

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования «Московский
государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

На правах рукописи

Киктенко Евгений Олегович

**Роль энтропийной асимметрии в двусоставных
квантовых состояниях**

Специальность 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики МГТУ им. Н.Э. Баумана
Коротаев Сергей Маратович

Официальные оппоненты: **Фельдман Эдуард Бенъяминович**
доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией спиновой динамики и спинового компьютеринга Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института проблем химической физики РАН (ИПХФ РАН)
Погосов Вальтер Валентинович
доктор физико-математических наук, начальник лаборатории физики микро- и наноструктур Федерального государственного унитарного предприятия «Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова» (ФГУП «ВНИИА»)

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт спектроскопии Российской академии наук (ИСАН)

Защита состоится 16 октября 2017 г. в 12 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 002.023.02 Физического института им. П. Н. Лебедева РАН (ФИАН)

Адрес: 119991, г. Москва, Ленинский проспект, д. 53

Факс: 8(495)135-78-80

e-mail: postmaster@lebedev.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФИАН по адресу: 119991, г. Москва, Ленинский проспект, д. 53 и на сайте ФИАН www.lebedev.ru.

Автореферат разослан «___» _____ 2017 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 002.023.02
д.ф.-м.н.

Истомин Яков Николаевич

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Стремительный прогресс в развитии методов манипулирования индивидуальными квантовыми объектами привел к активному развитию таких технологических направлений как квантовые вычисления, квантовая криптография, квантовое моделирование и квантовая метрология. Изучению общих законов, которым подчиняются квантовые объекты в рамках их использования для информационных технологий вне зависимости от конкретной природы, посвящена *физика квантовой информации* – наука, образовавшаяся на пересечении теории информации и квантовой механики.

Одной из важнейших задач квантовой теории информации является количественное описание *квантовых корреляций* между подсистемами составных квантовых систем, являющихся ресурсом для реализации различных задач квантово-информационных технологий. Ключевую роль в этих приложениях играет *квантовая запутанность* – не имеющее классического аналога свойство составных квантовых систем, при котором их общую волновую функцию невозможно представить в факторизованном виде (для чистых состояний) или их матрицу плотности невозможно представить в виде суммы факторизованных матриц плотности (для смешанных состояний). В свою очередь, для характеристики полной величины корреляций (включающей как квантовую, так и классическую составляющие) используется квантовая взаимная информация, представляющая собой обобщение классической взаимной информации на область квантовых состояний.

Данные меры корреляций в двусоставных квантовых состояниях являются *симметричными* в том смысле, что для них выполняется равенство $M(A, B) = M(B, A)$, где A и B – подсистемы двусоставной системы AB , и M – мера квантовых корреляций. Однако в работе «Являются ли квантовые корреляции симметричными?» («Are quantum correlations symmetric?») Городецкие дают отрицательный ответ на этот вопрос, показывая, что в общем случае две стороны, обладающие частями двусоставного квантового состояния не могут произвести операции обмена состояниями подсистем (swap) при помощи одних лишь локальных операций и классической коммуникации.

Важной мерой квантовых корреляций, отражающей также аспект асимметрии между подсистемами и не обязательно включающий в себя запутанность, является *квантовый дискорд* независимо предложенный Х. Олливером и В. Зуреком, а также независимо Л. Гендерсоном и В. Ведралом. Операционные интерпретации квантового дискорда, в рамках которых также находит объяснение его асимметрия, получены для протокола слияния состояний и протокола расширенного слияния состояний.

Поведение квантовой запутанности и квантового дискорда для естественных состояний магнитоактивных материалов и спиновых цепей с различной геометрией и типом связи подробно рассмотрено в работах И.С. Доронина, С.М. Алдошина, Э.Б. Фельдмана, М.А. Юрищева и А.И. Зенчука. Вопрос об асимметрии квантового дискорда и влияния на него физических параметров системы рассмотрен Э.Б. Фельдманом и А.И. Зенчуком для состояния термального равновесия двух частиц со спином $1/2$ в неоднородном поле, взаимодействующих в рамках XU -модели Гейзенберга.

Однако, несмотря на широкую распространенность в теоретических работах, практическое использование квантового дискорда затруднено тем, что требует оптимизации по всем возможным вариантам измерений. На текущий момент получены конструктивные выражения для вычисления квантового дискорда лишь для подмножества двухкубитных состояний с матрицей плотности X -типа.

Настоящая работа посвящена развитию альтернативного подхода к количественному описанию информационной асимметрии квантовых состояний, основанного на квантовом обобщении аппарата классического причинного анализа. В его основе лежит идея использования классической теории информации Шеннона для формализации асимметрии между причиной и следствием. Основным преимуществом такого подхода является то, что требование запаздывания следствия относительно причины вводится после их определения. Классический причинный анализ оказался крайне плодотворным для построения моделей сложных систем с обратными связями по экспериментальным данным, а также в оценке влияния помехообразующих факторов в реальных открытых системах.

Подход, лежащий в основе классического причинного анализ, представляется перспективным, например, с точки зрения описания сильной и слабой причинной связи, определенной в транзакционной интерпретации Дж. Крэмера, основанной на классической теории прямого межчастичного взаимодействия Уиллера-Фейнмана (общая и последовательно квантовая версия этой теории разработана в работах Ю.С. Владимирова, А.Ю. Турыгина, Ф. Хойла и Дж.В. Нарликара). Несмотря на это в настоящей работе причинный анализ используется исключительно как формальный метод, дающий возможность количественного описания асимметрии двусоставных состояний: вместо направления и величины причинной связи мы будем говорить о величине и направлении «энтропийной асимметрии», оставляя вопрос формализации принципов слабой и сильной причинности для дальнейших исследований. Ключевым преимуществом развиваемого подхода по сравнению с мерами асимметрии, построенными, например, на квантовом дискорде, является то, что вычисление энтропийной асимметрии не требует решения оптимизационных задач.

Необходимым условием возникновения энтропийной асимметрии в двусоставном состоянии, является смешанность, которая возникает за счет взаимодействия системы с окружением. Данное взаимодействие, называемое декогеренцией и описываемое формализмом квантовых каналов, выступает ключевым препятствием на пути полноценной реализации квантовых информационных технологий. К. Зайковским и его соавторами было получено, что воздействие каналов декогеренции на различные подсистемы существенно асимметрично «квантово-классического» состояния приводит к различным степеням разрушения запутанности. Примечательно, что в случае деполяризующего канала, эти степени ведут себя контринтуитивным образом, и данное явление получило название «аномального разрушения запутанности». Исследование подобных вопросов с точки зрения энтропийной асимметрии позволяет изучить данную ситуацию строгим и достаточно универсальным образом.

Важным аспектом, обуславливающим актуальность настоящей работы, также является то, что рассматриваемые меры энтропийной асимметрии могут быть переформулированы в рамках томографического подхода к описанию квантовых систем, представляющего собой мощный аппарат экспериментального изучения квантовых состояний и квантовых процессов. Изучение энтропийной асимметрии в томографическом подходе, основанном на использовании энтропии Шеннона для классических распределений вероятностей наблюдений над квантовыми системами, оказывается напрямую связанным с симметричным дискордом и возмущением, индуцированным измерениям, являющимися важными характеристиками квантовых корреляций.

Цель диссертационной работы заключалась в исследовании роли энтропийной асимметрии двусоставных квантовых состояний в различных приложениях физики квантовой информации.

В рамках диссертационной работы были поставлены и решены следующие задачи.

1) Определение поведения энтропийной асимметрии в процессе прохождения одного из кубитов чистого двухкубитного состояния через дефазирующий, деполяризующий и демпфирующий квантовые каналы.

2) Выявление роли энтропийной асимметрии в эффекте аномального разрушения запутанности «квантово-классического» состояния.

3) Установление соответствия между исходной энтропийной асимметрией смешанных двухкубитных состояний различных рангов и степенью разрушения корреляций при прохождении одного из кубитов через деполяризующий и демпфирующий квантовые каналы.

4) Определение поведения энтропийной асимметрии и её связи с степенью разрушения корреляций при прохождении одного из кубитов чистого

трехкубитного WRr -состояния через дефазирующий, деполярирующий и демпфирующий квантовые каналы.

5) Получение связи между исходной энтропийной асимметрией двухкубитных разбиений чистых трехкубитных состояний и разрушением когерентных свойств исходного состояния при прохождении одного из кубитов через деполярирующий квантовый канал.

6) Установление направления энтропийной асимметрии состояния термального равновесия двух частиц со спином $1/2$, находящихся в неоднородном магнитном поле и взаимодействующих в рамках XU -модели Гейзенберга. Изучение соотношения между энтропийной асимметрией, асимметрией квантового дискорда и асимметрией локально передаваемой информации.

7) Определение энтропийной асимметрии установившегося состояния атома, изначально находившегося в основном или возбужденном состоянии, и моды поля, изначально находившегося в термальном состоянии, взаимодействующих в согласно модели Джейнса-Каммингса.

8) Изучение соотношения между мерами энтропийной асимметрии, построенными на энтропиях фон Неймана и на томографических энтропиях Шеннона, а также их связи с симметричным дискордом и возмущением, индуцированным измерением, для двухкубитных X -состояний, и состояний общего вида.

9) Демонстрация полученных соотношений для томографической энтропийной асимметрии на примере термального состояния двух сверхпроводящих LC контуров, связанных индуктивной связью.

Научная новизна полученных результатов состоит в следующем.

1) Впервые продемонстрирована роль энтропийной асимметрии в явлении аномального разрушения запутанности.

2) Впервые получены выводы о влиянии энтропийной асимметрии на устойчивости корреляций в двухкубитных и трехкубитных состояниях под воздействием различных однокубитных каналов.

3) Впервые получены выводы о соответствии энтропийной асимметрии, асимметрии квантового дискорда и асимметрии локально передаваемой информации для термального состояния двух частиц со спином $1/2$, находящихся в неоднородном магнитном поле и взаимодействующих в рамках XU -модели Гейзенберга.

4) Впервые получено выражение для симметричного дискорда в X -состояниях и проведена классификация двухкубитных квантовых X -состояний на основе поведения томографической энтропийной асимметрии.

Практическая значимость. Результаты, представленные в настоящей работе, могут быть использованы для построения эффективных методов защиты квантовых состояний от деструктивного влияния окружающей среды, использу-

емых в системах квантовой коммуникации и квантовых вычислений. Полученные результаты исследования роли энтропийной асимметрии в рамках томографического подхода могут быть использованы для экспериментального изучения симметричного дискорда, и его роли в прикладных задачах квантовой теории информации.

Основные положения выносимые на защиту.

1) Продемонстрировано, что знание направления энтропийной асимметрии смешанных двухкубитных и чистых трехкубитных состояний позволяет предсказывать наиболее уязвимые и наиболее устойчивые кубиты к деструктивному воздействию демпфирующего, деполяризирующего и дефазированного однокубитных каналов на когерентные свойства данных состояний. Точность предсказания зависит от типа декогеренции и ранга матрицы плотности рассматриваемого состояния.

2) Доказано, что термальное состояние двух частиц со спином $1/2$, находящихся в неоднородном поперечном магнитном поле и взаимодействующих согласно XU -модели Гейзенберга, является энтропийно асимметричным. Показано, что направление энтропийной асимметрии от частицы в более слабом магнитном поле к частице в более сильном поле совпадает с направлением избыточного потока локально передаваемой информации и соответствует направлению асимметрии локально доступной информации: измерение над частицей в более слабом магнитном поле обеспечивает больший уровень локально доступной информации, чем измерение частицы в более сильном магнитном поле.

3) Продемонстрировано, что при взаимодействии моды поля, изначально находящейся в термальном состоянии, и двухуровневого атома, изначально находящегося основном или возбужденном состоянии, образуется энтропийно асимметричное запутанное состояние, энтропийная асимметрия которого направлена от поля к атому. Получены асимптотические значения запутанности и энтропийной асимметрии при стремлении температуры моды поля к бесконечности.

4) Установлено существование двух типов двухкубитных X -состояний, для которых оптимальное проективное измерение, определяющее величину симметричного дискорда, дает соответственно максимальный и нулевой уровень томографической энтропийной асимметрии. Получено практическое выражение для вычисления симметричного дискорда. Продемонстрировано, что тип X -состояния, реализующегося при термальном равновесии пары сверхпроводящих LC контуров, связанных индуктивной связью, может меняться в зависимости от физических условий.

Апробация работы. Результаты диссертационного исследования докладывались на следующих всероссийских и международных научных конферен-

циях: 7-th International Symposium Honoring French Mathematical Physicist Jean-Pierre Vigiер «Search for Fundamental Theory» (Лондон, Великобритания 12-14 июля 2010 г.), 9-th International Symposium on Unified Field Mechanics in honor of Jean-Pierre Vigiер (Балтимор, США, 16-19 ноября 2014 г.), 10-th International Conference on Computing Anticipatory Systems (Льеж, Бельгия 8-13 августа, 2011 г.), Международных конференциях–конкурсах молодых физиков, проводимых Московским Физическим Обществом (Москва, 13 февраля 2012 г.; 10 декабря 2012 г.; 3 февраля 2014; 2 марта 2015 г.), 6-ой, 7-ой и 8-ой Всероссийских конференциях «Необратимые процессы в природе и технике» (Москва, 26-28 января 2011 г.; 29-31 января 2013 г.; 27-29 января 2015 г.), International Scientific Conferences «Physical Interpretations of Relativity Theory» (Москва, 04–07 июля, 2011 г.; 01–04 июля, 2013, 29 июня - 2 июля, 2015 г.), 20-й Всероссийской конференции студентов-физиков и молодых учёных ВНКСФ-20 (Ижевск, 27 марта – 3 апреля 2014 г.), 23-rd International Laser Physics Workshop (София, Болгария, 14-18 июля 2014 г.), 9-м семинаре им. Д.Н. Клышко (Москва, 25-27 мая 2015 г.) 22-nd Central European Workshop on Quantum Optics (Варшава, Польша, 6-10 July 2015 г.), 3-rd International Conference on Quantum Technologies (Москва, 13–17 июля, 2015 г.).

Результаты также докладывались на следующих научных семинарах: «Геометрия и Физика» (Физический факультет МГУ, 6 декабря 2012 г.), «Квантовая вероятность, статистика, информация» (МИАН им. В.А. Стеклова, 29 сентября 2014 г.), «Квантовая физика и квантовая информация» (МФТИ (ГУ), 28 октября 2014 г., 6 декабря 2016 г.), «Квантовые компьютеры и квантовые вычисления» (ФТИАН, 27 ноября 2014 г.), семинаре отдела математической физики (МИАН им. В.А. Стеклова, 24 ноября 2016), семинаре лаборатории спиновой динамики и спинового компьютеринга (ИПХФ РАН, 21 декабря 2016).

Результаты работ, проведенных в рамках диссертации, удостоены наград Международного конференции-конкурса молодых физиков, проводимых Московским Физическим Обществом в 2012, 2014 и 2015 гг., а также приза за лучший стендовый доклад в рамках Central European Workshop on Quantum Optics (Варшава, Польша, 2015 г.). Настоящее исследование удостоено стипендии Президента Российской Федерации для молодых ученых и аспирантов, осуществляющих перспективные научные исследования и разработки по приоритетным направлениям модернизации российской экономики (2013–2015 гг.).

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 41 работе, из них 13 статей в рецензируемых журналах из перечня ведущих периодических изданий ВАК [1–13], 22 публикации в трудах конференций и 6 публикаций в иных изданиях.

Личный вклад автора. Все теоретические результаты были получены автором самостоятельно. Постановка большей части задач выполнена научным руководителем. Часть задач была поставлена В.И. Манько. Обсуждение результатов работы проводилось совместно с соавторами.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и двух приложений. Общий объем диссертации 155 страниц, из них 137 страниц текста, включая 54 рисунка. Библиография включает 180 наименования на 14 страницах.

Благодарности. Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю д.ф.-м.н. С.М. Коротаеву.

Автор благодарит д.ф.-м.н. В.И. Манько и А.К. Федорова за ценную поддержку и плодотворное обсуждение всех аспектов работы. Автор признателен всем участникам семинара «Квантовая вероятность, статистика, информация» (МИАН) и лично его руководителю д.ф.-м.н. А.С. Холево за ценные комментарии и всестороннюю поддержку. Также автор благодарит всех участников семинара «Квантовые компьютеры и квантовые вычисления» (ФТИАН) и его руководителя д.ф.-м.н. Ю.И. Богданова за внимательное отношение и конструктивную критику первоначальной версии настоящей работы. Автор также крайне признателен всем участникам семинара «Квантовая физика и квантовая информация» (МФТИ ГУ) под руководством д.ф.-м.н. В.И. Манько.

Работа была выполнена при финансовой поддержке стипендии Президента Российской Федерации для молодых ученых и аспирантов, осуществляющих перспективные научные исследования и разработки по приоритетным направлениям модернизации российской экономики (СП-961.2013.5) и Федеральной программы Министерства Науки и Образования Российской Федерации (соглашение 14.579.21.0104).

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена определению энтропийной асимметрии как характеристики, описывающей корреляции в двусоставных классических и квантовых системах.

В **разделе 1.1** приводятся основные принципы, лежащие в основе классического причинного анализа. Вводится понятие функций независимости $i_{X|Y}$ и $i_{Y|X}$, описывающих одностороннее влияние процесса Y на процесс X , и про-

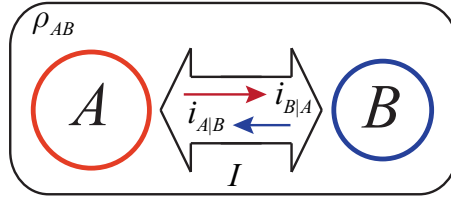


Рис. 1: Функции независимости $i_{A|B}$ и $i_{B|A}$ как характеристики, описывающие несимметричный вклад подсистем A и B в общую величину взаимной информации I двусоставного состояния ρ_{AB} .

цесса X на процесс Y , а также меры причинности $\gamma = i_{Y|X}/i_{X|Y}$, описывающую информационную асимметрию между процессами.

В **разделе 1.2** приводится описание расширения классического причинного анализа на область двусоставных квантовых состояний. Вводится определение квантовых функций независимости, характеризующих несимметричный вклад подсистем A и B в величину квантовой взаимной информации I (см. Рис.1): $i_{A|B} = (S_{AB} - S_B)/S_A$, и $i_{B|A} = (S_{AB} - S_A)/S_B$, где S_{AB} , S_A и S_B – соответственно энтропии фон Неймана квантового состояния ρ_{AB} и его редуцированных состояний $\rho_A = \text{Tr}_B \rho_{AB}$ и $\rho_B = \text{Tr}_A \rho_{AB}$.

Вводится определение направления энтропийной асимметрии в двусоставном квантовом состоянии системы AB , согласно которому что под направлением энтропийной асимметрии от A к B подразумевается выполнение неравенства $i_{A|B} > i_{B|A}$ (данная формулировка соответствует определению направления причинной связи, вводимой в классическом причинном анализе).

На основе функций независимости вводятся две меры энтропийной асимметрии:

$$c_2 = \frac{(1 - i_{A|B})(1 - i_{B|A})}{i_{A|B} - i_{B|A}} \quad \text{и} \quad d = i_{A|B} - i_{B|A},$$

знаки которых определяют направление энтропийной асимметрии, а модули – общую величину асимметрии (тем меньше $|c_2|$ и выше $|d|$ – тем сильнее асимметрия). Приводятся диапазоны их возможных значений, основные свойства и демонстрируется случай предельно асимметричного квантового состояния.

Вторая глава посвящена вопросу о связи между разрушением корреляций и возможным появлением энтропийной асимметрии в различных двух- и трехкубитных состояниях.

В **разделе 2.1** вводятся три основных однокубитных канала декогеренции: дефазирующего, деполаризующего и демпфирующего – действие которых

на входное состояние ρ соответственно записывается в виде

$$\begin{aligned}\Phi^{\text{deph}}(p)[\rho] &= p \{ |0\rangle\langle 0| \rho |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1| \rho |1\rangle\langle 1| \} + (1-p)\rho, \\ \Phi^{\text{depol}}(p)[\rho] &= p\rho^{\text{mix}} + (1-p)\rho, \\ \Phi^{\text{diss}}(p)[\rho] &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{pmatrix} \rho \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \rho \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \sqrt{p} & 0 \end{pmatrix},\end{aligned}$$

где p – степень декогеренции ($p \in [0, 1]$) и ρ^{mix} – максимально смешанное однокубитное состояния. Подчеркивается свойство унитарности первых двух каналов, и его связь с квантовой H -теоремой.

В **разделе 2.2** рассматривается задача о декогеренции одного из кубитов чистого двухкубитного состояния общего вида. Вводится параметризация чистого двухкубитного состояния

$$|\Psi^{(\lambda, \theta)}\rangle = \sqrt{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} |00\rangle + \sqrt{1-\lambda} \cos \frac{\theta}{2} |01\rangle - \sqrt{\lambda} \cos \frac{\theta}{2} |10\rangle + \sqrt{1-\lambda} \sin \frac{\theta}{2} |11\rangle.$$

и формулируется постановка задачи и выявления взаимосвязи между структурой состояния, задаваемого параметрами λ и θ , возникновением энтропийной асимметрии в процессе декогеренции посредством прохождения кубита A через дефазирующий, деполаризующий и демпфирующий каналы, и соответствующим разрушением корреляций, характеризуемых квантовой взаимной информацией и согласованностью (мерой запутанности).

Демонстрируется возникновение энтропийной асимметрии в чистом не максимально запутанном двухкубитном состоянии, направленной от дефазированного кубита, в случае если базис дефазирования отличается от базиса собственных векторов декогерирующего кубита. Выявляется закономерность, согласно которой, возникающая при дефазировании асимметрия тем больше, чем больше различие между этими базисами и чем ниже уровень конечной взаимной информации при фиксированном значении степени декогеренции.

Демонстрируется, что процесс деполаризации приводит к возникновению энтропийной асимметрии в чистом не максимально запутанном двухкубитном состоянии, направленной от деполаризованного кубита. При этом меры величины энтропийной асимметрии при этом ведут себя различным образом: величина $|d|$ в процессе деполаризации проходит через экстремум, в то время как $|c_2|$ монотонно убывает от ∞ до 0. Деструктивность воздействия процесса деполаризации не зависит от собственного базиса матрицы кубита, подверженного декогеренции.

Демонстрируется, что процесс диссипации кубита (прохождения через демпфирующий канал) в чистом двухкубитном состоянии приводит к тому, что на завершающей стадии декогеренции $p \rightarrow 1$ энтропийная асимметрия становится направленной к диссипирующему кубиту. В зависимости от начального

состояния диссипирующего кубита, вышеописанная асимметрия может возникать либо сразу, либо ей может предшествовать возникновение энтропийной асимметрии, направленной в противоположную сторону. Устойчивость взаимной информации к диссипации зависит от значения степени декогеренции p . При $p < 1/2$ наиболее устойчивым оказывается состояние в котором базис собственных векторов диссипирующего кубита совпадает с «базисом диссипации» $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ и обращение энтропийной асимметрии не происходит. При $p > 1/2$ наиболее устойчивым оказывается состояние, в котором базисом собственных векторов диссипирующего кубита также является $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, но происходит обращение энтропийной асимметрии в ходе декогеренции. Также демонстрируется, что во всех трех рассматриваемых моделях декогеренции поведение согласованности не зависит от собственного базиса декогерирующего кубита.

В **разделе 2.3** рассматривается задача о поведении энтропийной асимметрии при декогеренции «квантово-классического» состояния. Вводится понятие «квантово-классического» состояния, рассматриваемого в работе К. Зайковски и Городецких и имеющего вид: $\rho_{AB} = q|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1| + (1 - q)|\Psi_2\rangle\langle\Psi_2|$, где $|\Psi_1\rangle = \sqrt{1 - a}|01\rangle + \sqrt{a}|10\rangle$ и $|\Psi_2\rangle = \sqrt{a}|00\rangle + \sqrt{1 - a}|11\rangle$ при значениях параметров $q = 3/5$ и $a = \sqrt{3}/2$. Для данного состояния справедливы неравенства $S_A \geq S_{AB} \geq S_B$, где S_{AB} , S_A и S_B – энтропии всей системы и её подсистем соответственно. Вследствие выполнения этих неравенств подсистема A называется «квантовой», а подсистема B – «классической». Приводится результат К. Зайковского и Городецких, названный «аномальным разрушением запутанности», согласно которому запутанность данного состояния разрушается быстрее в случае взаимодействия «классического» кубита с окружающей средой. Устанавливается направление энтропийной асимметрии «квантово-классического» состояния от «квантовой» подсистемы к «классической».

Рассматривается поочередное прохождение кубитов A и B через деполаризующий и демпфирующий каналы. Сравняется поведение энтропийной асимметрии в этих процессах с поведением согласованности. Демонстрируется (см. Рис.2), что с точки зрения разрушения запутанности для данного асимметричного состояния более деструктивным выступает процесс декогеренции, при котором происходит изменение направления исходной энтропийной асимметрии (деполяризация B и диссипация A), чем в случае её сохранения (деполяризация A и диссипация B). Относительная уязвимость кубитов к декогеренции определяется соответствием исходного направления энтропийной асимметрии внутри данного асимметричного состояния и направления энтропийной асимметрии, создаваемой данным вариантом декогеренции. Таким образом, явление «аномального разрушения запутанности» находит естественное объяснение с позиции поведения энтропийной асимметрии.

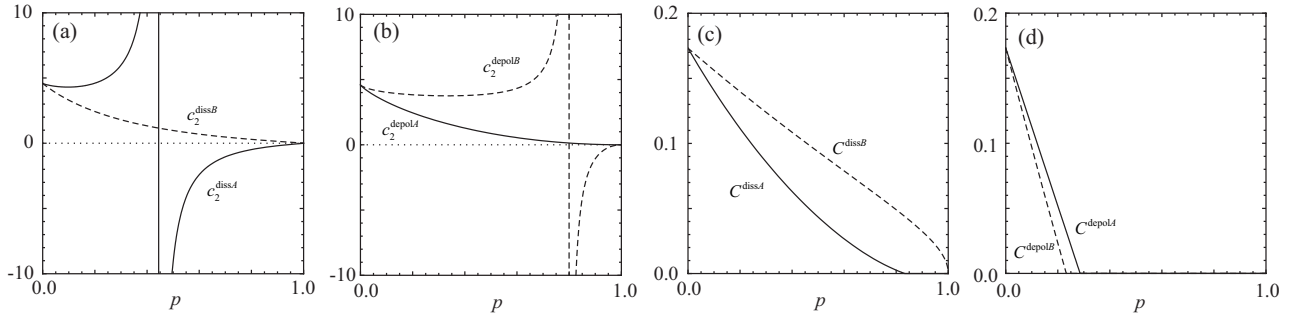


Рис. 2: Сравнение поведение энтропийной асимметрии c_2 (a,b) и согласованности C (c,d) при прохождении кубитов «квантово-классического» состояния через демпфирующий (a,c) и деполяризующий (b,d) каналы.

В **разделе 2.4** рассматривается задача о выявлении связи между исходной энтропийной асимметрией и разрушением корреляций при декогеренции в произвольных смешанных двухкубитных состояниях. В качестве метода решения задачи предлагается равномерная (согласно мере Хаара) случайная генерации двухкубитных смешанных состояний заданного ранга. Вводятся величины относительной асимметрии разрушения взаимной информации и запутанности $\Delta I = (I[\rho_{AB}^{(r)\text{dec}A}] - I[\rho_{AB}^{(r)\text{dec}B}]) / I[\rho_{AB}^{(r)}]$ и $\Delta C = (C[\rho_{AB}^{(r)\text{dec}A}] - C[\rho_{AB}^{(r)\text{dec}B}]) / C[\rho_{AB}^{(r)}]$, где $I[\cdot]$ и $C[\cdot]$ – взаимная информация и согласованность двухкубитного состояния, $\rho_{AB}^{(r)}$ – исходное квантовое состояние ранга r с энтропийной асимметрией, направленной от A к B , $\rho_{AB}^{\text{dec}A}$ ($\rho_{AB}^{\text{dec}B}$) – квантовое состояние, получаемые из исходного после прохождения кубита A (B) через канал декогеренции. Формулируется задача о выявлении взаимосвязи между исходным направлением энтропийной асимметрии двухкубитного квантового состояния ранга (r), характеризующейся величиной d , и величинами ΔI и ΔC , характеризующими относительную уязвимость кубитов к декогеренции, для дефазировующего, деполяризующего и демпфирующего каналов при фиксированной степени декогеренции $p = 0.1$.

Рассматривается воздействие дефазировующего канала и выявляется следующее правило: более уязвимым с точки зрения сохранения корреляций к воздействию дефазирования является кубит, к которому направлена энтропийная асимметрия (кубит B в рассматриваемой постановке задачи). С точки зрения сохранения взаимной информации это правило ($\Delta I > 0$) оказывается справедливым для 72%/65%/57% состояний при $r = 2/3/4$ соответственно. С точки зрения сохранения запутанности данное правило ($\Delta C > 0$) выполняется строже, и оказывается справедливым для 77%/75%/76% состояний.

Рассматривается воздействие деполяризующего канала, для которого является закономерность аналогичная случаю дефазирования, но выполняющаяся строже (см.Рис.3). Так, при $r = 2$ для всех состояний с энтропийной асиммет-

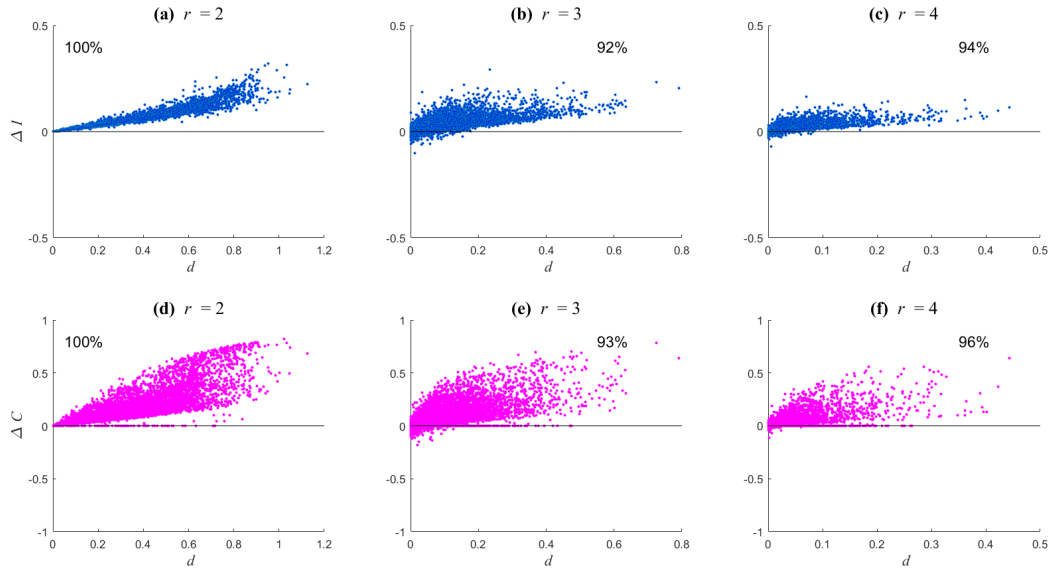


Рис. 3: Асимметрия разрушения взаимной информации ΔI (a-c) и запутанности ΔC (d-f) как функции исходной асимметрии d при деполяризации ($p = 0.1$) кубитов случайно сгенерированных двухкубитных состояний рангов $r = 2, 3, 4$. Для каждого ранга объем массива состояний $N = 10^4$. Числами указан процент точек, попавших в верхнюю полуплоскость.

рией, направленной от A к B , корреляции согласно обоим мерам разрушаются интенсивнее, при воздействии деполяризующего канала на кубит B .

Рассматривается воздействие демпфирующего канала, для которого вводится дополнительная классификация состояний с точки зрения поведения их энтропий при воздействии данного канала. Диссипация кубита может приводить к монотонному уменьшению его энтропии, либо стремлению энтропии к нулевому значению через прохождения максимума. Таким образом, можно разделить все двухкубитные состояния на четыре группы. Демонстрируется, что при воздействии демпфирующего канала обычно наиболее устойчивым оказывается кубит A в случае, если диссипация кубита B идет с прохождением через экстремум его энтропии, и кубит B , если имеет место монотонное убывание его энтропии.

В **разделе 2.5** рассматривается взаимосвязь между поведением энтропийной асимметрией и процессом декогеренции чистого трёхкубитного WRr состояния. Приводится определение WRr состояния $|WRr\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(|001\rangle + |010\rangle - 2|100\rangle)$, в котором отдельные кубиты далее соответственно обозначается как A , B и C . Вводится определение негативности как меры запутанности в двусоставных квантовых состояниях, и обсуждается симметрия данного состояния относительно перестановки $B \leftrightarrow C$. Формулируется задача о выявлении взаимосвязи между поведением энтропийной асимметрии и разрушением запутанности в двусоставных разбиениях $B - C$, $A - C$, $AB - C$, $AC - B$ и $BC - A$ в случае декогеренции кубита C , и в разбиениях $A - C$, $AB - C$

и $BC - A$ в случае декогеренции кубита A . В качестве моделей декогеренции рассматривается дефазирование, деполяризации и диссипация.

Рассматривается поведение энтропийной асимметрии для различных моделях декогеренции кубитов C и A . Демонстрируется, что процессы диссипации и деполяризации приводят к возникновению энтропийной асимметрии в исходно симметричных разбиениях. При этом диссипация создает энтропийную асимметрию, направленную к декогерирующему кубиту, а деполяризация, наоборот, создает энтропийную асимметрию от декогерирующего кубита. Также демонстрируется, что процесс диссипации может приводить к временному появлению энтропийной асимметрии таким образом, что энтропийная асимметрия исчезает при $p \rightarrow 1$.

Рассматривается соответствующее поведение негативности для различных моделях декогеренции кубитов C и A . Демонстрируется, что процессы диссипации и деполяризации, индуцирующие энтропийную асимметрию в направлении исходной асимметрии двусоставного состояния, менее деструктивны с точки зрения разрушения запутанности, по сравнению с ситуацией, когда они изменяют исходное направление асимметрии. Кроме того, в случае, когда сравниваются варианты декогеренции двух подсистем, находящихся в одной части двусоставного разбиения (A и C внутри $AC - B$), более деструктивной оказывается декогеренция кубита, от которого направлена энтропийная асимметрия.

В **разделе 2.6** рассматривается влияние деполяризующего однокубитного канала на когерентные свойства произвольных трёхкубитных состояний и их связи с энтропийной асимметрией исходного состояния. Рассматривается вопрос о случайной равномерной (согласно мере Хаара) генерации чистых асимметричных трёхкубитных состояний $|\Psi\rangle_{ABC}$, для которых выполняется неравенство $S_A \geq S_B \geq S_C$, где S_A , S_B и S_C – энтропии фон Неймана соответствующих кубитов. Таким образом исследуемые состояния имеют структуру энтропийной асимметрии вида $A \rightarrow B \rightarrow C$. Вводятся состояния $\rho_{ABC}^{(X)}$ ($X \in \{A, B, C\}$), получающиеся из исходного чистого состояния путём прохождения одного из кубитов через деполяризующий канал. Формулируется задача о сравнении величин точности воспроизведения состояния $F^{(X)} = \langle \Psi | \rho_{ABC}^{(X)} | \Psi \rangle$, а также величин квантовой взаимной информации для трёхкубитных ($AB - C$, $AC - B$, $BC - A$) и двухкубитных ($A - B$, $A - C$, $B - C$) разбиений.

С помощью метода случайной генерации состояний демонстрируется выполнение неравенства $F^{(A)} \leq F^{(B)} \leq F^{(C)}$ (см. Рис.4а для $F^{(A)}$ и $F^{(B)}$). Формулируется вывод о том, что наиболее уязвимым с точки зрения величины точности воспроизведения является кубит A , и наиболее устойчивым – кубит C .

Для величин взаимной информации в трёхкубитных разбиениях демонстрируется выполнение неравенства $I_{XY-Z}^{(Z)} \leq I_{XY-Z}^{(X)} \leq I_{XY-Z}^{(Y)}$ ($X, Y, Z \in$

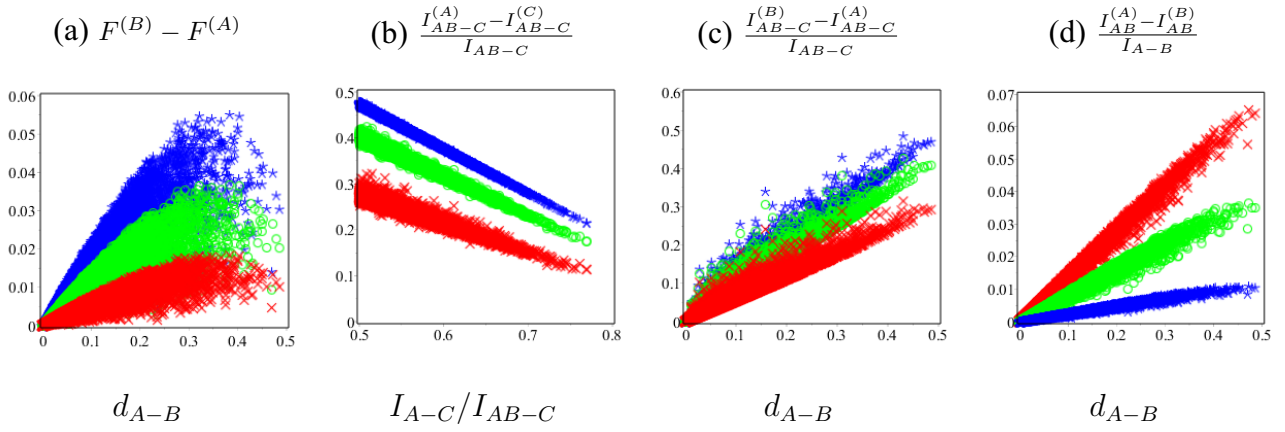


Рис. 4: Сопоставление различных характеристик для массива $N = 3000$ случайно сгенерированных чистых трёхкубитных состояний при степенях декогеренции $p = 1/4$ (\times), $p = 1/2$ (\circ), $p = 3/4$ (\star).

A, B, C), где X и Y – выбираются таким образом, что энтропийная асимметрия в двухкубитном разбиении $X - Y$ направлена от X к Y (см. Рис.4b,c для разбиения $AB - C$). Данное поведение можно объяснить на качественном уровне тем, что для чистого состояния XYZ справедливы соотношения $I_{XY-Z} = I_{XZ} + I_{Y-Z}$ и $I_{XZ} - I_{Y-Z} = 2(S_X - S_Y)$. Таким образом наибольшая деструктивность декогеренции Z объясняется одновременным разрушением корреляций в разбиениях $X - Z$ и $Y - Z$, в то время как наименьшая деструктивность декогеренции Y объясняется тем, что большая часть корреляций содержится в разбиении $X - Z$.

Сравниваются величины взаимной информации для двухкубитных разбиений, и демонстрируется выполнение неравенства $I_{XY}^X \geq I_{XY}^Y$, где X и Y выбираются таким образом, что энтропийная асимметрия в разбиении $X - Y$ исходного состояния направлена от X к Y (см. Рис.4b,c для разбиения $A - B$).

Третья глава посвящена энтропийно асимметричным квантовым состояниям, реализующимся во взаимодействующих физических системах.

В **разделе 3.1** рассматривается взаимодействия частиц со спином $1/2$ в неоднородном магнитном поле согласно XY -модели Гейзенберга.

Вводится гамильтониан рассматриваемой системы

$$\mathcal{H} = B_1 S_z \otimes \mathbf{1}_2 + B_2 \mathbf{1}_2 \otimes S_z + g (S_x \otimes S_x + S_y \otimes S_y),$$

а также основной объект исследования – состояние термального равновесия

$$\rho_{AB} = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{\mathcal{H}}{k_B T}\right), \quad Z = \text{Tr} \left[\exp\left(-\frac{\mathcal{H}}{k_B T}\right) \right].$$

В вышеприведенных выражениях $S_\alpha = \sigma_\alpha/2$ ($\alpha = x, y, z$) – операторы проекций спина $1/2$, σ_α – стандартные матрицы Паули, g – константа взаимодействия между частицами, B_1 и B_2 – величины магнитных полей, выраженных в энергии.

тических единицах с учетом величины магнитных моментов, T и k_B – температура и константа Больцмана соответственно (в дальнейших расчетах полагается $k_B = g = 1$). В качестве величины, описывающей асимметрию квантового дискорда, вводится относительная асимметрия дискорда $\Delta D = (D^{(B)} - D^{(A)})/I = (J^{(A)} - J^{(B)})/I$, где I – квантовая взаимная информация, и $D^{(A(B))}$ и $J^{(A(B))}$ – квантовый дискорд и локально доступная информация, получаемые при измерении, проводимом над кубитом $A(B)$ соответственно. Формулируются следующие задачи: (i) построение количественных информационных характеристик, описывающие корреляции между частицами, обусловленные локальной передачей информации за счет взаимодействия; (ii) исследование поведения энтропийной асимметрии и ее связи с асимметрией квантового дискорда и локально передаваемой информацией в зависимости от величин магнитных полей в основном состоянии гамильтониана; (iii) исследования поведения энтропийной асимметрии и её связи с асимметрией квантового дискорда и локально передаваемой информацией в зависимости от магнитных полей и температуры в состоянии термального равновесия.

Рассматривается спектр гамильтониана и соответствующий ему оператор эволюции. Демонстрируется вид основного состояния, в зависимости от соотношения между величинами магнитных полей B_1 и B_2 , а также определяется характерное время локального обмена информацией между взаимодействующими подсистемами в соответствии со структурой оператора эволюции.

В качестве количественной характеристики, описывающей величину локально передаваемой информации предлагается использовать величину, построенную на основе величины Холево

$$\chi^{A \rightarrow B} = S \left[\sum_i p_A^i \tilde{\rho}_B^i(t_{\text{loc}}) \right] - \sum_i p_A^i S[\tilde{\rho}_B^i(t_{\text{loc}})],$$

где p_A^i – собственные числа редуцированной матрицы плотности подсистемы A и $\tilde{\rho}_B^i(t_{\text{loc}})$ – матрица плотности подсистемы B , получающаяся по прошествии времени t_{loc} после проекционного измерения подсистемы A в базисе собственных векторов её матрицы плотности и реализации i -го исхода. Таким образом $\chi^{A \rightarrow B}$ соответствует взаимной информации между состоянием A в момент времени $t = 0$ и состоянием B в момент времени $t = t_{\text{loc}}$. Вводятся величины средней локально передаваемой информации и относительной асимметрии локально передаваемой информации

$$\chi = \frac{1}{2} (\chi^{A \rightarrow B} + \chi^{B \rightarrow A}), \quad \Delta\chi = \frac{\chi^{A \rightarrow B} - \chi^{B \rightarrow A}}{\chi^{A \rightarrow B} + \chi^{B \rightarrow A}}.$$

Выявляется условие отсутствия асимметрии ($\Delta\chi = 0$) для чистых стационарных состояний. Демонстрируется, что в основном состоянии рассматриваемого

гамильтониана асимметрия корреляций (с точки зрения всех рассматриваемых мер асимметрии) может иметь место только в случае его вырождения. Для вырожденного основного состояния демонстрируется, согласованность в поведении трёх мер асимметрии с направлением градиента магнитного поля: знаки d , ΔD и $\Delta \chi$ совпадают со знаком разности $B_2 - B_1$.

Демонстрируется, что в случае равенства модулей магнитных полей, действующих на частицы, термальное состояние симметрично с позиции всех рассматриваемых мер асимметрии.

В случае наличия неоднородности поля энтропийная асимметрия направлена от частицы в более слабом магнитном поле к частице в более сильном магнитном поле. Это сопровождается тем фактом, что измерение над частицей в более слабом магнитном поле дает доступ к большей величине локально доступной информации, чем измерение над в более сильном магнитном поле. Кроме того, частица в более слабом магнитном поле передает посредством локального взаимодействия больше информации частице в более сильном локальном поле, чем наоборот. Данные результаты соответствуют одинаковым знакам у величин d , ΔD и $\Delta \chi$ (см. Рис.5а-с).

Рост температуры способствует ослаблению мгновенных корреляций, характеризующихся величинами квантовой взаимной информации I и согласованности C , и увеличению величины средней локально передаваемой информации χ . В пределе бесконечных температур мгновенные корреляции между частицами исчезают, в то время, как запаздывающие корреляции, обусловленные локальным взаимодействием между частицами, выходят на положительный асимптотический уровень, определяемый величиной магнитных полей. Возможная исходная асимметрия состояния с точки зрения всех рассматриваемых мер асимметрий корреляций исчезает с ростом температуры. Демонстрируется, что наибольшая интенсивность потоков локально передаваемой информации имеет место в случае однородности магнитного поля, в то время, как сохранению мгновенных корреляций способствует помещение частиц в антипараллельные поля (см. Рис.5d,e).

В **разделе 3.2** рассматривается взаимодействие двухуровневого атома с модой электро-магнитного поля в рамках модели Джейнса-Каммингса.

Вводится гамильтониан Джейнса-Каммингса

$$\mathcal{H} = \hbar \frac{\omega_a}{2} \mathbf{1}_f \otimes \sigma_z + \hbar \omega_f a^\dagger a \otimes \mathbf{1}_a + \hbar g (a^\dagger \otimes |g\rangle\langle e| + a \otimes |e\rangle\langle g|),$$

где $|e\rangle$ и $|g\rangle$ – возбужденное и основное состояния атома, $\sigma_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$, $\mathbf{1}_a = |e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g|$, $\mathbf{1}_f = \sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n|$, a и a^\dagger – стандартные операторы уничтожения и рождения, $\{|n\rangle\}_{n=0}^{\infty}$ – фокковские состояния моды поля и g – константа

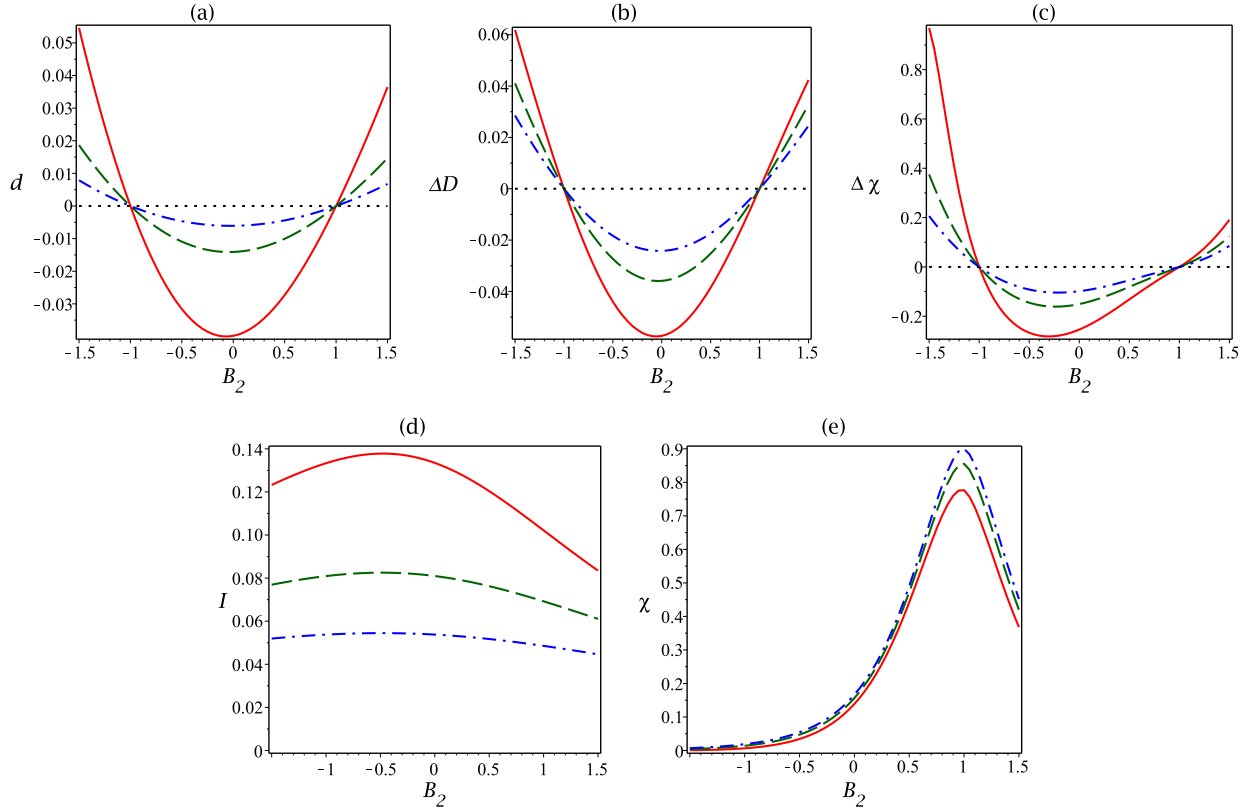


Рис. 5: Зависимость энтропийной асимметрии d (a), относительной асимметрии дискорда ΔD (b), относительной асимметрии локально передаваемой информации $\Delta\chi$ (c), взаимной информации I (d) и средней локально передаваемой информации χ (e) в зависимости от поля B_2 в термальном состоянии при фиксированном значении $B_1 = 1$ и температуры $T = 0.75$ (сплошная линия), $T = 1$ (пунктирная линия) и $T = 1.25$ (штрихпунктирная линия)

связи (в дальнейших расчетах полагается $\hbar = g = 1$). Также вводится величина отстройки $\delta = \omega_a - \omega_f$.

Рассматривается взаимодействие атома, изначально находящегося в чистом основном или возбужденном состоянии с модой поля, находящейся в термальном состоянии $\rho_f^{\text{th}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n |n\rangle\langle n|$, где $P_n = \frac{1}{1+\langle n \rangle} \left(\frac{\langle n \rangle}{1+\langle n \rangle} \right)^n$ и $\langle n \rangle$ – среднее число фотонов.

Демонстрируется, что для рассматриваемых начальных состояний динамика характеристик представляет собой выход на стационарный уровень с последующими флуктуациями возле этого уровня. Кроме того, относительная интенсивность подобных флуктуаций уменьшается с ростом температуры.

Исследуется поведение усредненных по времени величин в зависимости от температуры поля, характеризуемой $\langle n \rangle$ (см. Рис.6). Демонстрируется, что энтропийная асимметрия превалирующим образом направлена от моды поля к атому (обращении энтропийной асимметрии имеет место только в короткие промежутки времени при малых значениях температур $\langle n \rangle \lesssim 1$) Данный вывод согласуется с интуитивным представлением о направлении потока энтропии, изначально сконцентрированной в моде поля за счет конечной температуры. В

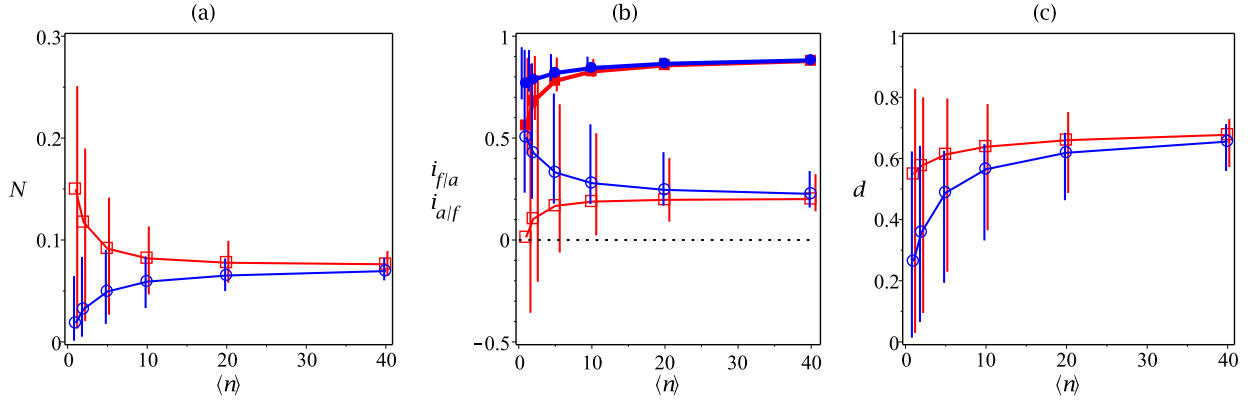


Рис. 6: Поведение усредненных по времени значений негативности N (a), функций независимости $i_{f|a}$ (жирные кривые и заполненные значки) и $i_{a|f}$ (тонкие кривые и пустые значки) (b) и энтропийной асимметрии d (c) при взаимодействии атома в основном (○) или возбужденном (□) состоянии с модой поля в термальном состоянии в зависимости от его среднего значения числа фотонов $\langle n \rangle$ после достижения стационарного режима. Вертикальными линиями соответствуют минимальному и максимальному значениям на исследуемом промежутке $150 \leq t \leq 400$.

случае резонансного взаимодействия в пределе бесконечных начальных температур поля образующееся стационарное состояние (совпадающее по характеристикам для обоих вариантов начального состояния атома) является запутанным (негативность $N \approx 0.07$), в энтропийном смысле классически коррелированным ($i_{a|f}, i_{f|a} > 0$) и энтропийно асимметричным $d \approx 0.62$ (с направлением асимметрии от поля к атому).

Также исследуется поведение усредненных по времени характеристик в зависимости от отстройки δ в результате чего выявляется уменьшение запутанности и усиление энтропийной асимметрии при больших (по сравнению с константой связи) значениях отстройки.

Четвертая глава посвящена энтропийной асимметрии в рамках томографического описания квантовых систем.

В **разделе 4.1** вводится понятие томограммы двусоставного состояния $\mathcal{T}_{AB}(U_A, U_B)$ как совокупности диагональных элементов матрицы плотности $(U_A \otimes U_B) \rho_{AB} (U_A^\dagger \otimes U_B^\dagger)$, соответствующих вероятностям реализации определенных результатов измерения в базисе, связанном с вычислительным с помощью унитарных матриц U_A и U_B . Путем соответствующего редуцирования образуются томограммы отдельных подсистем $\mathcal{T}_A(U_A)$ и $\mathcal{T}_B(U_B)$.

Вводятся понятия томографических энтропий $H_A(U_A)$, $H_B(U_B)$ и $H_{AB}(U_A, U_B)$ как энтропий Шеннона, полученных из соответствующих томограмм. На основе томографических энтропий вводится томографическая взаим-

ная информация $J(U_A, U_B)$, а также томографические функции независимости $i_{A|B}(U_A, U_B)$, $i_{B|A}(U_A, U_B)$ и мера томографической энтропийной асимметрии $d(U_A, U_B) = i_{A|B}(U_A, U_B) - i_{B|A}(U_A, U_B)$. Кроме этого, вводится понятие томографического дискорда $D(U_A, U_B) = I - J(U_A, U_B)$ как разницы между квантовой и томографической взаимной информацией.

Рассматривается вопрос о выборе наиболее важных и характерных операторах U_A и U_B , характеризующих измерительные базисы. Вводятся операторы U_A^{opt} и U_B^{opt} – максимизирующие величину томографической взаимной информации, а также операторы U_A^{diag} и U_B^{diag} приводящие редуцированные матрицы плотности подсистем к диагональному виду. Дополнительно вводится соглашение, согласно которому все томографические характеристик полученные в данных базисах обозначаются с помощью верхних индексов opt и diag

В **разделе 4.2** рассматривается задача о выявлении связи между величиной исходной энтропийной асимметрии d и величинами томографической энтропийной асимметрии d^{diag} и d^{opt} для двухкубитных X -состояний. Также для X -состояний исследуется связь между различными мерами энтропийной асимметрии (d , d^{diag} и d^{opt}) и различными вариантами томографического дискорда (D^{diag} и D^{opt}).

С помощью метода случайной генерации состояний (см. Рис.7) выявляется два типа X -состояний: для состояний первого типа оптимальный измерительный базис совпадает с вычислительным (что соответствует измерению z -проекции векторов Блоха кубитов), и томографическая энтропийная асимметрия $d^{\text{opt}} = d^{\text{diag}}$ совпадает по направлению и не превосходит по модулю энтропийную асимметрию d ; для состояний второго типа оптимальный измерительный базис соответствует измерению x -проекций векторов Блоха кубитов, вследствие чего томографическая энтропийная асимметрия $d^{\text{opt}} = 0$ вне зависимости от значения d .

Исключительное место в данной классификации занимают состояния, в которых отсутствует корреляция между кубитами ($I = 0$); состояния для которых одновременное измерение z -проекций кубитов и x -проекций кубитов дают одинаковый уровень томографической взаимной информации: к ним, например, относятся максимально запутанные состояния, но также могут относиться энтропийно-асимметричные состояния с $d^{\text{opt}} = d^{\text{diag}} \neq 0$.

Выявляется достаточное условие принадлежности X -состояния к первому типу: $J^{\text{diag}} > I/2$. Как следствие выявленной типизации выводится конструктивная формула для вычисления симметричного дискорда в X -состояниях:

$$D = I - \max(J^{(\sigma_z, \sigma_z)}, J^{(\sigma_x, \sigma_x)}),$$

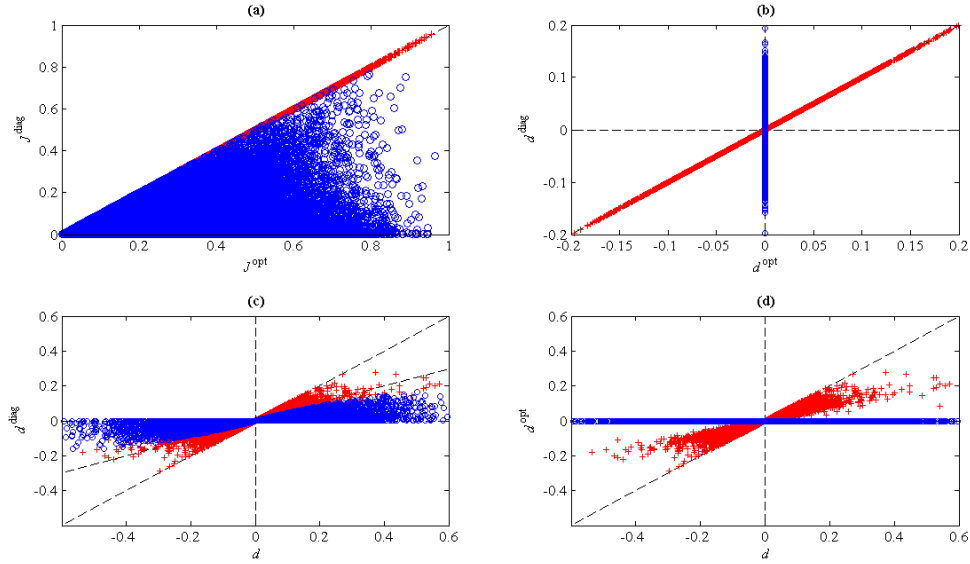


Рис. 7: Сопоставление энтропийных характеристик для выборки из $N = 10^5$ X -состояний: (а) величины томографической взаимной информации J^{opt} и J^{diag} в оптимальном и диагонализующем базисах соответственно; (б) величины томографической энтропийной асимметрии d^{opt} и d^{diag} в оптимальном и диагонализующем базисах соответственно; (с) исходная энтропийная асимметрия d и энтропийная томографическая энтропийная асимметрия в диагонализующем базисе d^{diag} ; (д) исходная энтропийная асимметрия d и энтропийная томографическая энтропийная асимметрия в оптимальном базисе d^{opt} . Знаками $+$ отмечены состояния для которых $J^{\text{opt}} = J^{\text{diag}}$, знаками \bigcirc – все остальные состояния

где $J^{(\sigma_z, \sigma_z)}$ и $J^{(\sigma_x, \sigma_x)}$ соответствует томографической взаимной информации, полученной при измерении z -проекции и x -проекции векторов Блоха отдельных кубитов.

Для произвольных равномерно распределенных двухкубитных состояний демонстрируется тенденция к сонаправленности осей оптимального и диагонализующего измерений, однако в общем случае пары величин $(d^{\text{diag}}, d^{\text{opt}})$ и (d, d^{opt}) могут находиться в любых соотношения как по знаку, так и по модулю.

В **разделе 4.3** рассматривается пример X -состояния, реализующего для двух сверхпроводящих LC контуров, связанных индуктивной связью и находящихся в термальном равновесии. Вводится гамильтониан двух взаимодействующих LC контуров, который может быть записан в виде $\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 + V$ где $\mathcal{H}_j = p_j^2/2 + \omega_j^2 x_j^2/2$ – гамильтонианы невзаимодействующих контуров, $V = g\omega_1\omega_2 x_1 x_2$ – член отвечающий за взаимодействие, $x_j = -L_j C_j^{1/2} I_j$ и $p_j = C_j^{-1/2} \hat{Q}_j$ – операторы канонической координаты и импульса, I_j и Q_j – операторы тока и заряда, L_j и C_j – индуктивность и ёмкость каждого из контуров, $\omega_j = (L_j C_j)^{-1/2}$ – частоты колебаний в невзаимодействующих контурах, L_{12} – взаимная индуктивность, $g = L_{12}(L_1 L_2)^{-1/2}$ – безразмерная константа связи.

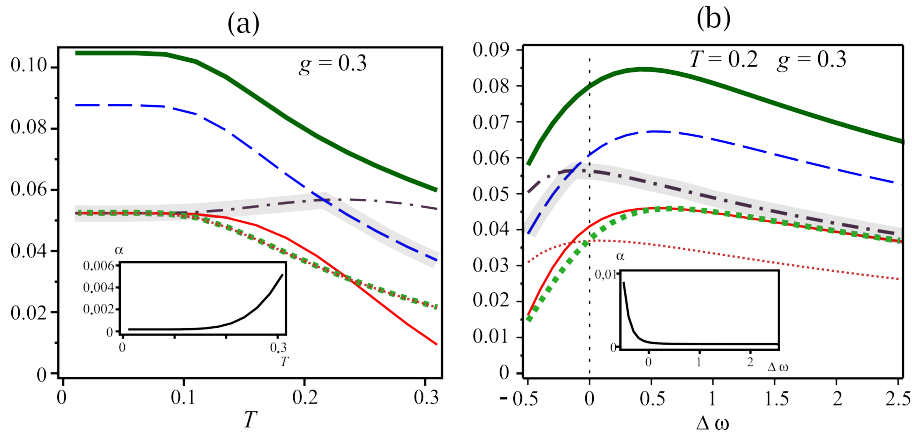


Рис. 8: Корреляции между подсистемами в термальном состоянии взаимодействующих осцилляторов при $g = 0.3$ в зависимости температуры T при резонансе $\Delta\omega = 0$ (a), в зависимости от отстройки $\Delta\omega$ при $T = 0.2$ (b). Жирная сплошная линия – взаимная информация I , тонкая сплошная линия – запутанность формирования \mathcal{E} , штрихпунктирная линия – томографический дискорд в диагонализующем базисе D^{diag} , пунктирная линия – томографический дискорд в симметризирующем базисе D^{sym} , тонкая и толстая точечные линии – дискорды $D^{(A)}$ и $D^{(B)}$ соответственно. Сплошное выделение соответствует величине симметричного дискорда. На вложенных графиках представлена оценка точности двух-кубитного приближения α .

Фиксируются параметры $\omega_1 = \hbar = k_B = 1$ и вводится отстройка $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$. Строится двухкубитное приближение низкотемпературного термального состояния и доказывается факт того, что оно принадлежит классу X -состояний.

Демонстрируется, что основное состояние исследуемой системы при условии справедливости двухкубитного приближения ($g < 0.5$, $-0.5 < \Delta\omega < 1.5$) соответствует X -состоянию первого типа. С ростом температуры и введении отстройки может происходить изменение типа X -состояния, причем, данное изменение сопровождается скачком производной от томографического дискорда по температуре или отстройке (см. Рис.8).

Также для исследуемой системы демонстрируется выполнение выявленной ранее закономерности, согласно которой направление энтропийной (как стандартной, так и томографической) асимметрии совпадает с направлением асимметрии дискордов.

В **разделе 4.4** рассматривается возможность реализации двусоставных квантовых состояний в одиночном четырёх и пяти-уровневом нелинейном колебательном контуре. Рассматривается вопрос о приготовлении состояний, реализации универсального набора вентилей и выполнения алгоритма Дойча.

В **заклучении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1) Установлено соответствие между исходной энтропийной асимметрией двухкубитных и трёхкубитных состояний и различием в степени разрушения

когерентных свойств при воздействии однокубитных каналов (дефазированного, деполяризующего и демпфирующего) на различные кубиты данных состояний. Получена связь между поведением энтропийной асимметрии и ранее обнаруженным аномальным разрушением запутанности в «квантово-классическом» состоянии. Получено соответствие между исходной энтропийной асимметрией двухкубитных разбиений чистых трехкубитных состояний и различием в степени разрушения точности воспроизведения и квантовой взаимной информации различных двусоставных разбиений при прохождении одного из кубитов через деполяризующий канал.

2) Получено, что энтропийная асимметрия термального состояния двух частиц со спином $1/2$, находящихся в неоднородном поперечном магнитном поле и взаимодействующих согласно XU -модели Гейзенберга, направлена от частицы в более слабом магнитном поле к частице в более сильном магнитном поле. Продемонстрировано, что данное направление асимметрии согласуется с направлением избыточного потока локально доступной информации: измерение над частицей в более слабом магнитном поле обеспечивает больший уровень локально доступной информации, чем измерение частицы в более сильном магнитном поле.

3) Установлено, что в процессе взаимодействия в рамках модели Джейнса-Каммингса между двухуровневым атомом, изначально находившемся в основном или возбужденном состоянии, и моды поля, изначально находившейся в термальном состоянии, образуется энтропийно асимметричное запутанное состояние. Получены асимптотические значения негативности и функций независимости при стремлении начальной температуры моды поля к бесконечности.

4) Получена классификация двухкубитных X -состояний на основе их томографической энтропийной асимметрии при оптимальном измерении, соответствующем максимуму классической информации. На основе данной классификации предложено выражение для вычисления симметричного дискорда в X -состояниях. Продемонстрирована возможность изменения типа X -состояния двух сверхпроводящих LC контуров, связанных индуктивной связью и находящихся в термальном равновесии, при изменении их физических параметров.

5) Предложен способ реализации произвольных двухкубитных операций группы U_4 , с помощью операций из группы SU_5 и использования дополнительного незаселенного уровня. Построен полный набор двухкубитных вентилях для некомпозитной пятиуровневой системы, с использованием которого продемонстрировано построение алгоритма Дойча.

В **Приложениях** рассматриваются методы случайной равномерной (согласно мере Хаара) генерации двухкубитных и трёхкубитных состояний, а также метод вычисления квантового дискорда в двухкубитных X -состояниях.

Публикации по теме диссертации в журналах из списка ВАК

1. **Kiktenko E.O.**, Fedorov A.K., Man'ko O.V., Man'ko V.I. *Multilevel superconducting circuits as two-qubit systems: Operations, state preparation, and entropic inequalities* // Phys. Rev. A **91** (2015) 042312.
2. **Kiktenko E.O.**, Fedorov A.K., Strakhov A.A., Man'ko V.I. *Single qudit realization of the Deutsch algorithm using superconducting many-level quantum circuits* // Phys. Lett. A **379** (2015) 1409.
3. Korotaev S.M., **Kiktenko E.O.** *Quantum causality in closed timelike curves* // Phys. Scr. **90** (2015) 085101.
4. Fedorov A.K., **Kiktenko E.O.**, Man'ko O.V., Man'ko V.I. *Tomographic discord for a system of two coupled nanoelectric circuits* // Phys. Scr. **90** (2015) 055101.
5. **Kiktenko E.O.**, Fedorov A.K. *Tomographic causal analysis of two-qubit states and tomographic discord* // Phys. Lett. A **378** (2014) 1704.
6. **Киктенко Е.О.**, Коротаев С.М. *Причинность в квантовой телепортации* // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер: «Естественные науки» **6(57)** (2014) 24-36.
7. Fedorov A.K., **Kiktenko E.O.** *Quaternion Representation and Symplectic Spin Tomography* // J. Rus. Las. Res. **34** (2013) 477.
8. **Kiktenko E.O.**, S.M. Korotaev *Entanglement and causality in the interaction of the two-level atom with the field* // Phys. Scr. **88** (2013) 055008.
9. S.M. Korotaev, **Kiktenko E.O.** *Causality and decoherence in the asymmetric states* // Phys. Scr. **85** (2012) 055006.
10. **Kiktenko E.O.**, Korotaev S.M. *Causal analysis of asymmetric entangled states under decoherence* // Phys. Lett. A **376** (2012) 820.
11. Коротаев С.М., **Киктенко Е.О.** *Причинность в квантовых запутанных состояниях* // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер: «Естественные науки» **3(42)** (2011) 90-107.
12. Коротаев С.М., **Киктенко Е.О.** *Причинный анализ квантовых запутанных состояний Ч. II.* // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер: «Естественные науки» **4(39)** (2010) 30-48.
13. Коротаев С.М., **Киктенко Е.О.** *Причинный анализ квантовых запутанных состояний Ч. I.* // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер: «Естественные науки» **3(38)** (2010) 35-55.