexplored 2D semiconductor with a high hole mobility, *ACS Nano*. **8**, 4033 (2014).

[Лиу2014-2] H.C. Liu, H.Z. Lu, H.T. He, B. Li, S.G. Liu, Q.L. He, G. Wang, I.K. Sou, S.Q. Shen, J. Wang, Tunable interaction-induced localization of surface electrons in antidot nanostructured Bi₂Te₃ thin films, *ACS Nano* **8**, 9616 (2014).

[Лиу2015] Z. Liu, X. Yao, J. Shao, M. Zuo, L. Pi, S. Tan, C. Zhang, Y. Zhang, Superconductivity with topological surface state in Sr_xBi₂Se₃, *Jour. Amer. Chem. Soc.* **137**, 10512 (2015).

[Лиу2015-2] Y.H. Liu, C.W. Chong, J.L. Jheng, S.Y. Huang, J.C.A. Huang, Z. Li, H. Qiu, S.M. Huang, V.V. Marchenkov, Gate-tunable coherent transport in Se-capped Bi₂Se₃ grown on amorphous SiO₂/Si, *Appl. Phys. Lett.* **107**, 012106 (2015).

[Лиу2016] Y. Liu, S. Hasdemir, L.N. Pfeiffer, K.W. West, K.W. Baldwin, M. Shayegan, Observation of an Anisotropic Wigner Crystal, *Phys.Rev. Lett.* **117**, 106802 (2016).

[Лифшиц1956] I.M. Lifshitz, A.M. Kosevich, On the Quantum analog of the collision integral for electrons in magnetic and electric fields, *JETP* **2**, 636 (1956).

[Ло2014] S.-T. Lo, F.-H. Liu, C.-S. Hsu, C. Chuang, L.-I Huang, Y. Fukuyama, Y. Yang, R. E. Elmquist, C.-T. Liang, Localization and electron-electron interactions in few-layer epitaxial

graphene, *Nanotechnology* **25**, 245201 (2014).

[Льу2009] T.M. Lu, D.C. Tsui, C.-H. Lee, C.W. Liu, Observation of two-dimensional electron gas in a Si quantum well with mobility of 1.6×10^6 cm²/Vs, *Appl. Phys. Lett.* **94**, 182102 (2009).

[Льу2014] H.-Z. Lu, S.-Q. Shen, Finite-temperature conductivity and magnetoconductivity of topological Insulators, *Phys.Rev. Lett* **112**, 146601 (2014).

[Льу2015] Y. Luo, N. J. Ghimire, M. Wartenbe, H. Choi, M. Neupane, R. D. McDonald, E. D. Bauer, J. Zhu, J. D. Thompson, F. Ronning, Electron-hole compensation effect between topologically trivial electrons and nontrivial holes in NbAs, *Phys. Rev B* **92**, 205134 (2015).

[Льу2016] X. Luo, F. C. Chen, J. L. Zhang, Q. L. Pei, G. T. Lin, W. J. Lu, Y. Y. Han, C. Y. Xi, W. H. Song, and Y. P. Sun, Td-MoTe₂: A possible topological superconductor, *Appl. Phys. Lett.* **109**, 102601 (2016).

[Лэнг2012] M. Lang, L. He, F. Xiu, X. Yu, J. Tang, Y. Wang, X. Kou, W. Jiang, A.V. Fedorov, K.L. Wang, Revelation of Topological Surface States in Bi₂Se₃ Thin Films by In Situ Al Passivation, *ACS Nano*, **6**, 295 (2012).

[Маки1968] K. Maki, The critical fluctuation of the order parameter in type-II superconductors, *Progr. Theor. Phys.* **39**, 897 (1968).

[Мани2002] R.G. Mani, J.H. Smet, K. von Klitzing, V. Narayanamurti, W.B. Johnson, V. Umansky, Zero-resistance states induced by electromagnetic-wave excitation in GaAs/AlGaAs heterostructures, *Nature* **420**, 646 (2002).

[Манцели2017] S. Manzeli, D. Ovchinnikov, D. Pasquier, O.V. Yazyev, A. Kis, 2D transition metal dichalcogenides. *Nature Rev. Mat.* **2**, 1–15 (2017).

[Мартин2003] G.W. Martin, D.L. Maslov, M.Yu. Reizer, Quantum magneto-oscillations in a two-dimensional Fermi liquid, *Phys.Rev. B* **68**, 241309(R) (2003).

[Маслов2009] D. Maslov, A. Chubukov, Nonanalytic paramagnetic response of itinerant fermions away and near a ferromagnetic quantum phase transition, *Phys.Rev. B* **79**, 75112 (2009).

[Махмудян2020] M.M. Mahmoodian, M.V. Entin, Conductivity of a two-dimensional HgTe layer near the critical width: The role of developed edge states network and random mixture of p-

and n-domains, Phys. Rev. B **101**, 125415 (2020).

[Меир2000] Y.Meir, Two-species percolation and scaling theory of the metal-insulator transition in two dimensions, Phys.Rev. B **61** 16470-16476 (2000).

[Меир2011] H. Meier, C. Pépin, K.B. Efetov, Low-energy excitations and singular contributions in the thermodynamics of clean Fermi liquids, Phys. Rev. B **84**, 205131 (2011).

[Мельников2019] М.Ю. Melnikov, А.А. Shashkin, V.T. Dolgoplov, A.Y.X. Zhu, S.V. Kravchenko, S.-H. Huang, C.W. Liu, Quantum phase transition in ultrahigh mobility SiGe/Si/SiGe two-dimensional electron system, Phys.Rev. B **99**, 081106(R)(2019).

[Менс1987] P.M. Mensz, R.G. Wheeler, Magnetoconductance due to parallel magnetic fields in silicon inversion layers, Phys.Rev. B **35**, 2844 (1987).

[Микаэли2012] K. Michaeli, K.S. Tikhonov, A.M. Finkel'stein, Hall effect in superconducting films, Phys.Rev. B **86**, 014515 (2012).

[Микитик1999] G.P. Mikitik, Yu.V. Sharlai, Manifestation of Berry's Phase in Metal Physics, Phys. Rev. Lett. **82**, 2147 (1999).

[Микитик2012] G.P. Mikitik, Yu.V. Sharlai, Berry phase and the phase of the Shubnikov-de Haas oscillations in three-dimensional topological insulators, Phys. Rev. B **85**, 033301 (2012).

[Миныхов2001] G.M. Minkov, O.E. Rut, A.V. Germanenko, A. Sherstobitov, V. Shashkin, O.I. Khrykin, V.M. Daniltsev, Quantum corrections to the conductivity in two-dimensional systems: Agreement between theory and experiment, Phys.Rev. B **64**, 235327 (2001).

[Миныхов2002] G.M. Minkov, O.E. Rut, A.V. Germanenko, A.A. Sherstobitov, B.N. Zvonkov, E. A. Uskova, A.A. Birukov, Quantum corrections to conductivity: From weak to strong localization, Phys.Rev. B **65**, 235322 (2002).

[Миныхов2003] G.M. Minkov, O.E. Rut, A.V. Germanenko, A.A. Sherstobitov, V.I. Shashkin, O.I. Khrykin, B.N. Zvonkov, Electron-electron interaction with decreasing conductance, Phys. Rev. B. **67**, 205306, (2003).

[Миныхов2005] G.M. Minkov, A.A. Sherstobitov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, V.A. Larionova, B.N. Zvonkov, Hole-hole interaction in a strained $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ two-dimensional system, Phys. Rev.

В **72**, 165325 (2005).

[Ми́ньков2006] G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, V.A. Larionova, A.K. Bakarov, B.N. Zvonkov, Diffusion and ballistic contributions of the interaction correction to the conductivity of a two-dimensional electron gas, *Phys.Rev. B* **74**, 045314, (2006).

[Ми́ньков2010] G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, B.N. Zvonkov, Low magnetic field anomaly of the Hall effect in disordered twodimensional systems Interplay between weak localization and electron-electron interaction, *Phys.Rev. B* **82**, 35306 (2010).

[Ми́ньков2012] G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, Interaction correction to the conductivity of two-dimensional electron gas in $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{InP}$ quantum well structure with strong spin-orbit coupling, *Phys. Rev. B* **85**, 125303 (2012).

[Ми́ньков2013] G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, S.A. Dvoretzki, N.N. Mikhailov, Two-dimensional semimetal in a wide HgTe quantum well: Magnetotransport and energy spectrum, *Phys.Rev. B* **88**, 155306 (2013).

[Ми́ньков2014] G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, S.A. Dvoretzki, N.N. Mikhailov, Hole transport and valence-band dispersion law in a HgTe quantum well with a normal energy spectrum, *Phys. Rev. B* **89**, 165311 (2014).

[Ми́ньков2016] G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O. E. Rut, A.A. Sherstobitov, M.O. Nestoklon, S.A. Dvoretzki, N.N. Mikhailov, Spin-orbit splitting of valence and conduction bands in HgTe quantum wells near the Dirac point, *Phys. Rev. B* **93**, 155304 (2016).

[Ми́ньков2016-2] Г.М. Ми́ньков, О.Э. Рут, А.А. Шерстобитов, С.А. Дворецкий, Н.Н. Михайлов, Зеемановское расщепление зоны проводимости квантовых ям HgTe с полуметаллическим спектром, *ЖЭТФ Letters* **104**, 241 [Письма в ЖЭТФ **104**, 241 (2016).]

[Ми́ньков2017] G.M. Minkov, V.Ya. Aleshkin, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, A.V. Germanenko, S.A. Dvoretzki, N.N. Mikhailov, Valence band energy spectrum of HgTe quantum wells with an inverted band structure, *Phys. Rev. B* **96**, 035310 (2017).

[Ми́ньков2017-2] G.M.Minkov, O.E.Rut, A.A. Sherstobitov, S.A. Dvoretzki, N.N. Mikhailov, Zeeman splitting of conduction band in HgTe quantum wells near the Dirac point, *Physica E* **91**,

203-208 (2017).

[Миньков2020] G.M. Minkov, V.Ya. Aleshkin, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, S.A. Dvoretzki, N.N. Mikhailov, A.V. Germanenko, Anisotropy of the in-plane g -factor of electrons in HgTe quantum wells, *Phys. Rev. B* **101**, 085305 (2020).

[Мокеров1988] В.Г. Мокеров, Б.К. Медведев, В.М. Пудалов, Д. Ринберг, С. Семенчинский, Ю. Слепнев, Переходы между бездиссипативным и диссипативным состояниями в гетеро-структурах GaAs-Al_xGa_{1-x}As в квантовом эффекте Холла, *Письма в ЖЭТФ* **47**, 59 (1988).

[Моргун2016] L.A. Morgun, A.Yu. Kuntsevich, V.M. Pudalov, Novel Energy Scale in the Interacting 2D Electron System Evidenced from Transport and Thermodynamic Measurements; *Phys.Rev. B* **93**, 235145 (2016).

[Муравьёв2015] V.M. Muravev, P.A. Gusikhin, I.V. Andreev, I.V. Kukushkin, Novel relativistic plasma excitations in a gated two-dimensional electron system, *Phys.Rev. Lett.* **114**, 106805 (2015).

[Муракава2013] H. Murakawa, M. S. Bahramy, M. Tokunaga, Y. Kohama, C. Bell, Y. Kaneko, N. Nagaosa, H.Y. Hwang, Y. Tokura, Detection of Berry's Phase in a Bulk Rashba Semiconductor, *Science*, **342**, 1490 (2013).

[Назмул2005] A.M. Nazmul, T. Amemiya, Y. Shuto, S. Sugahara, M. Tanaka, High temperature ferromagnetism in GaAs-based heterostructures with Mn δ doping, *Phys.Rev. Lett.* **95**, 017201 (2005).

[Нарожный2000] B.N. Narozhny, I.L. Aleiner, A.I. Larkin, Magnetic fluctuations in two-dimensional metals close to the Stoner instability, *Phys. Rev. B* **62**, 14898 (2000).

[Нижанковский2000] V. I. Nizhankovskii, Change in the chemical potential of niobium at transition to the superconducting state, *Europ. Phys. J. B* **3**, **18**, 397, (2000).

[Нижанковский2011] V.I. Nizhankovskii, Thermodynamics of two-dimensional electron gas in a magnetic field, *Physics Research International* **2011**, 742158 (2011).

[Новик2005] E.G. Novik, A. Pfeuffer-Jeschke, T. Jungwirth, V. Latussek, C. R. Becker, G. Landwehr, H. Buhmann, and L. W. Molenkamp, Band structure of semimagnetic Hg_{1-y}Mn_yTe

quantum wells, *Phys.Rev. B* **72**, 035321 (2005).

[НОВИКОВ2009] D.S. Novikov, Temperature-dependent Drude transport in a two-dimensional electron gas, *Phys. Rev. B* **79**, 235304 (2009).

[НОВОСЁЛОВ2004] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov, Electric field effect in atomically thin carbon films, *Science* **306**, 666-669 (2004).

[НОВОСЁЛОВ2005] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, M.I. Katsnelson, I.V. Grigorieva, S.V. Dubonos, A.A. Firsov, Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene, *Nature* **438**, 197-200 (2005).

[НОВОСЁЛОВ2007] K.S. Novoselov, Z. Jiang, Y. Zhang, S.V. Morozov, H.L. Stormer, U. Zeitler, J.C. Maan, G.S. Boebinger, P. Kim, A.K. Geim, Room-temperature quantum Hall effect in graphene, *Science*, **315**, 1379, (2007).

[НЬЮСОН1987] D.J. Newson, M. Pepper, E.Y. Hall, G. Hill, Quantum corrections to the Hall effect in III-V semiconductors, *J. Phys. C* **20**, 4369 (1987).

[ОВЕШНИКОВ2016] Л. Н. Овешников, В. А. Прудкогляд, Е. И. Нехаева, А. Ю. Кунцевич, Ю. Г. Селиванов, Е. Г. Чижевский, Б. А. Аронзон; Магнетотранспорт в тонких эпитаксиальных пленках Bi_2Se_3 , *Письма в ЖЭТФ*, том **104**, вып. 9, с. 651 – 657 (2016).

[ОВЕШНИКОВ2018] L.N. Oveshnikov, Ya.I. Rodionov, K.I. Kugel, I.A. Karateev, A.L. Vasiliev, Yu.G. Selivanov, E.G. Chizhevskii, I.S. Burmistrov, B.A. Aronzon, Magnetism of Bi_2Se_3 thin films with Eu-rich flat inclusions, *J. Phys.: Condens. Matter*, **30** 445801 (2018).

[ОЗЕРИН2012] A.Yu. Ozerin, L. A. Falkovsky, Berry phase, semiclassical quantization, and Landau levels, *Phys. Rev. B* **85**, 205143 (2012).

[ОКАМОТО1999] T. Okamoto, K. Hosoya, S. Kawaji, and A. Yagi, Spin Degree of Freedom in a Two-Dimensional Electron Liquid, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3875 (1999).

[ОКАМОТО2004] T. Okamoto, M. Ooya, K. Hosoya, S. Kawaji, Spin polarization and metallic behavior in a silicon two-dimensional electron system, *Phys. Rev. B* **69**, 041202(R) (2004).

[ОНО2000] H. Ohno, D. Chiba, F. Matsukura, T. Omiya, E. Abe, T. Dietl, Y. Ohno, K. Ohtani,

Electric-field control of ferromagnetism, *Nature* **408**, 944 (2000).

[Ортнер2002] K. Ortner, X.C. Zhang, A. Pfeuffer-Jeschke, C. R. Becker, G. Landwehr, and L. W. Molenkamp, Valence band structure of HgTe/Hg_{1-x}Cd_xTe single quantum wells, *Phys. Rev. B* **66**, 075322, (2002).

[Охтомо2004] A. Ohtomo, H.Y. Hwang, A high-mobility electron gas at the LaAlO₃/SrTiO₃ heterointerface, *Nature* **427** 423–426 (2004).

[Пааланен1983] M.A. Paalanen, D.C. Tsui, J.C.M. Hwang, Parabolic magnetoresistance from the interaction effect in a two-dimensional electron gas, *Phys.Rev. Lett.* **51**, 2226 (1983).

[Пал2012] H.K. Pal, V.I. Yudson, D.L. Maslov, Effect of electron-electron interaction on surface transport in the Bi₂Te₃ family of 3D topological insulators, *Phys. Rev. B* **85**, 085439, (2012).

[Панноуз2001] A. Punnoose, A.M. Finkel'stein, Dilute electron gas near the metal-insulator transition: Role of valleys in silicon inversion layers, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 016802 (2001).

[Панноуз2005] A. Punnoose, A.M. Finkel'stein, Metal-insulator transition in disordered two-dimensional electron systems, *Science* **14**, 289-291 (2005).

[Панноуз2005] A. Punnoose, A. M. Finkelstein, Metal-Insulator Transition in Disordered Two-Dimensional Electron Systems, *Science* **310**, 289 (2005).

[Панноуз2010] A. Punnoose, Renormalization group study of intervalley scattering and valley splitting in a two-valley system, *Phys. Rev. B* **81**, 035306 (2010)

[Панноуз2010-2] A. Punnoose, A.M. Finkel'stein, A. Mokashi, S. V. Kravchenko, Test of the scaling theory in two dimensions in the presence of valley splitting and intervalley scattering in Si-MOSFETs, *Phys. Rev. B* **82**, 201308 (2010).

[Пападакис1998] S.J. Papadakis and M. Shayegan, Apparent metallic behavior at $B = 0$ of a two-dimensional electron system in AlAs, *Phys. Rev. B* **57**, R15068 (1998).

[Пападакис1999] S.J. Papadakis, E.P. De Poortere, H.C. Manoharan, M. Shayegan, R. Winkler, The Effect of Spin Splitting on the Metallic Behavior of a Two-Dimensional System, *Science* **283**, 2056 (1999).

[Париш2003] M.M. Parish, P.B. Littlewood, Non-saturating magnetoresistance in heavily

disordered semiconductors, *Nature* **426**, 162 (2003).

[Пецини2020] S. Pezzini, V. Miseikis, G. Piccinini, S. Forti, S. Pace, R. Engelke, F. Rossella, K. Watanabe, T. Taniguchi, P. Kim, C. Coletti, 30°-twisted bilayer graphene quasicrystals from chemical vapor deposition, *Nano Lett.* **20**, 3313 (2020).

[Пинг2014] J. Ping, I. Yudhistira, N. Ramakrishnan, S. Cho, S. Adam, M. Fuhrer, Disorder-induced magnetoresistance in a two-dimensional electron system, *Phys.Rev. Lett.* **113**, 047206 (2014).

[Пинчук1989] A. Pinczuk, S. Schmitt-Rink, G. Danan, J.P. Valladares, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Large exchange interactions in the electron gas of GaAs quantum wells, *Phys.Rev. Lett.* **63**, 1633 (1989).

[Питаевский9] Л.П. Питаевский, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика. Часть II*, Теоретическая физика в десяти томах, том IX, Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2002.

[Пономаренко2011] L.A. Ponomarenko, A.K. Geim, A.A. Zhukov, R. Jalil, S.V. Morozov, K.S. Novoselov, I.V. Grigorieva, E.H. Hill, V.V. Cheianov, V.I. Fal'ko, K. Watanabe, T. Taniguchi, R.V. Gorbachev, Tunable metal-insulator transition in double-layer graphene heterostructures, *Nat. Phys.* **7**, 958 (2011).

[Порье1998] W. Poirier, D. Mailly, M. Sanquer, Electron-electron interaction in doped GaAs at high magnetic field, *Phys. Rev. B* **57**, 3710 (1998).

[Поттс1996] A. Potts, R. Shepherd, W. G. Herrenden-Harker, M. Elliott, C. L. Jones, A. Usher, G. A. C. Jones, D. A. Ritchie, E. Linfield, M. Grimshaw, Magnetization studies of Landau level broadening in two-dimensional electron systems, *J. Phys.: Cond. Mat.* **8**, 5189 (1996).

[Проскуряков2002] Y.Y. Proskuryakov, A.K. Savchenko, S.S. Safonov, M. Pepper, M.Y. Simmons, D.A. Ritchie, Hole-hole interaction effect in the conductance of the two-dimensional hole gas in the ballistic regime, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 076406 (2002).

[Прус2001] O. Prus, M. Reznikov, U. Sivan, V.M. Pudalov, Cooling of electrons in a silicon inversion layer, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 016801 (2001).

[Прус2003] O. Prus, Y. Yaish, M. Reznikov, U. Sivan, V.M. Pudalov, Thermodynamic spin

magnetization of strongly correlated two-dimensional electrons in a silicon inversion layer, *Phys. Rev. B* **67**, 205407 (2003).

[Пудалов1985] V.M. Pudalov, S.G. Semenchinskii, V.S.Edel'man, Oscillations of the chemical potential and the energy spectrum of electrons in the inversion layer at a silicon surface in a magnetic field, *ZhETF* **89**, 1870 (1985). [*ЖЭТФ* **62**, 1079 (1985)].

[Пудалов1986] V.M.Pudalov, S.G.Semenchinskii, Quantum oscillations of the density and Fermi energy of electrons at inversion layer in magnetic field, *Письма в ЖЭТФ*, **44**, 526 (1986).

[Пудалов1993] V.M. Pudalov, M. D'Iorio, J.Campbell, Hall resistance and quantized Hall effect to insulator transitions in a 2D electron system, *Письма в ЖЭТФ***57**(9), 592 (1993).

[Пудалов1993] V.M. Pudalov, M. D'Iorio, S.V. Kravchenko, J.W. Campbell, Zero-magnetic-field collective insulator phase in a dilute 2D electron system, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1866 (1993).

[Пудалов1997] V.M. Pudalov, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer, Instability of the two-dimensional metallic phase to a parallel magnetic field, *JETP Lett.* **67**, 887 (1997).

[Пудалов2001] V.M. Pudalov, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer, Effect of the in-plane magnetic field on conduction of the Si-inversion layer: magnetic field driven disorder, *cond-mat/0103087* (2001).

[Пудалов2001-2] V.M. Pudalov, A. Punnoose, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer, Valley Splitting in Si-Inversion Layers at Low Magnetic Fields, *arXiv:cond-mat/0104347* (2001).

[Пудалов2002] V.M. Pudalov, M.E. Gershenson, H. Kojima, N. Butch, E.M. Dizhur, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer, Low-density spin susceptibility and effective mass of mobile electrons in Si inversion layers, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 196404 (2002).

[Пудалов2002-2] V.M. Pudalov, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer, Weak anisotropy and disorder dependence of the in-plane magnetoresistance in high-mobility (100) Si-inversion layers, *Phys.Rev. Lett.* **88**, 076401 (2002).

[Пудалов2003] V.M. Pudalov, M. Gershenson, H. Kojima, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer, Interaction effects in conductivity of Si inversion layers at intermediate temperatures, *Phys.Rev. Lett.* **91**, 126403 (2003).

[Пудалов2004] V.M. Pudalov, Metallic conduction, apparent metal-insulator transition and related phenomena in two-dimensional electron liquid, in: *The Electron Liquid Paradigm in Condensed Matter Physics*, ed. by G.F. Giuliani and G. Vignale (IOS press, Amsterdam, 2004), p. 335-356, cond-mat/0405315.

[Пудалов2006] В.М. Пудалов, Переход металл-изолятор в двумерной сильнокоррелированной системе электронов и сопутствующие явления, УФН, **176**, 213 (2006).

[Пудалов2014] V.M. Pudalov, M.E. Gershenson, H. Kojima, Probing electron interactions in a two-dimensional system by quantum magneto-oscillations, Phys.Rev. B **90**, 075147 (2014).

[Пудалов2020] В.М. Пудалов, М.Е. Гершензон, Экспериментальное свидетельство неоднородного состояния коррелированной двумерной электронной системы вблизи перехода металл-изолятор, Письма в ЖЭТФ **111**, 237-241 (2020).

[Пэн2016] Y. Pan, A. Nikitin, D.Wua, Y.Huang, A.Puri, S.Wiedmann, U.Zeitler, E. Frantzeskakis, E.v. Neumen, M. Golden, A. de Visser, Quantum oscillations of the topological surface states in low carrier concentration crystals of $\text{Bi}_{2-x}\text{Sb}_x\text{Te}_{3-y}\text{Se}_y$, Solid State Comm. **227**, 13, (2016).

[Раймонди1990] R. Raimondi, C. Castellani, C. DiCastro, Zeeman spin-splitting-frequency renormalization in disordered interacting electronic systems, Phys. Rev. B **42**, 4724, (1990).

[Райт2013] A.R. Wright, R.H. McKenzie, Quantum oscillations and Berry phase in topological insulator surface states with broken particle-hole symmetry, Phys.Rev. B **87**, 085411 (2013).

[Резников2004] M.Reznikov, U.Sivan, Comment on "Critical behavior of the Pauli spin susceptibility..." by A. A. Shashkin et. al, arXiv:cond-mat/0410409

[Резников2010] M.Reznikov, A.Yu.Kuntsevich, N.Teneh, V.M. Pudalov, Thermodynamic magnetization of two-dimensional electron gas measured over wide range of densities, JETP Letters, **92**, 518, (2010).

[Рен2010] Z. Ren, A. Taskin, S. Sasaki, K. Segawa, Y. Ando, Large bulk resistivity and surface quantum oscillations in the topological insulator $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$, Phys.Rev. B **82**, 241306 (2010).

[Ренар2005] V.T. Renard, I.V. Gornyi, O.A. Tkachenko, V.A. Tkachenko, Z.D. Kvon, E.B. Olshanetsky, A.I. Toropov, J.C. Portal, Quantum corrections to the conductivity and Hall

coefficient of a two-dimensional electron gas in a dirty $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ quantum well: From the diffusive to the ballistic regime, *Phys. Rev. B* **72**, 075313 (2005).

[Ренар2013] V. Renard, I. Duchemin, Y. Niida, A. Fujiwara, Y. Hirayama, K. Takashina, Metallic behaviour in SOI quantum wells with strong intervalley scatt., *Sci.Rep.* **3**, 2011 (2013).

[Репин2016] E.V. Repin, I.S. Burmistrov, Inelastic electron scattering off a quantum dot in the cotunneling regime: The signature of mesoscopic Stoner instability, *Phys. Rev. B* **93**, 165425 (2016).

[Рибейро1999] E. Ribeiro, R.D. Jaggi, T. Heinzl, K. Ensslin, G. Medeiros-Ribeiro, P.M. Petroff, Metal- insulator transition in a disordered two-dimensional electron gas in GaAs-AlGaAs at zero magnetic field, *Phys.Rev. Lett.* **82**, 996 (1999).

[Рибейро2018] R. Ribeiro-Palau, C. Zhang, K. Watanabe, T. Taniguchi, J. Hone, C.R. Dean, Twistable electronics with dynamically rotatable heterostructures, *Science* **361**, 690-693 (2018).

[Ро2019] D. Ro, N. Deng, J.D. Watson, M.J. Manfra, L.N. Pfeiffer, K.W. West, G.A. Csáthy, Electron bubbles and the structure of the orbital wave function, *Phys.Rev. B* **99**, 201111 (2019).

[Савицки2011] M. Sawicki, D. Chiba, A. Korbecka, Y. Nishitani, J.A. Majewski, F. Matsukura, T. Dietl, H. Ohno, Experimental probing of the interplay between ferromagnetism and localization in $(\text{Ga}, \text{Mn})\text{As}$, *Nat. Phys.* **6**, 22 (2010).

[Саито2017] Y. Saito, T. Nojima, Y. Iwasa, Highly crystalline 2D superconductors, *Nat. Rev. Mater.* **2**, 16094 (2017).

[Сассине2008] S. Sassine, Yu. Krupko, J.-C. Portal, Z.D. Kvon, R. Murali, K.P. Martin, G. Hill, A.D. Wieck, Experimental investigation of the ratchet effect in a two-dimensional electron system with broken spatial inversion symmetry, *Phys.Rev. B* **78**, 045431 (2008).

[Седрахьян2008] T.A. Sedrakyan, M.E. Raikh, Crossover from weak localization to Shubnikov-de Haas oscillations in a high-mobility 2D electron gas, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 106806 (2008).

[Сенц2000] V. Senz, T. Ihn, T. Heinzl, K. Ensslin, G. Dehlinger, D. Grützmacher, and U. Gennser, Analysis of the Metallic Phase of Two-Dimensional Holes in SiGe in Terms of Temperature Dependent Screening, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4357 (2000).

[Сивухин2019] Д.В. Сивухин, *Общий курс физики. В 5-ти томах. Том 2. Термодинамика и молекулярная физика*, М.: ФИЗМАТЛИТ, 2019

[Симонс1998] M.Y. Simmons, A.R. Hamilton, M. Pepper, E.H. Linfield, P.D. Rose, D.A. Ritchie, A.K. Savchenko, T.G. Griffiths, Metal-Insulator Transition at $B = 0$ in a Dilute Two Dimensional GaAs-AlGaAs Hole Gas, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1292 (1998).

[Симонян1997] D. Simonian, S.V. Kravchenko, M.P. Sarachik, V.M. Pudalov, Magnetic field suppression of the conducting phase in two dimensions, *Phys.Rev. Lett.* **79**, 2304 (1997).

[Сканлон2012] D.O. Scanlon, P.D.C. King, R.P. Singh, A. de la Torre, S. McKeown, W.G. Balakrishnan, F. Baumberger, C.R.A. Catlow, Controlling Bulk Conductivity in Topological Insulators: Key Role of Anti-Site Defects, *Advanced Materials* **24**, 2154-2158 (2012).

[Скинер2012] B. Skinner, T. Chen, and B. I. Shklovskii, Why Is the Bulk Resistivity of Topological Insulators So Small?, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 176801 (2012).

[Спивак2001] B. Spivak, Properties of the strongly correlated two-dimensional electron gas in Si MOSFET's, *Phys. Rev. B* **64**, 085317 (2001).

[Спивак2004] B. Spivak, S.A. Kivelson, Phases intermediate between a two-dimensional electron liquid and Wigner crystal, *Phys. Rev. B* **70**, 155114 (2004).

[Сплендиани2010] A. Splendiani, L. Sun, Y. Zhang, T. Li, J. Kim, C. Chim, G. Galli, F. Wang, Emerging Photoluminescence in Monolayer MoS₂. *Nano Lett.* **10**, 1271 (2010).

[Стадник2013] Y.V. Stadnik, O.P. Sushkov, Interacting spin droplets and magnetic properties of a low-density two-dimensional electron gas, *Phys. Rev. B* **88**, 125402 (2013).

[Стонер1947]E. C. Stoner, Ferromagnetism, *Rep. Prog. Phys.* **11** 43 (1947).

[Суттер2008] P.W. Sutter, J.-I. Flege, E.A. Sutter, Epitaxial graphene on ruthenium, *Nat. Mater.* **7**, 406 (2008).

[Талифер1987] L. Taillefer, R. Newbury, G.G. Lonzarich, Z.Fisk, J.L. Smith, Direct observation of heavy quasiparticles in UPt₃ via the dHvA effect, *Journ. of Magn. and Magn. Mat.*, **63-64**, 372,(1987).

[Табориски1990] R. Taboryski, E. Veje, P.E. Lindelof, Quantum corrections to conductivity

observed at intermediate magnetic fields in a high-mobility GaAs/Al_xGa_{1-x}As two-dimensional electron gas, Phys. Rev. B **41**, 3287 - 3290 (1990).

[Такагаки2012] Y. Takagaki, B. Jenichen, U. Jahn, M. Ramsteiner, K.J. Friedland, Weak antilocalization and electron-electron interaction effects in Cu-doped Bi₂Se₃ films, Phys.Rev. B, **85**, 115314, (2012).

[Танатар1989] B. Tanatar, D.M. Ceperley, Ground state of the two-dimensional electron gas, Phys.Rev. B **39**, 5005 (1989).

[Тарасенко2015] S.A. Tarasenko, M.V.Durnev, M.O. Nestoklon, E.L. Ivchenko, J.-W. Luo, A. Zunger, Split Dirac cones in HgTe/CdTe quantum wells due to symmetry-enforced level anticrossing at interfaces, Phys.Rev. B **91**, 081302(R) (2015).

[Таскин2011] A.A. Taskin, Z. Ren, S. Sasaki, K. Segawa, Y. Ando, Observation of Dirac holes and electrons in a topological insulator, Phys.Rev. Lett. **107**, 016801 (2011).

[Таскин2011-2] A.A. Taskin, Y. Ando, Berry phase of nonideal Dirac fermions in topological insulators, Phys. Rev. B **84**, 035301 (2011).

[Таскин2012] A. Taskin, S. Sasaki, K. Segawa, Y. Ando, Manifestation of topological protection in transport properties of epitaxial Bi₂Se₃ thin films, Phys.Rev. Lett. **109**, 66803 (2012).

[Тейлор2008] J.M. Taylor, P. Cappellaro, L. Childress, L. Jiang, D. Budker, P. R. Hemmer, A. Yacoby, R. Walsworth, M.D. Lukin, High-sensitivity diamond magnetometer with nanoscale resolution, Nat. Phys. **4**, 810–816 (2008)

[Тенех2009] N. Tenen, A. Kuntsevich, V. Pudalov, T. Klapwijk, M. Reznikov, Thermodynamic magnetization of a strongly interacting two-dimensional system, arXiv:0910.5724.

[Тенех2012] N. Tenen, A.Yu. Kuntsevich, V.M. Pudalov, M. Reznikov, Spin-droplet state of an interacting 2D electron system, Phys. Rev. Lett. **109**, 226403, (2012).

[Тенех2013] N. Tenen, Ph.D. thesis *Spin-Droplet State of an Interacting 2D Electron System*, Technion, Haifa, Israel, 2013

[Терашима2018] T. Terashima, H.T. Hirose, D. Graf, Y. Ma, G. Mu, T. Hu, K. Suzuki, S. Uji, H. Ikeda, Fermi surface with Dirac fermions in CaFeAsF determined via quantum oscillation

measurements, Phys.Rev. X **8**, 011014 (2018).

[Ткаченко2017] В.А. Ткаченко, О.А. Ткаченко, Г.М. Миньков, А.А. Шерстобитов, Перколяция и электрон-электронное взаимодействие в решетке антиоточек, Письма в ЖЭТФ **104**, 501 (2017).

[Томпсон1898] W. Thomson, Contact electricity of metals, Phil. Magazine **46**, 82 (1898).

[Томпсон1970] R.S. Thompson, Microwave, Flux Flow, and Fluctuation Resistance of Dirty Type-II Superconductors, Phys. Rev. B **1**, 327 (1970).

[Тоуссон1988] E. Tousson, Z. Ovadyahu, Anomalous field dependence of the Hall coefficient in disordered metals, Phys. Rev. B **38**, 12290 (1988).

[Тран2019] K. Tran, G. Moody, F. Wu, X. Lu, J. Choi, K. Kim, A. Rai, D.A. Sanchez, J. Quan, A. Singh, J. Embley, A. Zepeda, M. Campbell, T. Autry, T. Taniguchi, K. Watanabe, N. Lu, S.K. Banerjee, Kevin L. Silverman, Suenne Kim, E. Tutuc, L. Yang, A.H. MacDonald, X. Li, Evidence for moiré excitons in van der Waals heterostructures, Nature **567**, 71 (2019).

[Трауп2007] A.S. Troup, J. Wunderlich, D.A. Williams, Weak localization and correlation effects in thin-film degenerate n-type silicon, Journ. Appl. Phys., **101**, 033701 (2007).

[Трипати2006] V. Tripathi, M.P. Kennett, Magnetotransport in disordered delta-doped heterostructures, Phys. Rev. B **74**, 195334 (2006).

[Ту2017] N.H. Tu, Y. Tanabe, Y. Satake, K.K. Huynh, L.H. Phuoc, S.Y. Matsushita, K. Tanigaki, Large-area and transferred high-quality three-dimensional topological insulator $\text{Bi}_{2-x}\text{Sb}_x\text{Te}_{3-y}\text{Se}_y$ ultrathin film by catalyst-free physical vapor deposition, Nano Lett. **17**, 2354 (2017).

[Тупиков2015] Y.V. Tupikov, A.Yu. Kuntsevich, I.S. Burmistrov, V.M. Pudalov, Temperature derivative of the chemical potential and its magnetooscillations in two-dimensional system, JETP Letters, **101**, 125-129,(2015). [Pis'ma v ZhETF, **101**, 131, (2015)].

[Уено2008] K. Ueno, S. Nakamura, H. Shimotani, A. Ohtomo, N. Kimura, T. Nojima, H. Aoki, Y. Iwasa, M. Kawasaki, Electric-field-induced superconductivity in an insulator, Nat. Mater. **7**, 855 (2008).

[Ушер2009] A. Usher, J. Elliott, Magnetometry of low-dimensional electron and hole systems, *J. Phys.: Condens. Matter* **21**, 103202 (2009).

[Ушихаши2017] T. Uchihashi, Two-dimensional superconductors with atomic-scale thicknesses, *Supercond. Sci. Technol.* **30**, 013002 (2017).

[Фатеми2018] V. Fatemi, S. Wu, Y. Cao, L. Bretheau, Q.D. Gibson, K. Watanabe, T. Taniguchi, R.J. Cava, P. Jarillo-Herrero, Electrically tunable low-density superconductivity in a monolayer topological insulator, *Science* **362**, 926 (2018).

[Флери2010] G. Fleury, X. Waintal, Energy scale behind the metallic behaviors in low-density Si MOSFETs, *Phys. Rev. B* **81**, 165117 (2010).

[Финкельштейн1983] A.M. Finkel'stein, Influence of Coulomb interaction on the properties of disordered metals, *ЖЭТФ* **84**, 168 (1983).

[Финкельштейн1990] A.M. Finkelstein, *Electron liquid in disordered conductors*, vol. 14 of Soviet Scientific Reviews, ed. by I.M. Khalatnikov (Harwood Academic Publ., London, 1990).

[Финкельштейн2010] A.M. Finkelstein; Disordered electron liquid with interactions, *Int. J. Mod. Phys. B* **24**, 1855 (2010).

[Флетчер1995] R. Fletcher, P.T. Coleridge Y. Feng, Oscillations in the diffusion thermopower of a two-dimensional electron gas, *Phys.Rev. B* **52**, 2823 (1995).

[Фоглер2004] M.M. Fogler, Nonlinear screening and percolative transition in a two-dimensional electron liquid, *Phys.Rev. B* **69**, 121409 (2004).

[Фолк2001] J. Folk, C. Marcus, R. Berkovits, I. Kurland, I. Aleiner, B. Altshuler, Ground state spin & coulomb blockade peak motion in chaotic quantum dots, *Phys.Scr.* **T90**, 26 (2001).

[Фу2020] X. Fu, Q. Shi, M. Zudov, G. Gardner, J. Watson, M. Manfra, K. Baldwin, L. Pfeiffer, K. West, Anomalous nematic states in high half-filled Landau levels, *Phys.Rev. Lett.* **124**, 067601 (2020).

[Фукуяма1980] H. Fukuyama, Hall effect in two-dimensional disorderd systems, *J. Phys. Soc. Jap.* **49**, 644 (1980).

[Хагхтон1982] A. Houghton, J.R. Senna, S.C. Ying, Magnetoresistance and Hall effect of a

disordered interacting two-dimensional electron gas, *Phys. Rev. B* **25**, 2196 (1982).

[Хан2014] Z. Han, A. Allain, H. Arjmandi-Tash, K. Tikhonov, M. Feigel'man, B. Sacépé, V. Bouchiat, Collapse of superconductivity in a hybrid tin-graphene Josephson junction array, *Nat. Phys.* **10**, 380 (2014).

[Ханин1998] Y. Hanein, D. Shahar, J. Yoon, C. Li, D.C. Tsui, H. Shtrikman, Observation of the metal-insulator transition in two-dimensional n -type GaAs, *Phys.Rev. B* **58**, 13338 (1998).

[Хант2013] B. Hunt, J.D. Sanchez-Yamagishi, A.F. Young, M. Yankowitz, B.J. LeRoy, K. Watanabe, T. Taniguchi, P. Moon, M. Koshino, P. Jarillo-Herrero, R.C. Ashoori, Massive Dirac fermions and Hofstadter butterfly in a van der Waals heterostructure, *Science* **340**, 1427 (2013).

[Хасан2010] M.Z. Hasan, C.L. Kane, Colloquium: topological insulators, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 3045-3067 (2010).

[Хе2011] L. He, F. Xiu, Y. Wang, A.V. Fedorov, G. Huang, X. Kou, M. Lang, W.P. Beyermann, J. Zou, K.L. Wang, Epitaxial growth of Bi_2Se_3 topological insulator thin films on Si (111), *Jour. of Appl. Pphys* **109**, 103702 (2011).

[Хе2014] Q.L. He, H. Liu, M. He, Y.H. Lai, H. He, G. Wang, Kam T. Law, R. Lortz, J. Wang, I.K. Sou, Two-dimensional superconductivity at the interface of a $\text{Bi}_2\text{Te}_3/\text{FeTe}$ heterostructure, *Nat. Comm.* **5**, 4247 (2014).

[Хофер2014] K. Hofer, C. Becker, D. Rata, J. Swanson, P. Thalmeier, L. H. Tjeng, Intrinsic conduction through topological surface states of insulating Bi_2Te_3 epitaxial thin films, *PNAS*, **111**, 14979, (2014).

[Храпай2007] V.S. Khrapai, A.A. Shashkin, M.G. Trokina, V.T. Dolgoplov, V. Pellegrini, F. Beltram, G. Biasiol, L. Sorba, Direct measurements of fractional quantum Hall effect gaps, *Phys.Rev. Lett.* **99**, 086802 (2007).

[Хуанг2012] J. Huang, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Nonactivated transport of ultradilute two-dimensional hole systems in GaAs field-effect transistors: Interaction versus disorder, *Phys. Rev. B* **85**, 041304(R) (2012).

[Хуанг2017] B. Huang, G. Clark, E. Navarro-Moratalla, D. Klein, R. Cheng, K. Seyler, D.

Zhong, E. Schmidgall, M. McGuire, D. Cobden, W. Yao, D. Xiao, P. Jarillo-Herrero, X. Xu, Layer-dependent ferromagnetism in a van der Waals crystal down to the monolayer limit, *Nature* **546**, 270 (2017).

[Хуанг2017-2] S. Huang, J. Kim, W.A. Shelton, E.W. Plummera, R. Jin, Nontrivial Berry phase in magnetic BaMnSb₂ semimetal, *PNAS*, **114**, 6261 (2017).

[Хубнер2011] J. Hübner, S. Kunz, S. Oertel, D. Schuh, M. Pochwała, H. T. Duc, J. Förstner, T. Meier, M. Oestreich, Electron g -factor anisotropy in symmetric (110)-oriented GaAs quantum wells, *Phys. Rev. B* **84**, 041301(R) (2011).

[Царан2017] V. Tsaran, A. Kavokin, S. Sharapov, A. Varlamov, V. Gusynin, Entropy spikes as a signature of Lifshitz transitions in the Dirac materials, *Sci.Rep.* **7**, 10271 (2017).

[Цуи1973] D.C. Tsui, Electron tunneling and capacitance studies of a quantized surface accumulation layer, *Phys. Rev. B* **8**, 2657 (1973).

[ЦуказакИ2007] A. Tsukazaki, A. Ohtomo, T. Kita, Y. Ohno, H. Ohno, M. Kawasaki, Quantum Hall effect in polar oxide heterostructures, *Science* **315**, 1388-1391 (2007).

[Чен2011] J. Chen, X.Y. He, K. H. Wu, Z.Q. Ji, L. Lu, J.R. Shi, J.H. Smet, Y.Q. Li, Tunable surface conductivity in Bi₂Se₃ revealed in diffusive electron transport, *Phys.Rev. B* **83**, 241304(R) (2011).

[Чиба2008] D. Chiba, M. Sawicki, Y. Nishitani, Y. Nakatani, F. Matsukura, H. Ohno, Magnetization vector manipulation by electric fields, *Nature* **455**, 515 (2008).

[Чои1986] K.K. Choi, D.C. Tsui, S.C. Palmateer, Electron-electron interactions in GaAs-Al_xGa_{1-x}As heterostructures, *Phys.Rev. B* **33**, 8216 (1986).

[Чубуков2003] A.V. Chubukov, D.L. Maslov, Nonanalytic corrections to the Fermi-liquid behavior, *Phys. Rev. B* **68**, 155113 (2003).

[Чубуков2005] A.V. Chubukov, D.L. Maslov, S. Gangadharaiah, L.I. Glazman, Thermodynamics of a Fermi Liquid beyond the Low-Energy Limit, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 026402 (2005).

[Чуи2011] Y.T. Chiu, M. Padmanabhan, T. Gokmen, J. Shabani, E. Tutuc, M. Shayegan, R. Winkler, Effective mass and spin susceptibility of dilute two-dimensional holes in GaAs, *Phys.*

Rev. B **84**, 155459 (2011).

[Чуи2013] S.-P. Chiu, J.-J. Lin, Weak antilocalization in topological insulator Bi_2Te_3 microflakes, Phys. Rev. B **87**, 035122 (2013).

[Шашкин2001] A.A. Shashkin, S.V. Kravchenko, V.T. Dolgoplov, T.M. Klapwijk, Indication of the ferromagnetic instability in a dilute two-dimensional electron system, Phys.Rev. Lett. **87**, 086801 (2001).

[Шашкин2002] A.A. Shashkin, S.V. Kravchenko, V.T. Dolgoplov, T.M. Klapwijk, Sharp increase of the effective mass near the critical density in a metallic two-dimensional electron system, Phys.Rev. **66**, 073303 (2002).

[Шашкин2003] A.A. Shashkin, M. Rahimi, S. Anissimova, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, T.M. Klapwijk, Spin-Independent origin of the strongly enhanced effective mass in a dilute 2D electron system, Phys.Rev. Lett. **91**, 046403 (2003).

[Шашкин2005] А.А. Шашкин, Переходы металл-диэлектрик и эффекты электрон-электронного взаимодействия в двумерных электронных системах, УФН **175**, 139 (2005).

[Шашкин2006] A.A. Shashkin, S. Anissimova, M.R. Sakr, S.V. Kravchenko, V.T. Dolgoplov, T.M. Klapwijk, Pauli spin susceptibility of a strongly correlated two-dimensional electron liquid, Phys.Rev. Lett. **96**, 036403 (2006).

[Шен2012] S.Q. Shen, Topological Insulators, Springer-Verlag, Berlin, 2012.

[Шехтер2006] A. Shekhter, A.M. Finkelstein, Temperature dependence of spin susceptibility in two-dimensional Fermi liquid systems, Phys. Rev. B **74**, 205122 (2006).

[Ши2002] J. Shi, X.C. Xie, Droplet state and the compressibility anomaly in dilute 2D electron systems, Phys.Rev. Lett. **88**, 086401 (2002).

[Шкловский1979] Б.И. Шкловский, А.Л. Эфрос, *Электронные свойства легированных полупроводников*, М.: Наука, 1979.

[Шмидт2016] B.A. Schmidt, K. Bennaceur, S. Gaucher, G. Gervais, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Specific Heat and Entropy of Fractional Quantum Hall States in the Second Landau Level, Phys. Rev. B **95**, 201306(R) (2017).

[Шрестра2014] K. Shrestha, V. Marinova, B. Lorenz, P. Chu, Shubnikov–de Haas oscillations from topological surface states of metallic $\text{Bi}_2\text{Se}_{2.1}\text{Te}_{0.9}$, *Phys.Rev. B* **90**, 241111 (2014).

[Штермер2002] H. Stormer, From Nobel Lectures, Physics 1996-2000, Editor Gosta Ekspong, World Scientific Publishing Co., Singapore, 2002

[Шульце2007] F. Schulze-Wischeler, U. Zeitler, C.v. Zobeltitz, F. Hohls, D. Reuter, A.D. Wieck, H. Frahm, R.J. Haug, Measurement of the specific heat of a fractional quantum Hall system, *Phys.Rev. B* **76**, 153311 (2007).

[Элиас2011] D.C. Elias, R.V. Gorbachev, A.S. Mayorov, S.V. Morozov, A.A. Zhukov, P. Blake, L.A. Ponomarenko, I.V. Grigorieva, K.S. Novoselov, F. Guinea, A.K. Geim, Dirac cones reshaped by interaction effects in suspended graphene, *Nat. Phys.* **7**, 701 (2011).

[Юе2019] J. Yue, L.R. Thoutam, A. Prakash, T. Wang, B. Jalana, Crossover of electron-electron interaction effect in Sn-doped indium oxide films, *Appl. Phys. Lett.* **115**, 082102 (2019).

[Юнгвирт2004] T. Jungwirth, J. Sinova, J. Mašek, J. Kučera, A.H. MacDonald, Theory of ferromagnetic (III,Mn)V semiconductors, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 809 (2006).

[Ябаханджи2014] B. Jabakhanji, D. Kazazis, W. Desrat, A. Michon, M. Portail, B. Jouault, Magnetoresistance of disordered graphene: From low to high temperatures, *Phys.Rev. B* **90**, 035423 (2014).

[Якоби1999] A.Yacoby, H.F.Hess, T.A. Fulton, L.N. Pfeiffer, K.W. West, Electrical imaging of the quantum Hall state, *Solid State Commun.* **111**, 1 (1999).

[Якунин2016] M.V. Yakunin, S.S. Krishtopenko, S.M. Podgornykh, M.R. Popov, V.N. Neverov, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzky, HgTe/CdHgTe double quantum well with a spectrum of bilayer graphene and peculiarities of its magnetotransport, *JETP Lett.* **104**, 403 (2016).

[Янг2002] C.L. Yang, J. Zhang, R.R. Du, J.A. Simmons, J.L. Reno, Zener tunneling between Landau orbits in a high-mobility two-dimensional electron gas, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 076801 (2002).

[Янг2019] H. Yang, Y.Y. Li, T.T. Liu, H.Y. Xue, D.D. Guan, S.Y. Wang, H. Zheng, C.H. Liu, L. Fu, J.F. Jia, Superconductivity of topological surface states and strong proximity effect in $\text{Sn}_{1-x}\text{Pb}_x\text{Te-Pb}$ heterostructures, *Adv. Mater.* **31**, 1905582 (2019).