

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. П.Н.ЛЕБЕДЕВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи
УДК 537.533.9, 535.421

ШПАКОВ ВЛАДИМИР СЕРГЕЕВИЧ

**Диагностика ультрарелятивистских электронных
пучков с помощью двухщелевой системы
дифракционного излучения**

Специальность 01.04.20 —
«Физика пучков заряженных частиц и ускорительная техника»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор
Дабагов С.Б.

Москва – 2014

Содержание

Введение	4
1 Краткая история и современное состояние физики ускорителей частиц	12
1.1 Линейные и циклические коллайдеры	13
1.2 Источники излучения на основе ультрарелятивистских пучков заряженных частиц	16
1.3 Системы диагностики электронных пучков	18
2 Теория дифракционного излучения и его общие свойства	23
2.1 Поле движущейся заряженной частицы	24
2.2 Метод псевдофотонов для описания дифракционного излучения	30
2.3 Спектр дифракционного излучения и энергетические потери заряженной частицы на излучение	35
2.4 Длина формирования дифракционного излучения	38
2.5 Расходимость пучка и форм-фактор для дифракционного излучения	41
3 Основы диагностики электронных пучков с помощью дифракционного излучения	52
3.1 Система диагностики электронных пучков с помощью ДИ, состоящая из одной щели	53

3.2	Диагностика пучка электронов с помощью системы, включающей две щели	57
3.3	Влияние эффектов ближнего поля на угловое распределение ДИ в двухщелевой системе	61
3.4	Влияние смещения центров щелей на угловое распределение ДИ в двухщелевой системе	65
4	Эксперименты с двухщелевой системой ДИ на TTF FLASH	70
4.1	Общая схема TTF FLASH	71
4.2	Экспериментальная установка	74
4.3	Результаты экспериментов со смещением щелей относительно друг друга, в двухщелевой системе	77
4.4	Определение эмиттанса пучка с помощью двухщелевой системы ДИ	79
	Заключение	85
	Список рисунков	92
	Литература	93
	A	105
	B	108

Введение

В мире существует большое количество разнообразных ускорителей частиц, построенных для решения различных задач как фундаментальных, так и прикладных. Несмотря на то, что каждый из типов ускорителей решает свой круг задач, для всех ускорителей является необходимым решение общего набора задач, связанных с транспортировкой пучка заряженных частиц. С момента своего формирования и до момента вывода из канала ускорителя пучок заряженных частиц может участвовать в большом количестве процессов, так или иначе влияющих на его траекторию или форму, в том числе, таких как отклонение и фокусировка с помощью соответствующих типов магнитов, ускорение в высокочастотных полях, а также собственно транспортировка пучка в самом ускорителе. На каждом этапе существует потребность в получении информации о пучке. К тому же, всегда существуют неточности при управлении пучком. В совокупности с внешними воздействиями это может приводить к отклонению параметров и траектории пучка от необходимых, что только увеличивает потребность в качественной диагностике.

Одними из самых простых приборов диагностики пучка являются люминофорные экраны. Такие устройства обычно представляют собой металлическую пластину с нанесенной на нее слоем люминофора - вещества, которое излучает в видимом спектре при облучении частицами пучка. Процесс диагностики происходит в несколько этапов. Экран с люминофором вводится в канал ускорителя, так чтобы на него падал пучок. После этого проводится измерение высвечиваемого пятна, которое зависит от тока пучка. На основе этих измерений восстанавливаются размеры пучка. На

люминофорный экран может быть нанесена координатная сетка для определения положения центра пучка частиц.

Основным недостатком такой системы является его абсолютная непрозрачность для пучка. Кроме того, такие экраны могут выходить из строя при интенсивном использовании из-за испытываемых нагрузок, особенно для пучков тяжелых частиц.

Другим типом приборов диагностики являются так называемые вторично-эмиссионные датчики, например, сеточный датчик. Такой датчик представляет собой сетку, состоящую из тонких (порядка нескольких микрон) проволок. При взаимодействии пучка с датчиком появляется заряд, который может быть измерен. Количество вторичных электронов зависит от количества частиц пучка, попавших на датчик. Таким образом, измерив заряд, появляющийся в результате вторичной эмиссии электронов, можно определить размеры и профиль пучка. В качестве одного из вариантов такого прибора может быть представлено устройство с подвижной проволокой, сканирующей проходящий пучок. В отличие от люминофорных экранов такие системы диагностики обладают относительно высокой прозрачностью ($> 90\%$).

Однако современные ускорители имеют тенденцию к увеличению яркости пучка и к уменьшению его поперечных размеров. Поперечные размеры таких пучков могут составлять всего несколько микрон. Для диагностики таких пучков сейчас все более широко используется диагностика пучка на основе переходного излучения. Для такой диагностики в канал ускорителя вводится металлический экран, развернутый на 45° по отношению к направлению движения пучка, таким образом, что излучение будет выводиться перпендикулярно из канала ускорителя. С помощью переходного излучения можно измерять пучки с микронным поперечным сечением.

Однако, уменьшение размеров пучков и увеличение их тока приводит к тому, что пучок может разрушать сами приборы диагностики при контакте с ними. Таким образом, появляется все большая необходимость в безконтактных методах диагностики. Одними из перспективных методов

диагностики пучков являются методы, основанные на использовании дифракционного излучения (ДИ). Преимуществом таких методов является тот факт, что они практически не вносят никаких возмущений в пучок при проведении измерений. Определение параметров пучка производится по сходной с методом, основанном на переходном излучении, схеме, с тем фундаментальным отличием, что для получения излучения, ДИ, нет необходимости ввода диагностирующего элемента непосредственно в исследуемый пучок. Пучок заряженных частиц пролетает мимо экрана вблизи от его края, индуцируя известное ДИ. На основе углового распределения ДИ можно определить размеры пучка. Однако, такие методы диагностики имеют и свои недостатки.

Интенсивность ДИ довольно низкая (относительно, например, переходного), что является с одной стороны полезным качеством, так как это означает практически полное сохранение параметров пучка, но также является и недостатком, так как возникают проблемы при регистрации ДИ на фоне постороннего шума в канале ускорителя. В частности, любой поворотный магнит будет служить источником синхротронного излучения, интенсивность которого намного выше интенсивности ДИ. Кроме того, в системе диагностики на основе ДИ, включающей в себя только одну щель, невозможно отличить влияние поперечных размеров пучка на угловое распределение ДИ от влияния его смещения в щели относительно ее центра. Таким образом ДИ, являясь довольно мощным инструментом для диагностики пучков, остается еще недостаточно изученным. Потенциал использования ДИ еще не до конца раскрыт. Реализация разного рода комбинаций и геометрических решений позволит оптимизировать его применение в конкретных ситуациях. В частности, представляет большой интерес использование не одной щели, а двух, расположенных в определенном соотношении в пространстве.

Для решения обозначенных проблем недавно были проведены эксперименты по диагностике пучка с помощью ДИ системой, включающей в себя две щели. В такой системе регистрируется не угловое распределение

ДИ, а интерференционная картина между ДИ от первой и второй щели (в литературе можно встретить название ODRi - optical diffraction radiation interference).

Цель работы

Целью настоящей работы являлось исследование новых способов поперечной диагностики ультрарелятивистских электронных пучков с поперечными размерами порядка несколько десятков микрон. Для использования ДИ в продольной диагностике планировалось исследовать зависимость величины форм-фактора от параметров пучка. Таким образом, были поставлены следующие задачи:

- Исследовать влияние нового параметра, присутствующего в системе ДИ состоящей из двух щелей - смещение центров щелей между собой - на угловое распределение интерференционной картины ДИ от первой и второй щелей.
- Исследовать границы применимости приближения волновой зоны для описания системы, состоящей из двух щелей, с учетом того, что вторая щель находится в ближней зоне первой щели.
- Исследовать влияние расходимости пучка на характеристики ДИ, проанализировав вклад расходимости пучка в значение форм-фактора пучка, а также исследовать изменение этого вклада для пучков с различными поперечными размерами.

Для достижения поставленных целей **необходимо было решить следующие задачи:**

- Создать численные модели для исследования влияние смещения между центрами щелей на угловое распределение ДИ и сопоставить результаты моделирования с экспериментальными данными.

- Провести эксперименты по измерению параметров пучка и показать возможность одновременного определения и расходимости, и поперечного размера пучка для двухщелевой системы.
- Исследовать распределение ДИ, как угловое так и пространственное, на расстоянии, равном расстоянию между первой и второй щелями. При необходимости внести изменения в численные модели используемых систем.
- Исследовать влияние расходимости пучка на его форм-фактор и определить условия, при выполнении которых это влияние оказывается незначительным.

Научная новизна результатов

Поиск новых неразрушающих методов диагностики электронных пучков является одной из передовых задач современной ускорительной физики. В рамках данной работы решались вопросы, связанные с недавно предложенной двухщелевой системой диагностики пучков на основе ДИ.

Научная новизна диссертации состоит в следующем:

- Впервые создана программа для описания двухщелевой системы, учитывающая потери ДИ при отражении от экрана второй щели. Созданная программа позволила определить пределы применимости приближения волновой зоны к двухщелевой системе.
- Показаны пределы применимости приближения волновой зоны для ДИ в случае использования различных систем, состоящих из нескольких щелей. Было показано, что при малых смещениях центров щелей относительно друг друга потери излучения при отражении от второго экрана незначительны. При смещении центров щелей на величины порядка размеров самих щелей потери при отражении значительно изменяют угловое распределение ДИ.

- Впервые представлены экспериментальные данные зависимости углового распределения ДИ от смещения между центрами щелей в двухщелевой системе. Показано, что смещение центров щелей относительно друг друга приводит к асимметричным изменениям в угловом распределении ДИ.
- Впервые проведены исследования влияния расходимости пучка на его форм-фактор с позиции дополнительного фазового смещения. Показано, что для ультрарелятивистского пучка расходимость порядка $1/\pi\gamma$ дает вклад в форм-фактор пучка в виде дополнительного множителя меньше единицы.

Научно-практическая значимость работы

Полученные данные могут быть использованы для создания приборов диагностики ультраярких электронных пучков, необходимость в разработке которых продиктована потребностями строящихся как источников излучения нового поколения, так и новых коллайдеров. Непосредственное использование результатов работы будет осуществляться при диагностике пучков заряженных частиц в ходе планируемых экспериментов на установке SPARC в рамках международных экспериментов, реализуемых в лаборатории SPARC-Lab Национальных Лабораторий Фраскати. Также планируется использование наработок, полученных при выполнении данных исследований для анализа результатов других экспериментов, совместно проводимых в Германии, Франции, США и Японии с использованием дифракционного и переходного излучений. Ядро численных моделей, полученное в данной работе, планируется использовать для анализа результатов различных экспериментов с ДИ в ближнем поле.

Положения, выносимые на защиту

1. Правомерность применения приближения волновой зоны для описания ДИ от системы, состоящей из двух щелей, при условии малости смещения между центрами щелей, по сравнению с размерами последних.

2. Новый программный код для анализа углового распределения ДИ с учетом потерь при отражении, созданный в ходе проведенных исследований.
3. Результаты исследований влияния смещения между щелями на угловое распределение ДИ для системы, состоящей из двух щелей, вызывавшие:
 - a) асимметрию в угловом распределении ДИ, возникающую при отличном от нуля смещении между центрами щелей;
 - b) возможность проводить фитирование численных и экспериментальных данных ввиду уникальности характера изменений углового распределения ДИ, вызываемых любыми параметрами пучка и системы.
4. Впервые показано, что для ДИ при расходимости ультрарелятивистского пучка порядка $1/\pi\gamma$, форм-фактор пучка получает дополнительный коэффициент, который зависит от прицельного параметра.

Достоверность полученных результатов

Степень достоверности полученных результатов обеспечивается согласием построенных теоретических моделей с результатами численного моделирования, полученных с использованием программного пакета MatLab и языка Fortran, а также с результатами, полученными другими авторами. При проведении исследований в рамках диссертационной работы, предложенные модели сравнивались с экспериментальными данными, полученными на TTF FLASH (DESY, Германия), и показали хорошее совпадение.

Личный вклад соискателя

Работа выполнялась на базе Национальных лабораторий Фраскати Национального института Ядерной Физики (Италия) согласно договору о сотрудничестве с ФИАН, в рамках стипендии Президента Российской Федерации для студентов и аспирантов для стажировки за рубежом.

Автор принимал активное участие в разработке теоретических моделей, обработке экспериментальных результатов. Автором были написаны все программы, а также выполнены все расчеты с их помощью. Основные результаты и выводы работы получены непосредственно автором. Автор принимал активное участие в обсуждении полученных результатов, представлении их на семинарах и подготовке публикаций.

Апробация работы

Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях и семинарах:

1. семинар в LNF INFN - V. Shpakov, "Radiation losses upon reflection in two-slit system of diffraction radiation";
2. 5th International Conference Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena "Channeling 2012" September 23-28, 2012 Alghero (SS), Italy - V. Shpakov, S.B. Dabagov, M. Castellano, A. Cianchi, E. Chiadroni, "Far- and near-field approximation for diffraction radiation";
3. семинар в НИЯУ "МИФИ В. Шпаков, "О расходимости пучка в дифракционном излучении";
4. X International Symposium «Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures» September 23-28, 2013 Yerevan, Armenia - V. Shpakov, S.B. Dabagov, "Influence of the beam divergence on diffraction radiation".

Публикации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 6 печатных изданиях, 3 из которых изданы в рецензируемых журналах [87, 100, 101], Препринты [81, 102].

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и двух приложений. Полный объем диссертации составляет 118 страниц с 41 рисунками. Список литературы содержит 110 наименований.

Глава 1

Краткая история и современное состояние физики ускорителей частиц

На протяжении, как минимум, двух последних десятилетий во многих лабораториях мира проводятся исследования по созданию электронных пучков высокой яркости. Причина повышенного интереса к таким пучкам объясняется по крайней мере двумя причинами: такие пучки должны быть использованы в электрон-позитронных коллайдерах и новых источниках жесткого рентгеновского излучения - лазерах на свободных электронах (ЛСЭ). Работа с таким пучками требует высокого уровня контроля над параметрами пучка, так как при его транспортировке возникают нежелательные эффекты, приводящие к отклонению параметров пучка от необходимых. Такие эффекты могут быть связаны как с внешними воздействиями, так и системами самого ускорителя.

В этой главе будут кратко рассмотрены история и современное состояние основных областей использования электронных пучков высокой яркости, а также существующие методы диагностики электронных пучков.

1.1 Линейные и циклические коллайдеры

С самого начала XX-го века ускорители частиц играют все более заметную роль в физике и занимают одну из центральных позиций в современных научных исследованиях. К настоящему моменту можно выделить два больших направления в ускорительной физике. В первом из них частицы, ускоренные до высоких энергий, используются в экспериментах непосредственно, сталкивая их либо с неподвижными мишенями, либо с такими же ускоренными пучками. Эти машины носят название коллайдеров.

Для некоторых задач ядерной физики оказывается важным не энергия частиц в лабораторной системе координат, а энергия в системе центра инерции. Рассмотрим задачу о двух одинаковых частицах, одна из которых покоится, а вторая налетает на нее с некоторой скоростью. В лабораторной системе отсчета (л.с.) суммарная энергия системы равна:

$$E_{sum} = E_0 + \sqrt{E_0^2 + \vec{p}^2 c^2} = E_0 + E_{pt}, \quad (1.1)$$

где E_0 - энергия покоя рассматриваемых частиц, а \vec{p} - ее импульс. В такой системе полный импульс системы оказывается равным просто импульсу налетающей частицы. Найдем энергию покоя такой системы, или энергию в системе центра инерции (с.ц.и.), где суммарный импульс по определению равен нулю. Тогда:

$$E_{rest} = (E_0 + E_{pt})^2 - \vec{p}^2 c^2 = \sqrt{2E_0(E_0 + E_{pt})} \quad (1.2)$$

Переходя к нерелятивистскому ($E_{kin} \ll E_0$, E_{kin} - кинетическая энергия частицы) пределу, несложно получить, что

$$E_{rest} \sim 2E_0 + \frac{E_{kin}}{2}, \quad (1.3)$$

то есть результат, который можно получить из классической механики, используя закон сохранения импульса. Возвращаясь теперь к релятивистскому пределу ($E_{kin} \gg E_0$), можно определить:

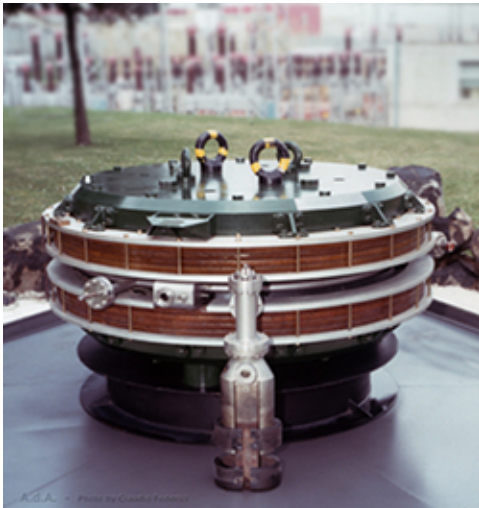
$$E_{rest} \sim \sqrt{2E_0 E_{pt}} - \quad (1.4)$$

полезная энергия частицы, налетающей на неподвижную мишень, растет лишь как квадратный корень от полной энергии частицы. Очевидную энергетическую выгоду можно получить переходя от столкновения с неподвижной мишенью к столкновению двух встречных пучков. В этом случае л.с. отсчета совпадаем с с.ц.и, следовательно:

$$E_{rest,col} = 2E_{pt} \quad (1.5)$$

Благодаря энергетическому выигрышу такой системы уже в 50-х годах прошлого века начали появляться первые проекты по созданию ускорителей со встречными пучками [1,2]. Уже в 60-х годах были построены первые из таких установок: электрон-позитронный коллайдер ADA (Рис. 1.1) во Фраскати (Италия, 1961) [3,4], электрон-электронный коллайдер ВЭП-1 в Новосибирске (Россия, 1963) [5,6] и коллайдер, построенный в Стэнфорде (США, 1963) [7]. Кроме энергии взаимодействующих частиц чрезвычайно важным параметром является число столкновений или событий. Но два встречных пучка оказываются практически прозрачными друг для друга (плотность пучка несравнима меньше плотности стационарной мишени). Решением может быть использование "накопительных колец", где число событий увеличивается за счет многократного прохода пучков "друг через друга" при движении по кольцу. Как следствие, все три первых коллайдера представляли собой циклические ускорители. Уже на этом этапе очевидна важность систем диагностики и контроля пучка, так как в течении длительного времени на орбите должны удерживаться пучки, обладающие высокой энергией. В настоящее время, после закрытия в 2011 году Тэватрона [8,9], в области циклических коллайдеров доминируют эксперименты проводимые на БАК (ЦЕРН, Швейцария) (Рис. 1.1) [10,11].

В силу того, что в накопителях частицы движутся по окружности, неизбежны потери на синхротронное излучение. Как известно, потери на синхротронное излучение растут пропорционально γ^4 (γ - Лоренц фактор),



a)

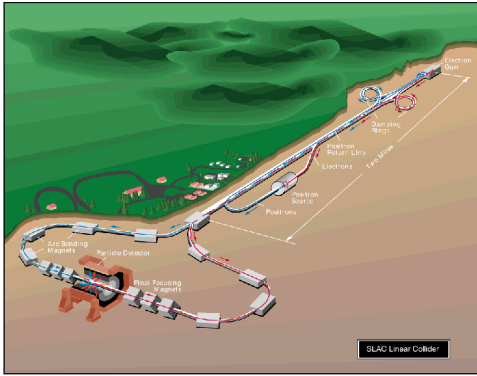


b)

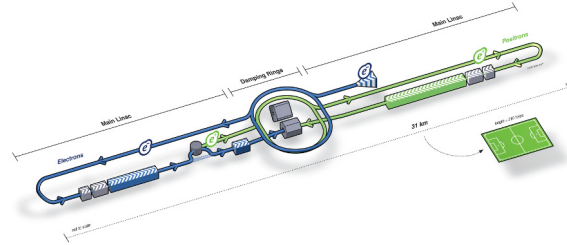
Рис. 1.1. а) Первый в мире циклический коллайдер ADA (Фраскати, Италия, 1961) и б) последний на сегодняшний день коллайдер LHC (CERN, Швейцария, 2009)

следовательно, использование таких машин для легких частиц энергетически невыгодно. По этой причине для столкновения электронов и позитронов было предложено использовать линейные коллайдеры. Первое упоминание о подобных проектах приходится на середину 60-х годов [12]. Первым линейным коллайдером стал SLC [13, 14] (Рис. 1.2), построенный в США в 80-х годах. В настоящее время существует проект международного линейного коллайдера (ILC) [15], который планируется к запуску в 2020-х годах (Рис. 1.2). Для линейных коллайдеров возможно увеличение вероятности события за счет увеличения яркости пучка. Так как в линейном коллайдере после столкновения пучков нет необходимости их последующего удерживания на орбите, пучки можно сильно сфокусировать в области столкновения. В этом случае, контроль пучка должен производиться на протяжении всей длины ускорителя, потому что от того, как происходит ускорение и транспортировка пучка, в большой степени будет зависеть результат фокусировки частиц. При этом, сама диагностика пучка должна, по возможности, вносить минимальные возмущения в пучок. Кроме того, в настоящий момент серьезной проблемой является сохранность самих при-

боров диагностики, которые не выдерживают нагрузок при работе даже с существующими ускорителями частиц.



a)



b)

Рис. 1.2. a) SLAC Liner Accelerator, где был построен первый линейный коллайдер; b) и проектируемый международный линейный коллайдер.

1.2 Источники излучения на основе ультрарелятивистских пучков заряженных частиц

Второе направление ускорительной физики, активно разрабатываемое в настоящее время - получение новых источников излучения на основе свободных электронов, в том числе, и лазеров на свободных электронах (ЛСЭ). Первое использование ускорителей в качестве источников излучения относится к синхротронам [16], которые, несмотря на все преимущества, не всегда могут удовлетворять требуемым критериям. В этой связи сегодня особый интерес проявляется к ондуляторам и ондуляторному излучению (ОИ) (Рис. 1.3). Впервые возможность генерации излучения в периодической структуре была указана в конце 40-х годов прошлого века [17]. Основные свойства ОИ и его отличия от СИ были описаны в работах [18–23]

Ондулятор представляет собой массив магнитов, создающих периодическое магнитное поле $\vec{B} = B_0(0, \sin k_u z, 0)$, где $k_u = \frac{2\pi}{\lambda_u}$, а λ_u - период ондулятора. В периодическом поле такой конфигурации движущийся электрон будет совершать колебания с частотой $\omega_u = \beta_{\parallel} k_u$, где β_{\parallel} - продольная

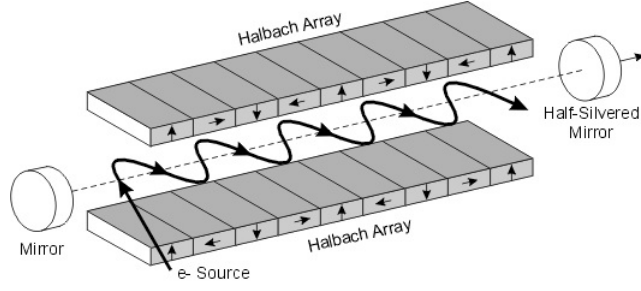


Рис. 1.3. Принципиальная схема ЛСЭ

скорость частицы. Одним из основных параметров такой системы является параметр ондуляторности $K = \gamma\psi$, где γ - Лоренц фактор частицы, а ψ - максимальный угол отклонения скорости частицы от продольного движения. В поперечном магнитном поле:

$$K = \gamma \frac{\lambda_u}{\rho_0} = eB_0 \frac{\lambda_u}{m}, \quad (1.6)$$

здесь m - масса частицы, ρ_0 - радиус поворота частицы. Предполагая, что потери частицы на излучение малы по сравнению с энергией частицы, запишем:

$$\beta^2 = \beta_{\parallel}^2 + \beta_{\perp}^2 \quad (1.7)$$

Усредняя по времени β_{\perp}^2 :

$$\langle \beta_{\perp}^2 \rangle \approx \frac{K^2}{2\gamma^2}, \quad (1.8)$$

откуда $\langle \beta_{\parallel}^2 \rangle \approx 1 - \frac{1+K^2/2}{\gamma^2}$.

При наблюдении излучения под углом Θ с учетом эффекта Доплера частота излучения оказывается равной:

$$\omega_0 = \frac{\omega_u}{1 - \langle \beta_{\parallel} \rangle \cos \Theta} \quad (1.9)$$

В релятивистском приближении, излучение сконцентрировано в характеристическом угле $\sim 1/\gamma$. Поэтому мы можем использовать приближение $\cos \Theta \approx 1 - \frac{\Theta^2}{2}$. В таком случае мы можем записать:

$$\omega_0 = \frac{2\gamma^2 \omega_u}{1 + K^2/2 + \Theta^2 \gamma^2}, \quad (1.10)$$

или, в более привычном виде для длины волны излучения

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} (1 + K^2/2 + \Theta^2\gamma^2). \quad (1.11)$$

Отметим, что для $K \ll 1$ отклонение электрона укладывается в характеристический угол. В этом случае мы можем наблюдать интерференцию от разных периодов системы и максимумы интенсивности на соответствующих длинах волн. В случае для $K > 1$ система магнитов носит название вигглера.

Важным отличием ОИ от СИ является возможность генерации когерентного излучения ЛСЭ [24, 25]. В настоящее время в мире строится и уже построено несколько ЛСЭ [26, 27], направленных на получение лазерного излучения в рентгеновской области спектра. Одной из текущих задач физики ЛСЭ является исследование работы лазера в ультрафиолетовом и рентгеновском областях спектра в однопроходном режиме или режиме самоусиленного спонтанного излучения (SASE) [28, 29]. Такие режимы работы лазера требуют создания электронных пучков с внутренней периодической структурой. Периодическая структура образуется в ондуляторе при взаимодействии электронных пучков с собственным полем излучения, однако это требует использования протяженных систем ондуляторов - каскадных ондуляторов [30, 31], что связано с некоторыми экономическими трудностями. Поэтому существуют исследования, направленные на создание модулированных пучков до входа в ондулятор [32–34]. При работе с такими пучками требуется использование невозбуждающих систем диагностики, дающих возможность проводить измерение электронных пучков с поперечными размерами, не превышающими нескольких десятков микрон.

1.3 Системы диагностики электронных пучков

Одним из самых простых, но в тоже время эффективных методов измерения поперечных размеров пучка является использование люминофорных

экранов [35]. На пути пучка устанавливается экран (обычно металлический) с нанесенным на него люминофорным материалом. На экран также может быть нанесена координатная сетка, для определения положения пучка в канале ускорителя (1.4). При попадании пучка на экран люминофор начинает излучать. Зарегистрировав пятно, высвечивающееся на экране, мы можем определить поперечные размеры пучка. Люминофоры могут быть нескольких типов.

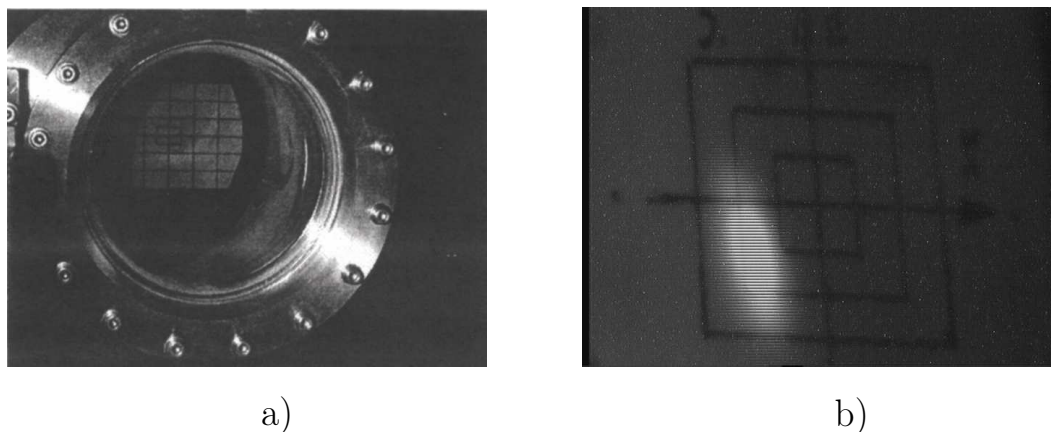


Рис. 1.4. Фотография люминофорного экрана в вакуумной камере (а) и координатная сетка на экране (b)

Самыми простыми из них являются порошковые, которые напыляются на подложку. Однако, они ограничены в разрешающей способности средним размером своего зерна, что составляет порядка нескольких десятков микрон. Наиболее часто используемыми люминофорными экранами являются керамические, изготавливающиеся путем спекания материала на подложке [36, 37]. Такие материалы обладают лучшим световыходом, но худшей разрешающей способностью (порядка 100 мкм). В последнее время появились экраны, использующие монокристаллический сцинтилляторы [38]. Несмотря на то, что они были известны более 30 лет назад, они стали доступны сравнительно недавно. Они обладают как хорошим световыходом, так и неплохой разрешающей способностью (до 10 мкм).

При всех своих достоинствах люминофорные экраны объединены общим недостатком: они абсолютно непрозрачны для пучков заряженных

частиц. К тому же возрастающие яркость и энергия электронных пучков приводят к быстрому изнашиванию таких приборов или полной невозможности их использования.



Рис. 1.5. Сеточный вторично эмиссионный датчик, сконструированный для ВЭП-2000. Диаметр отверстия 17,5. Позолоченные проволочки натянуты с шагом 0,5 мм в вертикальной плоскости и с шагом 1,5 мм в горизонтальной плоскости. Диаметр проволочек 28 мкм [42].

Примером практически полностью прозрачных приборов для диагностики пучков заряженных частиц могут служить так называемые вторично-эмиссионные датчики [39, 40]. Одним из представителей этого класса приборов является сеточный датчик (Рис. 1.5) [41, 42]. При взаимодействии пучка с датчиком на электродах образуется электрический заряд, на основании которого можно судить о распределении плотности частиц в пучке [36]. Такой датчик обладает хорошей прозрачностью для пучка ($\sim 90\%$). Вместо проволоки могут использоваться тонкие пластины из фольги. Другой разновидностью такого прибора является датчик со сканирующей проволокой, перемещающейся в плоскости перпендикулярной движению пучка, тем самым сканируя его плотность.

Недостатком такого прибора является его разрешающая способность, ограниченная, фактически, размерами проволоки, из которой состоит сетка. Учитывая современные тенденции к уменьшению поперечных размеров

пучков вплоть до десятков микрон, такой прибор не всегда может удовлетворять потребностям ускорителя.

Одними из самых распространенных сегодня методов диагностики пучков с малым поперечным сечением являются методы, основанные на переходном излучении (ПИ) [45, 46]. Одним из главных преимуществ этого подхода является его разрешающая способность. У описанных выше методов возникают проблемы при работе с пучками, поперечные размеры которых не превышают нескольких десятков микрон, в то время как ПИ позволяет уверенно производить измерения поперечных размеров пучка вплоть до нескольких микрон.

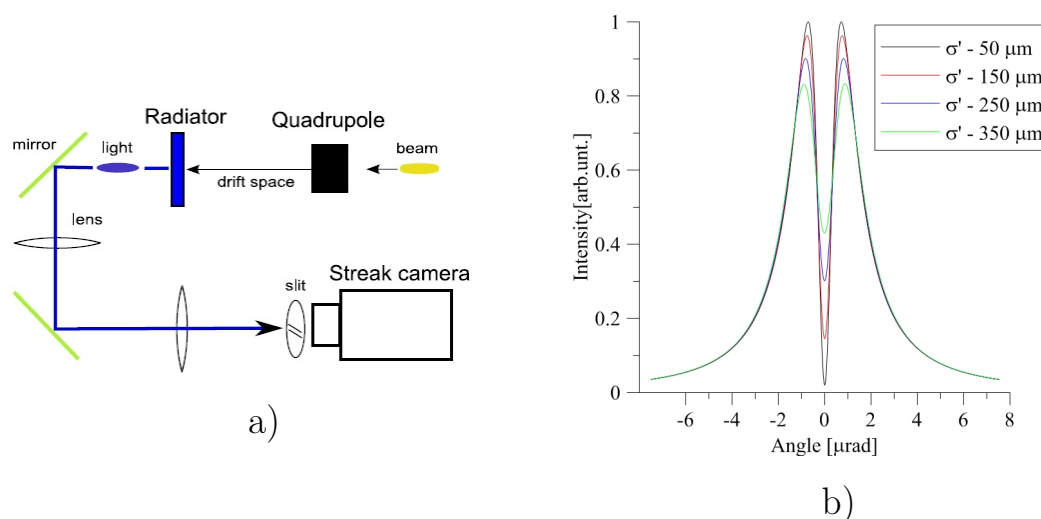


Рис. 1.6. Иллюстрация к методу диагностики пучка с использованием переходного излучения. На рисунке b) представлены несколько угловых распределений для электронный пучков с энергией $\gamma = 2000$ и разной расходимостью

Переходное излучение появляется при пересечении частицей границы двух сред с разными показателями диэлектрической проницаемости, и впервые было предсказано в 1945 [47]. В качестве инструмента для диагностики пучков ПИ было предложено в [48]. Угловое распределение ПИ зависит от эмиттанса пучка и его энергии. Для диагностики в канал ускорителя вводится металлическая пластина (Рис. 1.6а), обычно развернутая по углом 45° к направлению движения пучка, для того чтобы выводить

излучение из канала ускорителя. После этого регистрируется его угловое распределение. Угловое распределение, представленное на Рис. 1.6b соответствует электронному пучку с энергией $\gamma = 2000$, а материал экрана - идеальный проводник. Параметры пучка определяются таким образом, чтобы теоретическое и экспериментальное угловые распределения наилучшим образом совпадали друг с другом.

Как можно видеть, все выше описанные методы являются так или иначе контактными методами. Однако, плотность и энергия электронных пучков на некоторых уже построенных и будущих установках будут достаточно высоки для того, чтобы разрушить материал прибора диагностики, тем самым делая контактные методы диагностики неприемлемыми для них. В этой связи в последние два десятилетия во многих лабораториях мира разрабатываются методы диагностики пучков заряженных частиц, не требующие прямого контакта пучка с прибором. Одними из таких методов являются подходы, основанные на дифракционном излучении, которые исследовались в данной работе.

Глава 2

Теория дифракционного излучения и его общие свойства

Дифракционное излучение появляется при прохождении заряженной частицы вблизи границы двух сред с разной оптической плотностью (или, в общем случае, неоднородности среды). По своей природе ДИ близко к ПИ, поэтому в этой главе и далее будут проводиться частые сравнения с ПИ, так как оно более подробно изучено, а методы диагностики электронных пучков на его основе отработаны и широко применяются в настоящее время (см. гл. 1). Основное отличие ПИ и ДИ заключается в том, что в случае ДИ частица не пересекает границу двух сред, а лишь проходит в непосредственной близости от нее. Как следует из названия, при рассмотрении ДИ принимаются во внимание дифракционные эффекты, которые имеют место в силу присутствия края препятствия (другой среды). Впервые ДИ было предсказано И.М. Франком в начале 1940-х годов [49]. Позже его обнаружили экспериментально С. Смит и Э. Парселл в начале 1950-х [50]. Излучение наблюдалось при прохождении пучка заряженных частиц рядом с периодической структурой. Сегодня оно носит название излучения Смита-Парселла, и может рассматриваться как резонансный случай ДИ.

Исследования ДИ сегодня идут по крайней мере в двух направлениях. В первом из них ДИ планируется к использованию в качестве источника излучения: так называемые лазеры на свободных электронах, использующие эффект Смита-Парселла [51, 52]. Второй областью применения ДИ, широко исследуемой в настоящее время, является перехватывающая диагностика сверхярких ультрарелятивистских электронных пучков. Серия первых работ, посвященных исследованию ДИ как инструмента для диагностики пучков, появилась в 90-х годах прошлого века [53–55].

Так как ДИ является результатом взаимодействия движущейся частицы со средой, эта глава начнется с определения поля движущейся частицы. Далее будут рассмотрены общие свойства ДИ, и в конце главы будут представлены теоретические исследования зависимости форм-фактора пучка при ДИ от его расходимости, выполненные автором.

2.1 Поле движущейся заряженной частицы

ДИ появляется при взаимодействии с неоднородностями среды поля заряженной частицы, проходящей в непосредственной близости от этих неоднородностей. Очевидно, что свойства ДИ будут определяться полем частицы. Поэтому исследование свойств ДИ необходимо начать с определения поля движущейся частицы.

Для определения поля движущейся частицы воспользуемся системой уравнений Максвелла, записанной с помощью векторного (\vec{A}) и скалярного (φ) потенциалов [56–58]

$$\begin{aligned}\Delta\vec{A} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} &= -\frac{4\pi\mu}{c}e\vec{V}\delta(\vec{r} - \vec{V}t) \\ \Delta\varphi - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} &= -\frac{4\pi}{\varepsilon}e\delta(\vec{r} - \vec{V}t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

где \vec{A} - векторный потенциал, ε и μ - диэлектрическая и магнитная вос-

приемчивость, соответственно, c - скорость света, e - заряд электрона, \vec{V} - скорость частицы, \vec{r} - радиус вектор, φ - скалярный потенциал. Так как рассматривается одна движущаяся частица, плотность заряда и плотность тока могут быть представлены в виде $e\delta(\vec{r} - \vec{V}t)$ и $e\vec{V}\delta(\vec{r} - \vec{V}t)$, соответственно. Пусть частица движется в вакууме, тогда $\mu = 1, \varepsilon = 1$. Также нам потребуется калибровочное соотношение Лоренца:

$$\frac{\varepsilon}{c^2}\dot{\varphi} + \text{div}(\vec{A}) = 0 \quad (2.2)$$

Представим скалярный и векторный потенциалы в виде:

$$\varphi = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint \varphi'_k e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{k}, \quad \vec{A} = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint \vec{A}'_k e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{k} \quad (2.3)$$

При этом φ'_k и \vec{A}'_k - функции \vec{k} и t . Дельта-функция также может быть представлена в виде:

$$\delta(\vec{r} - \vec{V}t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint e^{i\vec{k}(\vec{r} - \vec{V}t)} d\vec{k} \quad (2.4)$$

Подставив все интегральные представления в уравнения (2.46), получим:

$$\begin{aligned} k^2 \vec{A}'_k + \frac{1}{c^2} \ddot{\vec{A}}'_k &= \frac{4\pi}{c} e\vec{V} e^{-i\vec{k}\vec{V}t} \\ k^2 \varphi'_k + \frac{1}{c^2} \ddot{\varphi}'_k &= 4\pi e^{-i\vec{k}\vec{V}t} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Предполагая, что зависимость от времени определена следующим образом

$$\varphi'_k = \varphi_k e^{-i\vec{k}\vec{V}t}, \quad \vec{A}'_k = \vec{A}_k e^{-i\vec{k}\vec{V}t}, \quad (2.6)$$

уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} k^2 \vec{A}_k - \frac{1}{c^2} (\vec{k}\vec{V})^2 \vec{A}_k &= \frac{4\pi}{c} e\vec{V} \\ k^2 \varphi_k - \frac{1}{c^2} (\vec{k}\vec{V})^2 \varphi_k &= 4\pi e \end{aligned} \quad (2.7)$$

Из полученной системы линейных уравнений, можно легко получить вы-

ражения для \vec{A}_k и φ_k :

$$\begin{aligned}\varphi_k &= \frac{4\pi e}{\left(k^2 - \frac{1}{c^2}(\vec{k}\vec{V})^2\right)} \\ \vec{A}_k &= \frac{4\pi e\vec{V}}{c\left(k^2 - \frac{1}{c^2}(\vec{k}\vec{V})^2\right)}\end{aligned}\quad (2.8)$$

Заметим, что \vec{A}_k и φ_k связаны между собой соотношением

$$\vec{A}_k = \frac{1}{c}\vec{V}\varphi_k, \quad (2.9)$$

которое является аналогом калибровочного соотношения (2.47).

Вектор напряженности \vec{E} выражается через векторный и скалярный потенциалы как [56–58]

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\nabla\varphi(\vec{r}, t) - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.10)$$

тогда, используя это выражение, запишем выражение для $\vec{E}(\vec{k}, t)$

$$\vec{E}_k = i(\vec{k}\vec{V})\vec{A}_k - i\vec{k}\varphi_k = i\varphi_k\left(\frac{\vec{V}(\vec{k}\vec{V})}{c^2} - \vec{k}\right), \quad (2.11)$$

Используя зависимость от времени (2.59) и проводя обратное преобразование Фурье, можно получить искомое выражение для поля частицы

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}, t) &= \frac{i}{(2\pi)^3}\iiint_{-\infty}^{+\infty}\varphi_k\left(\frac{\vec{V}(\vec{k}\vec{V})}{c^2} - \vec{k}\right)e^{i(\vec{k}\vec{r} - (\vec{k}\vec{V})t)}d\vec{k} = \\ &= \frac{ie}{2\pi^2}\iiint_{-\infty}^{+\infty}\frac{\left(\frac{\vec{V}(\vec{k}\vec{V})}{c^2} - \vec{k}\right)}{\left(k^2 - \frac{1}{c^2}(\vec{k}\vec{V})^2\right)}e^{i(\vec{k}\vec{r} - (\vec{k}\vec{V})t)}d\vec{k}\end{aligned}\quad (2.12)$$

Представленное в таком виде поле частицы уже может быть использовано для решения некоторых задач. Однако, чтобы более наглядно представить поле частицы, проведем еще несколько преобразований. Для этого

положим, что $\vec{V} = (0; 0; V)$, тогда можно вычислить по отдельности компоненты поля, продольные и перпендикулярные направлению движения частицы. Начнем с продольной компоненты:

$$E_{\parallel} = \frac{ie}{2\pi^2 V} \iiint_{-\infty}^{+\infty} (\vec{k}\vec{V}) \frac{\left(\frac{V^2}{c^2} - 1\right)}{\left(\frac{1}{c^2}(\vec{k}\vec{V})^2 - k^2\right)} e^{i(\vec{k}\vec{r} - (\vec{k}\vec{V})t)} dk_x dk_y dk_z, \quad (2.13)$$

и так как

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i(k_x x + k_y y)}}{\left(\frac{1}{c^2}(\vec{k}\vec{V})^2 - k^2\right)} dk_x dk_y = -2\pi K_0 \left(\frac{\rho(\vec{k}\vec{V})}{V} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right),$$

можно записать продольную компоненту поля движущейся частицы в виде

$$E_{\parallel} = \frac{-ie}{\pi V} \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{k}\vec{V}) \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) e^{i\left(\frac{(\vec{k}\vec{V})}{V}z - (\vec{k}\vec{V})t\right)} K_0 \left(\frac{\rho(\vec{k}\vec{V})}{V} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right) dk_z, \quad (2.14)$$

где $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ - проекция вектора \vec{r} на плоскость перпендикулярную скорости частицы, и K_0 - функция Макдональда нулевого порядка. Аналогичным способом можно найти перпендикулярную компоненту \vec{E} :

$$\vec{E}_{\perp} = \frac{ie}{2\pi^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\vec{k}_{\rho}}{k^2 - \frac{1}{c^2}(\vec{k}\vec{V})^2} e^{i(\vec{k}\vec{r} - (\vec{k}\vec{V})t)} dk_x dk_y dk_z \quad (2.15)$$

где k_{ρ} - проекция вектора \vec{k} на плоскость перпендикулярную скорости частицы. Проводя вычисления аналогично для продольной составляющей поля, выражение (2.15) может быть представлено в виде

$$\vec{E}_{\perp} = \frac{ie\vec{n}_{\perp}}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\left(\frac{(\vec{k}\vec{V})}{V}z - \omega t\right)} K'_0 \left(\frac{\rho(\vec{k}\vec{V})}{V} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right) dk_z, \quad (2.16)$$

здесь $\vec{n}_{\perp} = \vec{\rho}/\rho$. Используя рекуррентные соотношения для функции Макдональда

$$2K'_{\nu}(z) = K_{\nu-1}(z) + K_{\nu+1}(z), \quad K_{\nu} = K_{-\nu}, \quad (2.17)$$

можно записать

$$\vec{E}_\perp = \frac{e\vec{n}_\perp}{\pi V} \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{k}\vec{V}) e^{i\left(\frac{\vec{k}\vec{V}}{V}z - \omega t\right)} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} K_1 \left(\frac{\rho(\vec{k}\vec{V})}{V} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right) dk_z, \quad (2.18)$$

где K_1 - функция Макдональда первого порядка. И, наконец, суммируя обе компоненты, получаем полное выражение для поля равномерно движущейся частицы

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) = & \vec{n}_\parallel \frac{-ie}{\pi V} \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{k}\vec{V}) \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) e^{i\left(\frac{\vec{k}\vec{V}}{V}z - (\vec{k}\vec{V})t\right)} K_0 \left(\frac{\rho(\vec{k}\vec{V})}{V} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right) + \\ & + \vec{n}_\perp \frac{e}{\pi V} \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{k}\vec{V}) e^{i\left(\frac{\vec{k}\vec{V}}{V}z - (\vec{k}\vec{V})t\right)} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} K_1 \left(\frac{\rho(\vec{k}\vec{V})}{V} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right) dk_z \end{aligned}$$

Выполнив преобразование Фурье по времени, мы можем получить следующее выражение:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \vec{n}_\parallel \frac{i\omega}{\pi V^2} \frac{1}{\gamma^2} e^{i\left(\frac{\omega}{V}z\right)} K_0 \left(\frac{\rho\omega}{V\gamma} \right) + \vec{n}_\perp \frac{e\omega}{\pi V^2} e^{i\left(\frac{\omega}{V}z\right)} \frac{1}{\gamma} K_1 \left(\frac{\rho\omega}{V\gamma} \right), \quad (2.19)$$

где $\omega = \vec{k}\vec{V}$. Продольный и поперечный единичные вектора могут быть определены как $n_\parallel = \vec{V}/V$ и $n_\perp = \vec{\rho}/\rho$ соответственно. Как нетрудно видеть, продольная компонента поля убывает пропорционально второй степени γ , в то время как перпендикулярная - пропорционально первой. Таким образом, для ультрарелятивистского случая $\gamma \gg 1$ можно пренебречь параллельной компонентой поля. Этот эффект продемонстрирован на (Рис.2.1 а).

В этой работе рассматриваются ультрарелятивистские частицы с параметром $\gamma \sim 1000$ и выше, что означает, во многих случаях можно пренебречь параллельной компонентой поля. Применяя это приближение к полученным выражениям, запишем покомпонентно поперечное поле частицы

$$E_{x,y}(\vec{r}, \omega) = \frac{e\omega}{\pi\gamma V^2} \frac{x,y}{\rho} K_1 \left(\frac{\rho\omega}{V\gamma} \right) e^{i\left(\frac{\omega}{V}z\right)}. \quad (2.20)$$

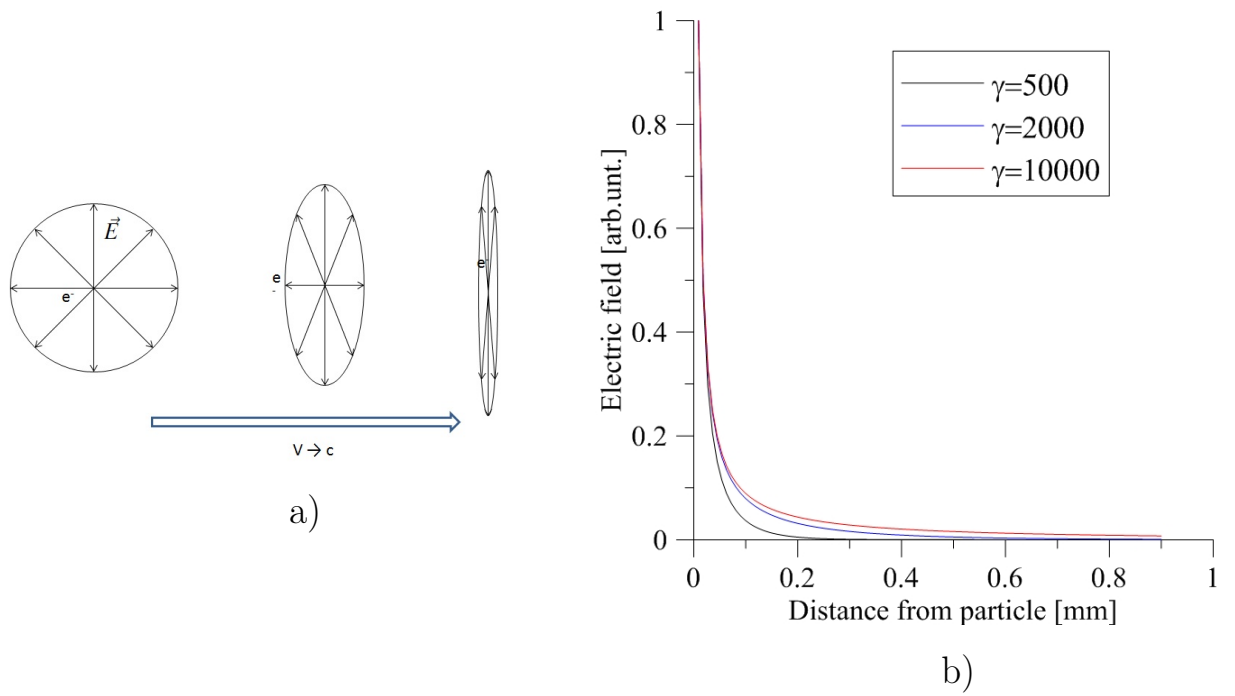


Рис. 2.1. а) Зависимость формы поля частицы от скорости. б) Зависимость напряженности поля электрона от расстояния до точки наблюдения в плоскости перпендикулярной вектору скорости, рассчитанная с помощью выражения 2.20.

Стоит отметить что эффект "вытягивания" поля в плоскости перпендикулярной вектору скорости частицы имеет исключительно релятивистское происхождение. То же выражение для поля ультрарелятивистской частицы можно получить, рассмотрев обычное сферическое поле частицы в системе координат, где она покоится, а после перейти в систему координат, где частица движется, выполняя при этом преобразования Лоренца. Пример такого перехода рассмотрен, например, в работе [59].

В этом разделе неоднократно говорилось, что ДИ появляется при пролете заряженной частицы в непосредственной близости от границы двух сред. Получив выражения для поля, частицы можно сделать некоторые оценки прицельного параметра, при котором ДИ будет существенным. На Рис. 2.1 б) представлен график зависимости поля электрона от расстояния до точки наблюдения. Как можно видеть, для электрона с энергией 1 ГэВ (Рис. 2.1 б), $\gamma = 2000$, красная кривая) на расстоянии 1 мм поле ча-

стицы уменьшается значительно. Позже будет показано, что именно из-за этого падения величины поля частицы, прицельный параметр выбирается порядка $\sim \lambda\gamma$, где λ - длина волны излучения.

2.2 Метод псевдофотонов для описания дифракционного излучения

Получив выражение для поля движущейся частицы, перейдем непосредственно к вычислению ДИ. Теория ДИ была подробно изложена в во многих публикациях [60–64]. В этой работе воспользуемся методом подробно описанным в [65], и получившим название метода псевдофотонов. Согласно методу псевдо-фотонов, можно рассмотреть поле падающей частицы как поле плоской волны с двумя особенностями. Первое - это амплитуда поля, которая быстро убывает с ростом расстояния от частицы (2.20). Второе отличие - это направление вектора поля, которое радиально расходится от заряда (Рис. 2.2). Далее мы можем рассматривать ДИ как рассеяние (или отражение) такой поля на препятствии. В качестве препятствия будет рассматриваться щель (или полуплоскость).

В начале этой главы мы уже говорили о том, что ДИ и ПИ имеют общие физические основания. Поэтому получим выражения для ДИ из выражения для ПИ. Используя принцип Гюйгенса-Френенеля [66] запишем выражения для ПИ от частицы падающей перпендикулярно на экран:

$$E_{x,y}^{TR}(x, y) = \frac{ik}{2\pi} \int_{-a-h_{0y}}^{a-h_{0y}} dh_y \int_{-c-h_{0x}}^{c-h_{0x}} dh_x E_{x,y}^i(h_x, h_y) \times \frac{\exp[ik\sqrt{d^2 + (h_x - x)^2 + (h_y - y)^2}]}{\sqrt{d^2 + (h_x - x)^2 + (h_y - y)^2}} \quad (2.21)$$

где h_x, h_y - координаты на пластине, d - расстояние от пластины до плоскости наблюдения, a и c - размеры пластины, h_{0x}, h_{0y} - координаты, точки столкновения частицы с пластиной. Здесь индексы x и y при E^{TR} и E^i

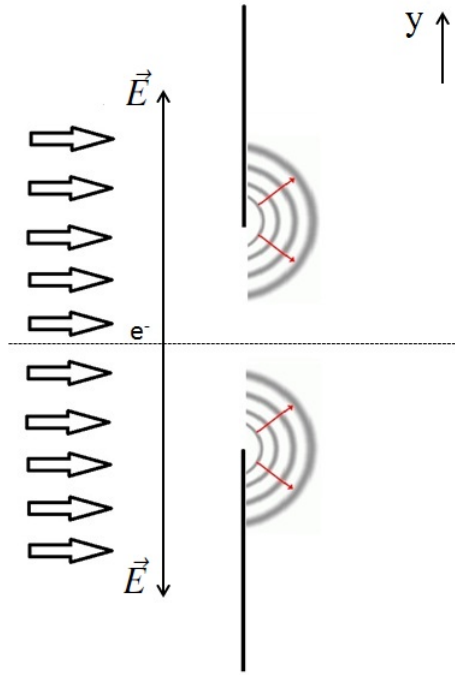


Рис. 2.2. Поле частицы, падающей на щель. В отличие от плоской волны, фаза поля в нижней и верхней полуплоскости изначально отличается на π , что может быть выражено знаком "–" между слагаемыми для разных полуплоскостей щели.

означают компоненту поля вдоль X и Y осей, соответственно. $E_{x,y}^i(h_x, h_y)$ представляет собой монохроматическую компоненту поля частицы вдоль одного из направлений. В дальнейшем ограничимся проекцией y . Найдем ее. Для этого воспользуемся выражением (2.53). Так как в (2.21) уже была введена "k", в выражении для поля заменим ее на \mathfrak{e} , а также положим $\vec{V} = (0, 0, V)$.

$$E_y^i(\vec{r}, t) = \frac{ie}{2\pi^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathfrak{e}_y}{\mathfrak{e}^2 - \frac{(\mathfrak{e}\vec{V})^2}{c^2}} e^{i\mathfrak{e}\vec{r} - i\mathfrak{e}\vec{V}t} d\mathfrak{e}_x d\mathfrak{e}_y d\mathfrak{e}_z \quad (2.22)$$

Из этого выражения выделим монохроматическую компоненту:

$$\begin{aligned}
E_y^i(\vec{r}, \omega) &= \frac{ie}{2\pi^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha_y}{\alpha^2 - \frac{(\vec{\alpha}\vec{V})^2}{c^2}} e^{i(\alpha_x h_x + \alpha_y h_y)} d\alpha_x d\alpha_y \int_{-\infty}^{+\infty} e^{it(\omega - \alpha_z V)} e^{i\alpha_z z} dt d\alpha_z = \\
&= \frac{i\omega}{2\pi^2 V} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha_y}{\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha^2} e^{i(\alpha_x h_x + \alpha_y h_y)} e^{i\frac{\omega}{V}z} d\alpha_x d\alpha_y, \quad (2.23)
\end{aligned}$$

где $\alpha = \frac{\omega^2}{V^2 \gamma^2}$. В рассматриваемой задаче скорость частицы перпендикулярна плоскости щели (нормальное падение). В таком случае положим плоскость щели в точке $z = 0$, тогда выражение для поля частицы в плоскости щели примет вид:

$$E_y^i(h_x, h_y, \omega) = \frac{ie}{2\pi^2 V} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha_y}{\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha^2} e^{i(\alpha_x h_x + \alpha_y h_y)} d\alpha_x d\alpha_y \quad (2.24)$$

Для того чтобы получить выражение для ДИ, достаточно исключить из интеграла по поверхности пластины часть, соответствующую собственно щели. Таким образом, h_{0x}, h_{0y} будут определять положение частицы внутри щели.

$$\begin{aligned}
E_{x,y}^{DR}(x, y) &= \frac{ik}{2\pi} \int_{-c}^c \left[\int_{\frac{w_{sl}}{2} - h_{0y}}^a dh_y E_{x,y}^i(h_x, h_y) \times \right. \\
&\quad \times \frac{\exp [ik \sqrt{d^2 + (h_x - x)^2 + (h_y - y)^2}]}{\sqrt{d^2 + (h_x - x)^2 + (h_y - y)^2}} - \\
&\quad \left. - \int_{-a}^{\frac{-w_{sl}}{2} - h_{0y}} dh_y E_{x,y}^i(h_x, h_y) \frac{\exp [ik \sqrt{d^2 + (h_x - x)^2 + (h_y - y)^2}]}{\sqrt{d^2 + (h_x - x)^2 + (h_y - y)^2}} \right] dh_x, \quad (2.25)
\end{aligned}$$

где w_{sl} - ширина щели (Рис. 2.3). Это самое общее выражение для дифрак-

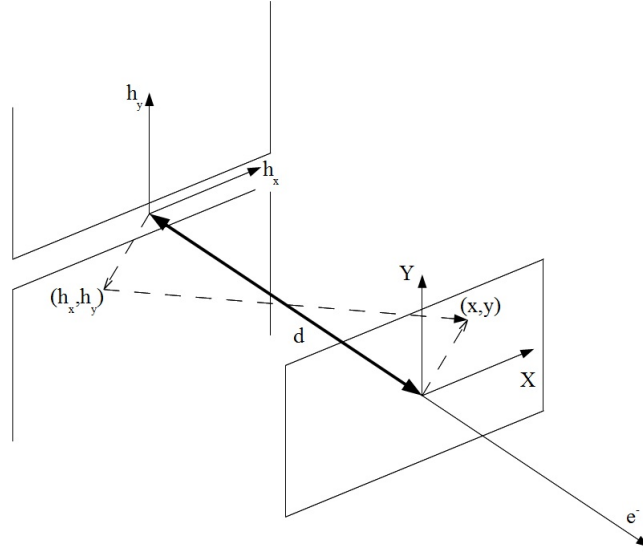


Рис. 2.3. Дифракционное излучение от щели. На рисунке показаны обозначения, используемые в вычислениях

ционного излучения, включающее в себя также и эффекты ближнего поля. Однако для расчетов мы можем воспользоваться приближением дальнего поля $d \gg h_x, h_y$. Как было показано в [67, 68], условия применимости волновой зоны могут быть удовлетворены использованием линзы, а при выполнении условий:

$$R_l \gg \frac{L_1}{\gamma} + \frac{\gamma\lambda}{2\pi} \quad (2.26)$$

где R_l - это радиус линзы, L_1 - это расстояние от щели до линзы, линза может рассматриваться как бесконечная. Тогда выражение для приближения волновой зоны принимает вид (для одной из полуплоскостей - верхней) [69]:

$$E_{x,y}^{DR}(k_x, k_y) = \frac{ik}{2\pi d} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{h_1}^{+\infty} E_{x,y}^i(h_x, h_y) e^{-i(k_x h_x + k_y h_y)} dh_x dh_y \quad (2.27)$$

В этом выражении размеры щели устремлены в бесконечность, что является вполне допустимым приближением, а прицельный параметр $\frac{w_{sl}}{2} - h_{0y}$ заменен на h_1 . Проекция волнового вектора \vec{k} на оси X и Y - $k_x = k \sin \Theta_x$ и $k_y = k \sin \Theta_y$, соответственно. Однако в ультрарелятивистском случае излучение распространяется в конусе с характеристическим углом $\sim 1/\gamma$,

поэтому мы можем записать в приближении $k_x \approx k\Theta_x$ и $k_y \approx k\Theta_y$.

$$E_{x,y}^{DR}(x, y, \omega) = \frac{-ek}{2\pi^2 Vd} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathfrak{a}_x \mathfrak{a}_y}{\mathfrak{a}_x^2 + \mathfrak{a}_y^2 + \alpha^2} d\mathfrak{a}_y d\mathfrak{a}_x \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ih_x(\mathfrak{a}_x - k_x)} dh_x \int_{h_1}^{+\infty} e^{ih_y(\mathfrak{a}_y - k_y)} dh_y \quad (2.28)$$

Разрешая этот интеграл, а также аналогичный для нижней полуплоскости (см. Приложение 1), получим выражения для поля ДИ для обеих компонент:

$$E_y^{DR} = \frac{iek}{\pi Vd} \left[\frac{e^{-(h_2)(f-ik_y)}}{f-ik_y} - \frac{e^{-(h_1)(f+ik_y)}}{f+ik_y} \right], \quad (2.29)$$

$$E_x^{DR} = \frac{ek k_x}{\pi Vdf} \left[\frac{e^{-(h_2)(f-ik_y)}}{f-ik_y} + \frac{e^{-(h_1)(f+ik_y)}}{f+ik_y} \right], \quad (2.30)$$

где $f^2 = k_x^2 + \alpha^2$.

Этот раздел начинался с рассмотрения ПИ, давайте к нему же и вернемся. Для этого просто выполним предельный переход, положив ширину щели равной нулю. Тогда h_1 и $h_2 \rightarrow 0$:

$$E_x^{TR} = \frac{iekk_x}{\pi Vd(f^2 + k_y^2)}, \quad (2.31)$$

$$E_y^{TR} = \frac{ek k_y}{\pi Vd(f^2 + k_y^2)}, \quad (2.32)$$

где E_x^{TR} и E_y^{TR} выражают проекции амплитуды поля ПИ на соответствующие оси. Выражение для ПИ может быть записано как [56]:

$$\frac{dW}{d\Omega d\omega} = \frac{cd^2}{4\pi} (|E_x^{TR}|^2 + |E_y^{TR}|^2) \quad (2.33)$$

Тогда, подставляя выражение ПИ и предполагая, что излучение сконцентрировано в конусе $\sim 1/\gamma$, можно получить выражение [58]:

$$\frac{dW}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2 c}{4\pi^3 V^2} \frac{(\Theta_x^2 + \Theta_y^2)}{(\Theta_x^2 + \Theta_y^2 + \gamma^{-2})} \quad (2.34)$$

Как можно видеть, ПИ может быть рассмотрено как предельный случай ДИ. Различие между этими двумя случаями заключается в наличии дифракционных эффектов для ДИ. Однако бывают случаи, когда дифракционные эффекты присутствуют и при ПИ. Например, если размеры экрана, который пересекает частица, очень маленькие, или она его пересекает на самом его краю [71].

2.3 Спектр дифракционного излучения и энергетические потери заряженной частицы на излучение

С помощью полученных в предыдущем разделе выражений для поля ДИ опишем некоторые свойства ДИ, которые будут полезны в дальнейшей работе. В частности, будет получен спектр ДИ, а также рассчитано количество энергии, теряемой частицей на излучение.

Рассмотрим электрон, проходящий под нормальным углом в непосредственной близости от полуплоскости из идеального проводника. Воспользовавшись выражениями (2.29) и (2.30), можно записать поле ДИ от полуплоскости в виде

$$E_y^{DR} = \frac{iek}{\pi V d} \frac{e^{-h(f-ik_y)}}{f-ik_y}, \quad (2.35)$$

$$E_x^{DR} = \frac{ek k_x}{\pi V d f} \frac{e^{-h(f-ik_y)}}{f-ik_y}, \quad (2.36)$$

где h - прицельный параметр, на котором пролетает электрон. Воспользо-

вавшись выражением (2.33), найдем распределение ДИ

$$\frac{dW}{d\Omega d\omega} = \frac{c}{4\pi} \frac{e^2}{\pi^2 V^2} e^{2hf} \frac{k^2(f^2 + 2k_x^2)}{f^2(f^2 + 2k_y^2)} \quad (2.37)$$

Как и в случае ПИ в предыдущем разделе, воспользуемся тем фактом, что для ультрарелятивистской частицы проекции волнового вектора могут быть представлены как $k_x = k\Theta_x$ и $k_y = k\Theta_y$. Тогда выражение (2.37) может быть записано в виде

$$\frac{dW}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2 c}{4\pi^3 V^2} e^{-\frac{4\pi h}{\lambda\gamma} \sqrt{1+\gamma^2\Theta_x^2}} \frac{\gamma^{-2} + 2\Theta_x^2}{\gamma^{-2} + \Theta_x^2 + \Theta_y^2} \quad (2.38)$$

В первом разделе текущей главы уже упоминалось, что прицельный параметр для систем ДИ, обычно не превышает $\sim \lambda\gamma$, и из (2.38) видно, почему. При $h \gg \gamma\lambda$ отрицательный показатель экспоненты становится слишком большим и интенсивность ДИ быстро падает.

Выделим в выражении (2.38) характеристическую частоту излучения

$$\omega_c = \frac{\gamma c}{2h}, \quad (2.39)$$

и перепишем выражение для мощности ДИ в виде

$$\frac{dW}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2 c}{4\pi^3 V^2} e^{-\frac{\omega}{\omega_c} \sqrt{1+\gamma^2\Theta_x^2}} \frac{\gamma^{-2} + 2\Theta_x^2}{\gamma^{-2} + \Theta_x^2 + \Theta_y^2}, \quad (2.40)$$

где ω - частота излучения. Как нетрудно видеть интенсивность ДИ спадает экспоненциально с увеличением частоты (Рис. 2.4). Интересно отметить, что спектр ПИ ведет себя похожим образом [70], однако в качестве характеристической частоты для ПИ выступает плазменная частота материала, границу которого пересекает частица.

Для того чтобы рассчитать полные потери электрона на излучение, которые испытывает заряженная частица при прохождении около препятствия, вычислим интеграл от спектрально-углового распределения (2.40) по всем частотам и углам

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} d\Theta_x \int_{-\infty}^{+\infty} d\Theta_y \int_0^{+\infty} \frac{dW}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2 c}{4\pi V^2} \omega_c \frac{3}{8} \quad (2.41)$$

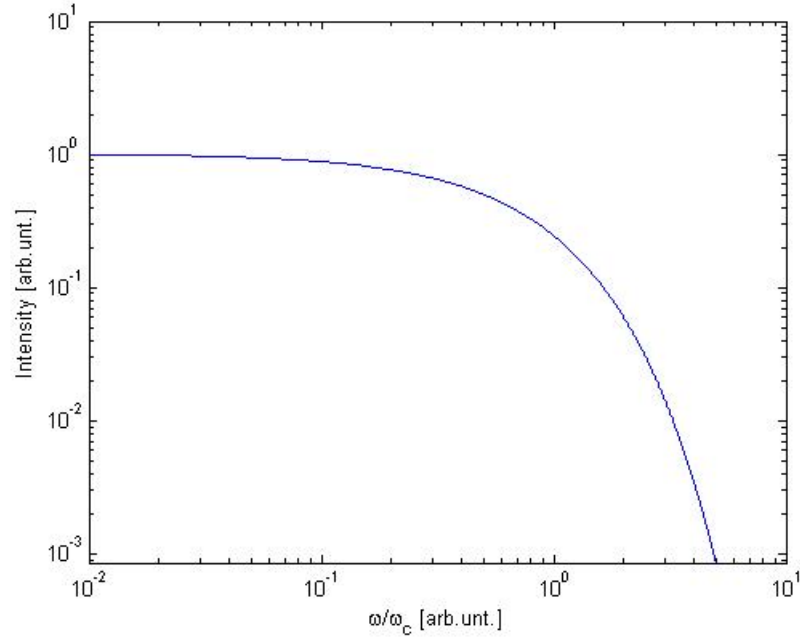


Рис. 2.4. Зависимость интенсивности ДИ от частоты. Для расчета использовано выражение (2.40). Углы выбраны $\Theta_x, \Theta_y = 1/\gamma$. Расчет выполнен для электрона с энергией 1 ГэВ.

Выражение (2.41) определяет энергию излучения в направлении движения частицы, однако ДИ распространяется и в обратном направлении по отношению к движению частицы (в случае наклонного падения частицы излучение будет распространяться в направлении зеркального отражения). Так как в обе стороны излучается одинаковое количество энергии, для получения полной энергии излучения достаточно удвоить выражение (2.41). Воспользуемся полученным выражением для расчета энергетических потерь электрона с энергией 1 ГэВ, проходящего около полуплоскости на расстоянии 1 мм. При такой энергии мы можем приближенно считать $V \approx c$, тогда полная энергия, теряемая на излучение, может быть представлена в виде [64]

$$W_{tot} = \frac{3 \alpha \hbar}{4 4\pi} \omega_c, \quad (2.42)$$

где α - постоянная тонкой структуры, а \hbar - постоянная Планка. При таких заданных параметрах энергия, уносимая ДИ, оказывается равной $W_{tot} \approx 1.44 \times 10^{-3} \text{эВ}$, что, очевидно, существенно меньше чем полная энергия элек-

трона, равная 1 ГэВ. Благодаря настолько маленьким потерям, движение электрона может рассматриваться как прямолинейное и равномерно, что и делает ДИ перспективным кандидатом для не разрушающей диагностики пучков заряженных частиц.

2.4 Длина формирования дифракционного излучения

В предыдущем параграфе было показано, что интенсивность ДИ очень мала по сравнению с энергией частиц, что является преимуществом с одной стороны (позволяя проводить диагностику пучка, не разрушая его при этом), но является некоторым препятствием с другой стороны, так как в канале ускорителя кроме ДИ могут присутствовать и другие типы излучения (например, синхротронное), значительно превышающие ДИ по интенсивности. Одним из решений этой проблемы является установка дополнительного экрана-фильтра. При этом сам экран также будет являться источником ДИ. Однако, этот раздел посвящен вопросу длины формирования ДИ, поскольку, как будет показано позже, в системе ДИ, состоящей из двух щелей, 2-ой экран может оказаться в ближней зоне по отношению к ДИ от первого экрану.

Проблема длины формирования как для ДИ, так и для ПИ, была исследована теоретически [73, 75–78] и экспериментально [67, 79, 80] в ряде работ. Здесь мы не будем подробно останавливаться на проблемах ближней зоны [73, 74], а только рассмотрим интересующие нас моменты. В частности, мы рассмотрим условия, определяющие волновую зону для ДИ ультрарелятивистских частиц, и, в завершении раздела, рассмотрим изменения в ДИ при приближении к источнику.

Рассмотрим два источника ДИ, располагающиеся в точках с радиус-векторами \vec{r}_1 и \vec{r}_2 (Рис. 2.5). Разность фаз в точке наблюдения P между излучением из разных точек будет определяться как $\Delta\varphi = \vec{k}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$, где

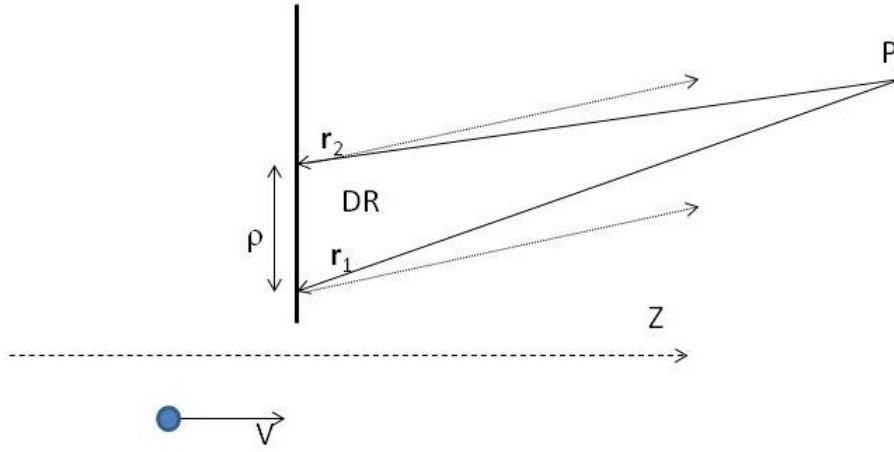


Рис. 2.5. Дифракционное излучение от полуплоскости и пролетающей заряженной частицы. P - точка наблюдения, \vec{r}_1 и \vec{r}_2 радиус векторы рассматриваемых точек излучения, а ρ - расстояние между ними

$k = 2\pi/\lambda$ - волновой вектор излучения, а λ - длина волны излучения. Предположим, что расстояние до точки наблюдения много больше размеров самого источника r_1 и $r_2 \gg \rho$, где ρ - расстояние между двумя выбранными источниками. Тогда разность фаз излучения между источниками может быть записана в виде

$$\Delta\varphi \approx k \left(\frac{\rho^2}{2r_1} - \frac{\vec{\rho}\vec{r}_1}{r_1} \right) \quad (2.43)$$

Как можно видеть, второй член в выражении (2.43) не зависит от величины r_1 и отвечает только за волновую зону излучения. В то же время, первое слагаемое в данном выражении является поправкой к фазе волновой зоны, которая, очевидно, увеличивается с приближением точки наблюдения к источнику. В качестве условия для волновой зоны выберем малость этой поправки

$$k \frac{\rho^2}{2r_1} \ll \pi \quad (2.44)$$

Данные рассуждение, строго говоря, могут быть применены к любым источникам, не только ДИ. Однако, для ДИ ультрарелятивистской частицы можно сделать некоторые преобразования, позволяющие представить критерий для волновой зоны в более удобном виде. Как известно, излу-

чение ультрарелятивистской частицы имеет расходимость порядка $\sim 1/\gamma$, что позволяет с высокой степенью точности сделать замену $r_1 \approx z$. Кроме того, в первом разделе данной главы было показано, что поле ультрарелятивистской частицы практически отсутствует на расстоянии больше чем $\gamma\lambda$, следовательно, и размер источника ρ не превышает этой величины. Суммируя выше сказанное, можно представить длину формирования ДИ в виде

$$z \gg \lambda\gamma^2 \quad (2.45)$$

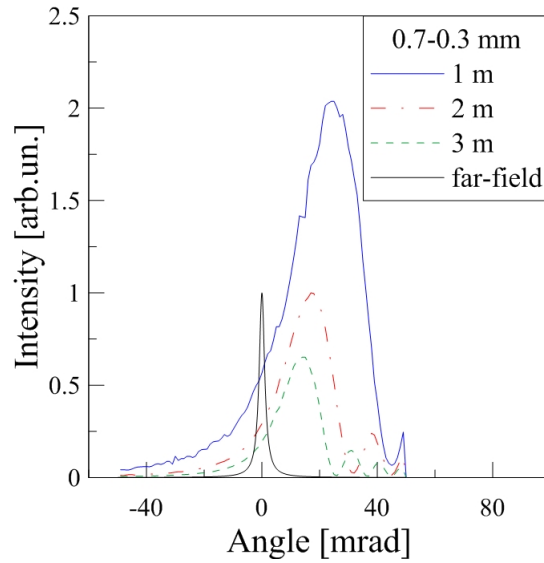


Рис. 2.6. Угловое распределение ДИ от полуплоскости на разных расстояниях от источника [81]. Для расчетов использовалась модель с электроном (1 ГэВ), пролетающим мимо полуплоскости из идеального проводника.

Для того чтобы показать как изменится ДИ на расстояниях меньше $\lambda\gamma^2$, воспользуемся выражениями (2.25) и построим угловые распределения ДИ на различных расстояниях (Рис. 2.6). Как можно видеть, ДИ в ближней зоне становится заметно шире. Для щели ДИ полностью разделяется на два излучения от полуплоскостей, не пересекающихся друг с другом.

2.5 Расходимость пучка и форм-фактор для дифракционного излучения

Исследования таких параметров ДИ, как угловое распределение или длина формирования, является важной частью работы при использовании ДИ для диагностики поперечных размеров пучка [53,67,69,82]. Однако кроме поперечных размеров важным элементом диагностики пучка является измерение его продольных размеров [83,84]. Как и в случае с поперечными размерами, ДИ представляет собой интерес в этой области, так как предоставляет возможность для невозмущающей диагностики продольных размеров пучков. Одним из основных параметров электронного пучка (в общем случае любого пучка, но в этой работе рассматривается именно ультрарелятивистский электронный пучок), при измерении продольных размеров является его форм-фактор [85]. В этом разделе будет рассмотрен форм-фактор пучка по отношению к ДИ, а также впервые будет рассмотрено влияние расходимости пучка на его форм-фактор в случае ДИ.

Как известно, интенсивность излучения пучка частиц (в общем случае любого излучения: синхротронного, переходного и т.п.) зависит от степени когерентности пучка [85]:

$$I(\lambda) = I_0(N + N(N - 1)F(\lambda)), \quad (2.46)$$

где N - число частиц в пучке, I_0 - интенсивность излучения от одной частицы и F - форм-фактор пучка. Степень когерентности пучка определяется его форм-фактором, который, в свою очередь, зависит от длины волны излучения и параметров самого пучка. Таким образом, зная зависимость интенсивности излучения от длины волны $I(\lambda)$, мы можем восстановить параметры самого пучка.

Рассмотрим излучение от некоторого набора источников

$$I(\lambda) \sim \left| \sum_{n=1}^N E_n e^{i\phi_n} \right|^2, \quad (2.47)$$

где E_n - амплитуда поля излучения в точке наблюдения от n -го источника, ϕ_n - фаза излучения n -го источника, число частиц в пучке N определяет число источников. Пусть $E_n = E_0$ для всех n , тогда, определив $|E_0|^2$ как интенсивность I_0 , запишем:

$$I(\lambda) = I_0 \left| \sum_{n=1}^N e^{i\phi_n} \right|^2 = I_0 \left(\sum_{n=1}^N e^{i\phi_n} \right) \left(\sum_{n=1}^N e^{i\phi_n} \right)^* \\ = I_0 \left| N + \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N e^{i\phi_n} e^{-i\phi_m} \right| \quad (2.48)$$

Источником излучения является непосредственно частица, поэтому фаза определяется положением частицы внутри пучка $\phi_n = \vec{r}_n \vec{k}$, где \vec{r}_n - радиус вектор частицы и $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновой вектор излучения, а полная интенсивность - следующим выражением

$$I(\lambda) = I_0 \left(N + \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N e^{i\vec{k}\vec{r}_n} e^{-i\vec{k}\vec{r}_m} \right) \quad (2.49)$$

Анализ излучения от пучка может быть осуществлен пространственным усреднением по всем частицам пучка. Так как количество частиц в пучке велико, получаем

$$\left\langle \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N e^{i\vec{k}\vec{r}_n} e^{-i\vec{k}\vec{r}_m} \right\rangle = \left\langle \sum_{n=1}^N e^{i\vec{k}\vec{r}_n} \right\rangle \left\langle \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N e^{-i\vec{k}\vec{r}_m} \right\rangle \quad (2.50)$$

Известно, что нормированное распределение электронов в пучке, состоящего из большого числа частиц, может быть представлено в виде [88]:

$$S(\vec{r}) = \frac{1}{N} \left\langle \sum_{n=1}^N \delta(\vec{r} - \vec{r}_n) \right\rangle = \frac{1}{N-1} \left\langle \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N \delta(\vec{r} - \vec{r}_m) \right\rangle \quad (2.51)$$

Знак равенства между двумя распределениями стоит в силу того, что вероятность распределения для систем из N и $(N - 1)$ частиц одинакова в предположении некоррелирующих между собой частиц. Воспользовавшись распределением частиц в пучке в виде (2.51), получаем следующую зависимость интенсивности от распределения частиц в пучке

$$I(\lambda) = I_0(N + N(N - 1) \left| \int S(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} \right|^2), \quad (2.52)$$

где $F = \left| \int S(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} \right|^2$ - форм-фактор пучка¹.

Как видно, форм-фактор представляет собой квадрат модуля Фурье-преобразования нормированного пространственного распределения пучка и принимает значения от 0 до 1, где 0 соответствует некогерентному пучку, а 1 - полностью когерентному пучку. С экспериментальной точки зрения невозможно разделить влияние продольного и поперечного размеров пучка на форм-фактор. Однако, для ультрарелятивистских пучков, в большинстве случаев, форм-фактор пучка практически полностью определяется продольными размерами пучка $F_{long} = \left| S_{long}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} \right|^2$, где $S_{long}(\vec{r})$ - продольное распределение плотности частиц в пучке. Таким образом, можно записать:

$$I(\lambda) = I_0(N + N(N - 1)F_{long}(\lambda)) \quad (2.53)$$

В выражении (2.53) форм-фактор пучка определяется только продольными размерами пучка. Зависимость $I(\lambda)$ может быть определена экспериментальным путем, а N определяется зарядом пучка. Следовательно, возможно установить зависимость $F_{long}(\lambda)$ и, как следствие, продольное распределение пучка (т.к. продольный форм-фактор определяется только продольным распределением частиц в пучке), или его размер в продольном (относительно вектора скорости частицы) направлении.

В случае ДИ, излучателем является система, образуемая средой и пролетающим зарядом. Но в приближении волновой зоны [67], можно фор-

¹В литературе также можно встретить определение форм-фактора в виде $F^2 = \left| S(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} \right|^2$

мально рассматривать ДИ как излучаемое одной точкой на краю препятствия (Рис. 2.7).

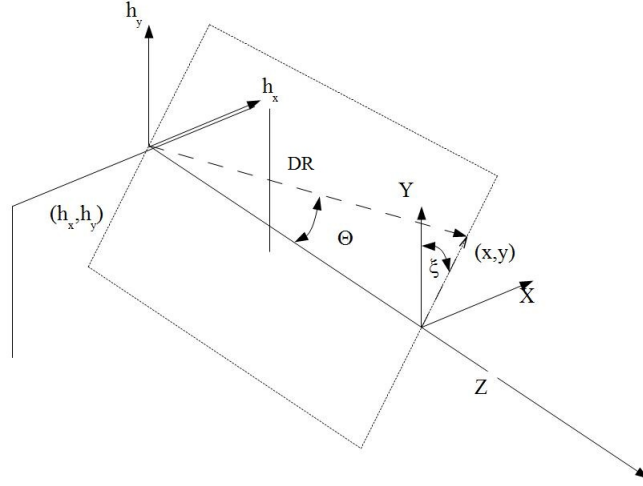


Рис. 2.7. В приближении волновой зоны ДИ может рассматриваться как излученное одной точкой. В этом случае фазовая разница между излучением от разных частиц может быть получена из геометрии данного рисунка. Здесь направление на точку наблюдения определяется углами ξ и Θ .

В данном разделе мы рассматриваем ДИ от полуплоскости. В этом случае поле частицы может быть записано в виде [69]:

$$E_n^{DR} = E_0 e^{-\frac{2\pi y_n}{\lambda\gamma\beta}} \sqrt{1 - \beta^2 \gamma^2 \sin^2 \Theta \sin^2 \xi}, \quad (2.54)$$

где y_n - прицельный параметр n -ой частицы, λ - длина волны излучения, E_0 - константа, одинаковая для всех частиц, β - приведенная скорость частицы, Θ и ξ - углы, определяющие направление излучения (или направление на точку наблюдения) (Рис. 2.7). Учитывая выражение (2.54), рассмотрим суммарное излучение от пучка частиц:

$$I(\lambda) \sim \left| E_0 e^{-\frac{2\pi y_1}{\lambda\gamma\beta}} f e^{i\phi_1} + \dots + E_0 e^{\frac{2\pi y_n}{\lambda\gamma\beta}} f e^{i\phi_n} \right|^2, \quad (2.55)$$

где $f = \sqrt{1 - \beta^2 \gamma^2 \sin^2 \Theta \sin^2 \xi}$ постоянна для всех частиц, так как рассматривается излучение в волновой зоне. Вынося E_0 как константу, можно

представить выражение для интенсивности в виде:

$$\begin{aligned}
I(\lambda) &\sim I_0^{DR} \left| \sum_{n=1}^N e^{-\frac{2\pi y n}{\lambda \gamma \beta} f} e^{i\phi_n} \right|^2 = \\
&= I_0^{DR} \left| \sum_{n=1}^N e^{-\frac{4\pi y n}{\lambda \gamma \beta} f} e^{i\phi_n} e^{-i\phi_n} + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N e^{-\frac{2\pi y n}{\lambda \gamma \beta} f} e^{i\phi_n} e^{-\frac{2\pi y m}{\lambda \gamma \beta} f} e^{-i\phi_m} \right| \quad (2.56)
\end{aligned}$$

Фазовую разницу между излучением от разных частиц можно получить из геометрии (Рис. 2.7):

$$\phi^{DR}(\vec{r}) = \frac{2\pi}{\lambda} (x \sin \Theta \sin \xi + \frac{z}{\beta}), \quad (2.57)$$

здесь x - координата вдоль границы полуплоскости, а z - координата вдоль скорости частицы (перпендикулярно полуплоскости). Учитывая выражения для распределения плотности пучка (2.51), а также для фазовой разности, выражение (2.56) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned}
I(\lambda) &= I_0^{DR} \left(N \int S(\vec{r}) e^{-\frac{2\pi y}{\lambda \gamma \beta} f} d\vec{r} + \right. \\
&\quad \left. + N(N-1) \left| \int S(\vec{r}) e^{-\frac{2\pi y}{\lambda \gamma \beta} f} \times \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \times e^{\frac{2\pi i}{\lambda} (x \sin \Theta \sin \xi + \frac{z}{\beta})} d\vec{r} \right|^2 \right) \quad (2.58)
\end{aligned}$$

Таким образом, форм-фактор пучка для ДИ записывается как:

$$F^{DR} = \left| \int S(\vec{r}) e^{-\frac{2\pi y}{\lambda \gamma \beta} f} e^{\frac{2\pi i}{\lambda} (x \sin \Theta \sin \xi + \frac{z}{\beta})} d\vec{r} \right|^2 \quad (2.59)$$

В этом выражении прицельный параметр y определяется поперечными размерами пучка. Также интересно отметить, что некогерентная часть ДИ всегда имеет коэффициент меньше единицы. Этот результат был впервые получен в работе [86]. Однако, для большинства ультрарелятивистских пучков поперечными размерами пучка можно пренебречь и $F^{DR} \approx F_{long}^{DR}$. Более того, для ультрарелятивистского случая экспонента $e^{-\frac{2\pi y}{\lambda\gamma\beta}f}$ практически остается постоянной величиной, т.к. прицельный параметр для разных частиц может изменяться только на величины порядка поперечных размеров пучка, которые в рассматриваемых случаях будут значительно меньше прицельного параметра.

Для того чтобы получить некоторые количественные представления о рассматриваемых пучках, рассмотрим ДИ от пучка частиц, проходящих около полуплоскости под прямым углом (Рис. 2.7). Условия, при которых поперечные размеры должны быть учтены, легко получить из выражения для фазы (2.57). Как видно, при x стоит множитель $\sin \Theta$. Однако, для релятивистских частиц излучение сосредоточено в конусе $\sim 1/\gamma$. Следовательно, $\sin \Theta$ принимает наибольшее значения порядка $\Theta \sim 1/\gamma$. Отсюда легко видеть, что поперечный форм-фактор пучка значительно отличается от единицы только для пучков с поперечными размерами $\sigma_{tr} \sim \lambda\gamma$. Ограничимся здесь рассмотрением пучков с поперечными размерами $\sigma_{tr} \ll \lambda\gamma$. В этом случае форм-фактор пучка для ДИ записывается в виде:

$$F^{DR} = \left| \int S_{long}(z) e^{-\frac{2\pi h}{\lambda\gamma\beta}f} e^{\frac{2\pi i}{\lambda} \frac{z}{\beta}} dz \right|^2, \quad (2.60)$$

где $S_{long}(z)$ - продольное распределение плотности пучка, нормализованное на 1. Прицельный параметр h здесь является константой.

При рассмотрении ДИ во всех предыдущих случаях предполагалось, что пучок является нерасходящимся. Рассмотрим теперь расходящийся пучок, с гауссовым распределением плотности частиц в продольном направлении и малыми поперечными размерами. Рассмотрим процесс излучения пучка с ненулевой расходимостью в плоскости "z0y". Для нормально падающих частиц (Рис. 2.8a) фазовая разница определяется расстоянием между

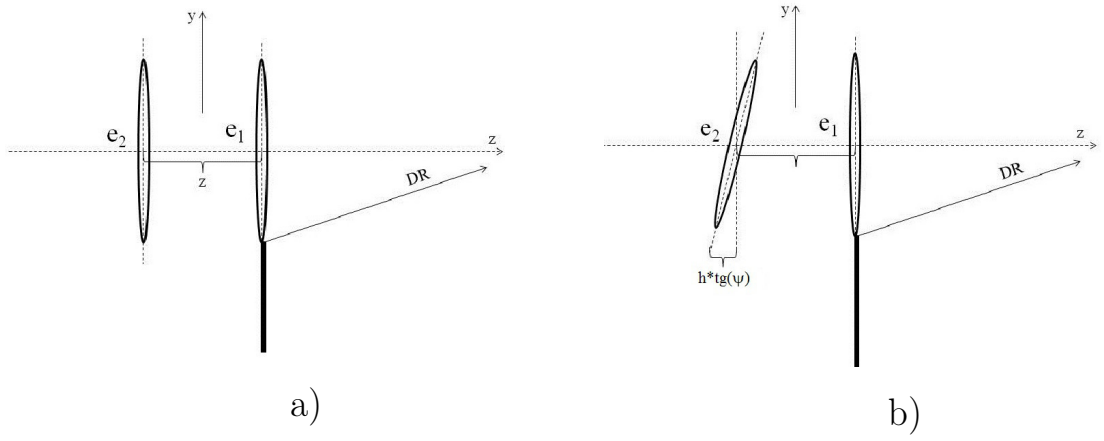


Рис. 2.8. Дополнительная фазовая разница появляется для частиц с разными углами падения. Здесь прицельный параметр для обеих частиц принят равным h . На рисунке b) частица e_2 имеет угол падения ψ .

частицами в пучке. Однако, если предположить, что излучение появляется в момент, когда поле частицы достигает препятствия, то дополнительная разность фаз может появиться (Рис. 2.8b), что отражается в выражении для фазы излучения:

$$\phi(\vec{r}, \psi) = \frac{2\pi}{\lambda\beta}(z + h \tan \psi), \quad (2.61)$$

здесь ψ - угол падения частицы относительно нормали к полуплоскости, h - прицельный параметр частиц, λ - длина волны излучения и β скорость частицы. Запишем выражение для форм-фактора пучка [85] с учетом следующего выражения для фазовой разницы:

$$F_{div}^{DR} = \left| \int dz d(\psi) S_{long}(z) S_{div}(\psi) e^{-\frac{2\pi h}{\lambda\gamma\beta} f} e^{\frac{2\pi i}{\lambda\beta}(z+h \tan \psi)} \right|^2, \quad (2.62)$$

где $S_{div}(\psi)$ - угловое распределение пучка, $f = \sqrt{\gamma^{-2} + \beta^2 \sin^2 \Theta_x}$, где Θ_x - угол, определяющий направление в "zOx" плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка, а γ - Лоренц фактор. S_{div} и S_{long} независимы друг от друга. Пусть распределения плотности пучка, как угловое, так и продольное, заданы как нормальные, причем углы расходимости пучка ψ достаточно малы, $\tan \psi \sim \psi$. В таком случае, форм-фактор может быть рассчитан

аналитически и представлен в виде:

$$F_{div}^{DR} \sim e^{-\frac{2\pi^2}{\lambda^2\beta^2}(\sigma_z^2+h^2\sigma_{div}^2)}, \quad (2.63)$$

где σ_z - стандартное отклонение положения частиц от центра пучка в продольном направлении, а σ_{div} - стандартное отклонение движения частиц от направления перпендикулярного полуплоскости. Напомним, что в данном приближении влияние поперечных размерами пучка считается пренебрежимо малым. Таким образом, для релятивистского пучка ($\beta \sim 1$), расходимость пучка может играть значительную роль в форм-факторе пучка при выполнении условия $\lambda \sim h\sigma_{div}$. При рассмотрении случая, где прицельный параметр $h \sim \lambda\gamma$, то указанные выше условия для расходимости пучка могут быть трансформированы в $\sigma_{div} \sim 1/\pi\gamma$.

Интересно отметить, что поперечные размеры пучка в форм-факторе для ДИ начинают играть значительную роль при $\sigma_{trans} \sim \lambda\gamma$, что означает, что поперечный размер пучка должен быть порядка прицельного параметра пучка (или, в случае щели, размеров этой щели). Такие условия редко когда могут быть удовлетворены. Именно благодаря этому поперечными размерами пучка почти всегда пренебрегают, что и дает нам возможность проводить продольную диагностику пучка с помощью ДИ. Однако, условия для расходимости $\sigma_{div} \sim 1/\pi\gamma$ могут быть удовлетворены не только для предельных случаев. В таких ситуациях возможны некоторые проблемы в установлении прямой зависимости между продольными размерами пучка и его форм-фактором.

Полученный результат справедлив для случая, когда все частицы пучка имеют одинаковый прицельный параметр. Однако, поперечный размер пучка, в данном случае имеется в виду, поперечный размер вдоль оси y , даже не влияя на форм-фактор напрямую, может изменить вклад расходимости в форм-фактор. Для того чтобы оценить влияние поперечного размера на вклад расходимости в форм-фактор, рассмотрим пучок с продольными размерами настолько маленькими, что форм-фактор пучка будет определяться только его расходимостью. Пусть распределение плотности частиц

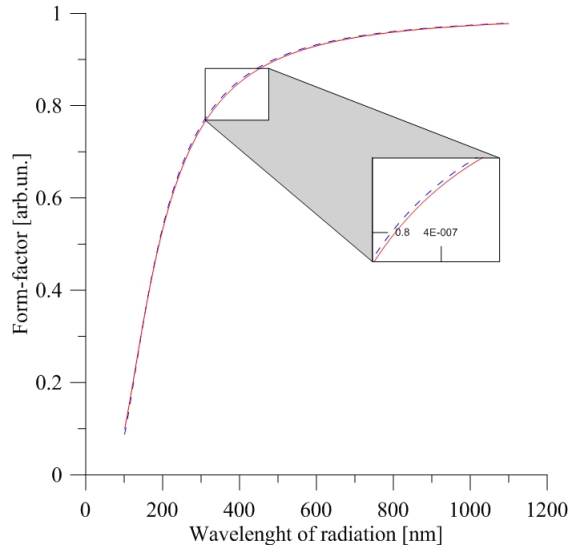


Рис. 2.9. Вклад расходимости в форм-фактор пучка, рассчитанный с помощью выражения (2.65) (сплошная линия) и (3.3) (пунктирная линия) для пучка с поперечным размером $50 \mu\text{м}$

в пучке вдоль оси y соответствует гауссову распределению со средним отклонением σ_y . Тогда:

$$F_{div+trans} = \frac{1}{2\pi} \left| \iint_{-\infty}^{+\infty} dy d\psi e^{-\frac{2\pi(h+y)}{\lambda\beta} f} e^{\frac{i2\pi(h+y)}{\lambda\beta} \psi} \frac{1}{\sigma_y} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}} \frac{1}{\sigma_{div}} e^{-\frac{\psi^2}{2\sigma_{div}^2}} \right|^2 \quad (2.64)$$

Результат интегрирования может быть представлен в виде:

$$F_{div+trans} = \left| \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_{div}} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2\sigma_{div}^2} + \frac{2\pi^2\sigma_y^2}{\lambda^2\beta^2}}} e^{-\frac{2\pi hf}{\lambda\beta\gamma}} e^{\frac{2\pi^2 f^2 \sigma_y^2}{\lambda^2 \beta^2 \gamma^2}} \times \right. \\ \left. \times e^{-\frac{1}{4} \left(\frac{2\pi^2 f \sigma_y^2}{\lambda^2 \gamma^2 \beta^2} + \frac{2\pi h}{\lambda\beta} \right)^2 \frac{1}{\frac{1}{2\sigma_{div}^2} + \frac{2\pi^2 \sigma_y^2}{\lambda^2 \beta^2}}} \right|^2 \quad (2.65)$$

Здесь, в первую очередь, рассматривались пучки с малым поперечным сечением, поэтому в расчетах были выбраны следующие параметры пучка:

$\gamma = 1000$, $\sigma_y = 50$ мкм, $\sigma_{div} = 100$ мкрад, $h = 0.25$ мм, в качестве переменной была выбрана длина волны излучения λ . Вклад расходимости пучка в его форм-фактор, рассчитанный для точечного пучка и для пучка с малыми по сравнению с прицельным параметром h поперечными размерами оказывается одинаковым с высокой точностью (Рис. 2.9). Серьезные расхождения наблюдаются только при увеличении поперечных размеров пучка до уровня, сопоставимого с прицельным параметром (Рис. 2.10).

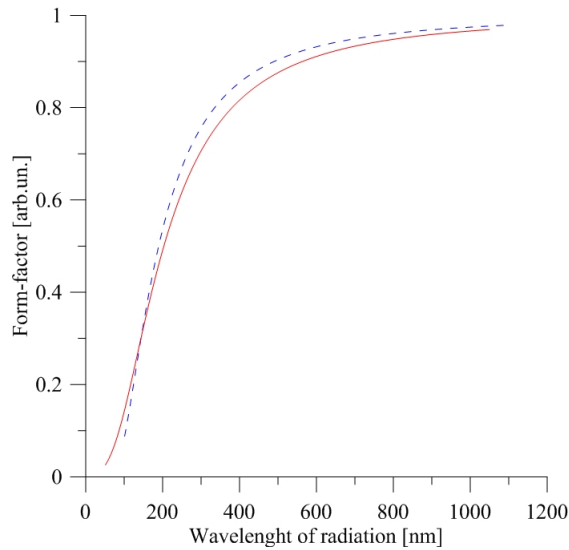


Рис. 2.10. Вклад расходимости в форм-фактор пучка был рассчитан с помощью выражения (2.65) (сплошная линия) и (3.3) (пунктирная линия) для пучка с поперечным размером 150 мкм. Как можно видеть, при таких размерах пучка отличия уже существенны, однако, предполагая, что размеры пучка вдоль осей x и y примерно одинаковы, пренебрегать поперечными размерами уже вообще не представляется возможным.

Во второй главе было показано, что расходимость пучка играет значимую роль в формировании форм-фактора пучка при значении расходимости порядка $\sim 1/\pi\gamma$ для ультрарелятивистских пучков. Для примера, оценка вклада расходимости в форм-фактор электронного пучка с энергией $\gamma = 1000$ и расходимостью $\sigma_{div} = 100$ мкрад, проходящего вблизи полуплоскости с прицельным параметром $h \approx \gamma\lambda \approx 1$ мм, предполагая, что длина волны излучения $\lambda = 800$ нм, показывает, что вклад расходимо-

сти в форм-фактор определяется экспонентой $e^{-2\pi^2\gamma^2\sigma_{div}^2} \approx 0.82$. Как видно, мы не можем пренебречь этой экспонентой, а следовательно, форм-фактор приобретает дополнительный коэффициент, меньше единицы, за счет расходимости пучка.

Глава 3

ОСНОВЫ ДИАГНОСТИКИ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ С ПОМОЩЬЮ ДИФРАКЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Несмотря на тот факт, что ДИ, как и ПИ, активно изучается с начала 60-х годов прошлого века [60–62, 89, 90], в отличие от ПИ, ДИ не было хорошо изучено экспериментально. Первые работы, в которых наблюдалось ДИ, в субмиллиметровом и оптическом диапазонах, относятся к середине 90-х годов [91, 92]. Только в одной из этих работ ДИ использовалось в качестве инструмента для диагностики пучка - измерения его продольных размеров с помощью когерентного ДИ [91]. Однако, уже в конце 90-х и начале 2000-х появляется серия работ, посвященных использованию углового распределения ДИ для анализа поперечных размеров пучка, его расходимости и энергии [53, 62, 93].

В данной главе представлены основные принципы диагностики электронных пучков на основе углового распределения ДИ: будут проиллюстрированы зависимости углового распределения ДИ от параметров пучка

и системы, включающей в себя одну щель, так и для системы, включающей в себя две щели. Для системы, состоящей из двух щелей, будут описаны эффекты, имеющие место в силу расположения второй щели в ближней зоне ДИ от первой щели, и изменения углового распределения ДИ в зависимости от смещения между центрами щелей (геометрия всех систем будет подробно представлена ниже).

Все вычисления и графики были получены с помощью новых математических моделей. Коды, использовавшиеся для вычислений, представлены в Приложении 2.

3.1 Система диагностики электронных пучков с помощью ДИ, состоящая из одной щели

Проанализируем угловое распределение ДИ для случая одной из самых простых систем - с одной щелью (Рис. 3.1). Такая система была представлена, например, в работе [94]. Позднее она была реализована в эксперименте для электронного пучка на установке КЕК, Япония [72, 95, 96].

Угловое распределение ДИ зависит от нескольких параметров системы. В данном разделе исследуется зависимость углового распределения ДИ от трех параметров - поперечных размеров и расходимости пучка, а также от положения электронного сгустка относительно центра щели. Для расчета ДИ используются выражения, полученные во второй главе диссертации (2.29). Отметим, что для исследования параметров пучка с помощью ДИ от щели, в работе [69] было предложено, для удобства расчетов, использовать только одну из поляризаций. На практике другая подавляется с помощью поляризатора. Здесь и далее рассматривается только одна из поляризаций - параллельная оси Y (Рис. 2.3). Таким образом, выпишем выражение для

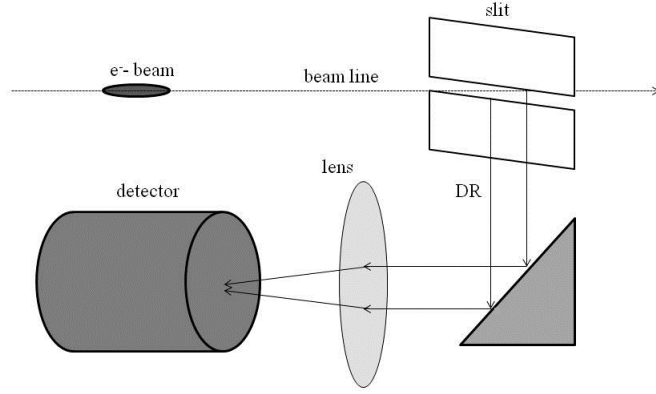


Рис. 3.1. Система диагностики пучка с помощью ДИ, включающая в себя одну щель

ДИ, которое в дальнейшем будем использовать для расчетов

$$E_y^{DR} \sim \frac{e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(\frac{W_{sl}}{2}+h_{y0})(f-i\Theta_y)}}{f-i\Theta_y} - \frac{e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(\frac{W_{sl}}{2}-h_{y0})(f+i\Theta_y)}}{f+i\Theta_y}, \quad (3.1)$$

здесь W_{sl} - ширина щели, h_{y0} - смещение центра пучка относительно центра щели по оси Y, Θ_y - угол наблюдения, отсчитываемый от направления скорости частицы, и $f = \sqrt{\gamma^{-1} + \Theta_x^2}$, где Θ_x - угол откладываемый от скорости частицы в плоскости перпендикулярной вектору поляризации. Отметим, что в отличие от (2.29) здесь используется тот факт, что рассматриваемые частицы являются ультрарелятивистскими с $\gamma \sim 10^3$. В этом случае излучение распространяется в конусе с углом раствора $\sim 1/\gamma$, а следовательно можно воспользоваться следующим приближением: $k_z = |\vec{k}|$, $k_x = k_z \Theta_x$, $k_y = k_z \Theta_y$. В выражении (3.1) стоит знак пропорциональности, так как в последующих численных вычислениях и экспериментальных данных результаты будут нормированы на единицу. Кроме того, при выборе сечения углового распределения ДИ для анализа, часто выбирается сечение с $\Theta_x = 0$. Одним из исследуемых параметров является смещение центра пучка относительно центра щели. Оно представлено в выражении (3.1) в явном виде - h_{y0} . Два других параметра непосредственно связаны с пучком,

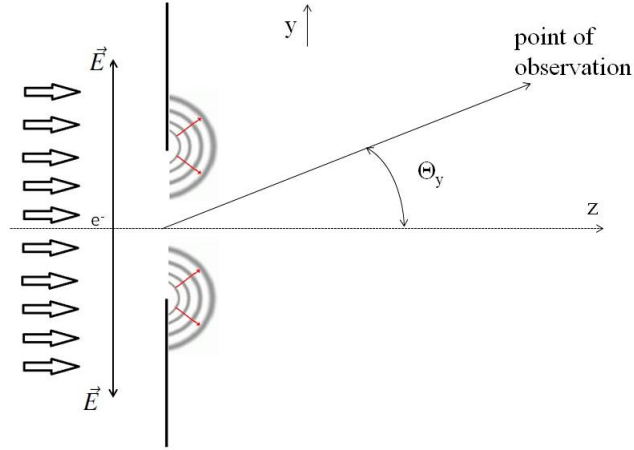


Рис. 3.2. Сечение системы одной щели плоскостью $\Theta_x = 0$. Здесь ось Z совпадает со скоростью частицы, а Θ_y , отсчитываемый от нее, определяет направление на точку наблюдения.

и введены аналогично тому, как они были введены в работе [82]. Так как здесь рассматривается абсолютно некогерентный пучок, выражение для интенсивности ДИ пучка может быть представлено в виде

$$I_{total}^{DR} = \iint |E_y^{DR}(h_{0y} - y, \Theta_y - \psi)|^2 G(y) F(\psi) dy d\psi \quad (3.2)$$

Здесь $G(y)$ и $F(\psi)$ - распределения плотности частиц вдоль оси Y и угловое распределение пучка, соответственно.

Для того чтобы определить параметры пучка из углового распределения ДИ, необходимо знать как оно меняется в зависимости от разных характеристик пучка и уметь различать изменения вызванные различными параметрами системы. На (Рис. 3.3) представлены зависимости углового распределения ДИ от 3-х параметров: **a)** соответствует случаю параллельных пучков, проходящих через центр щели, с различными поперечными размерами, **b)** соответствует случаю для точечных пучков, также проходящих через центр щели, но с разной расходимостью пучка. Наконец, **c)** соответствует параллельному точечному пучку, проходящему на различных расстояниях от центра щели. Характер изменений вызванный всеми тре-

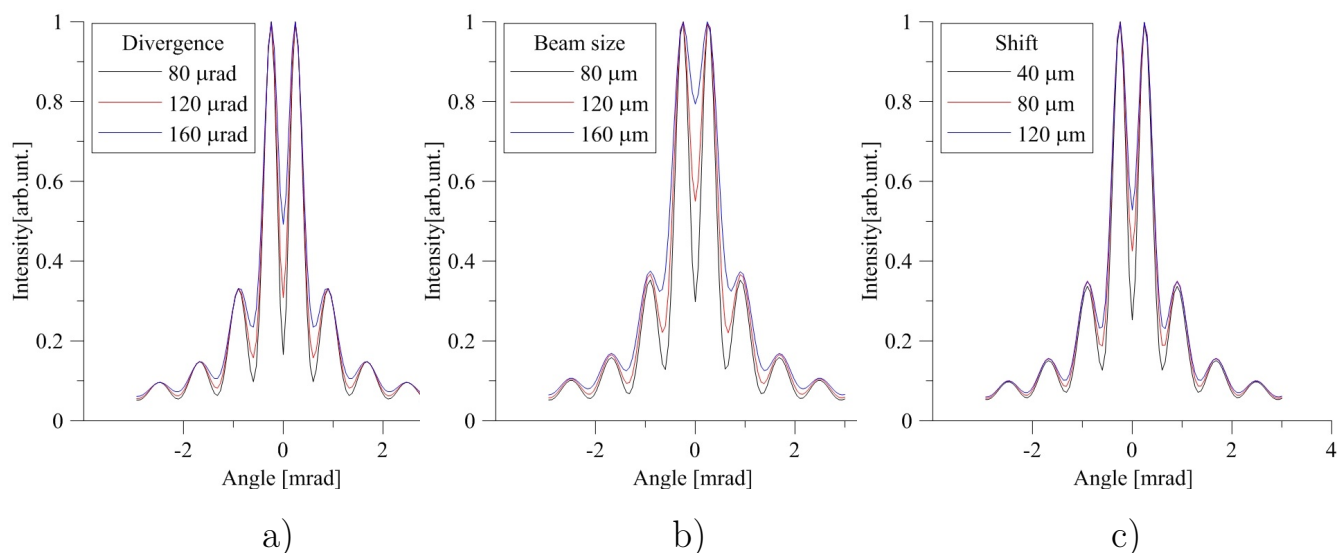


Рис. 3.3. Изменения углового распределения ДИ, вызванные разными параметрами.

мя параметрами одинаков, что может представлять некоторое препятствие при диагностике - для одного и того же распределения может подходить несколько наборов параметров системы. Например, на Рис. 3.4 представлены два угловых распределения ДИ практически идентичных друг другу, но отвечающих разным параметрам. Кривая 1 соответствует пучку с расходимостью 120 мкрад и поперечным размером 100 мм, проходящему через центр щели. Кривая 2 соответствует пучку с расходимостью 90 мкрад и поперечным размером 50 мкм, но проходящим на расстоянии 160 мкм от центра щели. Различие между распределениями пренебрежимо малы, и на эксперименте разрешены не будут. Здесь расходимость и размеры пучка заданы нормальным распределением, и в качестве величин параметров выступают стандартные отклонения.

Проблема неопределенности параметров для такой системы была обозначена в экспериментальных работах [72, 95–97]. Однако в отдельных случаях эти проблемы можно обойти. Например, как отмечается в указанных выше работах, расходимость пучка была пренебрежимо малой (\sim нескольких мкрад) и не учитывалась при расчетах. Смещение и размер пучка входят в выражение для поля в одной степени, и не могут быть отделе-

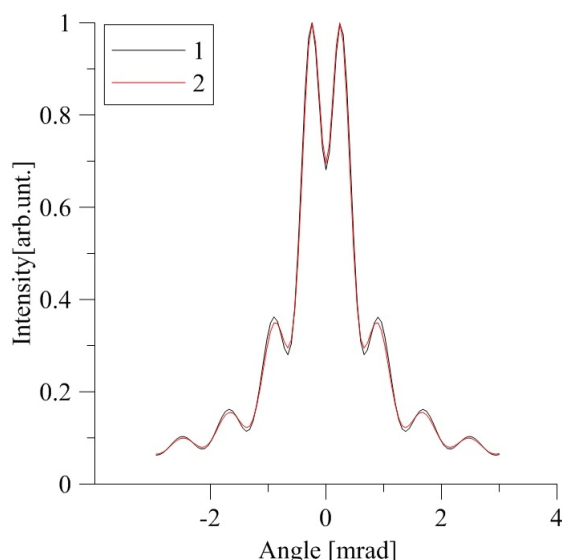


Рис. 3.4. Одинаковые распределения ДИ для разных пучков. Кривая 1 соответствует пучку, проходящему через центр щели с расходимостью 120 мкрад и поперечным размером 100 мкм. Кривая 2 соответствует пучку с параметрами 50 мкм и 90 мкрад, и проходящему на расстоянии 160 мкм от центра щели.

ны друг от друга. Однако, положение пучка относительно центра может быть либо измерено с высокой точностью, либо просто откалибровано. Таким образом, даже система с одной щелью может быть использована для определения поперечных размеров ультрарелятивистских пучков.

3.2 Диагностика пучка электронов с помощью системы, включающей две щели

Экспериментальные исследования проведенные в работах [72, 95–97] продемонстрировали возможность диагностики электронных пучков с помощью ДИ и общую перспективность данного направления исследований. С другой стороны, эти же эксперименты показали некоторые неудобства связанные с ДИ, в частности, низкое соотношение между ДИ и шумом в канале ускорителя, который, в основном, представляет собой синхротронное излучение, которое неизбежно создается тем же самым пучком в

отклоняющих магнитах, расположенных выше в канале. Более того, диагностика пучка с помощью одной щели требует точного позиционирования пучка и контроля его местоположения.

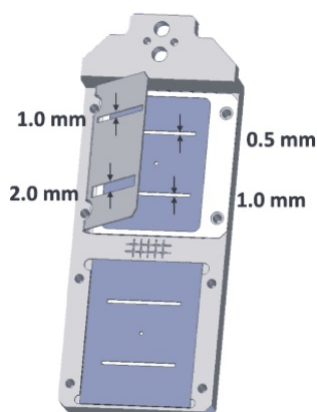


Рис. 3.5. Модель экрана с двумя щелями, который был использован в экспериментах [98].

Решением проблемы синхротронного излучения, распространяющегося вместе с пучком, может служить установка дополнительного экрана перпендикулярного траектории движения пучка. Такой экран способен отсекать постороннее излучение, однако, сам в то же время становится источником дополнительного ДИ. Впервые система диагностики пучка на основе ДИ, использующая два экрана, была предложена еще в работе [69]. Отличительной особенностью системы, исследуемой в настоящей работе, является различие в размерах щелей [98], и тот факт, что расстояние между экранами не превышает нескольких сантиметров, что существенно меньше длины формирования ДИ (см. гл. 2 (2.45)).

Размер первой щели должен выбираться, с одной стороны, достаточно маленьким, для того чтобы предоставлять защиту от сопровождающего пучок излучения. С другой стороны, как будет показано ниже, излучение от первой и второй щелей складываются с противоположными знаками. Таким образом, в случае, если первая щель будет слишком близка по размерам ко второй щели, это может негативно сказаться на общей интенсивности излучения. Для примера, в экспериментах проведенных в [98], а также в описанных в 4-ой главе, первая щель имела ширину 1 мм, в то вре-

мя как вторая 0,5 мм. Эксперименты проводились для электронных пучков с энергией $\gamma \approx 2000$ и длин волн излучения 800 и 500 нм.

В представленной системе рассматривается угловое распределение суммы ДИ, направленного вперед от первой щели и обратного ДИ от второй щели. Как было показано в пункте 2.4, длина формирования ДИ для рассматриваемых ультррелятивистских пучков может составлять несколько метров. В таком случае, суммарное поле ДИ от одного электрона в такой системе может быть записано в виде [98]

$$E_y^{DR} = \frac{e}{2\pi^2 V} \left(\frac{e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(\frac{W_{sl1}}{2} + h_{y0})(f - i\Theta_y)}}{f - i\Theta_y} - e^{\frac{2\pi l_1}{\lambda}} \frac{e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(\frac{W_{sl1}}{2} - h_{y0})(f + i\Theta_y)}}{f + i\Theta_y} \right) - \frac{e}{2\pi^2 V} e^{\frac{2\pi l_2}{\beta\lambda}(1 - \beta \cos \Theta_y)} \left(\frac{e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(\frac{W_{sl2}}{2} + h_{y0})(f - i\Theta_y)}}{f - i\Theta_y} - e^{\frac{2\pi l_1}{\lambda}} \frac{e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(\frac{W_{sl2}}{2} - h_{y0})(f + i\Theta_y)}}{f + i\Theta_y} \right), \quad (3.3)$$

где W_{sl2} - размер второй щели. Знак минус между излучением от первой и второй щели появляется в силу отражения от второго экрана. Также здесь были введены два дополнительных фазовых множителя. Первый, $\Phi_1 = e^{\frac{2\pi l_1}{\lambda}}$, соответствует фазовой разности между излучением от верхней и нижней полуплоскостей 2-ой щели, в случае, если между полуплоскостями существует некоторое смещение l_1 [99]. В свою очередь, второй множитель $\Phi_2 = e^{\frac{2\pi l_2}{\beta\lambda}(1 - \beta \cos \Theta_y)}$, отвечает фазовой разности между первым и вторым экранами. Остальные обозначения совпадают с таковыми, введенными в предыдущем разделе.

Воспользуемся выражением (3.3) и сравним угловое распределение рассматриваемой системы с таковым для одной щели из предыдущего параграфа. Как и прежде, выберем сечение с $\Theta_x = 0$, $\gamma = 2000$. Для системы из двух щелей положим размеры 1 мм для первой, и 0,5 мм для второй. Пусть размер одиночной щели совпадает с размером второй щели двухщелевой системы. Как можно видеть на (Рис. 3.6), интенсивность центральных максимумов распределения существенно снизилась. В то же время, интенсивность боковых максимумов, напротив, увеличилась, что позволя-

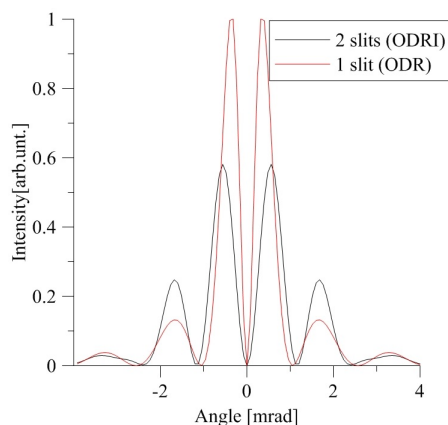


Рис. 3.6. Угловые распределения ДИ для одно- и двухщелевой систем. В расчетах использовался точечный нерасходящийся пучок, проходящий по центру щели.

ет использовать их для анализа параметров пучка.

Кроме обозначенных выше изменений, особенностью такой системы является различие в характере влияния поперечных размеров и расходимости пучка на угловое распределение ДИ. Как можно видеть на (Рис. 3.7 а)), угловое распределение ДИ параллельного пучка с ненулевыми поперечными размерами совпадает в центральном минимуме с распределением для одного значения расходимости точечного пучка, а в боковых минимумах его распределение соответствует другому значению расходимости. Таким образом, можно сделать вывод, что для двухщелевой системы влияние размера пучка и его расходимости различны и могут быть определены одновременно. На (Рис. 3.7 б)) представлены для сравнения угловые распределения ДИ для тех же самых пучков, что и на (Рис. 3.4). Как нетрудно видеть, разница для двухщелевой системы весьма значительна.

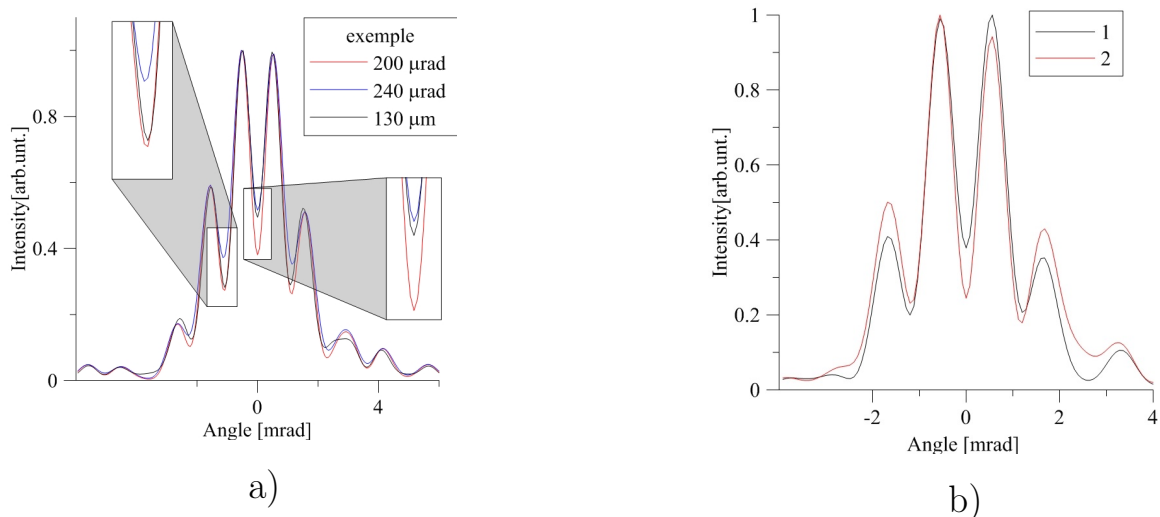


Рис. 3.7. На рисунке а) представлены угловые распределения ДИ для двухщелевой системы для точечных пучков с расходимостью 200 и 240 мкрад, и для параллельного пучка с поперечным размером 130 мкм. На рисунке б) представлены распределения для тех же пучков что и на (Рис. 3.4), но для двух щелевой системы.

3.3 Влияние эффектов ближнего поля на угловое распределение ДИ в двухщелевой системе

В приближении дальнего поля ДИ от щели для ультрарелятивистской частицы имеет расходимость порядка $\sim 1/\gamma$. Однако в системе, состоящей из двух щелей, представленной в работе [98] и рассматриваемой в настоящей работе, вторая щель находится в нескольких сантиметрах от первой, в то время как длина формирования ДИ от первой щели может составлять несколько метров (2.45). Таким образом, корректное описание исследуемой системы не может быть ограничено волновой зоной и требует привлечения расчетов в ближней зоне ДИ.

Рассмотрим систему, состоящую из двух щелей, которая была представлена в предыдущем параграфе. Как можно видеть из схемы на (Рис. 3.8), в системе рассматривается угловое распределение излучения, представля-

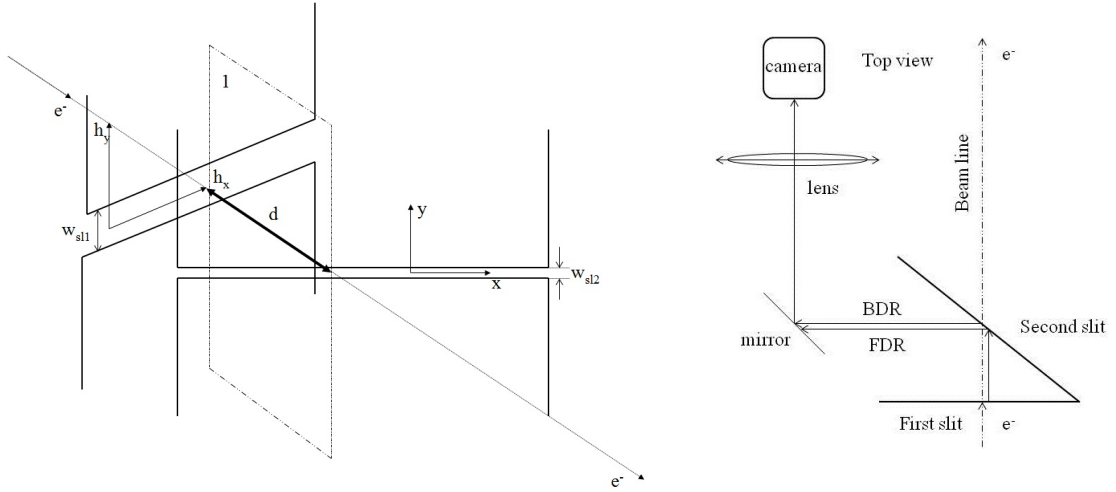


Рис. 3.8. Схема системы состоящей из двух щелей. Слева вид схемы сверху, вместе с некоторыми элементами системы регистрации излучения

ющего собой сумму обратного ДИ от второй щели и ДИ от первой. При этом, ДИ от первой щели претерпевает отражение от экрана второй щели, которая расположена на расстоянии 2,5 см от первого экрана. Таким образом, в ближней зоне ДИ необходимо рассмотреть процесс отражения излучения от экрана. Поле излучения от первого экрана в ближней зоне может быть записано в виде

$$E_y^{DR}(x, y) = \int_{\frac{w_{sl}}{2} + h_{0y}}^{\infty} dh_y \int_{-\infty}^{\infty} E_y^i(h_x, h_y) \frac{\exp(iks)}{s} dh_x + \int_{-\infty}^{\frac{-w_{sl}}{2} + h_{0y}} dh_y \int_{-\infty}^{\infty} E_y^i(h_x, h_y) \frac{\exp(iks)}{s} dh_x \quad (3.4)$$

Здесь $s = \sqrt{d^2 + (h_x - x)^2 + (h_y - y)^2}$, h_x, h_y - координаты в плоскости щели, x, y координаты в плоскости экрана, на котором наблюдается излучение, d - расстояние между щелью и экраном, w_{sl} - ширина щели, h_{0y} - смещение центра щели относительно линии пучка, $E_y^i(h_x, h_y)$ - электрическое поле i -ой частицы, и $E_y^{DR}(x, y)$ - амплитуда поля ДИ. Здесь рассматривается только одна из поляризаций излучения - параллельная оси Y (Рис. 3.8). Воспользовавшись выражением (3.4), мы можем построить пространственное распределение излучения на расстоянии 2,5 см от источника, то есть на экране второй щели (Рис. 3.9).

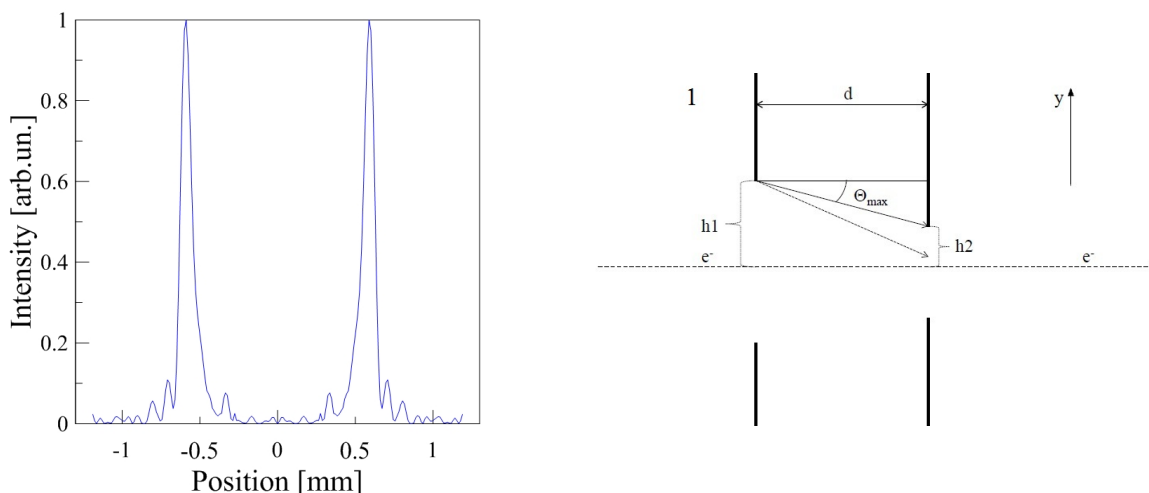


Рис. 3.9. Правый рисунок это сечение двух-щелевой системы плоскостью "1" (см. на Рис. 3.8, левый). График с лева есть численный расчет ДИ от первой щели на экране, расположенном в позиции второй щели, в том же самом сечении.

Как можно видеть, на таком расстоянии излучение от верхней и нижней полуплоскостей могут рассматриваться отдельно друг от друга. В ситуации когда часть излучения от первого экрана попадает в щель второго экрана, очевидно, отражения не происходит, и излучение просто теряется. Количество потерянного излучения будет зависеть от размеров щелей, расстояния между ними, смещения центров щелей относительно друг друга, а также от рассматриваемого угла излучения (Рис. 3.9). Для определенности будем рассматривать двухщелевую систему, где первая щель имеет ширину 1 мм, а вторая 0,5 мм. Пусть центры щелей лежат на оси движения пучка. Основная часть излучения от первой щели будет падать на расстоянии 0,5 от центра экрана, в то время как потери ожидаются в промежутке от - 0,25 до 0,25 мм (отверстие второй щели 0,5 мм). Следовательно, потери при отражении в этом случае будут минимальны (Рис. 3.10 а). Сравнение производится с угловым распределением ДИ, рассчитанным в предположении, что потерь нет вовсе. Однако, при больших смещениях (порядка размеров самой щели) центров щелей относительно друг друга (по оси Y), может наблюдаться существенная или даже полная потеря излучения от одной из полуплоскостей. Для системы может быть определен максимальный угол

излучения, при котором все еще происходит отражение от второго экрана, $\Theta_{max} = \arctan(h_2 - h_1)/d$, где h_1 и h_2 это известные прицельные параметры для первой и второй щелей, соответственно (Рис. 3.9). На (Рис. 3.10 b)

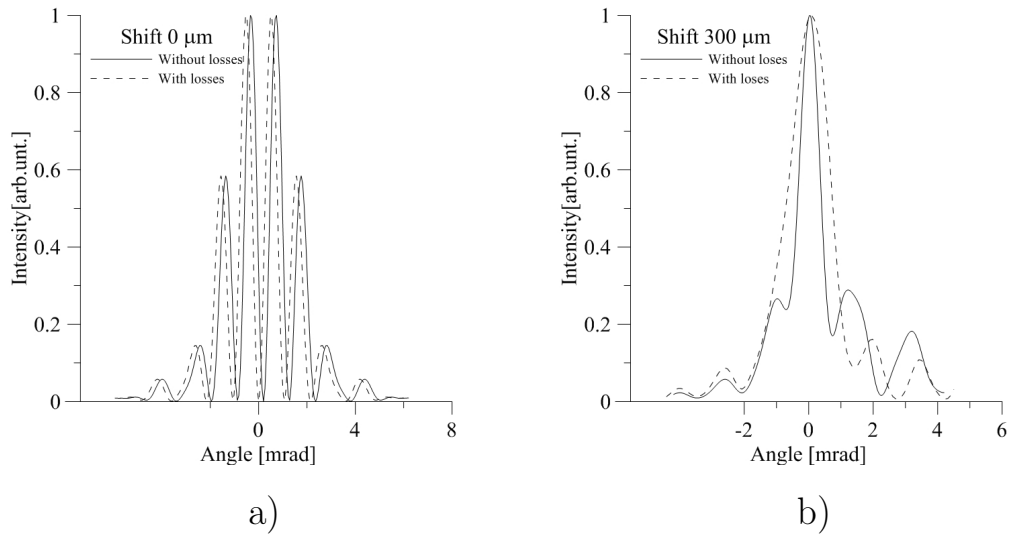


Рис. 3.10. На рисунке а) представлены угловые распределения ДИ для щелей, центры которых лежат на одной линии, с учетом (пунктирная линия) и без учета (сплошная) эффектов ближнего поля (искусственно смещены относительно друг друга, для удобства). На рисунке б) также распределения ДИ для двух случаев, однако центры щелей смещены на 300 μm . Размеры щелей - 1 мм для первой и 0,5 мм для второй.

представлены угловые распределения системы, в которой первая щель, размеры которой 1 мм, смещена на 300 мкм относительно линии движения пучка, в то время как через вторую щель пучок проходит по центру. Как и в предыдущем случае, сравнение проводится с расчетами без учета потерь при отражении. Как можно видеть из представленных случаев, при относительно небольших смещениях щелей потери ДИ при отражении проявляются слабо, однако, при больших смещения эти эффекты серьезно изменяют угловое распределение ДИ и не могут быть проигнорированы.

Предыдущие расчеты проводились для систем, где первая щель существенно превышает по размерам вторую. Для систем с равными размерами щелей, даже в случае когда между ними нет смещения, потери существенны всегда (Рис. 3.11). Таким образом, мы можем сделать вывод, что для

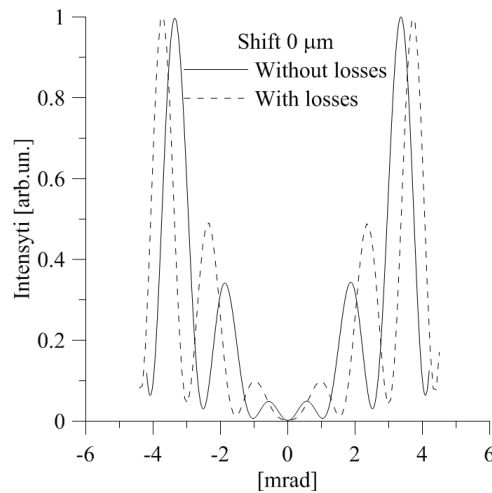


Рис. 3.11. Численный расчет для углового распределения ДИ для системы с одинаковыми щелями. Смещение между центрами щелей 0 мкм.

систем с разными щелями (первая должна быть больше второй) существует промежуток их смещения относительно друг друга, при котором потери, связанные с отражением от второго экрана, могут не учитываться.

3.4 Влияние смещения центров щелей на угловое распределение ДИ в двухщелевой системе

В параграфе 3.3, приведены результаты исследования влияния эффектов ближнего поля на угловое распределение ДИ, и показано, что при относительно небольших смещениях эти эффекты незначительны для исследуемой системы. Однако, кроме эффектов, проявляющихся в ближней зоне (потери части излучения при отражении), на угловое распределение будет влиять и само смещение центров щелей относительно друг друга. Для того чтобы рассмотреть влияние смещения щелей, введем это смещение в выражение (3.3) аналогично тому, как это было сделано в статье [98]. Тогда выражение для углового распределения ДИ в двухщелевой системе прини-

мает вид

$$E_y^{DR} = \frac{e}{2\pi^2 V} \left(\frac{e^{-\frac{2\pi}{\lambda} (\frac{W_{sl1}}{2} + h_{y0} - \delta)(f - i\Theta_y)}}{f - i\Theta_y} - e^{\frac{2\pi l_1}{\lambda}} \frac{e^{-\frac{2\pi}{\lambda} (\frac{W_{sl1}}{2} - h_{y0} + \delta)(f + i\Theta_y)}}{f + i\Theta_y} \right) -$$

$$- \frac{e}{2\pi^2 V} e^{\frac{2\pi l_2}{\beta \lambda} (1 - \beta \cos \Theta_y)} \left(\frac{e^{-\frac{2\pi}{\lambda} (\frac{W_{sl2}}{2} + h_{y0})(f - i\Theta_y)}}{f - i\Theta_y} - e^{\frac{2\pi l_1}{\lambda}} \frac{e^{-\frac{2\pi}{\lambda} (\frac{W_{sl2}}{2} - h_{y0})(f + i\Theta_y)}}{f + i\Theta_y} \right), \quad (3.5)$$

где δ - это смещение центра первой щели относительно линии движения пучка, W_{sl1} , W_{sl2} - размеры первой и второй щелей, соответственно, l_1 - смещение между полуплоскостями одной щели [99], l_2 - расстояние между центрами щелей на линии движения пучка, и V - скорость частицы. Воспользуемся этим выражением и построим угловые распределения ДИ для двух случаев: в первом из них щели не смещены относительно друг друга, а во втором - центр первой щели смещен на 150 мкм. В обоих случаях мы рассматриваем систему, где первая щель имеет ширину 1 мм, вторая 0,5 мм, и пучок всегда проходит по центру второй щели. Отметим, что при таких параметрах системы потери при отражении не будут проявляться. В обоих случаях для расчетов использовался точечный нерасходящийся электронный пучок с параметром $\gamma = 2000$, и длина волны излучения 800 нм.

Как можно видеть, на (Рис. 3.12) характер изменений, вызываемых смещением щелей относительно друг друга, не совпадает с таковым для, например, поперечного размера пучка или его смещением относительно центров этих щелей. Следовательно, при фитировании экспериментальных данных не будет возникать проблем, связанных с неопределенностью параметров.

Другим новым параметром для представленной системы является смещение полуплоскостей одного экрана l_1 , впервые представленная в работе [99]. Этот параметр имеет очень большое влияние на угловое распределение ДИ даже при очень маленьких относительно параметров, рассмотренных ранее, его значениях, и по сути, присутствует всегда. Минимальная

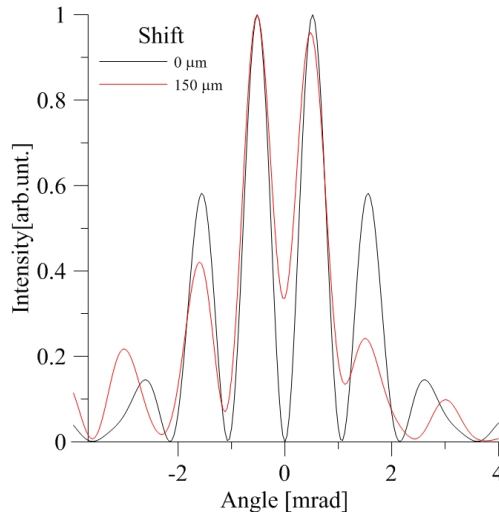


Рис. 3.12. Угловое распределение ДИ от двух-щелевой системы: 1 - центры щелей лежат на одной прямой, 2 - центр первой щели смещен на 150 мкм.

значимая величина этого параметра зависит от длины волны излучения. В настоящей работе рассматривается излучение в ближнем инфракрасном и оптическом диапазонах. Например, для всех представленных выше расчетов использовалась длина волны излучения $\lambda = 800$ нм. Следовательно, при смещении полуплоскостей одной щели в несколько десятков нанометров уже можно наблюдать некоторые изменения в ДИ.

На Рис. 3.13 представлены распределения ДИ для случая щели с полуплоскостями, лежащими в одной плоскости, и случая, когда полуплоскости смещены на 50 нм. Как можно видеть, даже такая небольшая разница между полуплоскостями приводит к значительным искажениям в угловом распределении ДИ. Необходимо отметить, что значительное влияние имеет только смещение полуплоскостей второй щели, так как для первой щели оно выражается в виде $\Phi = e^{\frac{2\pi l'_1}{\lambda}(1-\beta \cos \Theta)}$, где l'_1 смещение полуплоскостей первой щели. Для ультрарелятивистской частицы эта экспонента равна единице с высокой точностью. Как нетрудно видеть, влияние обоих параметров, рассмотренных в данном разделе, имеет свой уникальный характер, и легко различимы при анализе экспериментальных данных.

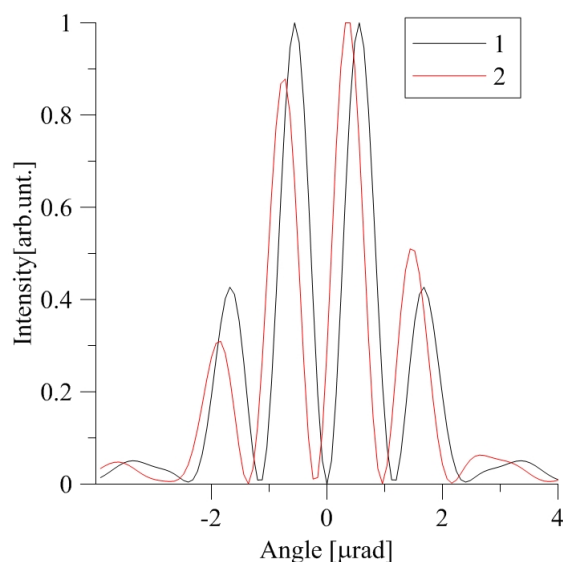


Рис. 3.13. Угловое распределение ДИ от двухщелевой системы: 1 - полуплоскости щели лежат в одной плоскости, 2 - полуплоскости второй щели смещены на 50 нм.

В данной главе была теоретически рассмотрена новая система для диагностики ультрарелятивистских электронных пучков, состоящая из двух щелей, на основе ДИ [100–102].

Было продемонстрировано, что при использовании системы из двух щелей для диагностики электронных пучков отсутствует неопределенность параметров, которая имеет место для одной щели. В частности, для такой системы возможно отличить влияние на угловое распределение ДИ поперечных размеров пучка от влияния его расходимости (Рис. 3.7).

Были исследованы потери излучения, возникающие для двухщелевой системы при отражении ДИ от второй щели. Показано, что для системы, где первая щель больше второй, потери при отражении от второго экрана играют значительную роль только при смещении центров щелей относительно друг друга на значения порядка самих размеров щелей. В то же время продемонстрировано, что при равных размерах обеих щелей потери при отражении должны учитываться всегда.

Кроме того, были рассмотрены дополнительные параметры системы,

появляющиеся для двухщелевой системы, и показано, что они не представляют собой проблемы при диагностике пучка, хотя и должны быть учтены.

Глава 4

Эксперименты с двухщелевой системой ДИ на TTF FLASH

Методы диагностики электронных пучков, исследуемые в данной работе, прежде всего ориентированны на использование в установках со сверхъяркими пучками - ЛСЭ и будущих электрон-позитронных коллайдерах. В этой связи эксперименты с двухщелевой системой ДИ проводились на Tesla Test Facility (TTF) FLASH, который представляет собой ЛСЭ, способный работать в дальнем ультрафиолетовом диапазоне. Целью данных экспериментов была проверка возможности практического применения двухщелевой системы для диагностики электронных пучков с поперечными размерами порядка нескольких десятков микрон, а также исследование зависимости углового распределения ДИ от смещения между центрами щелей в вертикальной плоскости.

В начале этой главы будет представлено краткое описание TTF FLASH и самой экспериментальной установки. В завершении главы будут представлены результаты измерения углового распределения ДИ для двух щелевых систем с различным взаимным расположением щелей.

4.1 Общая схема TTF FLASH

Проект TTF FLASH был впервые предложен в середине 90-х [103] годов как источник излучения в ультрафиолетовом диапазоне с перестраиваемой длиной волны излучения от 20 нм до 6 нм. Сегодня этот проект также выступает как тестовая машина для отработки технологий, которые в будущем планируются для использования в рамках таких проектов как European-XFEL [104]. В число исследуемых на TTF FLASH технологий входят и новые системы диагностики пучков. Общая длина TTF FLASH составляет 300 м, а максимальная энергия электронного пучка составляет 1 ГэВ.

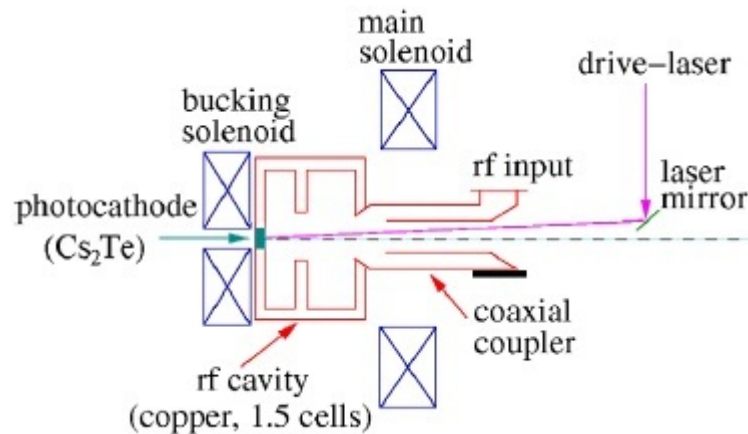


Рис. 4.1. Схема электронной пушки, используемой на TTF FLASH.

Инжектор TTF FLASH представляет собой радио частотную пушку с рабочей частотой 1,3 Гц. Источником электронов служит катод, освещаемый УФ-лазером. Материал мишени Cs_2Te обладает квантовой эффективностью порядка 10%, однако в течении работы она падает до 5%. В качестве лазера использовался УФ Nd:YLF источник. Рабочая длина волны составляла 262 нм, а энергия одного импульса была порядка 10 мкДж. Схема пушки представлена на Рис. 4.1. Пушка TTF FLASH может предоставить пучок с полным зарядом в 10нКл и частотой повторения 10 GHz.

Одна из самых заметных особенностей TTF FLASH - его ускорительные структуры, состоящие из сверхпроводящих полостей. Электронный пучок

проходит пять 12 метровых ускоряющих модулей. Каждый из этих модулей состоит из 8 сверхпроводящих полостей. Каждая из полостей, в свою очередь, представляет собой 9-и ячейечную структуру (Рис. 4.2).

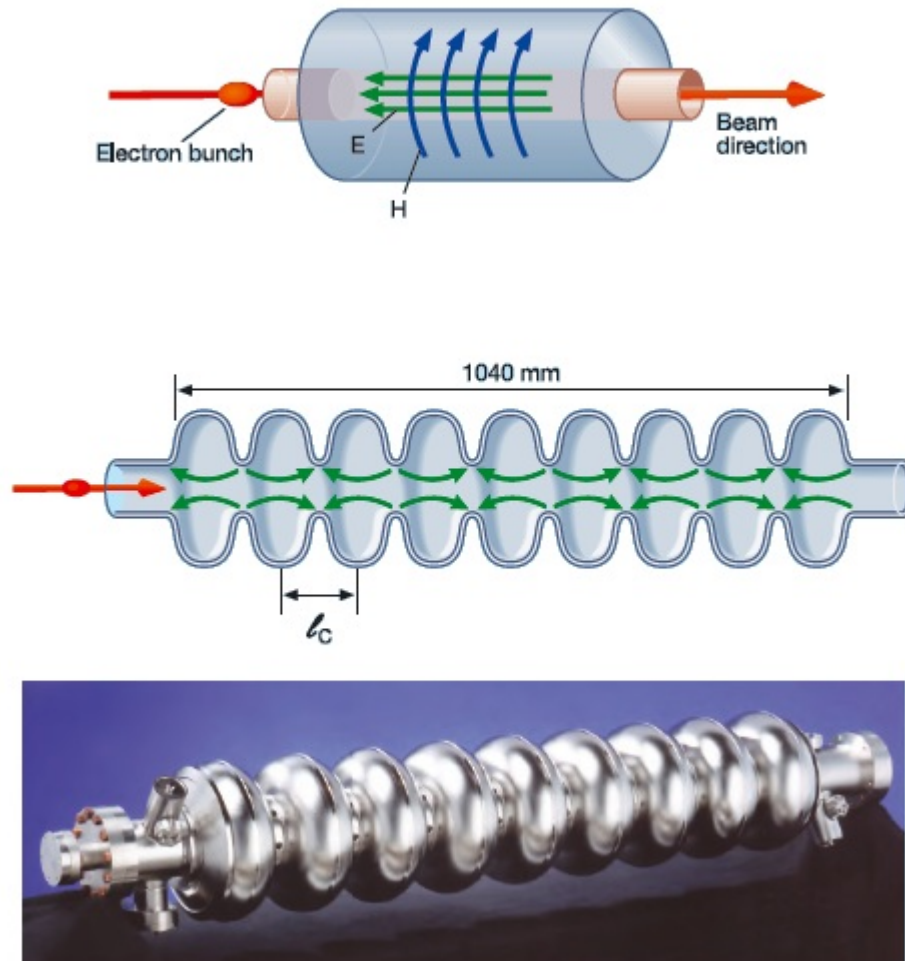


Рис. 4.2. 9-ти ячейечная сверхпроводящая структура

Рабочая температура такой сверхпроводящей структуры поддерживается на уровне 2 К с помощью жидкого гелия. Такая ускорительная структура способна предоставить ускоряющее поле напряженностью порядка 15-20 МВ/м. Резонансная частота 13 GHz.

Для получения необходимой яркости пучка на установке TTF FLASH используется два компрессора. Первый расположен сразу за первой ускорительной секцией. Здесь первый этап компрессии пучка происходит на энер-

гии пучка ~ 125 МэВ. Для этого используется ускорение на возрастающем склоне поля (Рис. 4.3). При этом электроны с меньшей энергией располага-

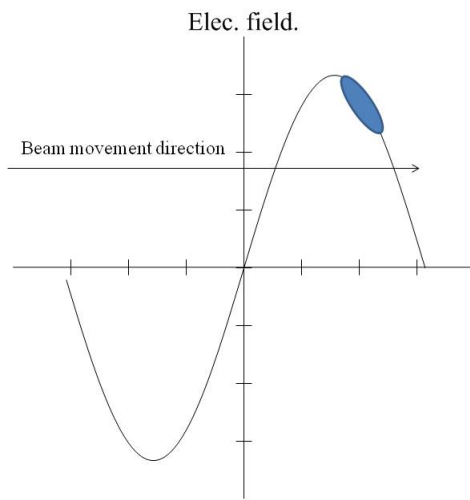


Рис. 4.3. Ускорение off-crest.

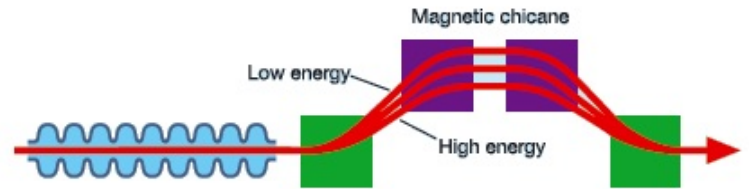


Рис. 4.4. Компрессор пучков заряженных частиц на основе отклонения магнитным полем.

ются в голове сгустка, в то время как электроны с более высокой энергией в хвосте. При прохождении компрессора (Рис. 4.4), представляющего собой серию из поворотных магнитов, электроны с более высокой энергией двигаются по короткой траектории, а электроны с меньшей энергией двигаются по более длинной траектории, за счет чего и достигается компрессия пучка. Второй компрессор пучка располагается за третьей ускорительной секцией, а компрессия происходит на энергии ~ 370 МэВ.

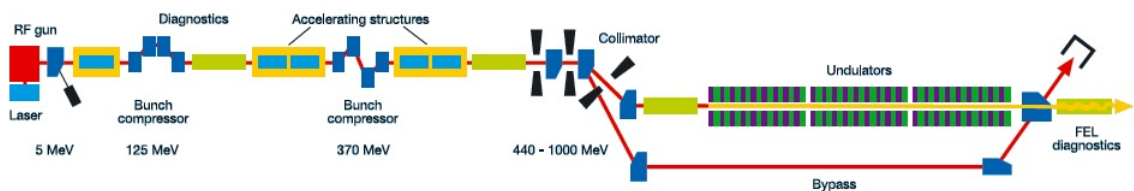


Рис. 4.5. Полная схема TTF FLASH.

После второго этапа компрессии пучок ускоряется до энергии 1 ГэВ (Рис. 4.5), и проходит через коллиматор. Пучок может выводиться на несколько каналов, включая линию с ондуляторами, однако, в данной работе они не были задействованы. Непосредственно в данной серии экспериментов использовался пучок с энергией 1 ГэВ. ДИ регистрировалось для серии из 20 пучков с зарядом 0,2 нКл и частотой повторения 10 Гц. Время регистрации для одного наблюдения составляло 2 с, что в совокупности дает полный заряд 80 нКл.

4.2 Экспериментальная установка

В главе 2, как и в ряде ранних экспериментальных работ [95,96,98], было показано, что синхротронное излучение, сопровождающее электронный пучок, может быть серьезным препятствием для диагностики в силу высокой интенсивности по сравнению с ДИ. По этой причине непосредственная область проведения эксперимента располагалась в 40-ка метрах от последнего поворотного магнита (Рис. 4.6), который в данном случае и является источником синхротронного излучения.

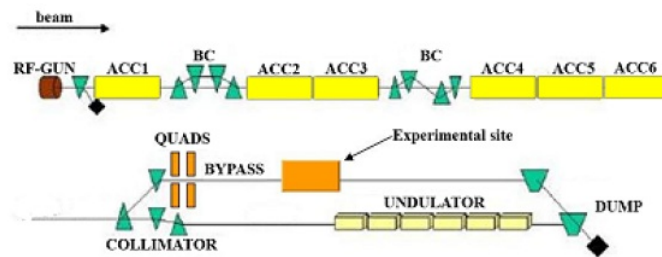


Рис. 4.6. Полная схема экспериментальной установки TTF FLASH, включая область непосредственного проведения эксперимента.

Источником ДИ служит система из двух щелей, изображенная на (Рис. 4.7). Первая щель (1) располагается перпендикулярно направлению движения пучка. Вторая щель (2) расположена под углом 45° по отношению к линии движения пучка, как это показано на (Рис. 3.8). Такое

расположение экранов позволяет "извлекать" излучение через отверстие (3) на (Рис. 4.7). Расстояния между двумя экранами - точками в которых пучок пересекает каждую из двух щелей - составляет 2,5 см. При прохождении электронного пучка через первую щель появляется ДИ, которое затем отражается от экрана второй щели. При прохождении второй щели, появляется обратное ДИ которое распространяется в том же направлении, что и ДИ от первой щели после отражения. Далее происходит регистрация интерференционной картины ДИ, в литературе иногда называемой ODRI (Optical Diffraction Radiation Interferences - интерференция оптического дифракционного излучения). Как можно видеть, первая щель установлена на направляющих и может перемещаться в вертикальном направлении, при этом угол падения пучка на нее остается неизменным.

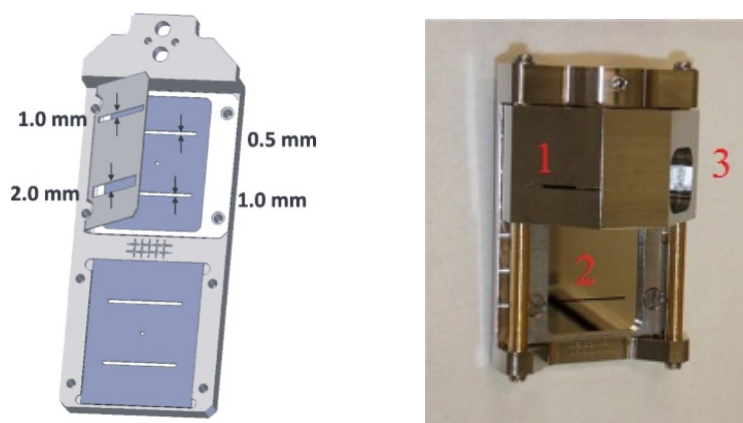


Рис. 4.7. Система состоящая из двух щелей использованная в первых экспериментах (а) и фотография новой системы, использованной в представленной работе. В новой системе первая щель подвижна и может перемещаться перпендикулярно траектории пучка. Пучок проходит через первую щель (1) перпендикулярно, а вторую (2) по углом 45° . Результирующее излучение выходит из отверстия (3). На фотографии первая щель и отверстие, через которое выходит излучение, сильно смещены чтобы можно было видеть вторую щель

После выхода из канала излучение с помощью зеркала направляется в систему регистрации, изображенную на Рис. 4.8. Так как длина формирования ДИ может достигать нескольких метров, например, в данном экспе-

рименте $\gamma^2\lambda \approx 3$ м, в системе установлена линза, которая позволяет проводить регистрацию излучения в дальней зоне [95]. ДИ регистрировалось на выделенных частотах, для чего в системе были установлены несколько интерференционных фильтров. В частности, измерения проводились для длин волн 800 и 500 нм. Для упрощения обработки экспериментальных данных в этой работе ДИ разделялось на вертикальную и продольную поляризации. В экспериментальной схеме для этого вводились поляризаторы, позволяющие регистрировать обе поляризации по отдельности. Сама регистрация осуществлялась с помощью 16-битной CCD камеры (Hamamatsu ORCA II-VT-512G, модель C4742-98-26LAG2). Камера была установлена на подвижной каретке для коррекции ее продольного направления относительно линзы.

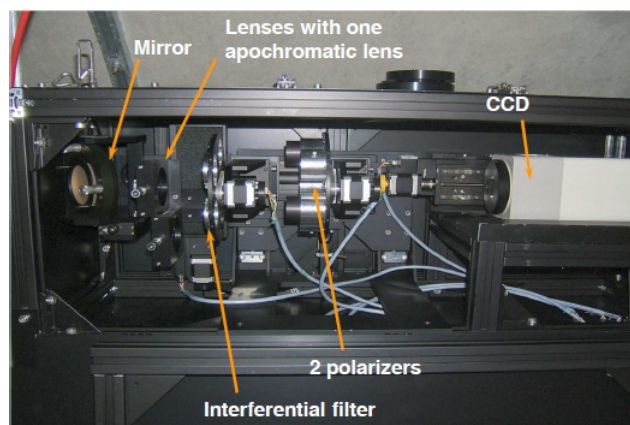


Рис. 4.8. Фотография системы регистрации ДИ.

Одной из целей проводимого эксперимента, было измерение углового распределения ДИ при изменении только одного параметра, а именно смещения между центрами щелей. В эксперименте смещалась только первая щель, в то время как вторая оставалась неподвижной.

4.3 Результаты экспериментов со смещением щелей относительно друг друга, в двух-щелевой системе

Эксперимент проводился для электронного пучка с энергией 1 ГэВ в системе, где первая щель имеет размер 1 мм, а вторая - 0,57 мм. На первом этапе проводилась регистрация углового распределения ДИ. После этого производилось фитирование параметров системы и пучка с помощью процедуры Minuit [106], которая минимизирует среднее квадратичное отклонение теоретического углового распределения ДИ от экспериментального. На втором этапе первая щель вертикально смещалась относительно траектории движения пучка на известную величину, вторая щель при этом сохраняла свое положение, и также регистрировалось угловое распределение ДИ. Так как ни один из параметров, кроме смещения центров щелей относительно друг друга, изменен не был, все значения параметров, за исключением, разумеется, одного, должны соответствовать таковым и во втором случае. Следовательно, теоретически рассчитанное угловое распределение с теми же параметрами, кроме относительного положения щелей, которое изменено соответственно тому, как это сделано при проведении эксперимента, должно совпадать с экспериментальным распределением.

Первый эксперимент проводился для длины волны излучения 500 нм. На (Рис. 4.9 а) представлено угловое распределение ДИ для двух-щелевой системы и пучка с расходимостью $\sigma'_y = 47$ мкрад и поперечными размерами $\sigma_y = 69$ мкм. При это параметры для рассчитанного распределения были подобраны так, что бы среднее квадратичное отклонение теоретического распределения от экспериментального было минимальным. На (Рис. 4.9 б) представлено распределение ДИ для того же пучка, но с первой щелью смещенной на известную величину = 50 мкм. Параметры для теоретического распределения уже не подбирались, а были использованы значения для первого измерения, со скорректированным на 50 мкм положением первой

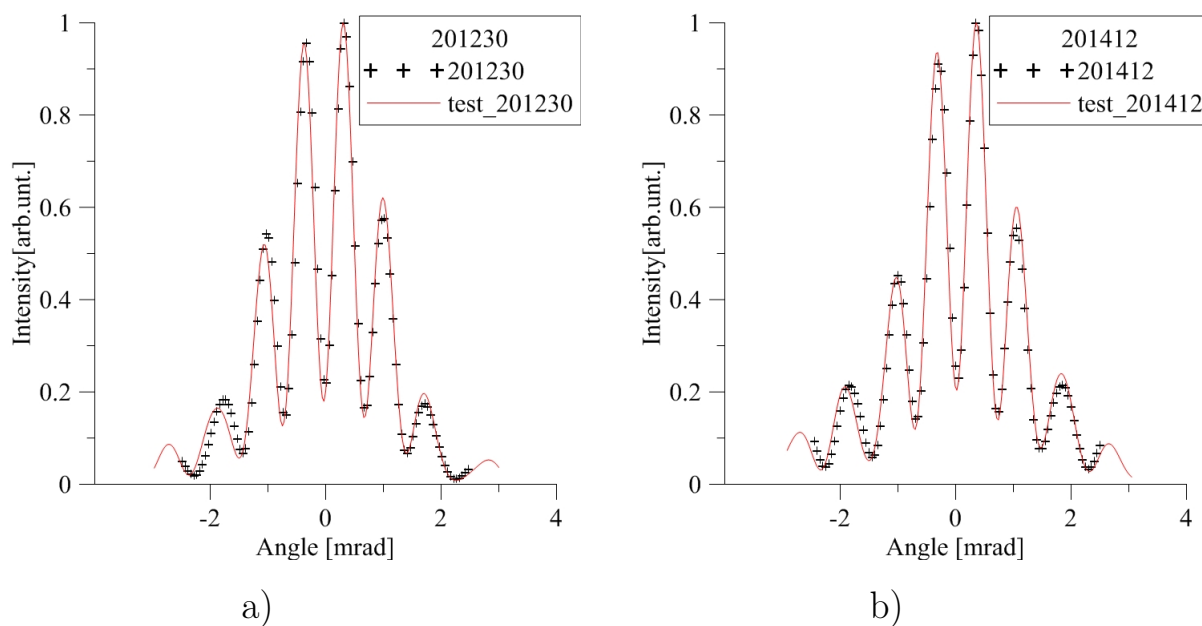


Рис. 4.9. Экспериментальные и теоретические угловые распределения ДИ до смещения щелей а) и после б). Точки - экспериментальные данные ($\lambda = 500$ нм), а сплошная линия теоретические расчеты.

щели.

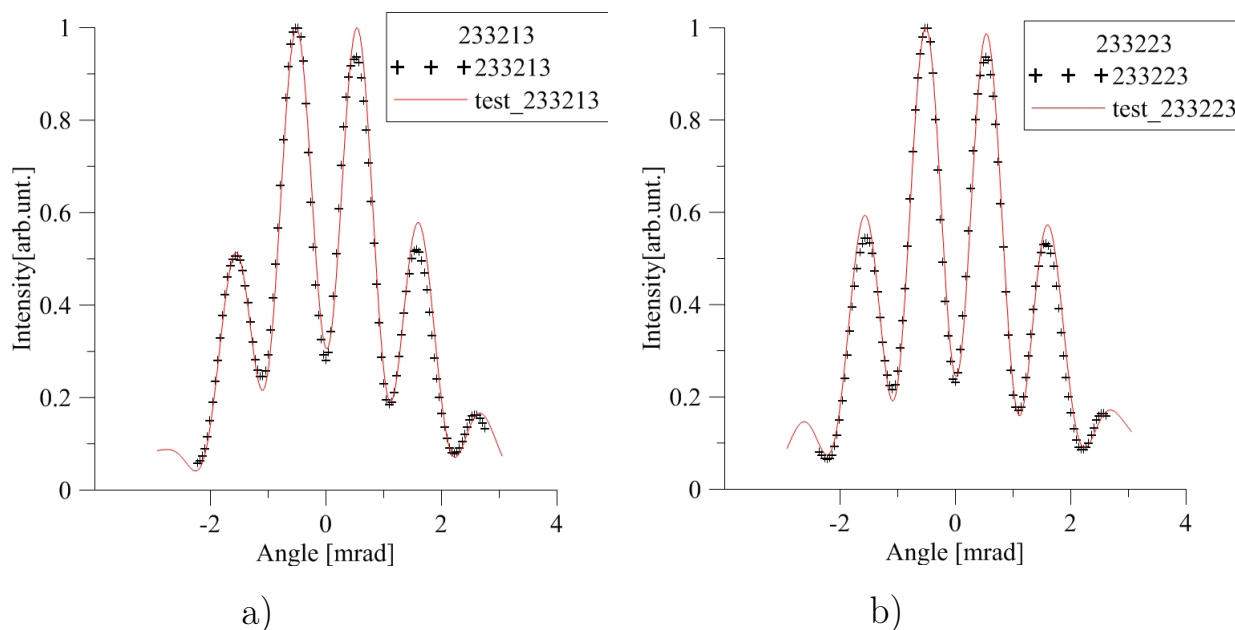


Рис. 4.10. Экспериментальные и теоретические угловые распределения ДИ до смещения щелей а) и после б). Точки - экспериментальные данные ($\lambda = 800$ нм), а сплошная линия теоретические расчеты.

Второй эксперимент проводился для длины волны $\lambda = 800$ нм. Резуль-

таты этого эксперимента представлены на (Рис. 4.10). В данном случае использовался электронный пучок с расходимостью $\sigma'_y = 63$ мкрад и поперечными размерами $\sigma_y = 87$ мкм. Для второго измерения первая щель также была смещена на 50 мкм.

И в первом, и во втором случае представленные численные расчеты дают хорошее совпадение с экспериментальными данными. На основании этого можно сделать вывод, что созданная модель корректно отражает процессы, происходящие в двух-щелевой системе ДИ. Существующие несовпадения могут объясняться тем, что численные расчеты выполнены в предположении, что при смещении щели изменяется только один параметр - относительное положение щелей. Однако, в конце второй главы был описан такой важный параметр, как смещение между полу-плоскостями одной щели. В силу его малости (порядка десятков нанометров) трудно быть уверенным, что после манипуляций с системой он остается неизменным.

4.4 Определение эмиттанса пучка с помощью двухщелевой системы ДИ

Другой целью проведенных экспериментов являлось определение поперечного эмиттанса пучка - ε_y . Эмиттансом пучка называют величину, численно равную объему занимаемому пучком в шестимерном фазовом пространстве. В различной литературе можно встретить несколько разных но равнозначных между собой подходов к определению эмиттанса. Для определенности положим фазовое шестимерное пространство как координаты (x, p_x, y, p_y, z, p_z) , где x, y, z - есть пространственные координаты, а p_x, p_y, p_z - соответствующие импульсы. В большом количестве случаев рассматривается не весь фазовый объем, а его проекция на одну из плоскостей. Согласно теореме Лиувилля [107], если на пучок действуют только консервативные силы, то его объем в фазовом пространстве сохраняется, как следствие, сохраняется и площадь проекции эмиттанса на плоскость. Теорема Лиувилля

формально выполняется для системы невзаимодействующих частиц. Однако на практике теорема выполняется с достаточно высокой точностью. Если мы рассматриваем проекцию на одну из поперечных плоскостей (x или y), то при рассмотрении пучка, двигающегося вдоль оси Z , можно перейти к координатам (p_x/p_0) или (p_y/p_0) . В силу того, что поперечные импульсы существенно меньше продольного можно перейти в систему координат и углов (x, x') , в силу чего поперечный эмиттанс измеряется в мм·мрад.

Движение частицы в канале может быть описано с помощью матрицы перехода. Так в плоскости (x, x') начальное (i) и конечное (f) положение могут быть связаны следующим образом:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_f = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}_{fi} \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_i \quad (4.1)$$

Данное выражение 4.1 может быть обобщено на шестимерный случай для полного фазового пространства, при этом вектора (x, x') будут заменены на соответствующие матрицы размерности 6×6 . Матрицы транспортировки R задаются параметрами системы. Примером таких матриц может служить:

$$R_{drift} = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

матрица, описывающая прохождение через дрейфовую область, где на пучок не действуют никакие силы. Здесь l длина дрейфовой зоны. Также хорошим примером является матрица тонкой линзы:

$$R_{tl} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix},$$

где f - фокусное расстояние линзы.

Поперечный эмиттанс пучка может быть выражен как детерминант матрицы пучка Σ_{beam} , элементы которой определяются как

$$\Sigma_{beam}^x = \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 & \langle xx' \rangle - \langle x \rangle \langle x' \rangle \\ \langle xx' \rangle - \langle x \rangle \langle x' \rangle & \langle x'^2 \rangle - \langle x' \rangle^2 \end{pmatrix},$$

где элементы $\langle x \rangle$ и $\langle x^2 \rangle$ задаются, соответственно, как

$$\langle x \rangle = \frac{\int_0^\infty x g(x) dx}{\int_0^\infty g(x) dx} \quad (4.2)$$

и

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\int_0^\infty x^2 g(x) dx}{\int_0^\infty g(x) dx}, \quad (4.3)$$

а функция $g(x)$ - распределение плотности пучка. Чаще всего интерес представляет среднее квадратичное значение распределения σ_x :

$$\sigma_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (4.4)$$

Если мы определяем систему координат таким образом, что центр распределения находится в точке 0 (то есть $\langle x \rangle = 0$), то матрица пучка может быть записана в форме:

$$\Sigma_{beam}^x = \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle \\ \langle xx' \rangle & \langle x'^2 \rangle \end{pmatrix},$$

а среднее значение отклонения, соответственно, примет вид $\sigma_x = \langle x^2 \rangle^{1/2}$. Соответствующее значение эмиттанса тогда можно записать как $\varepsilon_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2}$.

Преобразование матрицы пучка при движении через канал может быть также описано через матрицы транспортировки R , следующим образом:

$$\Sigma_{beam,f} = R \Sigma_{beam,i} R^t, \quad (4.5)$$

где $\Sigma_{beam,i}$ и $\Sigma_{beam,f}$ соответственно начальная и конечная матрицы пучка, R матрица транспортировки, а R^t транспонированная матрица транспортировки. Матрица транспортировки R определяется известными нам параметрами которые могут быть изменены. Чаще всего в качестве матрицы транспортировки выступает матрица квадрупольной линзы (R_{tl}), а в качестве изменяемого параметра выступает ток, и, как следствие, фокусное расстояние линзы. Изменяя ток на квадрупольной линзе, можно получить

систему уравнений, в которой нам известна матрица R , так как она задается током и, в случае ДИ, Σ_{11} - поперечный размер пучка. Из такой системы могут быть рассчитаны параметры пучка, включая эмиттанс [108].

Одной из основных причин исследования ДИ от системы состоящей из двух щелей является поиск новых возможностей для неразрушающей диагностики пучка заряженных частиц. Возрастающие яркости пучков в современных и строящихся установках приводят к тому, что они могут попросту повредить систему диагностики (будь то проволока или экран переходного излучения). Использование в качестве излучателя в системе диагностики щели позволяет избежать такой ситуации, т.к. отсутствует непосредственное взаимодействие пучка и прибора.

Для установления наличия возможности для диагностики пучка с помощью представленной системы была проведена серия экспериментов [109, 110]. Как было сказано несколько выше, для определения эмиттанса пучка необходимо установление зависимости одного из параметров от элементов матрицы транспортировки, а, следовательно, одного из управляющих параметров системы. В системе последовательно изменялся ток на фокусирующем магните, при этом, соответственно, изменялось фокусное расстояние линзы (Рис. 4.11). На каждом шаге проводилось регистрирование углового распределения ДИ.

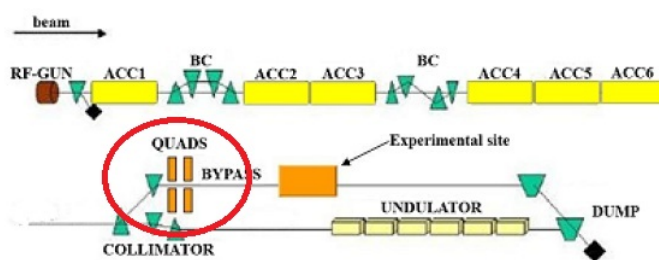


Рис. 4.11. Схема экспериментальной установки. Красным выделено положение фокусирующего магнита

Измерения осуществлялись на длине волны ДИ - 800 нм. По полученным угловым распределениям подбирались параметры пучка таким обра-

зом, чтобы отклонение численно рассчитанного углового распределения от экспериментальных данных было минимально. Фитирование проводилось с помощью подпрограммы Minuit (CernLib, [106]). Значения поперечных размеров пучка сравнивались со значениями, полученными с помощью экрана переходного излучения. Как упоминалось выше, для измерений с помощью ДИ использовались серии электронных импульсов по 20 сгустков в каждом, с частотой 10 Гц и экспозицией в 2 с. Заряд каждого сгустка в серии - 0,2 пКл, что дает суммарный заряд 80 пКл. При прямом взаимодействии такой заряд мог бы повредить экран переходного излучения. В этой связи, при диагностике пучка с помощью переходного излучения, использовался только один сгусток с зарядом 0,2 пКл. Полная зависимость размеров пучка от тока на квадрупольном магните представлена на (Рис. 4.12). При восстановлении эмиттанса пучка с помощью ODRI он оказывается равным 3.8 мм мрад, а при восстановлении эмиттанса с помощью OTR - 3.7 мм мрад [109].

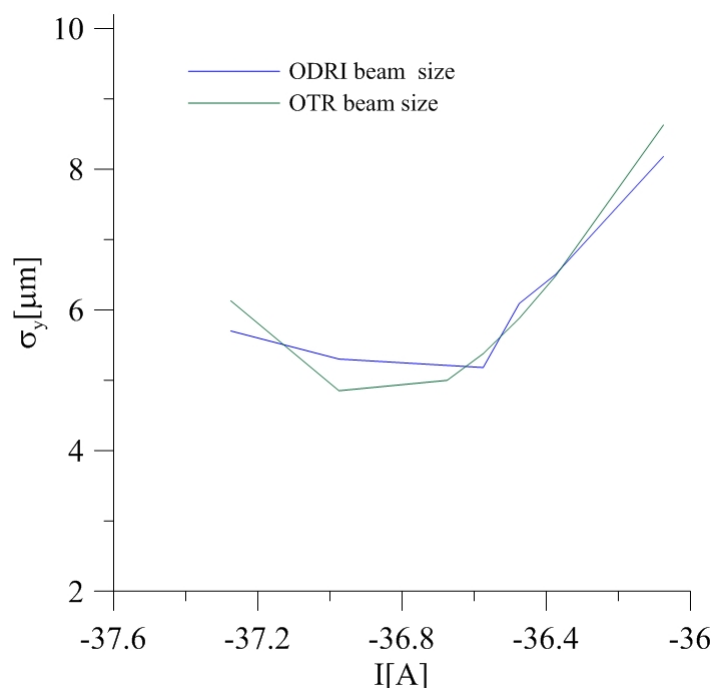


Рис. 4.12. Значения поперечных размеров в зависимости от тока на фокусирующей линзе, измеренные с помощью OTR и ODRI.

Как можно видеть, представленный метод определения параметров

пучка на основе углового распределения ДИ от двухщелевой системы дает неплохое совпадение со значениями, полученными при диагностике пучка с помощью переходного излучения. Существующие отличия не превышали 10% величины эмиттанса, что можно считать приемлемой точностью. Полученные результаты показывают перспективность данного метода.

Заключение

Создание источников излучения в рентгеновском диапазоне на основе ЛСЭ, наряду с созданием новых линейных электрон-позитронных коллайдеров на большие энергии (порядка 500 ГэВ), является одной из самых больших задач в современной физике ускорителей. Обе задачи требуют использования электронных пучков с высокими энергией, яркостью и частотой повторения. Текущее поколение систем диагностики пучков не сможет выдерживать нагрузки, создаваемые такими пучками, что приводит к потребности в новых методах диагностики, в частности, неразрушающих методов, где отсутствует прямое взаимодействие пучка заряженных частиц и прибора для его диагностики.

Одними из методов, способных обеспечить диагностику сверх ярких пучков с поперечным сечением всего в несколько десятков микрон, являются методы, использующие ДИ. В настоящее время в лаборатории SPARC-Lab (LNF-INFN, Италия), совместно с группой из DESY (Германия), ведется разработка нового метода диагностики ярких электронных пучков на основе ДИ, названного ODRI. Настоящая работа посвящена исследованию особенностей двухщелевой системы, в частности, эффектов возникающих при отражении ДИ от экрана второй щели, имеющих место в такой системе, а также эффектов, связанных с дополнительным параметром - вертикальным смещением между центрами щелей.

В представленной работе была теоретически исследована двухщелевая система, в которой расстояние между двумя экранами не превышало нескольких сантиметров. При этом длина формирования ДИ может достигать нескольких метров, например, в этой работе рассматривалось излу-

чение с длиной формирования $> 3\text{ м}$. Было показано, что для системы, где первая щель больше второй, при отражении ДИ от второго экрана и при наличии смещения между центрами щелей на величину, сравнимую с размерами самих щелей, потери при отражении играют существенную роль и сильно изменяют угловое распределение ДИ. В то же время, было показано, что в системе, где щели имеют одинаковый размер, потери при отражении должны учитываться вне зависимости от взаимного расположения щелей.

В работе проведено теоретическое исследование появившегося параметра в двухщелевой системе - вертикального смещения центров щелей относительно друг друга. Проведенные исследования показали, что характер изменений, вносимых в угловое распределение ДИ новым параметром, уникален. Таким образом, его влияние может быть легко отделено от влияния других параметров системы, и не будет представлять проблемы при анализе экспериментальных данных.

На основе проведенных исследований была создана программа, позволяющая строить угловые распределения ДИ для двухщелевой системы. Впоследствии эта программа была использована для анализа экспериментальных данных полученных на установке TTF FLASH. Эксперименты были проведены для электронного пучка с энергией 1 ГэВ. Поперечные размеры пучка составляли от 30 до 120 мкм, а его расходимость от 50 до 90 мкрад в зависимости от эксперимента. В экспериментах использовалась двухщелевая система с размерами 1 мм и 0,5 мм для первой и второй щелей, соответственно. Сравнение экспериментальных данных с теоретической моделью выявляет хорошее совпадение и показывает, что полученная модель адекватно описывает изменения ДИ при изменении параметров системы.

В работе также проведены теоретические исследования влияния расходимости электронного пучка на величину его форм-фактора. Было показано, что для ультрарелятивистского пучка при расходимости $\sigma_{div} \approx 1/\pi\gamma$ форм-фактор приобретает дополнительный коэффициент, меньше единицы. В частности, было показано, что для электронного пучка с $\gamma = 1000$ и

$\sigma_{div} = 100$ мкрад такой коэффициент оказывается равным 0,82 при длине волны излучения 800 нм. Также в работе были проведены исследования влияния расходимости пучка на форм-фактор для пучков с различными поперечными размерами.

Благодарности

Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю Дабагову С.Б. за помощь в подготовке данной работе. Особо благодарен Фролову Е.Н. и Дику А.В. за помощь в оформлении работы и подготовке выступлений.

Автор хотел бы поблагодарить руководство ФИАН за поддержку в проведении исследований. Отдельную благодарность автор выражает сотрудникам INFN LNF - Ferrario M. за возможность пройти стажировку на базе лаборатории SPARC-Lab, а также ее сотрудникам Castellano M., Cianchi A., и Chiadroni E. за плодотворные обсуждения и предоставленные экспериментальные данные.

Список рисунков

1.1	а) Первый в мире циклический коллайдер ADA (Фраскати, Италия, 1961) и б) последний на сегодняшний день коллайдер LHC (CERN, Швейцария, 2009)	15
1.2	а) SLAC Liner Accelerator, где был построен первый линейный коллайдер; б) и проектируемый международный линейный коллайдер.	16
1.3	Принципиальная схема ЛСЭ	17
1.4	Фотография люминофорного экрана в вакуумной камере (а) и координатная сетка на экране (б)	19
1.5	Сеточный вторично эмиссионный датчик, сконструированный для ВЭП-2000. Диаметр отверстия 17,5. Позолоченные проволочки натянуты с шагом 0,5 мм в вертикальной плоскости и с шагом 1,5 мм в горизонтальной плоскости. Диаметр проволочек 28 мкм [42].	20
1.6	Иллюстрация к методу диагностики пучка с использованием переходного излучения. На рисунке б) представлены несколько угловых распределений для электронных пучков с энергией $\gamma = 2000$ и разной расходимостью	21
2.1	а) Зависимость формы поля частицы от скорости. б) Зависимость напряженности поля электрона от расстояния до точки наблюдения в плоскости перпендикулярной вектору скорости, рассчитанная с помощью выражения 2.20.	29

2.2	Поле частицы, падающей на щель. В отличие от плоской волны, фаза поля в нижней и верхней полуплоскости изначально отличается на π , что может быть выражено знаком "—" между слагаемыми для разных полуплоскостей щели.	31
2.3	Дифракционное излучение от щели. На рисунке показаны обозначения, используемые в вычислениях	33
2.4	Зависимость интенсивности ДИ от частоты. Для расчета использовано выражение (2.40). Углы выбраны $\Theta_x, \Theta_y = 1/\gamma$. Расчет выполнен для электрона с энергией 1 ГэВ.	37
2.5	Дифракционное излучение от полуплоскости и пролетающей заряженной частицы. P - точка наблюдения, \vec{r}_1 и \vec{r}_2 радиус векторы рассматриваемых точек излучения, а ρ - расстояние между ними	39
2.6	Угловое распределение ДИ от полуплоскости на разных расстояниях от источника [81]. Для расчетов использовалась модель с электроном (1 ГэВ), пролетающим мимо полуплоскости из идеального проводника.	40
2.7	В приближении волновой зоны ДИ может рассматриваться как излученное одной точкой. В этом случае фазовая разница между излучением от разных частиц может быть получена из геометрии данного рисунка. Здесь направление на точку наблюдения определяется углами ξ и Θ	44
2.8	Дополнительная фазовая разница появляется для частиц с разными углами падения. Здесь прицельный параметр для обеих частиц принят равным h . На рисунке б) частица e_2 имеет угол падения ψ	47
2.9	Вклад расходимости в форм-фактор пучка, рассчитанный с помощью выражения (2.65) (сплошная линия) и (3.3) (пунктирная линия) для пучка с поперечным размером 50 $\mu\text{м}$	49

2.10	Вклад расходимости в форм-фактор пучка был рассчитан с помощью выражения (2.65) (сплошная линия) и (3.3) (пунктирная линия) для пучка с поперечным размером 150 мкм. Как можно видеть, при таких размерах пучка отличия уже существенны, однако, предполагая, что размеры пучка вдоль осей x и y примерно одинаковы, пренебрегать поперечными размерами уже вообще не представляется возможным. . . .	50
3.1	Система диагностики пучка с помощью ДИ, включающая в себя одну щель	54
3.2	Сечение системы одной щели плоскостью $\Theta_x = 0$. Здесь ось Z совпадает со скоростью частицы, а Θ_y , отсчитываемый от нее, определяет направление на точку наблюдения.	55
3.3	Изменения углового распределения ДИ, вызванные разными параметрами.	56
3.4	Одинаковые распределения ДИ для разных пучков. Кривая 1 соответствует пучку, проходящему через центр щели с расходимостью 120 мкрад и поперечным размером 100 мкм. Кривая 2 соответствует пучку с параметрами 50 мкм и 90 мкрад, и проходящему на расстоянии 160 мкм от центра щели. . . .	57
3.5	Модель экрана с двумя щелями, который был использован в экспериментах [98].	58
3.6	Угловые распределения ДИ для одно- и двухщелевой систем. В расчетах использовался точечный нерасходящийся пучок, проходящий по центру щели.	60
3.7	На рисунке а) представлены угловые распределения ДИ для двухщелевой системы для точечных пучков с расходимостью 200 и 240 мкрад, и для параллельного пучка с поперечным размером 130 мкм. На рисунке б) представлены распределения для тех же пучков что и на (Рис. 3.4), но для двух щелевой системы.	61

3.8	Схема системы состоящей из двух щелей. Слева вид схемы сверху, вместе с некоторыми элементами системы регистрации излучения	62
3.9	Правый рисунок это сечение двух-щелевой системы плоскостью "1"(см. на Рис. 3.8, левый). График с лева есть численный расчет ДИ от первой щели на экране, расположенном в позиции второй щели, в том же самом сечении.	63
3.10	На рисунке а) представлены угловые распределения ДИ для щелей, центры которых лежат на одной линии, с учетом (пунктирная линия) и без учета (сплошная) эффектов ближнего поля (искусственно смещены относительно друг друга, для удобства). На рисунке б) также распределения ДИ для двух случаев, однако центры щелей смещены на 300 $\mu\text{м}$. Размеры щелей - 1 мм для первой и 0,5 мм для второй. .	64
3.11	Численный расчет для углового распределения ДИ для системы с одинаковыми щелями. Смещение между центрами щелей 0 мкм.	65
3.12	Угловое распределение ДИ от двух-щелевой системы: 1 - центры щелей лежат на одной прямой, 2 - центр первой щели смещен на 150 мкм.	67
3.13	Угловое распределение ДИ от двухщелевой системы: 1 - полуплоскости щели лежат в одной плоскости, 2 - полуплоскости второй щели смещены на 50 нм.	68
4.1	Схема электронной пушки, используемой на TTF FLASH. .	71
4.2	9-ти ячеечная сверхпроводящая структура	72
4.3	Ускорение off-crest.	73
4.4	Компрессор пучков заряженных частиц на основе отклонения магнитным полем.	73
4.5	Полная схема TTF FLASH.	73

4.6	Полная схема экспериментальной установки TTF FLASH, включая область непосредственного проведения эксперимента.	74
4.7	Система состоящая из двух щелей использованная в первых экспериментах (а) и фотография новой системы, использованной в представленной работе. В новой системе первая щель подвижна и может перемещаться перпендикулярно траектории пучка. Пучок проходит через первую щель (1) перпендикулярно, а вторую (2) по углом 45° . Результирующее излучение выходит из отверстия (3). На фотографии первая щель и отверстие, через которое выходит излучение, сильно смещены чтобы можно было видеть вторую щель	75
4.8	Фотография системы регистрации ДИ.	76
4.9	Экспериментальные и теоретические угловые распределения ДИ до смещения щелей а) и после б). Точки - экспериментальные данные ($\lambda = 500$ нм), а сплошная линия теоретические расчеты.	78
4.10	Экспериментальные и теоретические угловые распределения ДИ до смещения щелей а) и после б). Точки - экспериментальные данные ($\lambda = 800$ нм), а сплошная линия теоретические расчеты.	78
4.11	Схема экспериментальной установки. Красным выделено положение фокусирующего магнита	82
4.12	Значения поперечных размеров в зависимости от тока на фокусирующей линзе, измеренные с помощью OTR и ODRI. . .	83

Литература

1. D. W. Kerst, F. T. Cole, H. R. Crane et al., Attainment of Very High Energy by Means of Intersecting Beams of Particles // Phys. Rev., v.102, 590 (1956)
2. G.K. O'Neill, Storage-Ring Synchrotron: Device for High-Energy Physics Research // Phys. Rev., v.102, 1418 (1956)
3. C. Bernardini, U. Bizzarri, C. F. Corazza et al., Progress Report on AdA (Frascati Storage Ring) // Il Nuovo Cimento, v.23, 202-207 (1962)
4. C. Bernardini, AdA: The First Electron-Positron Collider // Physics in Perspective, v.6(2), 156-183 (2004)
5. Г.И. Будкер, Ускорители со встречными пучками частиц // УФН, т.89, 533-547 (1966)
6. V.N. Baier, Forty years of acting electron-positron colliders // arXiv:hep-ph/0611201, 15 November (2006)
7. G.K. O'Neill, Component design and testing for the princeton-stanford colliding-beam experiment // Proc. HEACC'1961.
8. R.R. Wilson, The Tevatron // FERMILAB-TM-0763, Feb. 1 (1978)
9. P. Oddone, From the Tevatron to Project X // CERN Courier, Sep. 23 (2011)

10. G.Brianti, W. Hoogland, M. Jacob et al. // Proc. of the ECFA-CERN Workchop, March 21-27 (1984)
11. J. Incandela, CMS Observation of a narrow resonance at 125 GeV // Proc. of Sci., PoS(ICHEP2012)037 (2012)
12. M. Tiger, A possible apparatus for electron clashing-beam experiments // Nuovo Cimento 37, 1228 (1965)
13. G. Loew, The SLAC Linear Collider and a Few Ideas on Future Linear Colliders // Proc. Linear Accelerator Conference, Seeheim, Germany, 282 (1984)
14. J.R. Rees, The Stanford Linear Collider // Scientific American 261, 58 - 65 (1989)
15. В.Д. Шильцев, Коллайдеры частиц высоких энергий: прошедшие 20 лет, предстоящие 20 лет и отдалённое будущее // УФН, т.182, №10 (2012)
16. И.М. Тернов, В.В. Михайлин, Синхротронное излучение: теория и эксперимент // - М.: Энергоатомиздат, 1986
17. В.Л. Гинзбург // Изв. АН СССР Сер. Физ., т.11, 165 (1947)
18. В.Н. Байер, В.М. Катков, В.М. Страховенко // ЖЭТФ, т.80, 1348 (1981) (in Russian), V. N. BaTer, V. M. Katkov, and V. M. Strakhovenko, Radiation of relativistic particles moving quasiperiodically // Sov. Phys. JETP 53(4), 688, April (1981)
19. N.A. Korkhmazian, Some problems of hard undulator radiation theory // Rad. Eff. v.56, 33 (1981)
20. И.М. Тернов, В.Р. Халилов, В.Г. Багров, М.М. Никитин // Изв. вузов СССР. Сер. «Физика» №2, 5 (1980)

21. D.F. Alferov, Yu.A. Bashmakov, K.A. Belovintsev, E.G. Bessonov, and P.A. Cherenkov, The Undulator as a Source of Electromagnetic Radiation // Part. Acceler. v.9, 223 (1979)
22. J.M.J. Madey, Stimulated Emission of Bremsstrahlung in a Periodic Magnetic Field // J. App. Phys. v. 42, April (1971)
23. Д.Ф. Алферов , Ю.А. Башмаков , Е.Г. Бессонов // Тр. ФИАН СССР т.80 с.100 (1975)
24. Д.Ф. Алферов , Ю.А. Башмаков , К. А. Беловинцев, Е.Г. Бессонов, К.А. Беловинцев, А.В. Серов, П.А. Черенков // ЖТФ т.53 с.270 (1983)
25. P. Rullhusen, X. Artru, P. Dhez, Novel radiation sources using relativistic electrons // World Scientific (1998)
26. The European X-Ray Free-Electron Laser // Technical designe report, DESY 2006-097 (2007)
27. M. Cornacchia, The LCLS X-RAY FEL at SLAC // SLAC-PUB-8053, Feb. (1999)
28. J.B. Murphy and C. Pellegrini, Free electron lasers for XUV spextral region // Proc. FEL Conf, Italy(1984), Nucl. Instr. and Meth. A, v.237, 159-167 (1985)
29. R. Bonifacio and F. Casagrande, Instability threshold, quatum initiation and photonstatistics in high-gain free electron lasers // Nucl. Instr. and Meth. A237, 168-179 (1985)
30. H. Motz, M. Nakamura // Proc. Symp. Millimiter Waves, v.9, 155 (1959)
31. Д.Ф. Алферов, Е.Г. Бессонов // Препринт ФИАН, №162 (1977)
32. R. Phillips, Yhr ubitron, a high-power traveling-wave tube based on a periodic bem interaction in unloded waveguide // Trans. IRE. Electron Dev., v.7(4) 231(1960)

33. Е.Г. Бессонов, А.В. Серов, Ондюляторный группирователь заряженных частиц // ЖЭТФ, т.52(№2), 383 (1982)
34. А.В. Дик, Процессы когерентного и некогерентного излучения в новейших источниках мощного электромагнитного излучения // Диссертация канд физ.-мат. наук, ФИАН, Москва (2013)
<http://www.lebedev.ru/ru/vak.html?date=2013-06-03>
35. В.В. Смалюк, Диагностика пучков заряженных частиц в ускорителях // Новосибирск (2009)
36. J. Camas, G.Feroli, R. Jung, and J. Mann, High sensitivity beam intensity and profile monitors for the SPS extracted beams // PAC 93, Proc. 2498 (1993)
37. W.S. Graves, E.D. Johnson, and S. Ulc, A High Resolution Electron Beam Profile Monitor and its Applications // BIW 98, Proc. 206 (1998)
38. Yu. Zorenko, V. Gorbenkoa, I. Konstankevycha, A. Voloshinovskii, G. Stryganyukb, V. Mikhailinc, V. Kolobanovc, and D. Spasskyd, Single-crystalline films of Ce-doped YAG and LuAG phosphors: advantages over bulk crystals analogues // J. Lumin. v.114, 85 (2005)
39. E.J. Sternglass, Theory of Secondary Electron Emission by High-Speed Ions // Phys. Rev. v.108, №1, 1 (1957)
40. A.A. Schultz, M.A. Pomerantz, Secondary Electron Emission Produced by Relativistic Primary Electrons // Phys. Rev., v.130, №6, 2135-2141 (1963)
41. S. Kopp et al., // Proc. of DIPAC 2007 Venice, Italy (2007)
42. D. Berkaev, I. Ostanin, V. Kozak, V. Cherepanov, V. Repkov, E. Bykov, Beam measurement system of VEPP-2000 injection channels // Proc. of RuPAC 2008. Zvenigorod, Russia (2008)

43. C. Steinbach, M. Rooij, A scanning wire beam profile monitor // IEEE Trans. Nucl. Sci., v.NS-32, №5, 1920 (1985)
44. W.R. Rawnsley, T.C. Ries, and G.H. Mackenzie, A scanning secondary emission profile monitor // Proc. of PAC. 1987, Washington, USA, 553-558 (1987)
45. S. Dobert, R. Eichhorn, H. Genz et al., Transverse and Longitudinal Beam Diagnostics using Transition Radiation // Proc. of EPAC 1996, Barcelona, Spain (1996)
46. F. Sakamoto, H. Iijima, T. Ueda et al., Development of the High Resolution Electron Beam ProfileMonitor forMedical X-band Linac // Proc. of APAC 2004, Gyeongju, Korea (2004)
47. I.M. Frank, V.L. Ginzburg, // J. Phys., v.9, 353–359 (1945)
48. L.Wartski, S.Roland, J.Lasalle, M.Bolore, G.Filippi, // Jour. Appl. Phys. v.46, 3644 (1975)
49. Франк И.М., Эффект Доплера в преломляющей среде // Известия АН СССР, т.6, 3 (1942)
50. S. J. Smith and E. M. Purcell, Visible Light from Localized Surface Charges Moving across a Grating // Phys. Rev. 92, 1069 (1953)
51. J.M. Wachtel, Free-electron lasers using the Smith-Parcell effect // J. App. Phys. v.50, 49 (1979)
52. P. Rullhusen, X. Arteu, and P. Dhez, Novel Radiation Sources Using Relativistic Electrons: From Infrared to X-rays // World Scientific (1998)
53. M. Castellano, A new non-intercepting beam size diagnostics using diffraction radiation from a slit // Nuc. Instr. and Meth. in Phys. Res. A, v.394 275-280 (1997)

54. R.B. Fiorito, D.W. Rule, and W.D. Kimura, Noninvasive Beam Position, Size, Divergence and Energy Diagnostics Using Diffraction Radiation, Proc. of the Advanced Accelerator Concept Workshop, Baltimore, Maryland (July 5-11 1998)
55. A.P.Potylitsyn, N.A.Potylitsyna, Feasibility of backward diffraction radiation for non-destructive diagnostics of relativistic charged particle beams // arXiv: physics/0002034, (2000)
56. Дж. Джексон, Классическая электродинамика // Изд. "Мир (1965)
57. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике // Изд. "Мир (1965)
58. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теоретическая физика, т.8, Электродинамика сплошных сред // Изд. "Наука (1988)
59. E. Chiadroni, Bunch Length Characterization at the TTF VUV-FEL (Doctoral Thesis), TESLA FEL 2006-09
60. Ю.Н. Днестровский, Д.П. Костомаров, Излучение модулированного пучка заряженных частиц при пролете через круглое отверстие в плоском экране // Докл. АН СССР, т.124, 792 (1959)
61. А.П. Казанцев, Г.И. Сурдутович, Излучение заряженной частицы пролетающей вблизи металлического экрана // Докл. АН СССР, т.147(1), 74 (1962)
62. Б.М. Болотовский, Е.А. Галстян, Дифракция и дифракционнок излучение // УФН, т.170(8), 809-829 (2000)
63. A.P. Potylitsyn, Transition radiation and diffraction radiation. Similarities and differences // Nucl. Instr. and Meth in Phys. Res. B, v.145, 169-179 (1998)

64. A.P. Potylitsyn, M.I. Ryazanov, M.N. Strikhanov, and A.A. Tishchenko, Diffraction radiation from relativistic particles // Springer, Berlin Heidelberg (2010)
65. M.L. Ter-Mikaelian, High-energy electromagnetic processes in condensed media // Wiley-Interscience, New York (1972)
66. М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики // Изд. "Наука Москва (1973)
67. P. Karataev, S. Akari., A. Aryshev , G. Naumenko, A.P. Potylitsyn, N. Terunuma, and J. Urakawa, Experimental observation and investigation of the prewave zone effect in optical diffraction radiation // Phys. Rev. - Accelerators and Beams, v.11, 032804 (2008)
68. P. Karataev, Pre-wave zone effect in transition and diffraction radiation: Problems and solutions // Phys. Lett. A, v.345, 428–438 (2005)
69. R.B. Fiorito, and D.W. Rule, Diffraction radiation diagnostics for moderate to high energy charged particles beams // Nucl. Instr. and Meth in Phys. Res. B, v.173, 67-82 (2001)
70. A.P. Potylitsyn, Electromagnetic radiation of electrons in periodic structures // Springer-Verlag, Berlin (2011)
71. M. Castellano, A. Cianchi, G. Orlandi, V.A. Verzilov, Effects of diffraction and target finite size on coherent transition radiation spectra in bunch length measurements // Nucl. Instr. and Meth in Phys. Res. A, v.435(3), 297–307 (1999)
72. P. Karataev, S. Araki, R. Hamatsu, H. Hayano, T. Muto, G. Naumenko, A. Potylitsyn, N. Terunuma, and J Urakawa, Beam-Size measurement with optical diffraction radiation at KEK accelerator test facility // PRL, v.93, 244802 (2004)
73. V.A. Verzilov, Transition radiation in pre-wave zone // Phys. Lett. A, v.273, 135-140 (2000)

74. N.F. Shul'ga, V.V. Syshchenko, S.N. Shul'ga, On the motion of high-energy wave packets and the transition radiation by "half-bare" electron // Phys. Let. A, v.374, 331–334 (2009)
75. X.Artru, R. Chehab, K. Honkavaara, A. Variola, Resolution power of optical transition radiation: Theoretical considerations // Nucl. Instr. and Meth in Phys. Res. B, v.145, 160-168 (1998)
76. N. F. Shul'ga, and S. N. Dobrovol'ski, Concerning experiments on coherent transition radiation by relativistic electrons // JETP Lett., v.65, 611 (1997)
77. B.N. Kalinin, G.N. Naumenko, A.P. Potylitsyn, G.A. Saruev, L.G. Sukhikh, V.A. Cha, Measurement of the angular characteristics of transition radiation in near and far zones // JETP Lett., v.84, 136 (2006)
78. C.L. Luke, C.L. Yuan, H. Uto Wang, S. Prunster, Formation-zone effect in transition radiation due to ultrarelativistic particles // Phys. Rev. Lett., v.25(5), 1513 (1970)
79. Y. Shibata, K. Ishi, T. Takahashi, T. Kanai, F. Arai, S. Kimura, T. Ohsaka, M. Ikezawa, Y. Kondo, R. Kato, S. Urasawa, T. Nakazato, S. Niwano, M. Yoshioka, and M. Oyamada, Coherent transition radiation in the far-infrared region // Phys. Rev. E, v.49(1), 785 (1994)
80. G. Naumenko, A. Potylitsyn, Yu. Popov, L. Sukhikh, and M. Shevelev, Investigation of the surface current excitation by a relativistic electron electromagnetic field // J. of Phys.: CS, v.236, 012024 (2010)
81. V. Shpakov, S.B. Dabagov, Diffraction Radiation of Electron Bunches for One- and Two Slit Systems // Preprint INFN LNF, INFN-12-02/LNF, (2012)
82. N. Potylitsina-Kube, X. Artru, Diffraction radiation from ultrarelativistic particles passing through a slit. Determination of the electron beam divergence // Nucl. Instr. and Meth in Phys. Res. B 201 172-183 (2003)

83. G. Kube, H. Backe, W. Lauth, and H. Schope, Smith–Purcell radiation in view of particle beam diagnostics // Proc. DIPAC 2003, Mainz, Germany, p.40 (2003)
84. L.G. Sukhikh, G. Kube, A.P. Potylitsyn, and V. Schlott, Coherent resonant diffraction radiation from inclined grating as a tool for bunch diagnostics // Proc. of DIPAC2011, Hamburg, Germany (2011)
85. J.S. Nodvick, and D.S. Saxon, Suppression of Coherent Radiation by Electrons in a Synchrotron // Phys. Rev. 96, 180 (1954)
86. D.Yu. Sergeeva, A.A. Tishchenko, and M.N. Strikhanov, UV and X-ray diffraction and transition radiation from charged particles bunches // Nucl. Instr. Meth., B 309, 189-193 (2013)
87. V.S. Shpakov, S.B. Dabagov, Influence of the Beam Divergence on Diffraction Radiation // Journal of Physics: Conference Series, (2014) /принято в печать/
88. O. Grimm, and P. Schmuser, Principles of longitudinal beam diagnostics with coherent radiation // Tesla FEL 2006-03, April (2006)
89. F.G. Bass, and V.M. Yakovenko, Theory of radiation from a charge passing through an electrically inhomogeneous medium // Usp. Fiz. Nauk 86, 189-230 (1965)
90. E. Keil, Diffraction radiation of charged rings moving in a corrugated cylindrical pipe // Nucl. Instr. and Meth. 100, 419-427 (1972)
91. Y. Shibata, S. Hasebe, K. Ishi, T. Takahashi, T. Ohsaka, M. Ikezawa, T. Nakazato, M. Oyamada, S. Urasawa, T. Yamakawa, Y. Kondo, Observation of coherent diffraction radiation from bunched electrons passing through a circular aperture in the millimeter- and submillimeter-wavelength regions // Phys. Rev. E 52, 6787-6794 (1995)

92. I.E. Vnukov, B.N. Kalinin, G.A. Naumenko, D.V. Padalko, A.P. Potylitsyn, and O.V. Chefonov, Experimental observation of optical diffraction radiation // JETP Lett. 67(10), 802-807 (1998)
93. R.B. Fiorito, D.W. Rule, and W.D. Kimura, Noninvasive Beam Position, Size, Divergence and Energy Diagnostics Using Diffraction Radiation // Proc. of the Advanced Accelerator Concept Workshop, Baltimore, Maryland (1998)
94. A.P. Potylitsyn, Linear polarization of diffraction radiation from slit and beam size determination // Nucl. Instr. and Meth. B 201, 161-171 (2003)
95. P. Karataev, S. Araki, R. Hamatsu, H. Hayano, T. Muto, G. Naumenko, A. Potylitsyn, N. Terunuma, J. Urakawa, Observation of optical diffraction radiation from a slit target at KEK accelerator test facility // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B 227, 158–169 (2005)
96. T. Muto, S. Araki, R. Hamatsu, H. Hayano, T. Hirose, P. Karataev, G. Naumenko, A. Potylitsyn, and J. Urakawa, Observation of Incoherent Diffraction Radiation from a Single-Edge Target in the Visible-Light Region // PRL 90(10), 104801-1 (2003)
97. E. Chiadroni, M. Castellano, A. Cianchi, K. Honkavaara, G. Kube, V. Merlo, F. Stella, Instr. and Meth. in Phys. Reas. B 266, 3789 (2008)
98. A. Cianchi, M. Castellano, L. Catani, E. Chiadroni, K. Honkavaara, and G. Kube, Non-intercepting electron beam size monitor using Optical Diffraction Radiation Interference // Phys. Rev. ST Accel. Beams 14, 102803 (2011)
99. M. Castellanoa, E. Chiadroni, A. Cianchi, Phase control effects in optical diffraction radiation from a slit // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A 614, 163–168 (2010)

100. В. Шпаков, С.Б. Дабагов, Дифракционное излучение пучка заряженных частиц для одно- и двух-щелевых систем // Изв. ВУЗов. Физика, т.11 (2012) (in Russian), V. Shpakov, and S.B. Dabagov // Russian Physics Journal, 55, 1338-1344 (2013) (in English)
101. V.Shpakov, S.B.Dabagov, M.Castellano, A.Cianchi, K.Honkavaara, G.Kube, E.Chiadroni, Far- and near-field approximation for diffraction radiation // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B, 309 194-197 (2013)
102. V. Shpakov, S.B. Dabagov, preprint INFN-12-02/LNF April 2, 2012
103. A VUV Free Electron Laser at the TESLA Test Facility at DESY, Conceptual design report // TESLA FEL Report 1995-03, (1995)
104. The European X-Ray Free-Electron Laser, Technical design report // DESY - Report 2006-097, (2007)
105. P. Michelato, D. Sertore, C. Pagani, A. Di Bona, S. Valeri, G. Ferrini, F. Parmigiani, Cs_2Te photocathode for the TTF Injector II // Proc. EPAC-96, (1996)
106. F. James, Minuit reference manual // Geneva, CERN (1994)
107. Дж. Лоусон, Физика пучков заряженных частиц // "Мир (1980)
108. M.G. Minty, F. Zimmermann, Measurement and control of Charged particles beams // Springer, (2003)
109. A. Cianchi, M. Castellano, E. Chiadroni, L. Catani, V. Balandin, N. Golubeva, K. Honkavaara, G. Kube, M. Migliorati, Optical diffraction interference as a non-intercepting emittance measurement for high brightness and high repetition rate electron beam // Proc. FEL2012, Nara, Japan (2012)
110. A. Cianchi, M. Castellano, E. Chiadroni, L. Catani, V. Balandin, N. Golubeva, K. Honkavaara, G. Kube, Non-intercepting emittance

measurement by means of optical diffraction radiation interference for high
brightness electron beam // Proc. IPAC2012, New Orleans, USA (2012)

Приложение А

Запишем выражение для ДИ от щели (обе полуплоскости)

$$E_{x,y}^{DR}(x, y, \omega) = \frac{-ek}{2\pi^2 V d} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varkappa_x \varkappa_y}{\varkappa_x^2 + \varkappa_y^2 + \alpha^2} d\varkappa_y d\varkappa_x \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ih_x(\varkappa_x - k_x)} dh_x \left[\int_{h_1}^{+\infty} e^{ih_y(\varkappa_y - k_y)} dh_y + \int_{-\infty}^{h_2} e^{ih_y(\varkappa_y - k_y)} dh_y \right] \quad (\text{A.1})$$

Здесь h_1 и h_2 прицельные параметры для верхней и нижней полуплоскостей, соответственно. Интеграл по h_x может быть представлен как

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{ih_x(\varkappa_x - k_x)} dh_x = 2\pi\delta(\varkappa_x - k_x) \quad (\text{A.2})$$

Для вычисления интеграла по h_y можно воспользоваться выражением

$$\int_a^{+\infty} e^{i\alpha t} dt = \pi\delta(\alpha) - \frac{e^{i\alpha a}}{i\alpha} \quad (\text{A.3})$$

Тогда

$$\int_{h_1}^{+\infty} e^{ih_y(\varkappa_y - k_y)} dh_y = \pi\delta(\varkappa_y - k_y) - \frac{e^{ih_1(\varkappa_y - k_y)}}{i(\varkappa_y - k_y)} \quad (\text{A.4})$$

$$\int_{h_2}^{+\infty} e^{-ih_y(\varkappa_y - k_y)} dh_y = \pi\delta(\varkappa_y - k_y) + \frac{e^{-ih_2(\varkappa_y - k_y)}}{i(\varkappa_y - k_y)} \quad (\text{A.5})$$

Обозначим $f^2 = k_x^2 + \alpha^2$, тогда компоненту E_x^{DR} можно представить в виде

$$\begin{aligned}
E_x^{DR}(x, y, \omega) = & -\frac{ek}{2\pi^2 Vd} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k_x}{f^2 + \alpha_y^2} d\alpha_y \left[2\pi\delta(\alpha_y - k_y) - \frac{e^{ih_1(\alpha_y - k_y)}}{i(\alpha_y - k_y)} + \right. \\
& \left. + \frac{e^{-ih_2(\alpha_y - k_y)}}{i(\alpha_y - k_y)} \right] = -\frac{ek k_x}{2\pi^2 Vd} \left[\frac{2\pi}{k_y^2 + f^2} + i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ih_1(\alpha_y - k_y)}}{(\alpha_y - k_y)(f^2 + k_y^2)} d\alpha_y - \right. \\
& \left. - i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ih_2(\alpha_y - k_y)}}{(\alpha_y - k_y)(f^2 + k_y^2)} d\alpha_y \right], \quad (\text{A.6})
\end{aligned}$$

а компоненту E_y^{DR}

$$\begin{aligned}
E_y^{DR}(x, y, \omega) = & -\frac{ek}{2\pi^2 Vd} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha_y}{f^2 + \alpha_y^2} d\alpha_y \left[2\pi\delta(\alpha_y - k_y) - \frac{e^{ih_1(\alpha_y - k_y)}}{i(\alpha_y - k_y)} + \right. \\
& \left. + \frac{e^{-ih_2(\alpha_y - k_y)}}{i(\alpha_y - k_y)} \right] = -\frac{ek}{2\pi^2 Vd} \left[\frac{2\pi k_y}{k_y^2 + f^2} + i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha_y e^{ih_1(\alpha_y - k_y)}}{(\alpha_y - k_y)(f^2 + k_y^2)} d\alpha_y - \right. \\
& \left. - i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha_y e^{ih_2(\alpha_y - k_y)}}{(\alpha_y - k_y)(f^2 + k_y^2)} d\alpha_y \right], \quad (\text{A.7})
\end{aligned}$$

Интегралы в квадратных скобках могут быть рассчитаны с помощью теоремы о вычетах.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ih_1(\alpha_y - k_y)}}{(\alpha_y - k_y)(f^2 + k_y^2)} d\alpha_y = 2\pi i \left[\frac{1}{2(f^2 + k_y^2)} - \frac{e^{-h_1(f + ik_y)}}{f(f + ik_y)} \right] \quad (\text{A.8})$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ih_2(\alpha_y - k_y)}}{(\alpha_y - k_y)(f^2 + k_y^2)} d\alpha_y = 2\pi i \left[-\frac{1}{2(f^2 + k_y^2)} + \frac{e^{-h_2(f - ik_y)}}{f(f - ik_y)} \right] \quad (\text{A.9})$$

Подставив интегралы (A.8) и (A.9) в (A.6) получим выражение для E_x^{DR}

$$E_x^{DR} = \frac{ek k_x}{\pi V d f} \left[\frac{e^{-(h_2)(f-ik_y)}}{f-ik_y} + \frac{e^{-(h_1)(f+ik_y)}}{f+ik_y} \right] \quad (\text{A.10})$$

Аналогичным образом может быть рассчитано выражение для E_y^{DR}

$$E_y^{DR} = \frac{iek}{\pi V d} \left[\frac{e^{-(h_2)(f-ik_y)}}{f-ik_y} - \frac{e^{-(h_1)(f+ik_y)}}{f+ik_y} \right] \quad (\text{A.11})$$

Приложение В

Mathlab

```
%%%%%%%%%% Head programm near %%%%%%%%%%%
clear
clc
%%%%%%%%%% Beam parameters %%%%%%%%%%%
charge=100e-12;%charge of the bunch [C]
          e=1.6e-19;
lambda=805e-9;%wavelenght of radiation [m]
gamma=1992.7;%energy of bunch []

%%%%%%%%%% Geometry parameters %%%%%%%%%%%
wsl1=0.001;%size of the first slit [m]
wsl2=0.000573;%size of the second slit [m]
zf=0.999999;
d=0.025;%distance between slits [m]
y0=0e-6;%position of the bunch [m]
shift1=-50.0e-6;%sift of the first slit relative to main axis [m]
shift2=0.0e-6;%sift of the second slit relative to main axis [m]
delta12=0.0e-9;%parameter of uncomplanarity for second half-plane of t
delta22=0.0e-9;%parameter of uncomplanarity for second half-plane of t
```

```

%%%%%%%%%% Program parameters %%%%%%%%%%%
b1=200;
b2=3000;
xjlim=0.006;%limits of radiation angel we looking for
coof2=dlmread('ee(g)3000_f.txt');%randn(1,b2);%random selection for in
coof3=dlmread('ff(g)3000_f.txt');%randn(1,b2);%random selection for in
tethax=0;
%%%%%%%%%% For acceleration %%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%% TEST_1 %%%%%%%%%%%
sigmay=1.0e-6;%size of the beam [m]
sigmatetha=200.0e-6;%divergence of the beam [rad]

Ic=zeros(1,b1);
tethay=zeros(1,b1);

parfor n=1:b1

%    tic

    xj(n)=-xjlim+n*(2*xjlim/b1);
    tethay(n)=atan(xj(n)/zf);

    Ic(n)=integral_divergence_near_analytics(e,lambda,gamma,
tethay(n),delta12,delta22,d,sigmay,coof3,shift1,shift2,wsl1,
wsl2,b2,coof2,sigmatetha);

%    toc

```

```
end
```

```
%%%%%%%%%% Normalization and save into the file%%%%%%%%%%
```

```
m=max(Ic);
```

```
for q=1:b1;
```

```
    Ic(q)=Ic(q)/m;
```

```
end
```

```
q=1:b1;
```

```
TXT(q,2)=Ic(q);
```

```
TXT(q,1)=xj(q);
```

```
save('test_1.txt', 'TXT', '-ASCII');
```

```
%%%%%%%%%% TEST_2 %%%%%%%%%%
```

```
sigmay=1.0e-6;%size of the beam [m]
```

```
sigmatetha=240.0e-6;%divergence of the beam [rad]
```

```
Ic=zeros(1,b1);
```

```
tethay=zeros(1,b1);
```

```
parfor n=1:b1
```

```
%    tic
```

```
    xj(n)=-xjlim+n*(2*xjlim/b1);
```

```
    tethay(n)=atan(xj(n)/zf);
```

```
    Ic(n)=integral_divergence_near_analytics(e,lambda,gamma,
```

```
tethay(n),delta12,delta22,d,sigmay,coof3,shift1,shift2,wsl1,  
wsl2,b2,coof2,sigmatetha);
```

```
%    toc  
end
```

```
%%%%%%%%% Normalization and save into the file%%%%%%%%%
```

```
m=max(Ic);  
for q=1:b1;  
    Ic(q)=Ic(q)/m;  
end
```

```
q=1:b1;  
TXT(q,2)=Ic(q);  
TXT(q,1)=xj(q);
```

```
save('test_2.txt', 'TXT', '-ASCII');
```

```
%%%%%%%%% TEST_3 %%%%%%%%%%
```

```
sigmay=130.0e-6;%size of the beam [m]  
sigmatetha=1.0e-8;%divergence of the beam [rad]
```

```
Ic=zeros(1,b1);  
tethay=zeros(1,b1);
```

```
parfor n=1:b1
```

```
%    tic
```

```

xj(n)=-xjlim+n*(2*xjlim/b1);
tethay(n)=atan(xj(n)/zf);

Ic(n)=integral_divergence_near_analytics(e,lambda,gamma,
tethay(n),delta12,delta22,d,sigmay,coof3,shift1,shift2,wsl1,
wsl2,b2,coof2,sigmatetha);

%      toc
end

%%%%%%%%%% Normalization and save into the file%%%%%%%%%%

m=max(Ic);
for q=1:b1;
    Ic(q)=Ic(q)/m;
end

q=1:b1;
TXT(q,2)=Ic(q);
TXT(q,1)=xj(q);

save('test_3.txt', 'TXT', '-ASCII');

%%%%%%%%%% Plot %%%%%%%%%%%

q=1:b1;
far=textread('test_1.txt');
far1=far(:,1);

```



```

far2=far(:,2);

far12=textread('test_2.txt');
far112=far12(:,1);
far212=far12(:,2);

far13=textread('test_3.txt');
far113=far13(:,1);
far213=far13(:,2);

figure
plot(far1,far2, 'red-');
hold on
plot(far112,far212, 'blue-');
hold on
plot(far113,far213, 'black-');

axis([-0.007, 0.007, 0, 1.1]);
ylabel('Intensity [arb.unt.]');
xlabel('Angle [rad]');
title('theor testn');
saveas(gcf, 'theor_test.jpg');

%%%% END %%%%

%%%%%%%%% Inner integral for divergence %%%%%%%%%%

function f=integral_divergence_near_analytics(e,lambda,gamma,
tethay,delta12,delta22,d,sigmay,coof3,shift1,shift2,wsl1,

```

```

wsl2,b2,coof2,sigmatetha)

If=zeros(1,b2);
deltatethay=zeros(1,b2);
y=zeros(1,b2);

for n=1:b2

    deltatethay(n)=sigmatetha*coof2(n);
    y(n)=sigmay*coof3(n);

    If(n)=integral_size_near_analytics(y(n),e,lambda,gamma,
tethay,deltatethay(n),delta12,delta22,d,shift1,shift2,wsl1,wsl2);

end

f=(sigmatetha*sigmay/b2)*sum(If);

%%%%%%%%%% Inner integral for size %%%%%%%%%%%

function f=integral_size_near_analytics(y,e,lambda,gamma,tethay,
deltatethay,delta12,delta22,d,shift1,shift2,wsl1,wsl2)

beta=sqrt(1-1/(gamma^2));

```

```

h11=wsl1/2+shift1;
h12=wsl1/2-shift1;
h21=wsl2/2+shift2;
h22=wsl2/2-shift2;

%          x11=-c+2*c*coofx1;
%          y11=h11+a*coofy1;
zy11=(h21-h11);
%
% %          x12=x11;
%          y12=h12-a*coofy1;
zy12=-(h22-h12);

%
% %          x21=x11;
%          y21=h21+a*coofy1;
%
% %          x22=x11;
%          y22=h22-a*coofy1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if ((d*tan(tethay))<zy11)
    hmax11=h21-(d*tan(tethay));
    e11=Ei1(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,hmax11,y);
%          pause(0.5);
%          1
else
    e11=Ei1(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,h11,y);

```

```

%          2
%          pause(0.5);
%          end

%          e11=ei1(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,h11,y);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%          if ((d*tan(tethay))>zy12)
%              hmax12=h22+(d*tan(tethay));
%              e12=ei2(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,hmax12,y);
%          else
%              e12=ei2(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,h12,y);
%          end

%          e12=ei2(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,h12,y);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if y<h21
    e21=ei1(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,h21,y);
else
%    y
%    h21
%    pause(1)
    e21=ei21(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,h21,y);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if y>(-1*h22)
    e22=ei2(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,h22,y);

```

```

else
%      y
%      h22
%      pause(1)
      e22=ei22(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,h22,y);
end

      E11=e11;
      E12=(exp(1i*4*pi*delta22*sqrt(2)/lambda))*e12;
      E21=(exp(1i*2*pi*d*(1-beta*cos(tethay+deltatethay)))/
/(lambda*beta))*e21;
      E22=(exp(1i*2*pi*d*(1-beta*cos(tethay+deltatethay)))/
/(lambda*beta))*
*(exp(1i*4*pi*delta22*sqrt(2)/lambda))*e22;
%      pause(3);
%      (exp(1i*2*pi*d/lambda))*

f=abs(E11+E12-E21-E22)^2;
% pause(5);

function f=ei1(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,h,y)

      k=2*pi/lambda;
      l=(h-y)*k/gamma;

      f=-exp(1i*k*(h-y)*(tethay+deltatethay))...
      *exp(-l)/(1/gamma-1i*(tethay+deltatethay));

function f=ei2(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,h,y)

```

```
k=2*pi/lambda;
l=(h+y)*k/gamma;
```

```
f=exp(-1i*k*(h+y)*(tethay+deltatethay))...
    *exp(-l)/(1/gamma+1i*(tethay+deltatethay));
```

```
function f= Ei21(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,h21,y)
```

```
k=2*pi/lambda;
l=(y-h21)*k/gamma;
```

```
f=-2*1i*(tethay+deltatethay)/(gamma^(-2)+(tethay+deltatethay)^2)+
+exp(-1i*k*(y-h21)*(tethay+deltatethay))...
    *exp(-l)/(1/gamma+1i*(tethay+deltatethay));
```

```
function f= Ei22(e,lambda,gamma,tethay,deltatethay,h22,y)
```

```
k=2*pi/lambda;
l=(y+h22)*k/gamma;
```

```
f=-2*1i*(tethay+deltatethay)/(gamma^(-2)+(tethay+deltatethay)^2)-
-exp(-1i*k*(y+h22)*(tethay+deltatethay))...
    *exp(l)/(1/gamma-1i*(tethay+deltatethay));
```